



GARRAIOAREN PROBLEMA (IO. LP.)

IRUINEA 1980



Banco de Vizcayak
BABESTUTAKO ARGITARAPENA

EDICION PATROCINADA POR EL
Banco de Vizcaya

UDAKO EUSKAL UNIBERTSITATEA

IRUÑEA 1980

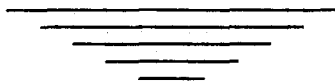
GARRAIOAREN PROBLEMA (IO. LP.)

Prestatzailea: ANDER BASALDUA

Edozein erakunderen problematikarako baliagarriago diren soluzioak emateko, "ikerkuntza operazionala" (IO) delako tresna ezagutzea komenigarria delakoan nago. IO; erakundeen edo makina-gizon sistemen kontrolekin erlazionaturik dauden probleme-tarako, diziplinarteko taldez eraturiko, metodo zientifikoaren aplikazioa da. IO-ren aplikazio-eremua oso zabala izanik, lan honetan, garraioaren problema bakarrik aztertuko dugu, eta gainera, ez gaia agortzeko moduan.

Eskerrik beroenak Edurne, Jazinto eta Joserrari, hauen laguntzari esker burutu baitugu lan hau.

Ander Basaldua



NEURE AITARI

AURKIBIDEA

SARRERA GAIA	7
--------------------	---

Garraioaren problema ikerkuntza operazionalaren
(IO) ikuspegitik.

Problemaren planteatzea.

2. GAIA	9
---------------	---

Problemaren planteamendu zenbakizkoa.

3. GAIA	15
---------------	----

Oinarrizko soluzioa, Balas-Hammer metodoaren
arauera.

4. GAIA	30
---------------	----

Oinarrizko soluzioaren optimizatzea, Stepping-
Stone algoritmoaren arauera.

5. GAIA	37
---------------	----

Testa.

A. Soluzio optimoa.

B. Oinarrizko soluzioa.

../...

6.	GAIA	43
	Oinarritzko soluzioaren optimizatzea, testaren arauera.	
	Lehen urratsa.	
	Bigarren urratsa.	
	Hirugarren urratsa.	
7.	GAIA	45
	Soluzio degeneratuak.	
8.	GAIA	54
	Soluzio optimo anizkoitza.	
9.	GAIA	58
	Oinarritzko soluzioak eta deribatuak.	
10.	GAIA	63
	Gertutasunen edo ahalmenen izendapena. PL.	
	A. Programazio lineala (PL).	
	B. Oinarri geometrikoa.	
	C. Simplex metodoa.	
	Lehen urratsa.	
	2. urratsa.	
	3. urratsa.	
	4. urratsa.	
	5. urratsa.	
	6. urratsa.	

D. Simplex metodoaren hedapena.

Lehena.- Errestrikzioak " $\geq$ " seinuarekin.2.- Errestrikzioak " $=$ " seinuarekin.

3.- Minimizazio-problemak.

11. GAIA 97

Simplex metodoa, ordinatorez.

A. Fortran lengoiaz programaturik.

B. Ordinatore handiko PL-softwarez.

12. GAIA 137

Geure garraioaren problema, simplex metodoaren arauera, ordinatorez.

A. Fortran erabiliz.

B. MPSX edo SCICONIC delakoak erabiliz.

ERANSKINAK

Hiztegia 152

Bibliografía 154

GARRAIOAREN PROBLEMA IKERKUNTZA OPERAZIONALAREN IKUSPEGITIK

Hitchcock-en problema edo garraioaren problema programazio linealaren kasu konkretu bat da.

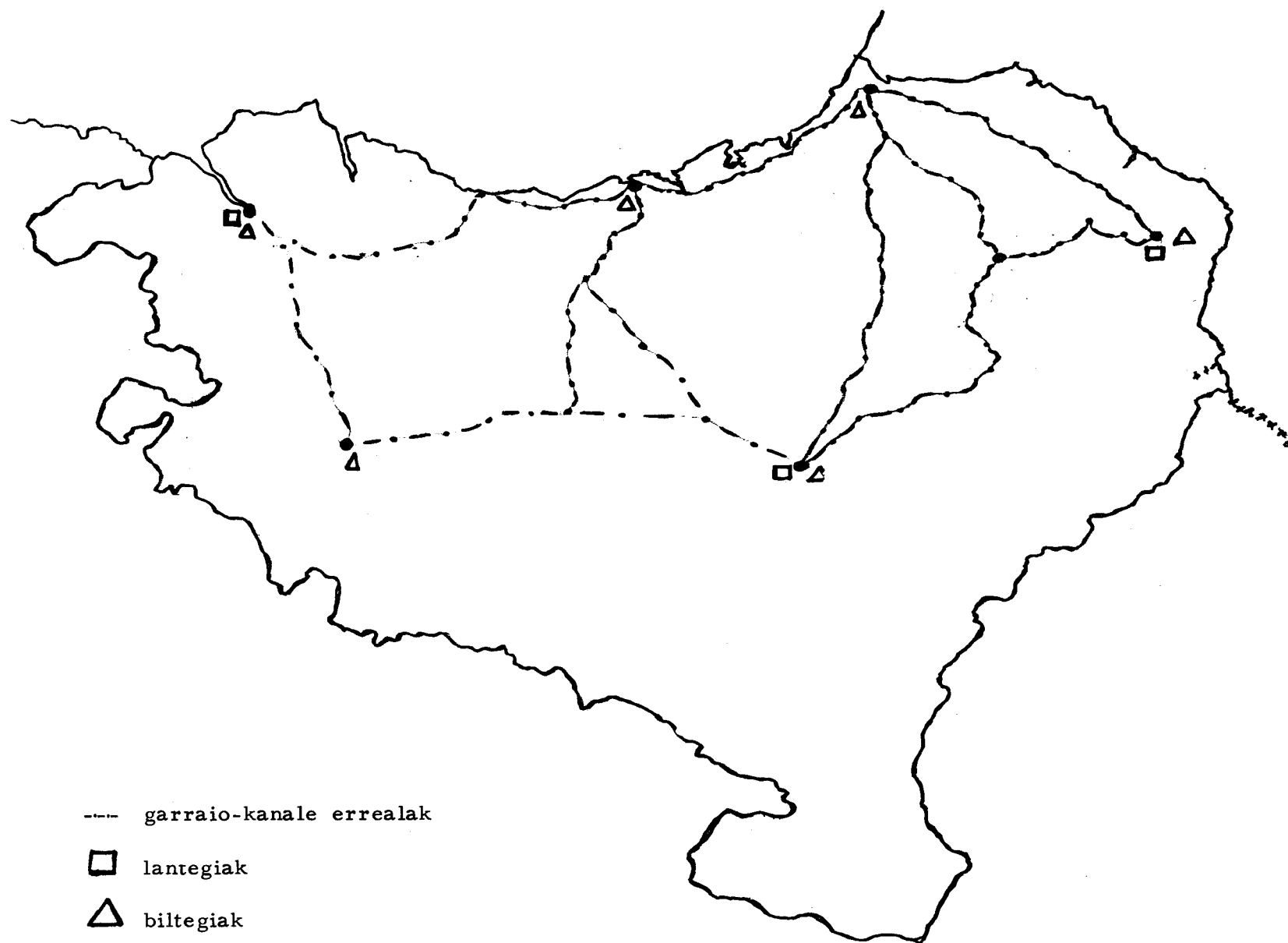
1. PROBLEMAREN PLANTEATZEA.

Garraioaren kosturik merkeena zein den galdeari erantzun behar diogu. Alde batetik bestera produktu bat eraman behar dugu; orduan, garraioaren kostuak ebaluatzeko, sorburuak, helburuak eta produktuaren kantitateak kontutan hartu behar ditugu.

Estudio edo ikerkuntza honetan produktu bat bakarrik kontsideratuko dugu; produktu hori sorburu batzuk edo lantegi batzuk ekoizten dutela, beste helburu edo biltegi batzuk eskatzen dutela eta produktua loteka garraiatuko dela suposatuko dugu.

Guretzat, lotea, kamioiaren edo wagoiaren edo kontainerraren edo, generalki esanez, garraio-unitatearen kapazitatea edo ahalmena izango da. Sinplifikazio hori egin eta gero, lantegi batetik beste edozein biltegitaraino bide berezi bat edo kanale bat dagoela suposa daiteke, eta, oraingoz, demagun kanale bakoitzari garraio-unitatearen kostu fixu eta berezi bat dagokiola eta kanaleek mugagabeko garraio-ahalmena dutela.

Adibide bat ipintzeko, suposa dezagun gure problema, produktu bat Euskal Herrian zehar banatzea dela eta, horretarako, herrialde bakoitzak biltegi majorista bat duela, zein hiru lantegitatik hornitzen baita, lantegiak Bilbon, Iruñean eta Maulen egonik. Ikus 1. irudia.



1. IRUDIA

Eman dezagun, lantegian bertan herrialdeko biltegi majorista dagoela eta, beraz, herrialde horretan lantegitik biltegirako garraioaren kostua zero dela: kanale horren kostua zero da. Matematikoki,

$$V_i = j$$

$$K_{ij} = 0$$

non, K_{ij} , "i" lantegitik "j" biltegiraino doan kanalearen garraio-unitatearen kostu-adierazlea den.

Sorburu eta helburu multzo definituen artean, garraioaren kostu unitarioen taularen bidez, garraio-problema bat beti defini daiteke. Ikus 2. irudia. Taula hori zabaldu egin daiteke, problemaren beste karakteristika batzu jarritz.

Horrela 3. irudian, taulari erantsi diogun lerroak, biltegien eskariak erakusten ditu eta erantsi diogun zutabeak, lantegien gertutasunak.

Hemen eskariak eta gertutasunak edo ekoitzak berdinak direla suposatuko dugu, hots, produzitzen dena berdin biltegien eskaria, baina hori egia izango ez balitz, beste alegiazko zutabe bat erants geniezaioke, stock-ak (edo defizitak) erakusteko.

2. PROBLEMAREN PLANTEAMENDU ZENBAKIZKOA.

a) Kostuen matrizea: kanaleei dagozkien kostu unitarioek kostuen matrizea betetzen dute.

Kostu unitarioak zeintzu diren jakitea ez da huskeria bat baina toki hau horretaz azterketa egiteko ez da leku egokia. Horregatik, kanale bakoitzari dagokion kostu hipotetiko bat suposatu dugu gure alegiazko problema honetan. Ikus 4. irudia.

Problema konkretu batetan, kostu unitarioak nahi eta nahiez ongi lortu behar ditugu; bestela, soluzioak ez du baliorik izango. Horretarako garraio-era, distantzia, eta kanaleen beste ezaugarriak eta aldagaiak lasaiki aztertu behar ditugu.

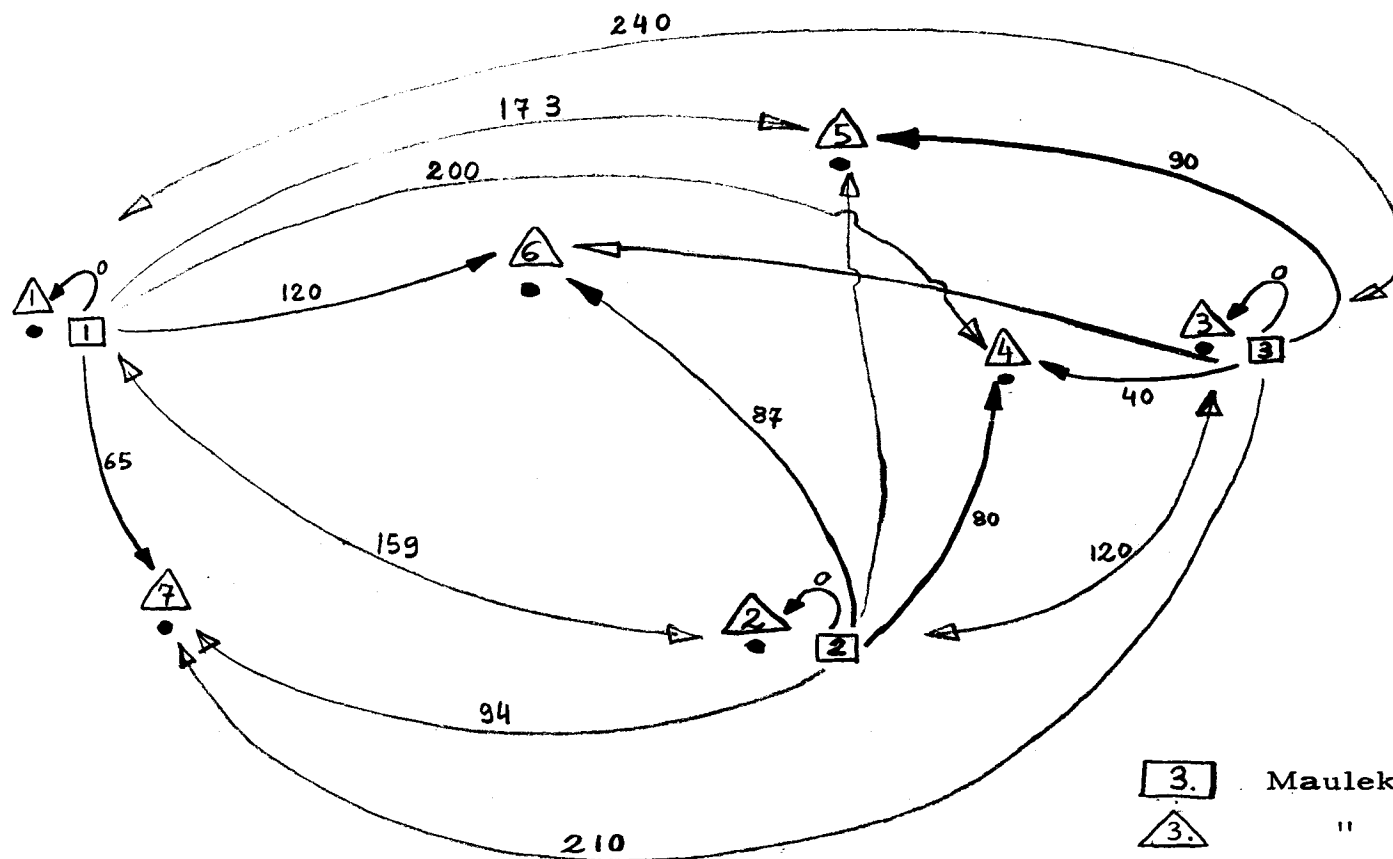
Helburua Sorburua	Bilboko Biltegia	Iruneko Biltegia	Mauleko Biltegia	Garaziko Biltegia	Baionako Biltegia	Donostiako Biltegia	Gasteizko Biltegia
	1	2	3	4	5	6	7
Bilboko lantegia 1	K_{11}	K_{12}	K_{13}	K_{14}	K_{15}	K_{16}	K_{17}
Iruneko lantegia 2	K_{21}	K_{22}	K_{23}	K_{24}	K_{25}	K_{26}	K_{27}
Mauleko lantegia 3	K_{31}	K_{32}	K_{33}	K_{34}	K_{35}	K_{36}	K_{37}

2. Irudia: Garraioaren kostuen matrizea edo taula, K_{ij} direlakoak "i" lantegitik "j" biltegiraino doan kanaleen garraio-unitatearen kostu-adierazleak direlarik.

Helburua Sorburua	1	2	3	4	5	6	7	Lantegien gertutasunak
1	K_{11}	K_{12}	K_{13}	K_{14}	K_{15}	K_{16}	K_{17}	G_1
2	K_{21}	K_{22}	K_{23}	K_{24}	K_{25}	K_{26}	K_{27}	G_2
3	K_{31}	K_{32}	K_{33}	K_{34}	K_{35}	K_{36}	K_{37}	G_3
Biltegien eskariak	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	

3. Irudia: Taula zabaldua.

4. Irudia: Kanaleei dagozkien kostu unitario hipotetikoak



- 1. Bilboko lantegia
- 1. " biltegia
- 2. Iruñeko lantegia
- 2. " biltegia
- 6. Donostiako biltegia
- 7. Gasteizko biltegia

- 3. Mauleko lantegia
- 3. " biltegia
- 4. Garaziko biltegia
- 5. Baionako biltegia

Helburua Sorburua	1	2	3	4	5	6	7
1	0	159	240	200	173	120	65
2	159	0	120	80	135	87	94
3	240	120	0	40	90	120	210

5. Irudia: Kostuen matrizea gure adibidean.

4. irudian dimentsio gabeko zenbakiak erabili ditugu; kostu-unitatea 1.000 pezeta, zein 100.000, zein beste izan daitekeekarik. Hau berdin zaigu azalpen mailan zeren eta, azken batez, faktore konstante komun batez biderkatuz soluzioa gaurkotu baitezakegu. 4. irudian agertzen diren zenbakiak matrize, eran jarritz, 5.irudian ikusten ditugu.

Nabari da aurrerago esan duguna: lantegi bakoitzean biltegi bat dagoela, eta lantegietatik biltegi horietarako garraioaren kostua zero dela:

$V_i = j, K_{ij} = 0.$

b) Lantegien gertutasunak edo eskaintza errealak eta biltegien edo merkatuen eskariak denbora-unitate batetan.

Eskaintzen eta eskarien lote-kantitateak orekan ez daudenean, stock-ak eta defizitak agertzen dira.

Adibidez:

Biltegiak Eskariak Gertutasunak		1	2	3	4	5	6	7	Eskari osoa
		9	7	4	1	5	8	6	42
1	20	Unitateak hemen ere arbitrarioak dira, eta lote izenez adierazten dira. Berdin da tonak, dozenak edo kamioikadak izatea.							
2	15								
3	10								
Gertutasun osoa	45								

6. Irudia

(Gertutasun osoa) — (Eskari osoa) = X = 3 lote.

X > 0 izanik, X stock-a da.

Eskariak gertutasunak baino handiagoak direnean, X < 0, defizitak agertuko dira.

Stock-ak eta defizitak kontutan hartzeko, beste zutabe bat erants daiteke.

Gure azalpena errazteko, eskaintzak eta eskariak orekan daudela suposatuko dugu, $X = 0$, eta horretarako "1" lantegiaren ekoitza 17 lotean finkatuko; beraz:

Lantegiak ↓	Gertutasunak
1	17
2	15
3	10
Gertutasun osoa	42

7. Irudia

Eskarien eta gertutasunen datuak geure aurreko 5. irudiari gehituko dizkiogu. Ikus 8. irudia.

Orain, gure kostuen matrizeak, gertutasunen zutabez eta eskarien lerroz zabaldua, bi eratako datu desberdinak ditu: kostu esanahia duten datuak eta kantitate-esanahia dutenak; hots, kanaleei dagozkien kostu unitarioak eta garraio-unitatezko kapazitateetan edo loteetan neurturiko eskaintzak eta eskariak.

Problemaren soluzioa (hots, eskariak betetzea garraioen kostua minimoa izanik), taula antzeko baten bidez eman daiteke, non, emaitza guztiak garraio-unitatezko kapazitateetan edo loteetan neurturik etorriko diren.

3. OINARRIZKO SOLUZIOA, BALAS-HAMMER METODOAREN ARAUERA.

Problema honek soluzio ugari du. Guk presentatuko duguna "diferentzia gehien" deiturikoa edo Balas-Hammer metodoaren bidez lortutakoa izango da.

Metodo honek "lagaturiko irabazien" nozioa sartzen du, kostu marginalen kriterioan oinarrituz.

Helburua Sorburua	1	2	3	4	5	6	7	Eskaintzak edo gertutasunak
1	0	159	240	200	173	120	65	17
2	159	0	120	80	135	87	94	15
3	240	120	0	40	90	120	210	10
Eskariak	9	7	4	3	5	8	6	(42)

8. Irudia: Taula edo matrize zabaldua.

Hona hemen metodoak segitzen dituen urratsak:

a) Lerro eta zutabe bakoitzean kenketa bat egiten da; kentzailea kostu minimoa da eta kenkizuna kostu aurreminimoa (hots, minimoa ez den minimoa). Adibidez, lehen biltegira eramateko kostuak (kostu-bektorea) hauek dira:

$$\begin{vmatrix} 0 \\ 159 \\ 240 \end{vmatrix}$$

Kostu minimoa 0 da, eta aurreminimoa 159.

Kenketa: $159 - 0 = 159$.

159 hau, lerro berri baten lehen elementua izango da.

Beste biltegi-tara eramateko kostuekin gauza berbera eginez, lerro berri horren elementuak lortuko ditugu. Ikus 9. irudia.

Beste adibide bat ipintzeko, lerro berri horren azken elementua nola lortu dugun ikus dezakegu. Azken biltegira eramateko kostuak (kostu-bektorea) hauek dira:

$$\begin{vmatrix} 65 \\ 94 \\ 210 \end{vmatrix}$$

Kostu minimoa 65 da, eta aurreminimoa 94.

Kenketa: $94 - 65 = 29$.

29 hau, lerro berri horren azken elementua da.

b) Lehen lantegitik biltegi guztietara bidaltzeko kostuekin prozedura berbera erabiliz, zera ikusten da, kostuak hauek direla:

$$\begin{vmatrix} 0 & 159 & 240 & 200 & 173 & 120 & 65 \end{vmatrix}$$

Kostu minimoa 0 da, eta kostu aurreminimoa 65 da.

Kenketa: $65 - 0 = 65$.

65 hau zutabe berri baten lehen elementua izango da.

Helburua Sorburua	1	2	3	4	5	6	7	Ekoitzak edo gertutasunak	Zutabe berria
1	0	159	240	200	173	120	65	17 - 9	65
2	159	0	120	80	135	87	94	15	80
3	240	120	0	40	90	120	210	10	40
Eskariak	9-9	7	4	3	5	8	6	42 - 9	
Lerro berria	159	120	120	40	45	33	29		

9. Irudia

Beste biltegietara eramateko kostuekin gauza berbera eginez, zutabe berri horren elementuak lortuko ditugu. Ikus 9. irudia.

c) Problemaren soluzio bat beste matrize baten bidez ager daiteke, zein n lauiek zenbaki bat baitute. Zenbaki horrek edozein sorburutatik edozein helburutaraino zenbat lote eraman behar diren adierazten du.

Oinarrizko soluzioaren zenbakiak lortzeko, lerro zein zutabe berrietan dauden zenbakietariko handiena aukeratzen dugu. 9. irudian ikusten denez, 159 da, eta zenbaki hau lehen biltegiari dagokio. Biltegi horretara loteak eramateko kostu minimoa, 0 da; zeroari dagokion matrizearen laukia, $(1,1)$ da.

$(1,1)$ laukiari dagozkion gertutasunaren (17) eta eskarien (9) artean minimoa dena (kasu honetan 9), oinarrizko soluzioaren matrizearen $(1,1)$ laukian ipiniko dugu. Ikus 10. irudia.

Orain bi kenketa egin behar ditugu $(1,1)$ laukiari dagozkion gertutasuna eta eskaria kenkizunak izanik, eta oinarrizko soluzioaren matrizean $(1,1)$ laukian ipini dugun zenbakia, kentzailea (Hots, $17-9$ eta $9-9$). Orduan 1. lantegitik ateratzen diren loteekin 1. biltegia betetzen dugu (saturatu egin dugu). Eta 1. lantegian oraindik $17 - 9 = 8$ lote geratzen dira banatu gabe, zeintzu beste biltegietara banatu behar diren. Gertutasun hauek gertutasunen zutabean jartzen dira 11. irudian.

Beti biltegi edo lantegi bat saturatu egiten da, zeroa dagokiona hain zuzen.

d) Biltegi saturatuaren zutabea (edo saturatzen dena lantegia bada, lantegi saturatuaren lerroa) kendu egiten da, eta taula laburtu horrekin, aurreko bidea berriro eginez, oinarrizko soluzioaren matrizean beste lauki bat lote-kantitate egoki batez beteko dugu (Ikus 11. irudia). Horretarako, bai lerro zein zutabe berrietan geratzen diren zenbakietariko handiena aukeratuko dugu, 120 izanik irudian ikusten den moduan. Zenbaki hau bigarren biltegiari zein hirugarren biltegiari dagokio; orduan, kasu honetan bigarren zein hirugarren biltegia aukeratzea berdina zaigu; bigarren biltegia har dezagun. Biltegi horretara loteak eramateko kostu minimoa, 0 da; zeroari dagokion matrizearen laukia, $(2,2)$ da.

10. Irudia

S H	1	2	3	4	5	6	7
L-1	[9]						
L-2'							
L-3							

(2,2) laukiari dagozkion gertutasunaren (15) eta eskarien (7) artean minimoa dena (kasu honetan 7), oinarrizko soluzioaren matrizearen (2,2) laukian ipiniko dugu. Ikus 11. irudia.

Honela 2, biltegia bete egingo dugu (saturatu egingo dugu). Orain 2. biltegi hori betetzeko erabili ditugun loteak gertutasunetatik kendu beharko ditugu: $15 - 7 = 8$. Ikus 12. irudia.

Hola eginez, beste biltegi edo lantegi bat saturatu dugu, zeroa dagokiona hain zuzen; hemen bigarren biltegiaren eskariak bete ditugu, eta saturatu egin dugu; eta, beraz, 2. zutabea kendu egiten da.

e) Azkenean, era berdinean jarraituz, urrats bakoitzean lerro edo zutabe bat saturatzen da, azken urratsean izan ezik, zeinetan lerro eta zutabe bat gutxienez saturatzen baitira. Ikus 12. iruditik aurrera. 18. irudian, beheko partean, Balas-Hammer metodoaren bidez lortutako oinarrizko soluzio bat ikusten da.

Agertzen diren zenbakiak eta hutsik diren laukiak unitate batez ugaltzeko, A_{ij} , gero ikusiko dugun moduan.

Zenbaki berriek garraio-kostu berri bat defini dezakete, aurreko kostua aldatuz. Guri, oraingoz, gehien interesatzen zaizkigun ugaltzenak, hasieratik hutsik zeuden laukiei dagozkienak dira. Ikus 19. irudia, non A_{ij} i lantegitik j biltegiara eraman dezakegun lote-adierazlea den; adibidez, A_{37} , $i = 3$, hirugarren lantegitik, $j = 7$, zazpigarren biltegiara eraman dezakegun lote-adierazlea.

Helburua Sorburua	1	2	3	4	5	6	7	Oraingoz geratzen diren . gertutasunak	Zutabe berria
1		159	240	200	173	120	65	8	55
2		[0]	120	80	135	87	94	[15] [-7]	80
3		120	0	40	90	120	210	10	40
Oraingoz geratzen diren eskariak		[7]	4	3	5	8	6	(33)	
Lerro berria		120	120	40	45	33	29		

L-1	9						
L-2		[7]					
L-3							

11. Irudia .

Helburua Sorburua	1	2	3	4	5	6	7	Oraingoz geratzen diren gertutasunak	Zutabe berria
1	-	-	240	200	173	120	65	8	55
2	-	-	120	80	135	87	94	8	7
3	-	-	[0]	40	90	120	210	[10] [-4]	40
Oraingoz geratzen diren eskariak	-	-	[4]	3	5	8	6	(26)	
Lerro berria	-	-	120	40	45	33	29		

L-1	9						
L-2		7					
L-3			[4]				

12. Irudia

Helburua Sorburua	1	2	3	4	5	6	7	Oraingoz geratzen diren gertutasunak	Zutabe berria
1				200	173	120	65	8 [-6]	55
2				80	135	87	94	8	7
3				40	90	120	210	6	50
Oraingoz geratzen diren eskariak				3	5	8	6	(22)	
Lerro berria				40	45	33	29		

L-1	9						6
L-2		7					
L-3			4				

13. Irudia

Helburua Sorburua	1	2	3	4	5	6	7	Oraingoz geratzen diren gertutasunak	Zutabe berria
1				200	173	120		2	53
2				80	135	87		8	7
3				40	90	120		6	50
Oraingoz geratzen diren eskariak				3	5	8 -2		(16)	
Lerro berria				40	45	33			

L-1	9					2	6
L-2		7					
L-3			4				

14. Irudia

Helburua Sorburua	1	2	3	4	5	6	7	Oraingoz geratzen diren gertutasunak	Zutabe berria
1									
2				80	135	87		8	7
3				[40]	90	120		[6] [-3]	50
Oraingoz geratzen diren eskariak				[3]	5	6		(14)	
Lerro berria				40	45	33			

L-1	9					2	6
L-2		7					
L-3			4	[3]			

15. Irudia

Helburua Sorbura	1	2	3	4	5	6	7	Oraingo geratzen diren gertutasunak	Zutabe berria
1									
2					135	87		8 -6	48
3					90	120		3	30
Oraingo geratzen diren eskariak					5	6		(11)	
Lerro berria					45	33			

L-1	9					2	6
L-2		7				6	
L-3			4	3			

16. Irudia

Helburua Sorburua	1	2	3	4	5	6	7	Oraingo ^z geratzen diren gertutasunak	Zutabe berria
1									
2					135			2	0
3					90			3	0
Oraingo ^z geratzen diren eskariak					5 -3			(5)	
Lerro berria					45				

L-1	9					2	6
L-2		7				6	
L-3			4	3	3		

17. Irudia

Helburua Sorburua	1	2	3	4	5	6	7	Oraingoz geratzen diren gertuta sunak	Zutabe berria
1									
2					[135]			[2]	0
3									
Oraingoz geratzen diren eskariak					[2]			(2)	
Lerro berria					0				

L-1	9					2	6
L-2		7			[2]	6	
L-3			4	3	3		

18. Irudia

19. Irudia

Helburua Sorbura	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	B ₇
L ₁	9	A ₁₂	A ₁₃	A ₁₄	A ₁₅	2	6
L ₂	A ₂₁	7	A ₂₃	A ₂₄	2	6	A ₂₇
L ₃	A ₃₁	A ₃₂	4	3	3	A ₃₆	A ₃₇

Oinarrizko soluzioak garraioaren kostu bat ematen digu: GK_0 ; hau optimoa den ala ez jakiteko, "Berregokitze zirkularra" erabiliko dugu.

Berregokitze zirkularra, BZ_{ijk} , zer den gero azalduko dugu, baina A_{ij} bati BZ_{ijk} ren aukera bat edo gehiago (k) dagokio, aukera bakoitzari garraioaren kostu desberdina, GK_{ijk} , dagokiolarik.

Hau, eskematikoki, 20. irudian azalduta dago. A_{ij} ugalpena egin ondoren, posible diren berregokitze zirkular guztiak, BZ_{ijk} , egiten dira, eta bakoitzari dagokion garraio-kostua kalkulatzen da (GK_{ijk}).

Garraio-kostua (berregokitzearen ondoren) =

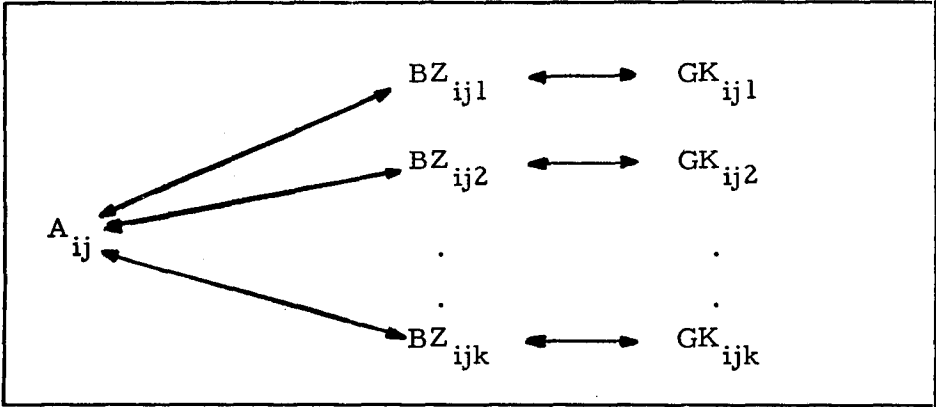
Oinarrizko garraio-kostua + berregokitze zirkularra

$$GK_{ijk} = GK_0 + BZ_{ijk}$$

Garraio-kostu berria, oinarrizko soluzioak duen GK_0 kostuarekin konparatzen da. Txikiena, hoberena izango da, noski.

Beraz, $GK_{ijk} > GK_0$ (Hots, berregokitze zirkularra > 0)

20. Irudia



Oinarrizko soluzioaren garraio-kostua txikiago da berregokitzea egin baino lehen. Beraz, berregokitzea ez da ona.

$GK_{ijk} < GK_o$ (Hots, berregokitze zirkularra < 0)

Berregokitze zirkularra egin ondoren lortutako garraio-kostua oinarrizko soluzioarena baino txikiago da. Beraz, oinarrizko soluzioa hobeagotu egin dugu.

Ikus dezagun prozedura hau gure problemaren kasuan.

4. OINARRIZKO SOLUZIOAREN OPTIMIZATZEA. STEPPING-STONE ALGORITMOAREN ARAUERA.

Oinarrizko soluzioa, normalean ona izan arren, kostu minimokoa ez izatea gerta daiteke; eta, orduan, oinarrizko soluziotik garraioari dagokion kostu txikiagoko soluzio bat lortzen saiatu behar gara. Soluzio hobe bat lortzeko, (L_1, B_2) laukiari unitate bat gehituko (!) diogula suposatuko dugu. Ikus 21. irudia. Lehen lantegitik (L_1) bigarren biltegitira (B_2) unitate bat gehiago $(A_{12} = + 1)$.

Helburua	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	B ₇
Sorburua							
L ₁	9	4				2	6
L ₂		7			2	6	
L ₃		—	4	3	3		

21. Irudia

ematen badugu, biltegi horren eskaria gaintitzen dugu. Eskarien oreka berreskuratzeko, beste edozein tokitatik eramaten ditugun unitateetatik, bat gutxiago eraman beharko dugu: hots, bigarren lantegitik unitate bat

gutxiago (-) helduko zaio ($A_{22} = -1$). Horrela eginez, biltegien eskaria berriro orekan egongo da, baina lehen eta bigarren lantegien gertutasunak desorekatuak daude; adibidez, lehen lantegiak ezin du horrenbeste produ- zitu, eta bigarren lantegiak soberan produzituko du. Oreka birlortzeko, lehen lantegiak B_2 biltegiari lote bat bidaltzen badio, beste biltegi bati unitate bat gutxiago bidaliko dio, zeini bigarren lantegiak bere oreka berreskuratze- ko unitate bat gehiago bidaliko baitio. Prozesu honi "Berregokitze zirkularra" esango diogu.

Oinarritzko soluzioan, lehen lantegiak lehen, seigarren eta zazpigarren biltegietan banatzen du bere gertutasuna; eta bigarren biltegira bidaltzeko behar dugun unitatea, horietatik kendu beharko dugu.

Aukera guztiak, BZ_{ijk} , ikertu behar ditugu.

	B_1	B_2
L_1	9 -	4
L_2	4	- 7

22. Irudia: Berregokitze zirkularra.

$$BZ_{121} = A_{12} - A_{11} + A_{21} - A_{22}$$
$$BZ_{121} = 159 - 0 + 159 - 0$$
$$BZ_{121} = 318$$
$$BZ_{121} > 0$$
$$GK_{121} = GK_0 + BZ_{121}$$
$$GK_{121} > GK_0$$

	1	2
1	0	159
2	159	0

23. Irudia: Kostu unitarioen taularen zati bat.

Hasteko, BZ_{121} : Alde batetik lehen biltegiari unitate bat kenduko (-) diogu, eta bestetik unitate bat emango (+), 22. irudian ikusten den moduan.

Berregokitze zirkularrean kostuen aldakuntza, unitateko, erraz kalkula daiteke kostu unitarioen taula erabiliz (ikus 23. irudia).

1		159				120	
2		0				87	
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7
L_1		+				- 2	
L_2		- 7				+ 6	

24. Irudia: Beste berregokitze zirkular bat.

Ikusten den moduan, garraioen kostua handitu egiten da. Hots, egin den suposizioarekin ezin dugu soluzioa hobetu.

Gure ikerketari jarraikitzeke, har dezagun beste aukera bat, BZ_{122} adibidez. Alde batetik, seigarren biltegiari unitate bat kenduko (-) diogu, eta bestetik, unitate bat emango (+), 24. irudian ikusten den bezala. Aukera honetan "kostu marginal unitarioa" BZ_{122} izango da:

$$BZ_{122} = \Delta_{12} - \Delta_{22} + \Delta_{26} - \Delta_{16}$$
$$BZ_{122} = 159 - 0 + 87 - 120$$
$$BZ_{122} = 126$$
$$BZ_{122} > 0$$

Aukera hau ere, GK_{122} GK_0 izanik, ez da egokia gure soluzioa hobetzeko.

(L_1, B_2) laukia gehitzeko aukerak, BZ_{12k} , amaitzeko ($k = 3$), alde batetik zazpigarren biltegiari unitate bat kenduko $(-)$ diogu, eta bestetik unitate bat emango $(+)$, 25. irudian azaltzen den bezala. Orain:

1		159					65
2		0					94
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7
L_1		+					- 6
L_2		- 7					+

25. Irudia: BZ_{123}

$$BZ_{123} = \Delta_{12} - \Delta_{22} + \Delta_{27} - \Delta_{17}$$
$$BZ_{123} = 159 - 0 + 94 - 65$$
$$BZ_{123} = 188$$
$$BZ_{123} > 0$$
$$GK_{123} > GK_0 \text{ izanik, aukera hau ere ez da egokia.}$$

(L_1, B_2) laukian unitate bat jartzea ez da egokia soluzioa hobetzeko. Beraz, $(1, 2)$ huts geratuko da. BZ_{12k} utziz gero, BZ_{13k} delakoan jarraituko dugu:

BZ_{13k} -ren aukerak ikertu ondoren ($BZ_{131} = 480$; $BZ_{132} = 240$; $BZ_{133} = 385$), BZ_{14k} -rekin jarraituko dugu ($BZ_{141} = 400$; $BZ_{142} = 160$; $BZ_{143} = 305$), eta era berean beste BZ_{ijk} guztiekin. Ikus 26. irudia, $BZ_{ijk} < 0$ baka-rra, BZ_{242} dugu, $BZ_{242} = -5$ izanik.

BZ _{ikj}		k = 1	k = 2	k = 3	k = 4	k = 5	k = 6
i = 1	j = 2	318	126	188	-	-	-
	j = 3	480	240	385	-	-	-
	j = 4	400	160	305	-	-	-
	j = 5	197	3	67	323	83	228
i = 2	j = 1	318	197	192	-	-	-
	j = 3	240	75	153	-	-	-
	j = 4	160	- 5	73	-	-	-
	j = 7	188	75	62	-	-	-
i = 3	j = 1	480	400	167	-	-	-
	j = 2	240	160	165	-	-	-
	j = 6	240	160	83	153	73	78
	j = 7	385	305	72	-	-	-

26. Irudia

Azken adibide bat jartzeko, BZ_{242} har dezagun. Horretarako (L_2, B_4) laukia unitate batez gehituko (+) dugu. Ikus 27. irudia, B_4 -en eskaria berriro orekan jartzeko aukera bat besterik ez dugu, $A_{34} = -1$, hots (L_3, B_4) unitate batez gutxitzea (-). Bigarren lantegien gertutasunak orekan uzteko, hiru aukera ditugu: bai bigarren biltegira unitate bat gutxiago bidaltzea, bai bostgarren biltegira berdin egitea, zein sei-garren biltegira berdin egitea. Lehen aukeran, 26 irudian ikusten den bezala, $BZ_{241} = 160$, "kostu marginal unitarioa" > 0 ; orduan, berregokitze zirkular hau ez da egokia izango. Bigarren aukeran (ikus 27. irudia).

$$\begin{aligned} BZ_{242} &= \Delta_{24} - \Delta_{34} + \Delta_{35} - \Delta_{25} \\ BZ_{242} &= 80 - 40 + 90 - 135 \\ BZ_{242} &= - 5 \end{aligned}$$

$$\text{"kostu marginal unitarioa"} < 0$$

2				80	135		
3				40	90		
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	B ₇
L ₂				+	-	2	
L ₃				-	+	3	

27. Irudia: BZ₁₃₂

Unitate batekin egin dena, bi unitaterekin egiten da orain; izan ere, batekin kostua gutxitzen bada, bi unitaterekin are gehiago gutxituko da. Ikus 28. irudia.

L ₁	9					2	6
L ₂		7		+2	-2	6	
L ₃			4	-2	+2		

28. Irudia

"Bi unitate" $BZ_{242} = 2 \cdot (-5) = -10.$

Kasu honetan bi unitate baino gehiago daiteke erabil, zeren (L₂, B₅) laukitik ken genezakeen gehiena, 2 unitate baita. Orduan, kostua txikiagotzeko erabili behar den unitate-kopurua hau izango da: gutxienez, lauki bat hustu arte behar den unitate-kopurua (kasu honetan, bi).

Garraioaren kostu-gehikuntza:

$$N \times BZ_{ijk} = 2 \times BZ_{242} = -10$$

Ikusten den bezala, garraioaren kostuak hamar unitatez txikitu dira, lortu dugun soluzio berrian (ikus 29. irudia). Lehen egin dugun bidea berriro eginez,

Helburua Sorburua	1	2	3	4	5	6	7	Gertuta- sunak
1	0	159	240	200	173	120	65	17
2	159	0	120	80	135	87	94	15
3	240	120	0	40	90	120	210	10
Eskariak	9	7	4	3	5	8	6	(42)

L-1	9	Δ_{12}	Δ_{13}	Δ_{14}	Δ_{15}	2	6	17
L-2	Δ_{21}	7	Δ_{23}	2	Δ_{25}	6	Δ_{27}	15
L-3	Δ_{31}	Δ_{32}	4	1	5	Δ_{36}	Δ_{37}	10

29. Irudia

BZ_{ijk} berria lortuko dugu.

30. irudian ikusten den bezala, orain ez dago $BZ_{ijk} < 0$, eta horregatik gure azken soluzioa optimoa da, ezin baita hobetu.

BZ _{ikj}		k = 1	k = 2	k = 3	k = 4	k = 5	k = 6
i = 1	j = 2	318	126	188	-	-	-
	j = 3	480	240	385	-	-	-
	j = 4	279	86	149	400	160	305
	j = 5	323	83	228	-	-	-
i = 2	j = 1	318	279	192	-	-	-
	j = 3	240	80	153	-	-	-
	j = 5	165	5	78	-	-	-
	j = 7	188	149	62	-	-	-
i = 3	j = 1	480	400	167	-	-	-
	j = 2	240	160	165	-	-	-
	j = 6	240	160	83	153	73	78
	j = 7	385	305	72	-	-	-

30. Irudia

5. TESTA.

A. SOLUZIO OPTIMOA.

Lorturiko hori soluzioa optimoa dela, beste era batera frogatzeko, M matrizea eraikiko dugu, M matrizea n.m dimentsiokoa izanik. Soluzioaren baloreak degozkien laukietan, asterisko bat eta dagozkien kostuak idatziko ditugu, 31. irudian ikusten den moduan.

L lerroa eta Z zutabea erantsiko ditugu, zero bat ipiniz edozein L-ren edo Z-ren laukian; guk Z-ren lehen laukian idatzi dugu. $Z_1 = 0$, eta gero beste Z_i eta L_j direlakoak lortuko ditugu formula hau erabiliz:

$$L_j + Z_i = K_{ij}$$

non K_{ij} kostu-matrizetik ezagutzen baitugu.

Test bat lortzen ari garenerako soluzioa degeneratua ez bada, beti kalkula daitezke L_j eta Z_i terminoak.

L_j eta Z_i lortu ondoren, eta haien tokietan idatzirik, ikus 31. irudia, zuriak diren laukiak, $L_j + Z_i = M_{ij}$ ekuazioa erabiliz, aterako dugun M matrizea nola geratzen den. 32. irudian ikusten da.

Test-matrizea, kenketaz lortzen dugu: $M - K = T$
non: M : kalkulatu dugun matrizea baita.

K : kostu-matrizea baita.

T : lortu nahi dugun matrizea baita.

Soluzioari dagozkion laukiek ez dute zenbakirik, ez baitira beharrezkoak, M eta K matrizeetan berdinak dira eta. Horregatik, lauki horietan asterisko bana idazten da.

T matrizean kenketen emaitzak ipintzen ditugu; zero baino txikiagoa izanik, "-" (minus) zeinua idatziz (ikus 33. irudia).

Soluzioa optimoa izateko, ez da zero baino zenbaki handiagorik agertu behar. Gure kasuan, soluzioa optimoa dela esan daiteke.

Zeroa agertzen bada, guk lortu dugun soluzioa bezain ona den beste soluziorik ere ba dagoela esan nahi du.

B. OINARRIZKO SOLUZIOA.

Lortu dugun lehen oinarrizko soluzioa —ikus 18. irudia— optimoa ez dela, testaren bidez frogatuko dugu.

Lehen egin dugun moduan, orain, M' matrizea kalkulatu dugu (ikus 34. eta 35. irudiak).

Test-matrizea, T' , kenketaz lortuko dugu: $M' - K = T'$. Gure kasuan —ikus 36. irudia— zero baino handiago den zenbaki bat agertzen da ($i = 2$, $j = 4$) eta, horregatik, ezin da esan, lorturiko soluzioa optimoa denik. $M'_{24} = 5$.

M							Z		
⚡					⚡	⚡			
0					120	65	0		
	⚡		⚡		⚡		-33		
	0		80		87				
		⚡	⚡	⚡			-73		
		0	40	90					

L	0	33	73	113	163	120	65
---	---	----	----	-----	-----	-----	----

31. Irudia

M							Z		
⚡					⚡	⚡			
0	33	73	113	163	120	65	0		
-33	⚡		⚡		⚡		-33		
	0	40	80	130	87	32			
-73	-40	⚡	⚡	⚡	47	-8	-73		
		0	40	90					

L	0	33	73	113	163	120	65
---	---	----	----	-----	-----	-----	----

32. Irudia

✱	33	73	113	160	✱	✱
-33	✱	40	✱	130	✱	32
-73	-40	✱	✱	✱	47	-8

M

✱	159	240	200	173	✱	✱
159	✱	120	✱	135	✱	94
240	120	✱	✱	✱	120	210

K

=

✱	-	-	-	-	✱	✱
-	✱	-	✱	-	✱	-
-	-	✱	✱	✱	-	-

T

33. Irudia

M							Z
±					±	±	0
0					120	65	
	±			±	±		-33
	0			135	87		
		±	±	±			-78
		0	40	90			

L	0	33	78	118	168	120	65
---	---	----	----	-----	-----	-----	----

34. Irudia

M							Z
±	33	78	118	169	±	±	0
-33	±	45	85	±	±	32	-33
-78	-45	±	±	±	42	-13	-78

L	0	33	78	118	168	120	65
---	---	----	----	-----	-----	-----	----

35. Irudia

±	33	78	118	168	±	±
-33	±	45	85	±	±	32
-78	-45	±	±	±	42	-13

M

±	159	240	200	173	±	±
159	±	120	80	±	±	94
240	120	±	±	±	120	210

K

=

±	-	-	-	-	±	±
-	±	-	5	±	±	-
-	-	±	±	±	-	-

T'

36. Irudia

6. OINARRIZKO SOLUZIOAREN OPTIMIZATZEA, TESTAREN ARAUERA.

Lehen eraiki dugun T' testak, soluzioa optimoa ez dela azaltzen badigu, hiru urratsetan egingo dugun prozesuaz, hobetu egingo dugu soluzioa.

LEHEN URRATSA

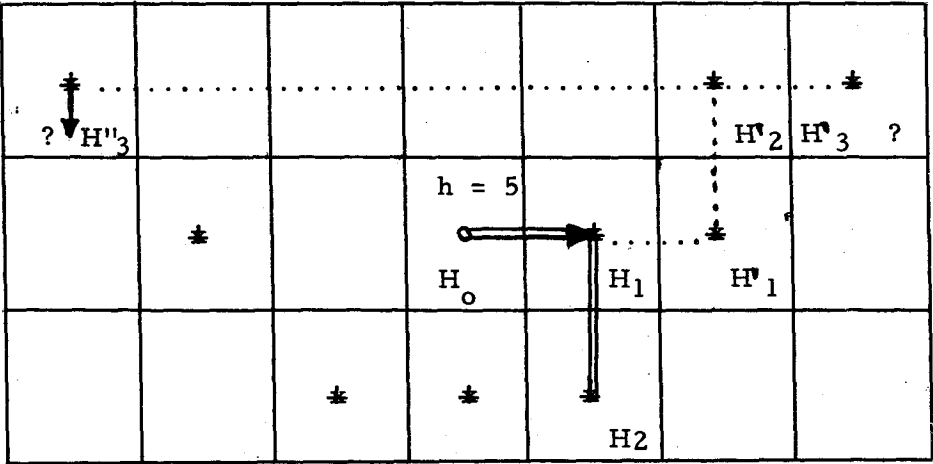
T' matrizearen zenbaki handiena hartuko dugu, gure kasuan $h = 5$; eta lauki horretatik (H_0) hasita, soluzio-puntu batzu ukituz, zirkuitua segituko dugu.

Zirkuitua egiteko, honela egin behar dugu:

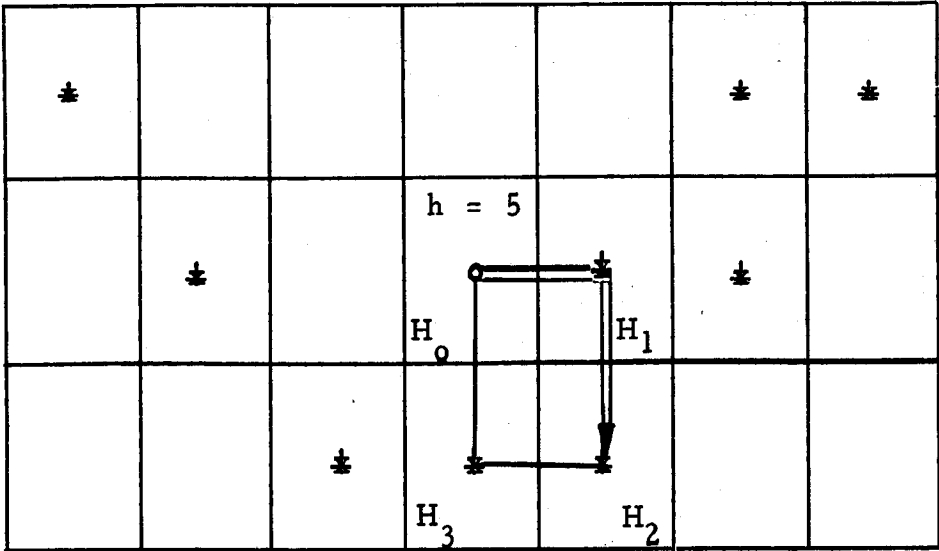
A. $h = 5$ zenbakiari dagokion laukitik, hots, 37. irudiko H_0 -tik, eta dagokion lerroan zehar, $i = 2$, beste lerroko soluzio-laukia (H_2) eduki duen zutabean dagoen soluzio-laukira (H_1 -era) joango gara. Ikus 37. irudia, non beste bidea, H'_1 eta H'_2 erabiliz, azaltzen den; beste bide hori ez da erabilgarri, H'_3 -tik edo H'_3 -tik zirkuitua ezin baitu segitu.

B. H_1 -tik H_2 -ra joango gara. Eta gero:

C. Behar dugun bezainbeste aldiz A eta B berriro egingo ditugu, orain lehen pausoa H_2 -tik H_3 lortuz, eta H_0 -ra heldu denean zirkuitu itxi arte (ikus 38. irudia).



37. Irudia

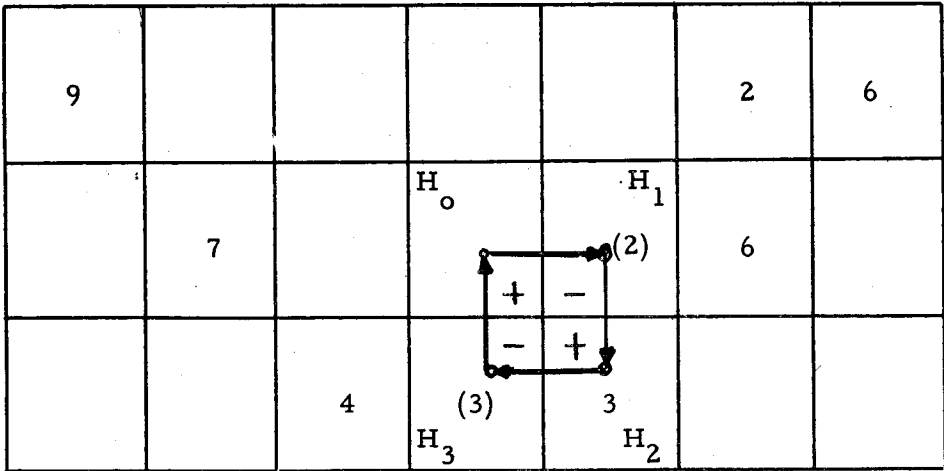


38. Irudia

BIGARREN URRATSA.

Zirkuituaren erpinetan alternatiboki plus (+) eta minus (-) zeinuak idatziko ditugu, H_0 -ri plus (+) dagokiolarik. Minus (-) dagokien soluzio-laukien baloreetatik (gure kasuan $H_1 = 2$ eta $H_3 = 3$ direlakoetatik, 39. irudian ikus daitekeenez) txikiena hartuko dugu: 2.

Ezin da 2 baino gehiago kendu.



39. Irudia

HIRUGARREN URRATSA.

Berregokitze zirkularrean egin genuen moduan, 2 unitate gehituko eta kenduko ditugu alternatiboki, soluzio berria lortzeko (ikus 40. irudia).

Soluzio berria ea optimoa den jakiteko, beste test bat eariki behar dugu.

Gure kasuean ez da beharrezkoa, 5.A partean soluzio berbera optimoa dela frogatu baitugu.

9					2	6
	7		$0 + 2 = 2$ 2	$2 - 2 = 0$	6	
		4	$3 - 2 = 1$ 1	$3 + 2 = 5$ 5		

40. Irudia

7. SOLUZIO DEGENERATUAK.

Demagun 5. irudiko n.m. dimen tsioko kostu-matrizeko garraioaren problema.

Izan bedi: $N = m + n - 1$

Soluzioa Z zenbaki ez-nuluek osotzen dute: $Z \leq N$
Gure kasuan: $Z \leq N = 7 + 3 - 1$
 $Z \leq 9$

Aztertu ditugun soluzio optimoa eta oinarrizko soluzioa, bederatzi zenbakiz osotua dira, soluzio arruntak izanik.

Garraioaren problemaren soluzioa $Z < N$ zenbakiz osotua baldin bada, soluzio hori degeneratua dela esango dugu.

$Z < N$ izanik $(N - Z)$, kendura "soluzioaren degenerazio-gradua" deituko dugu.

41. irudian: $N = m + n - 1 = 7 + 3 - 1 = 9$

$Z = 8$
 $N - Z = 9 - 8 = 1$

9			2			6
	7				8	
		4	1	5		

41. Irudia

Kasu honetan soluzioaren degenerazio-gradua bat da; hots, lehenengo gradukoa da.

Soluzio degeneratua aztertzeko, lehen azaldu dugun testa izen da zuzenki erabili, baina, ikusiko dugun moduan, aldaketa txiki bat egin ondoren, arazoa gaindituko dugu.

Lehen egin dugun bezala orain ere eginik, 42. irudian agertzen diren L eta Z direlakoen baloreak lortuko ditugu, baina ezin ditugu lauki guztietako zenbakiak lortu. L eta Z zenbakiez, M matrizean, ahal ditugun lauki hutsak bete egingo ditugu; baina ezin dira guztiak bete, Z_i eta L_j guztiak ez baititugu ezagutzen (ikus 43. irudia).

Degeneraziotik datorkigun indeterminazioa, M matrizeko edozein lauki hutsetan ϵ zenbaki txikia (ez zaigu axola zein den) sartuz gaindi dezakegu.

Guk M (1, 2) laukian idatziko dugu, degenerazio-gradu bat gaindituz.

Degenerazio-gradua bigarrena edo handiagoa izango balitz, ϵ batez ez ginateke gai izango, M matrizeko lauki guztiak betetzeko, beste "d" ϵ batzu erabiliko genituzke, d delakoa degenerazio-graduen arauerakoa izanik.

Gure kasuan ϵ batez nahikoa da, 44. irudian ikusten den moduan, degenerazio-gradua bat bakarra baita.

M							Z	
$\neq$			$\neq$			$\neq$	0	
0			200			65		
	$\neq$				$\neq$			
	0				87			
		$\neq$	$\neq$	$\neq$				
		0	40	90			-160	

L	0		160	200	250		65
---	---	--	-----	-----	-----	--	----

[illegible]

43. Irudia

M							Z	
$\pm$	$\pounds$		$\pm$			$\pm$	0	
0		160	200	250	$87\pounds$	65		
	$\pm$				$\pm$		$-\pounds$	
$-\pounds$	0	$160-\pounds$	$200-\pounds$	$250-\pounds$	87	$65-\pounds$		
		$\pm$	$\pm$	$\pm$			-160	
-160	$\pounds-160$	0	40	90	$-73\pounds$	-100		

L	0	$\pounds$	160	200	250	$87\pounds$	65
---	---	-----------	-----	-----	-----	-------------	----

44. Irudia

±	£	160	±	250	874£	±
-£	±	160-£	200-£	250-£	±	65-£
-160£	-160	±	±	±	£-73	-100

M

±	159	240	±	173	120	±
159	±	120	80	135	±	94
240	120	±	±	±	120	210

K

=

±	-	-	±	77	-	±
-	±	40-£	120-£	115-£	±	-
-	-	±	±	±	-	-

T

45. Irudia

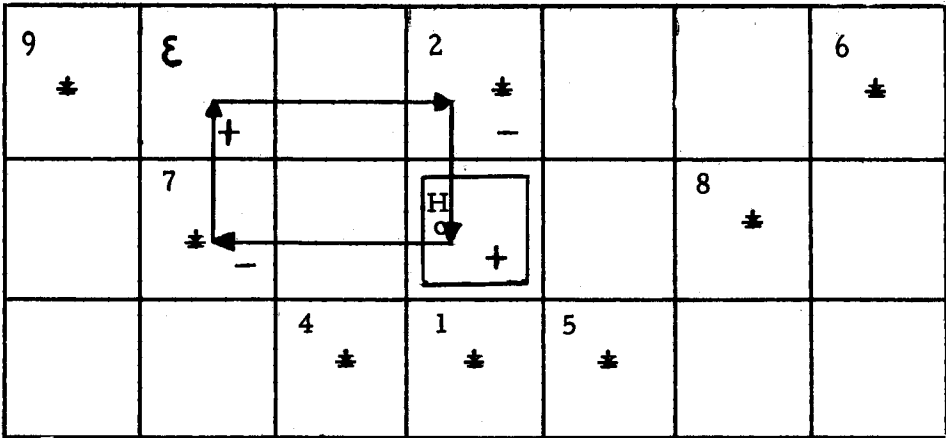
M matrizearen laukiak bete ondoren, testa erabiliko dugu, soluzioa nolakoa den jakiteko.

45. irudian ikusten denez, aztertzen ari garen soluzioa ez da optimoa, bertan zero baino handiago diren zenbaki batzu agertzen baitira,

Soluzioa, seigarren partean azaldu dugun metodoaz hobetzera saiatuko gara (ikus 46. irudia).

Batzutan, behin eta berriz erabili behar da metodo hori, zeren, sarritan, lehen erabilketaren ondorioz ϵ delakoa lauki batetik bestera bidaltzea besterik ez baita lortzen.

T matrizearen zenbaki handiena hartuko dugu, hots, $h = 120 - \epsilon$, eta lauki horretatik (H_0) hasita, soluzio-puntua $-\epsilon$ jarri dugun laukia barne kontsideratuz— ukituz, zirkuitua egingo dugu (ikus 46. irudia).



46. Irudia

9	$\varepsilon + 2 \approx 2$ 2		$2 - 2 = 0$			6
	$7 - 2 = 5$ 5		$0 + 2 = 2$ 2		8	
		4	1	5		

47. Irudia

Lortu dugun soluzio berria, degeneratua izan daiteke, baina gure kasuan arrunta da, 47. irudian ikusten denez. Nolakoa den jakiteko, berriro eraikiko dugu testa, eta oraindino optimoa ez bada, jadanik ezagutzen dugun prozesua segituko dugu, soluzio optimoa lortu arte (ikus 48. eta 49. irudiak). T matrizean zero baino handiago diren zenbaki batzu agertzen direnez, horrek, aztertzen ari garen soluzioa optimoa ez dela esan nahi du, eta optimoa lortzeko bidea segitzeko, zenbaki handienari, $h = 130$ delakoari, dagokion laukitik hasiko gara zirkuitu berria egiten (ikus 50. irudia). Azkenean, 51. irudiko soluzioa topatzen dugu, gure kalkulaketa amaituz, lehen, 5. partean, frogatu dugunez, soluzio hori optimoa baita.

Gainera, soluzio optimo bakarra da, gero ikusiko denez.

M							Z
$\pm$	$\pm$					$\pm$	0
0	159	199	239	289	246	65	
	$\pm$		$\pm$		$\pm$		-159
-159	0	40	80	130	87	-94	
		$\pm$	$\pm$	$\pm$			-199
-199	-40	0	40	90	47	-134	

L	0	159	199	239	289	246	65
---	---	-----	-----	-----	-----	-----	----

±	±	199	239	289	246	±
-159	±	40	±	130	±	-94
-199	-40	±	±	±	47	-134

M

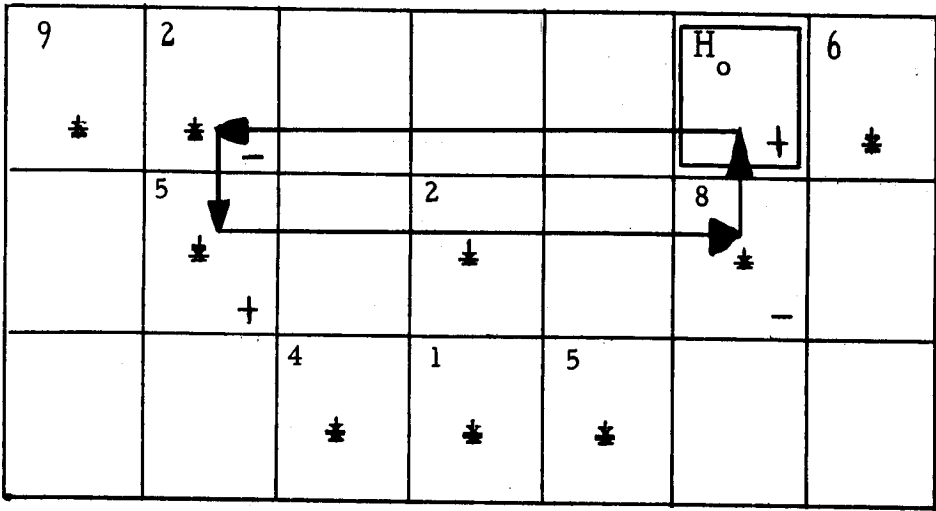
±	±	240	200	173	120	±
159	±	120	±	135	±	94
240	120	±	±	±	120	210

K

±	±	-	39	116	130	±
-	±	-	±	-	±	-
-	-	±	±	±	-	-

T

49. Irudia



50. Irudia

	$2-2=0$				$0+2=2$	
9					2	6
	$5+2=7$				$8-2=6$	
	7		2		6	
		4	1	5		

51. Irudia

8. SOLUZIO OPTIMO ANIZKOITZA.

Gure kostu-matrizean, Bilbotik Baionara 173-tako garraio-kostua dugu, eta Iruñetik Baionara 135-takoa.

Demagun, autobide berrien ondorioz, gaurko kostuak 160 eta 130 direla.

0	159	240	200	160	120	65
159	0	120	80	130	87	94
240	120	0	40	90	120	210

33. irudiko testa berriro eginez, 52. irudikoa lortuko dugu. Lehen soluzioa optimoa dela adierazten du, baina orain ez da soluzio optimo bakarra, bi bideak baititugu beste soluzioak lortzeko.

Lehen bideari jarraituz, ikus 53. irudia, 54. irudiko soluzio optimo degeneratua lortzen dugu. Eta bigarren bidea jarraituz, ikus 55. irudia, 56. irudiko soluzio optimoari heltzen gatzaizkio.

Kostu-matrize berriari dagozkion hiru soluzio optimoetarik, bat degeneratua eta bi arruntak dira.

✱	33	73	113	160	✱	✱
-33	✱	40	✱	130	✱	32
-73	-40	✱	✱	✱	47	-8

M

-

✱	159	240	200	160	✱	✱
159	✱	120	✱	130	✱	94
240	120	✱	✱	✱	120	210

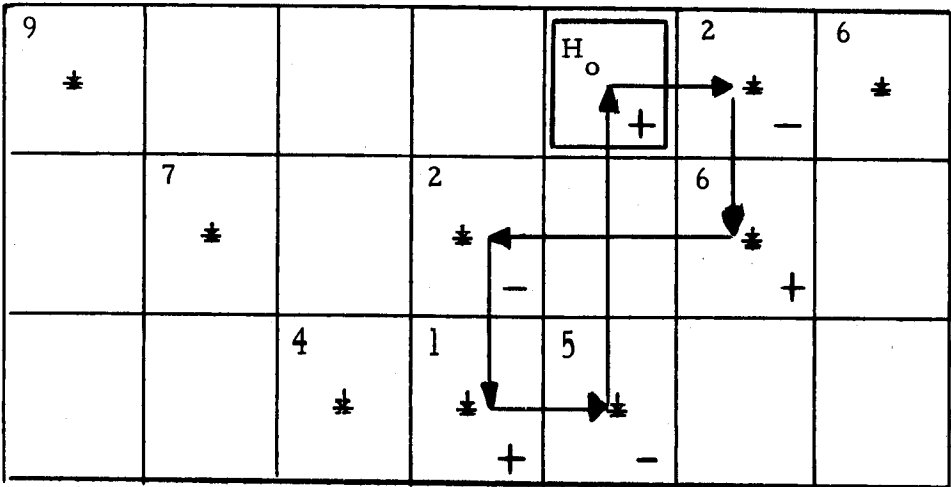
K

=

✱	-	-	-	0	✱	✱
-	✱	-	✱	0	✱	-
-	-	✱	✱	✱	-	-

T

52. Irudia



53. Irudia

				0+2=2	2-2=0	
9				2		6
			2-2=0		6+2= 8	
	7				8	
			1+2=3	5-2=3		
		4	3	3		

54. Irudia

9					2	6
±					±	±
	7		2	H_o - +	6	
	±		±	±	±	
		4	1	5		
		±	±	±		
			+	-		

55. Irudia

9					2	6
			2-2=0	0+2=2		
	7			2	6	
			1+2=3	5-2=3		
		4	3	3		

56. Irudia

9. OINARRIZKO SOLUZIOAK ETA DERIBATUAK.

Aurreko azterketan $n + m$ dimentsioko garraioaren problemaren soluzioaz, $m + n - 1$ lauki edo gutxiago, zenbaki positiboz agertzen direla suposatzen da.

Horrelako soluzioei "oinarrizkoak" deitzen zaie. Izan bedi $S_1, S_2, \dots, S_b$ oinarritzko soluzioen multzoa, non soluzio bakiotzak kostu berbera, KB, sorterazten duen. Izan bitez $s_1, s_2, \dots, s_b$ zenbaki ez-negatiboak, $1 = s_1 + s_2 + \dots + s_b$ baldintza betetzen dutelarik. $S = s_1 \cdot S_1 + s_2 \cdot S_2 + \dots + s_b \cdot S_b$ izanik, kostu berbereko (KB) soluzioek $(S_1, S_2, \dots, S_b)$ sorterazten duten soluzioa, kostu berberekoa (KB) dela erraz frogatu daiteke.

$s_1, s_2, \dots, s_b$ aldatuz lortzen diren S soluzio desberdinak, "deribatuak" deitzen dira.

Oinarritzko soluzioak optimoak baldin badira, haietatik sortzen diren deribatuak ere, optimoak dira.

Hau guztiau hobeto azaltzeko, 8. parteko hiru soluzio optimoak har ditzagun:

$$S = s_1 \cdot S_1 + s_2 \cdot S_2 + s_3 \cdot S_3$$
$$s_1 + s_2 + s_3 = 1$$

Soluzio honetan, ikus 57. irudia, zenbaki batzu ez dira osoak generalki, eta praktikan, sarritan, soluzio osoak baino ez dira erabilgarriak.

9				$2 \neq s_2$	$2(s_1 + s_3)$	6
	7		$2 \neq s_1$	$2 \neq s_3$	$6(s_1 + s_3) + 8 \neq s_2$	
		4	$1 \neq s_1 + 3(s_2 + s_3)$	$5 \neq s_1 + 3(s_2 + s_3)$		

9				$2 \pm s_2$	$2 - 2 \pm s_2$	6
	7		$2 \pm s_1$	$2 - 2 \pm s_1$ $- 2 \pm s_2$	$6 - 6 \pm s_2$ $+ 8 \pm s_2$	
		4	$1 \pm s_1 +$ $3 - 3 \pm s_1$	$5 \pm s_1 +$ $3 - 3 \pm s_1$		

58. Irudia

9				s_{20}	$2 - s_{20}$	6
	7		s_{10}	$2 - s_{10} - s_{20}$	$6 + s_{20}$	
		4	$3 - s_{10}$	$3 + s_{10}$		

59. Irudia

Soluzioa osoa izateko, hauxe bete behar da:

$2.s_2, 2.(s_1 + s_3), 2.s_1, 2.s_3, 6.(s_1 + s_3) + 8.s_2,$
 $s_1 + 3.(s_2 + s_3)$ eta $5.s_1 + 3.(s_2 + s_3)$ direlakoak osoak izan behar
dira, eta: $s_1 + s_2 + s_3 = 1$ izanik, 58. irudian agertzen denez,
baldintza horik honela labur daitezke, s_3 kenduz:

$2.s_2, 2 - 2.s_2, 2.s_1, 2 - 2.s_1 - 2.s_2, 6 - 6.s_2 + 8.s_2,$
 $s_1 + 3 - 3.s_1$ eta $5.s_1 + 3 - 3.s_1$

direlakoak zenbaki osoak izan behar dira.

Eta: $2.s_1 = s_{10}$
 $2.s_2 = s_{20}$ eginez, s_{10} eta s_{20} osoak izan behar dira
(ikus 59. irudia).

$s_3 = 1 - 1/2 (s_{10} + s_{20})$
 $0 \leq s_3$
 $0 \leq 1 - 1/2 (s_{10} + s_{20})$
 $s_{10} + s_{20} \leq 2$

s_{10}	s_{20}	s_1	s_2	s_3	Soluzioa	Zenbaki ez-nuluak	Irudia
0	0	0	0	1	oinarrizkoa	9	61
0	1	0	1/2	1/2	deribatua	10	62
0	2	0	1	0	oinarrizkoa eta degeneratua	8	63
1	0	1/2	0	1/2	deribatua	10	64
1	1	1/2	1/2	0	deribatua	10	65
2	0	1	0	0	hasteko erabili dugun oinarritzkoa	9	66

9					2	6
	7			2	6	
		4	3	3		

61. Irudia

9				1	1	6
	7			1	7	
		4	3	3		

62. Irudia

9				2		6
	7				8	
		4	3	3		

63. Irudia

9					2	6
	7		1	1	6	
		4	2	4		

64. Irudia

9				1	1	6
	7		1		7	
		4	2	4		

65. Irudia

9					2	6
	7		2		6	
		4	1	5		

66. Irudia

10. GERTUTASUNEN EDO AHALMENEN IZENDAPENA. PL. SIMPLEX METODOA.

A.- Programazio lineala (PL).

Aurreko parteetan ikusi denez, gure garraioren problema korapila daiteke, eta horregatik ordinatorea erabiliko dugu. Ahalmen izendapena optimizatzeko, PL metodoak erabiltzen dira, eta gero ikusiko dugun moduan, gure garraioren problema PL-ren kasu berezia besterik ez da.

PL-ren metodoa den "simplex metodoa" 1947. urtean agertu zen Dantzig-ek eta Wood-ek asmatuz. Simplex metodoa zertan den azaltzeko, labegaraien elikagaien nahaste sinpletuaren maximizazioa erabiliko dugu; beraz, PL-ren problema bezala planteatuko dugu.

Zer esanik ez, ordinatoreentzako dauden PL programak ez dute zehazki egiten gero azalduko duguna; metodo laburtuak eta hobetuak erabiltzen baitira. Hala ere, soluziobidearen oinarriak berdinak dira.

B.- Oinarri geometrikoa.

Simplex metodoaren teknika, bi aktibitate eta lau errestrikzio dituen problema hipotetiko baten bidez, C partean, azalduko dugu. Labegaraien zama elikagai askoren nahastea dugu, baina minerale ferrikoei dagokionez "autofundenteak" ("sintera") eta "lodiak" besterik ez ditugu kontutan hartuko. Honela ba, lehen aktibitate bezala, lodien pisu osoa (X_1) hartuko dugu, eta sinterarena (X_2), ordea, bigarrentzat.

Gure problema hipotetikoa ondoko hau da :

1.- Z funtzioaren maximoa lortzea, Z funtzioa horrela definiturik :

$$Z = X_1 + X_2 \quad (\text{"helburu-funtzioa"})$$

2.- Problema hau hipotetikoa izanik, ez gara errestrikzioen jatorriaz arduratuko.

Errestrikzioak :

$$1,1 X_1 + X_2 \leq 5622$$

$$X_2 \leq 5108$$

$$X_1 - X_2 \leq 2000$$

$$-2 X_1 + X_2 \leq 4500$$

Adibide gisa, lehen errestrikzioa nondik datorkeen ikusiko dugu.

Demagun, labegaraian egunero 22,488 ziklo-ordu dugula; sinteren "abiadura" labegaraiaren barruan zehar 0,0040 ordu/Tn da, eta lodiena 0,0044 ordu/Tn, beraz,

$$0,0044 X_1 + 0,0040 X_2 \leq 22,488$$

nondik, 0,0040 faktoreaz zatikatuz,

$$1,1 X_1 + X_2 \leq 5622$$

3.- Halaber, zamarik kendu ezin denez, hauxe dugu :

$$X_1 \geq 0$$

$$X_2 \geq 0$$

Erresoluzio-metodoa begi bistan jartzeko, errestrikzioak grafikoki azalduko ditugu. Errestrikzio bakoitzari zuzen bat eta zuzenaren elkartzut den gezi bat dagozkio, soluzioaren espazioa mugatzeko. Geroko emaitza algebrako batzurekin konbaraketak egiteko, 67. irudiko soluzioaren espazioaren erpinak letren bidez identifikatuko ditugu.

Lehen urratsean, inekuazioak ekuaziotan bihurtuko ditugu, aldagai laguntzaile batzuek sartuz ("slak" aldagaiak edo nasaitze-aldagaiak). Gure aldagai laguntzaileak X_3 , X_4 , X_5 eta X_6 izango dira, guztiak positiboak izanik.

Beraz, eta laburkiro,

Optimizatzeko funtzioa hauxe da : (Maximizazioa)

$$X_1 + X_2 = Z$$

Eta errestrikzioak :

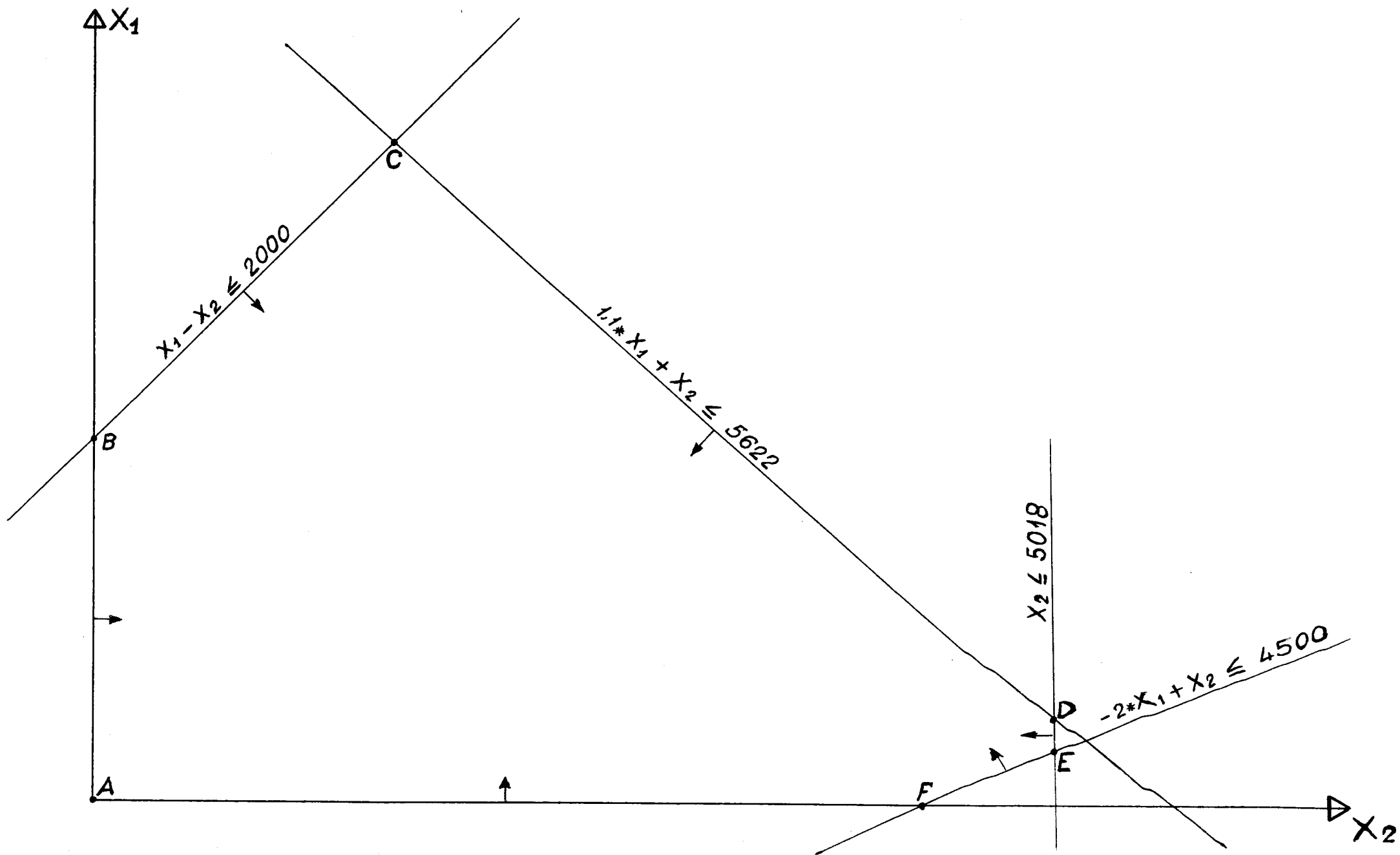
$$(1) \quad 1,1 X_1 + X_2 + X_3 = 5622$$

$$(2) \quad X_2 + X_4 = 5108$$

$$(3) \quad X_1 - X_2 + X_5 = 2000$$

$$(4) \quad -2 X_1 + X_2 + X_6 = 4500$$

Zero izan beharrik ez duten aldagaiekin, oinarria osotzen dugu.



67. Irudia

Lau ekuaziotako oinarria lau aldagairekin osotzen da.

Edozein bi aldagairi zero balorea emateko, ikus 68. irudia, hamalau era desberdin ditugu, eta noski, beste lauren emaitzak lortuz. Errestrikzioei begiratzean, bigarren ekuazioa ikusiz, baliozkoa ez den soluzioa, hots $X_2 = 0$, $X_4 = 0$, aurretik dakigu. Irudian ikusten dugun legez, hamalau soluziotatik zortzik balore negatibo bat, edo gehiago, ematen dute, eta horregatik ez dira aplikagarriak. Asterisko batez bereiztuak dira. Beste sei soluzioak aplikagarriak dira, eta letren bidez grafikoki identifikatu ditugun erpinak dira, A, B, C, D, E eta F hain zuzen.

Azter dezagun taula hori :

Letren bidez markaturiko lerroak,

68. irudian, oinarrizko soluzioak dira. Bi aldagai zero egin ondoren, geratzen diren lau ezezagun dituzten lau ekuaziozko sistemak ebazterakoan, oinarrizko soluzio hauk lortuko ditugu. Soluzio hauk aplikagarriak dira, zeren ekuazioak balore positibo duten ($X_i \geq 0$) aldagai laguntzailez osotuak baitira.

X_3 -tik X_6 -rainokoak aldagai laguntzaileak direla kontutan hartuz, 68. irudian X_1 eta X_2 behatuz, oinarrizko soluzio aplikagarriak erpinei dagozkiela ikusten da.

Hau guztiau, era berean, aktibitate bi baino gehiago dituen problema baten egia da; baina, erraz uler daitekeen bezala, koordenatu kartesiarren sistema bidimentsional batetan ezin da errepresentatu. Kasu horretarako, erpinaren definizioa hedatu egin behar dugu, baina hori erraz egin daiteke.

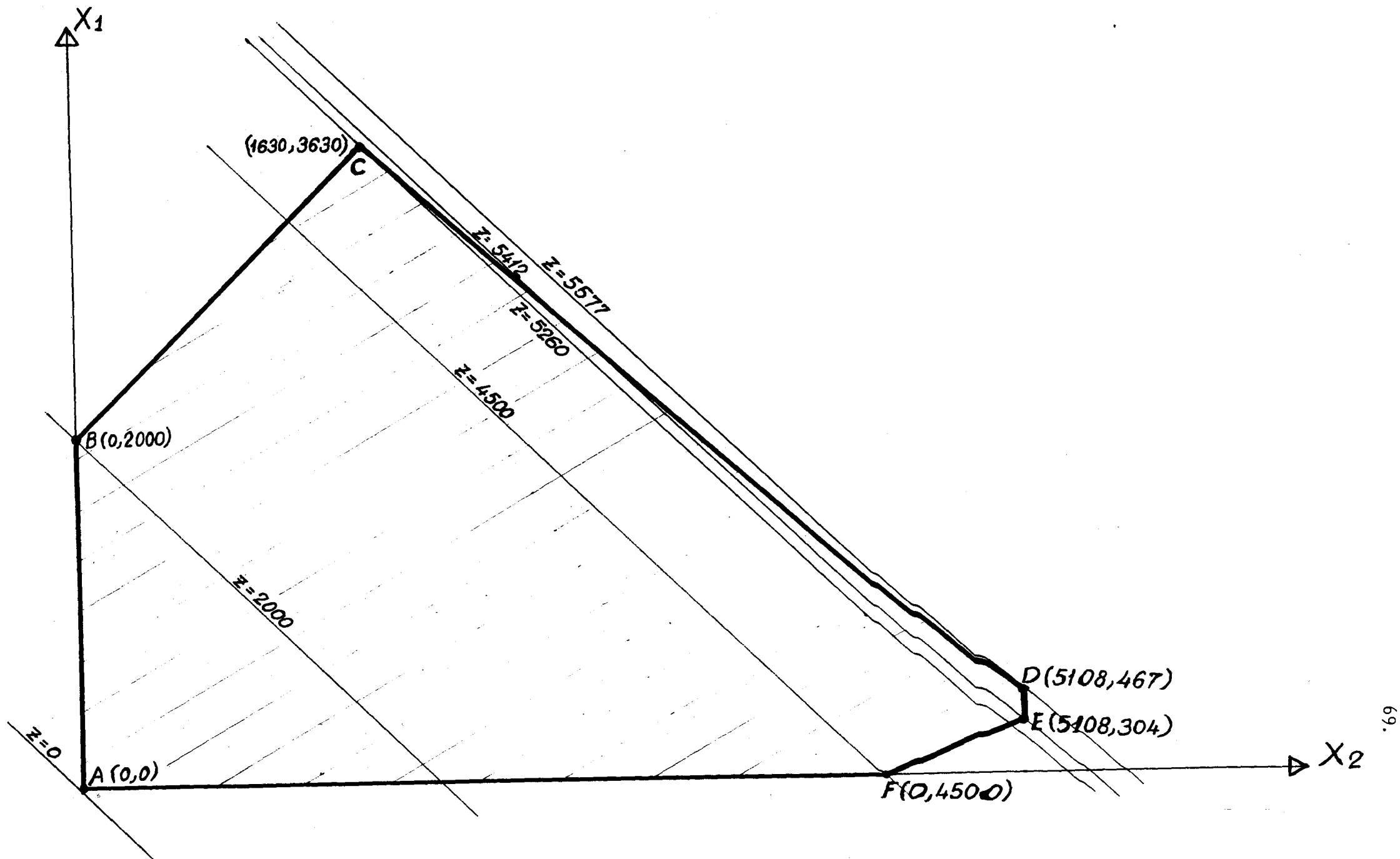
A-tik F-rainoko oinarrizko soluzioak ordenaturik jarri ditugu, 69. irudian ikusten den moduan, eta 70. irudian erpinei dagokien Z-ren balio berdineko zuzenak marraztu ditugu.

ALDAGAIK

<u>ENAITZA</u>	<u>X₁</u>	<u>X₂</u>	<u>X₃</u>	<u>X₄</u>	<u>X₅</u>	<u>X₆</u>	<u>ERPINA</u>	<u>(-)</u>
1	0	0	5622	5108	2000	4500	A	
2	0	5622	0	-514	7622	-1122		*
3	0	5108	514	0	7108	-608		*
4	0	-2000	7622	7108	0	6500		*
5	0	4500	1122	608	6500	0	F	
6	5111	0	0	5108	-3111	14722		*
7	2000	0	3422	5108	0	8500	B	
8	-2250	0	8097	5108	4250	0		*
9	467,44	5108	0	0	6640,56	326,5	D	
10	3630	1630	0	3478	0	10130	C	
11	362	5224	0	-116	6862	0		*
12	7108	5108	-7305	0	0	13608		*
13	304	5108	179,6	0	6804	0	E	
14	-6500	-8500	21272	13608	0	0		*

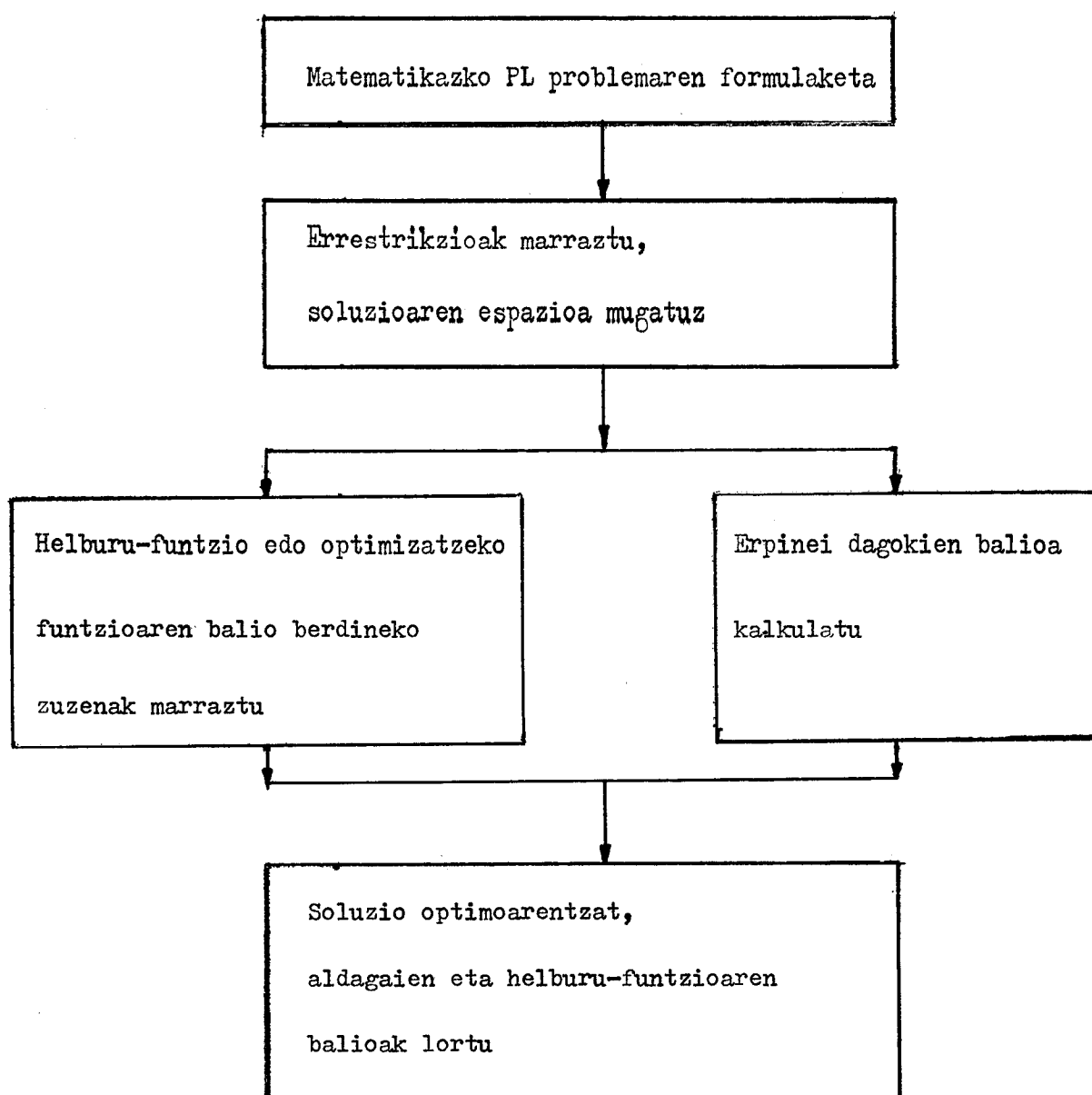
ALDAGAIK

<u>ERPINAK</u>	<u>X₁</u>	<u>X₂</u>	<u>X₃</u>	<u>X₄</u>	<u>X₅</u>	<u>X₆</u>	<u>X₁ + X₂ =</u>
							<u>= Z</u>
A	0	0	5622 5108	5108	2000	4500	0
B	2000	0	3422	5108	0	8500	2000
C	3630	1630	0	3478	0	10130	5260
D	467	5108	0	0	6641	326	5575
E	304	5108	180	0	6804	0	5412
F	0	4500	1122	608	6500	0	4500



Kalkuluen bidez, 69. irudian azaltzen den Z -ren balio maximoko erpinari, hots, D erpinari, 70. irudia begiratzuz, soluzioaren espazioan lortu dezakeen Z -ren balore maximoa dagokiola ikusten da.

71. irudian, azalpen grafikoaren laburpena ematen da.



C.- Simplex metodoa.

Hasteko, oinarritzko soluzio bat behar dugu, eta gero simplex metodoak, beste soluzio hobeturi izaten bada, soluzio hobe bat nola lor dezakegun erakusten digu.

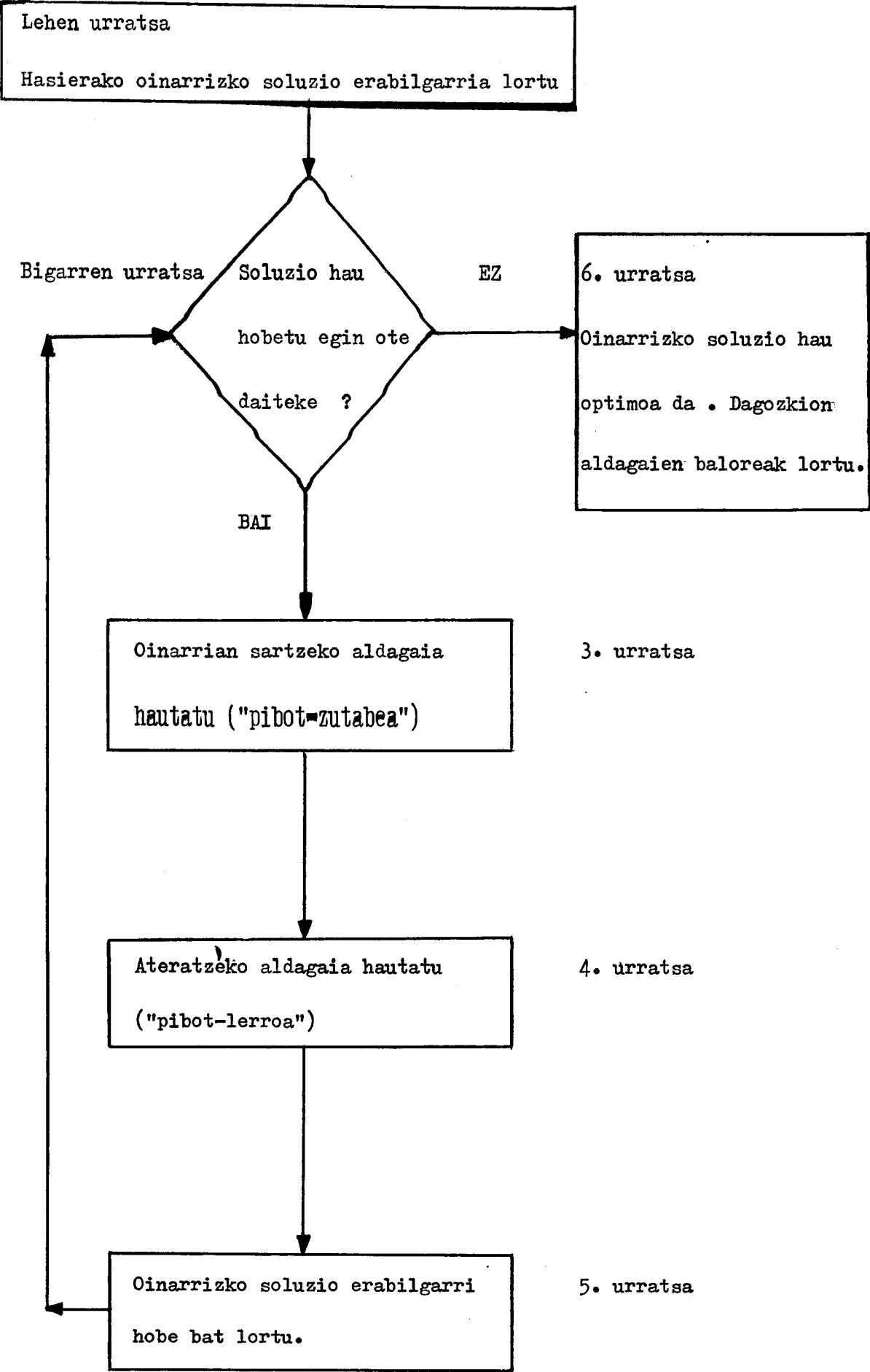
Lortu dugun soluzio hobetua, beste oinarritzko soluzio bat denez, simplex metodoak erakusten digun metodoa berreginez, are eta soluzio hobetuagoa lortuko dugu. Behar dugun bezainbeste aldiz errepikatuz, azkenean, ezin da soluzioa gehiago hobetu, soluzioa optimoa da, eta kalkuluak amaitu dira.

Erreza da, i ezezagun dituen i ekuaziotako sistema ebaztea; gure kasuan, j ezezagun dituen i ekuaziotako sistema dugu, non $j \geq i$ den. $k = j - i$ izanik, k aldagaiei zero balorea emango diegu, beste aldagaien baloreak lortuz, sistema ebatziz. Lortu dugun soluzioari, oinarritzko soluzio deituko diogu, k aldagaiak zero izanik.

Oinarritzko soluzio horrekin hasiko gara, progresiboki soluzioa hobetzen. Grafikoki ikusi dugun bezala, oinarritzko soluzio erabilgarriak soluzioaren espazioko erpinetan daude. Oinarritzko soluzio erabilgarri batetan k aldagaiak zero-maila jarri dira ("oinarritzko ez diren aldagaiak" deritzenak) eta besteak, i aldagaiak, ez dira zero baino txikiagoak ("oinarritzko aldagaiak" deritzenak). Oinarritzko aldagaiak generalki balore positiboak hartzen dituzte.

Emandako oinarritzko soluziotik hobetutako soluzioa, honela lortzen da :

Alde batetik, oinarritzko ez den aldagai bat oinarrira sartzen da, oinarritzkoa bihurtuz. Bestetik, oinarritzko aldagai bat oinarria uzten du, honela jadanik oinarritzkoa ez izanik. Ondoriozko soluzioa, oinarritzko soluzio erabilgarria da. Ikus 72. irudia, non simplex metodoari jarraikitze eman behar diren urratsak azaltzen baitira



Helburu-funtzioa hau da :

$$X_1 + X_2 = Z \quad , \text{ berau maximizatzeko dagoelarik.}$$

Nasaitze-aldagaiak ez dute ezer ematen helburu-funtzioa handitze-ko, eta horregatik, optimizatzeko dagoen funtzioa honela berridatz daiteke :

$$X_1 + X_2 + 0 X_3 + 0 X_4 + 0 X_5 + 0 X_6 = Z \quad (\text{maximizatu}) \quad \text{nondik :}$$

$$Z - X_1 - X_2 - 0 X_3 - 0 X_4 - 0 X_5 - 0 X_6 = 0$$

Orain, 72. irudian ikusi ditugun sei urratsak, banan banan aztertuko ditugu.

Lehen urratsa.- Hasierako soluzioa lortu.

Oinarrizko aldagaiak hautatuz, hasierako oinarrizko soluzio erabilgarria errazki lortzen da. Honela, X_3 , X_4 , X_5 eta X_6 oinarrian ditugu, X_1 eta X_2 kanpoan geraturik. Orduan :

$$X_1 = 0 \quad \text{ez da "lodirik" labegaraian sartzen,}$$

$$X_2 = 0 \quad \text{eta ez "sinterarik" ere.}$$

Z zero izanik, horrek esan nahi du, ez dela minerale tonelada bat ere labegaraian sartzen.

Helburu-funtzioa eta errestrikzioak, 73. irudian taulaz idatziz, hasierako oinarrizko soluzioa aurkezten dute.

Aldagaien koefizienteak eta konstanteak taulan agertzen dira, non, lehen lerroa ($i=0$) helburu-funtzioa dugu n, eta ondorengo ($i=1,2,3$ eta 4) lau lerroak gure lau errestrikzioak. Errestrikzio bakoitzak oinarrizko aldagai bana (eta ez gehiago) eduki behar du; gure kasuan, hain zuzen, lehen errestrikzioarentzat X_3 , bigarrenarentzat X_4 , hirugarrenarentzat X_5 eta laugarrenarentzat X_6 . Uniformitateari begira, Z helburu-funtzioaren oinarrizko aldagaitzat hartuko dugu.

Errestrikzio bati dagokion lerrotan, dagokion oinarrizko aldagaia

Oinarrizko		Koefizienteak							Eskuin-aldekoa
i	aldagaiak	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
0	Z	1	-1	-1	0	0	0	0	0
1	x_3	0	1,1	1	1	0	0	0	5622
2	x_4	0	0	1	0	1	0	0	5108
3	x_5	0	1	-1	0	0	1	0	2000
4	x_6	0	-2	1	0	0	0	1	4500

73. IRUDIA : Simplex taula.

"1" koefizienteaz agertu behar da. Oinarrizko aldagai horri dagokion zutabea, beste elementu guztiak zero izan behar dira, helburu-funtzioari dagokiona barne. Esate baterako, lehen errestrikzioaren oinarrizko aldagaia X_3 da. $i=1$ lerroan X_3 aldagaiaren koefizientea "1" da. X_3 aldagaiari dagokion zutabeko beste elementuak, zero dira.

Oinarrizko aldagaien baloreak, 73. irudia ikusiz, ondokoak dira :

$$Z = 0$$

$$X_3 = 5622$$

$$X_4 = 5108$$

$$X_5 = 2000$$

$$X_6 = 4500$$

Lehen esan dugun bezala, X_1 eta X_2 ez dira oraingoz oinarrizko aldagaiak, oinarritik kanpo geraturik :

$$X_1 = 0$$

$$X_2 = 0$$

Hasierako soluzioa, 70. irudiko soluzioaren espazioko A puntua dugu, hots, koordenatu-jatorria.

2. urratsa.- Ea hobetu egin daitekeen jakiteko testa.

Urrats honetan oinarrizko soluzioa aztertzen da, ea hobetu egin daitekeen ikusteko.

Helburu-funtzioan koefiziente negatibo bat dagoenean, horri dagokion aldagaia unitate batez handitzen bada, funtzioaren handitzea dakarrela esan nahi du.

Helburu-funtzioan koefiziente positibo bat dagoenean, horri dagokion aldagaiaren handitze unitarioak funtzioaren gutxitzea dakarrela esan nahi du.

Helburu-funtzioan koefiziente negatibo bat dagoenean, oinarrizko soluzioa hobetu egin daitekeela esan nahi du, eta noski, helburu-funtzioaren balorea handiago du. Koefiziente negatibo bat dagoenean, hirugarren urratsera jo behar dugu.

Bestaldetik, koefiziente bat ere negatibo ez denean, soluzioa ezin da gehiago hobetu eta seigarren urratsera jo behar da. 73. irudian, $X_1 = -1$ eta $X_2 = -1$ direnez, horrek soluzio hoberen bat ba dagoela esan nahi du, eta 3. urratsera horretarako joango gara.

3. urratsa.- Oinarrian sartzeko aldagaia hautatu.

Urrats honetan minerale bat (aldagaia) sarraraziko dugu labegarraian (oinarrian), zero ez den maila batez.

Erabakia, aportazio osoa maximizatzea da. X_1 eta X_2 aldagaiek koefiziente negatiboak dituzte. Horregatik, X_1 eta X_2 aldagaiek helburu-funtzioaren balorea handitu egingo dute, beren koefizientearen arauera; kasu honetan biak (-1) berdinak izanik, bata zein bestea berdina zaigu; baina desberdinak izango balira balore negatiborik handiena hautatuko genuke. X_1 aldagaia oinarrian sartuko dugu; hautatu dugun X_1 aldagaiari dagokion zutabeari, "pibot-zutabea" deritzogu (ikus 74. irudia).

4. urratsa.- Oinarritik ateratzeko aldagaia hautatu.

Sartzen ari den aldagaia zero balorekoa da, $X_1 = 0$, oraindino ez baita oinarritzkoa. Baina, noraino handi daiteke X_1 aldagaiaren balorea? X_1 minerale-kantitatearen balorea handitzen ari denean, mineraleen gertutasunen banaketa aldatzen ari da. X_1 aldagaiaren balorea, errestrikzioak bortxatu gabe, maximoraino handituko dugu.

Lehen errestrikzioa zera da :

$$1,1 X_1 + X_2 + X_3 = 5622$$

edo, berriedatziz :

$$1,1 X_1 = 5622 - X_2 - X_3$$

X_1 maximoa, X_2 eta X_3 zero izan denean izango da :

$$X_1 = \frac{5622 - 0 - 0}{1,1} = 5110,91$$

Bigarren errestrikzioan X_1 askatuz :

$$X_1 = \frac{5108 - 0 - 0}{0} = \text{limite gabekoa}$$

Oinarritzko			Koefizienteak						
i	aldagaiak	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	Eskuin-aldekoa
0	Z	1	-1	-1	0	0	0	0	0
1	X_3	0	1,1	1	1	0	0	0	5622
2	X_4	0	0	1	0	1	0	0	5108
3	X_5	0	1	-1	0	0	1	0	2000
4	X_6	0	-2	1	0	0	0	1	4500

Pibot-zutabea

Pibot-lerroa

Pibot-elementua, pibot-gel an.

74. IRUDIA : Pibota.

Hirugarren errestrikzioetik :

$$X_1 = \frac{2000 + 0 - 0}{1} = 2000$$

Laugarren errestrikzioetik :

$$X_1 = \frac{4500 - 0 - 0}{-2} = -2250 \text{ (ez da kontutan hartzekoa, negatiboa)}$$

baita)

Lau errestrikzioak kontutan hartuz, X_1 aldagaiaren balore erabilgarriarik handiena 2000 da.

2000 baino balore handiagoa ematen badiogu, hirugarren errestrikzioa bortxatzen dugu, nahiz eta besteak ez bortxa. 74. irudia erabiliz, i errestrikzioari dagokion sartzeko aldagaiaren balore maximua :

$$= \frac{i \text{ eskuin-aldekoa}}{i \text{ lerroko sartzeko aldagaiaren koefizientea (pibot-zutabea)}} =$$

$$\text{Lehen errestrikzioarentzakoa} = \frac{5622}{1,1} = 5110,91$$

$$2. \text{ errestrikzioarentzakoa} = \frac{5108}{0} = \text{limite gabekoa}$$

$$3. \text{ errestrikzioarentzakoa} = \frac{2000}{1} = 2000 \text{ (pibot-lerroa)}$$

$$4. \text{ errestrikzioarentzakoa} = \frac{4500}{-2} = -2250$$

Zatiketaren emaitza positiborik txikiena, sartzeko aldagaiaren balore erabilgarri handiena da. Dagokion lerroa, pibot-lerroa dugu . Datorren soluzioan, pibot-lerroaren oinarrizko aldagaiak oinarria uzten du, ordudanik oinarrizkoa ez izanik. Datorren soluzioan, sartzen den aldagaia oinarrizko aldagaian bilakatzen da pibot-lerroarentzako. Orduan, pibot-lerroaren X_5 oinarrizko aldagaia oinarria uzten du, eta berriz, X_1 pibot-lerroaren oinarrizko aldagai berritzat onartzen dugu.

Hasierako soluzioari dagokion ateratzeko aldagaia X_5 da.

Pibot-lerroa eta pibot-zutabea elkartzen diren elementuak, pibot-gela edo pibota dauka izena (ikus 74. irudia).

5. urratsa.- Oinarritzko soluzio erabilgarri hobe bat lortu.

Urrats honetan erabilgarria den soluzio berri bat garatzen da. Ematen duen helburu-funtzioaren balore berria, aurrekoa baino handiagoa da. ~~Sartzen~~ den aldagaia oinarritzko aldagaia da, eta oinarria uzten duena ez da oinarritzkoa soluzio hobetuan. Oinarritzko aldagai berriak lerro bakoitzean dituen koefizienteak zero balorekoak izanik, soluzio hobetua lortzen dugu. 75. irudian ikusten den moduan, pibot-lerroan dagoen koefizientea, "1" balorekoa da, salbuespen bakarra izanik, besteak "0" baitira. Oinarritzko aldagai berria duen lerroa, "lerro nagusia" deituko dugu.

i	Oinarritzko aldagaiak	Koefizienteak							Eskuin-aldekoak
		Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	
0	Z	0							
1	X ₃	0							
2	X ₄	0							
3	X ₁	1							(lerro nagusia)
4	X ₆	0							

75. IRUDIA

Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	Eskuin-aldekoa
$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{-1}{1}$	$\frac{0}{1}$	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{0}{1}$	$\frac{2000}{1}$

76. IRUDIA

Lerro nagusiko balore berriak lortzeko, aurreko taulako pibot-lerroko baloreak pibot-elementuz zatituz lortzen dira, kasu honetan, pibot-elementua "1" izanik, ez dute balore aldaketarik pairatzen (ikus 76. irudia). Lortu ditugun baloreak, taula berrian dagokien lerroan idazten ditugu, 77. irudiko $i=3$ lerroan, lerro nagusian, hain zuzen. Hobeturiko soluzioaren beste lerroko baloreak. honela kalkulatzen dira :

$$(i \text{ lerro eta } j \text{ zutabeko elementu berria}) = (\text{ aurreko taulan dagokion balorea }) - (\text{ aurreko taulako pibot-zutabeko } i \text{ elementua }) (\text{ lerro nagusiko } j \text{ zutabeko elementu berria })$$

Kalkulu horren adibide bat ipintzeko, helburu-funtzioari dagozkion balore berriak kalkulatuko ditugu :

Aldagaiak (zutabeak)	Aurreko taulam (74. iru- dikoan) dagozkien baloreak	Aurreko taulako pibot-zutabeko helburu-funtziozko ($i=0$) elementuak	Lerro nagusiko j zutabeko elementu berriak	Soluzio hobetuko elementu berriak
Z	1	-	(-1)	* 0 = 1
X_1	-1	-	(-1)	1 = 0
X_2	-1	-	(-1)	(-1) = -2
X_3	0	-	(-1)	0 = 0
X_4	0	-	(-1)	0 = 0
X_5	0	-	(-1)	1 = 1
X_6	0	-	(-1)	0 = 0
Eskuin-aldekoa	0	-	(-1)	2000 = 2000

Era berean, beste errestrikzioei dagozkien balore berriak lortuko ditugu. 77. irudian, soluzio hobetuaren balore berriak ikusten ditugu. Ohar gaitezen X_2 eta X_5 ez direla oinarrizko aldagaiak, 77. irudiko taula berrian ikusten denez, non X_3 , X_4 , X_1 eta X_6 oinarrizko aldagaiak diren.

Oinarrizko		Kofizienteak							Eskuin-aldekoa
i	aldagaiak	Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	
0	Z	1	0	-2	0	0	1	0	2000
1	X ₃	0	0	2,1	1	0	-1,1	0	3422
2	X ₄	0	0	1	0	1	0	0	5108
3	X ₁	0	1	-1	0	0	1	0	2000
4	X ₆	0	0	-1	0	0	2	1	8500

(lerro nagusia)

77. IRUDIA.

Ondoko informazioa ere jasoko dugu :

$Z = 2000$ tonelada (labegaraiko zama)

$X_3 = 3422$ tonelada (lehen errestrikzioko nasaitasuna)

$X_4 = 5108$ tonelada (bigarren errestrikzioko nasaitasuna)

$X_1 = 2000$ tonelada (minerale lodiena)

$X_6 = 8500$ tonelada (laugarren errestrikzioko nasaitasuna)

$X_2 = 0$ oinarritzko ez den aldagaia

$X_5 = 0$ oinarritzko ez den aldagaia.

Lortu dugun oinarritzko soluzio erabilgarri berrian, 2000 tonelada minerale lodiz bakarrik erabiltzen ditugu. X_2 zero balorekoa izanik, sintetik ez dela erabiltzen erakusten digu. Soluzio hau, 70. irudiko soluzio-espazioko B erpinean azalduta dago.

2. urratsatik 5. urratserarte egin ditugun kalkuluek, simplex metodoaren "iterazio" bat osotzen dute. Optimoa lortu arte errepikatzen dugu, hots, hobekuntzarik egin ezin arte.

Oinarritzko soluzio erabilgarria lortzen dugunean, 5. urratsean, beste iterazio bat egin nahirik, 2. urratsetik segituko dugu, ezagutzen dugun kalkulu-bideaz. 78. irudiak, bigarren taula eta behar ditugun pibot baloreen erabilketa erakusten dizkigu. Helburu-funtzioko koefiziente negatibo handiena —kasu honetan bakarra— hartuko dugu pibot-zutabea hautatzeko. Pibot-zutabe horrekin 4. urratseko kalkuluak eginez, pibot-lerroa hautatzen da, nondik lerro nagusi berriko baloreak lortzen ditugun (ikus 79. irudia). Gero, 80. irudian, hirugarren taula hobetua dugu, 70. irudiko C soluzio-espazioko erpina dagokiolarik. Iterazioak eginez, 81. irudian gaude. 82. irudian lerro nagusi berriaren baloreak lortuz eta 83. irudiko taula berria (laugarrena) helduz. 70. irudian ikusten denez, D soluzio-espazioko erpinean gaude, eta hantxe bertan argi eta garbi ikusten dugunez,

Oinarrizko		Koefizienteak							Eskuin-	4. urratseko
i	aldagaiak	Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	-aldekoa	kalkuluak
0	Z	1	0	-2	0	0	1	0	2000	
1	X ₃	0	0	2,1	1	0	-1,1	0	3422	$3422/2,1 = 1630$
2	X ₄	0	0	1	0	1	0	0	5108	$5108/1 = 5108$
3	X ₁	0	1	-1	0	0	1	0	2000	$2000/-1 = -2000$
4	X ₆	0	0	-1	0	0	2	1	8500	$8500/-1 = -8500$

Pibot-elementua →
 Pibot-zutabea →
 Pibot-lerroa →

78. IRUDIA : bigarren taula.

Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	Eskuin-aldekoa
$\frac{0}{2,1}$	$\frac{0}{2,1}$	$\frac{2,1}{2,1}$	$\frac{1}{2,1}$	$\frac{0}{2,1}$	$\frac{-1,1}{2,1}$	$\frac{0}{2,1}$	$\frac{3422}{2,1}$
= 0	= 0	= 1	= 0,476	= 0	= -0,5238	= 0	= 1629,524

79. IRUDIA.

Oinarritzko		Koefizienteak							Eskuin-aldekoa
i	aldagaiak	Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	
0	Z	1	0	0	0,10	0	-0,05	0	5260
1	X ₂	0	0	1	0,05	0	-0,52	0	1630 ← (lerro nagusia)
2	X ₄	0	0	0	-0,05	1	0,52	0	3478
3	X ₁	0	1	0	0,05	0	0,48	0	3630
4	X ₆	0	0	0	0,05	0	1,48	1	10130

80. IRUDIA : hirugarren taula

Oinarrizko		Kofizienteak							Eskuin- -aldekua	4. urratseko kalkuluak
i	aldagaiak	Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆		
0	Z	1	0	0	0,10	0	-0,05	0	5260	
1	X ₂	0	0	1	0,05	0	-0,52	0	1630	$1629,52 / -0,524 = \text{negatiboa}$
2	X ₄	0	0	0	-0,05	1	0,52	0	3478	$3478,48 / 0,5238 = 6641$
3	X ₁	0	1	0	0,05	0	0,48	0	3630	$3629,52 / 0,476 = 7625$
4	X ₆	0	0	0	0,05	0	1,48	1	10130	$10129,52 / 1,476 = 6863$

Pibot-elementua
Pibot-zutabea
Pibot-lerroa

81. IRUDIA.

Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	Eskuin-aldekoa
$\frac{0}{0,5238}$	$\frac{0}{0,5238}$	$\frac{0}{0,5238}$	$\frac{0}{0,5238}$	$\frac{1}{0,5238}$	$\frac{0,5238}{0,5238}$	$\frac{0}{0,5238}$	$\frac{3478,48}{0,5238} = 6640,8$
= 0	= 0	= 0	= 0	= 1,91	= 1	= 0	

82. IRUDIA.

Oinarrizko		Koefizienteak							Eskuin-aldekoa
1	aldagaiak	Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	
0	Z	1	0	0	0,09	0,09	0	0	5575
1	X ₂	0	0	1	0	1	0	0	5108
2	X ₅	0	0	0	-0,09	1,91	1	0	6641 ← (lerro nagusia)
3	X ₁	0	1	0	0,09	-0,91	0	0	467
4	X ₆	0	0	0	0,18	-2,82	0	1	326

83. IRUDIA : laugarren taula.

Z delakoak har dezakeen balorerik handienari dagokio, hots, lortu nahi dugun maximoari dagokio.

Gure laugarren taula, maximoari dagokiola jakiteko, helburu-funtzioaren koefizienteak aztertu egin behar ditugu; koefiziente negatiborik agertzen ez denean, lortu dugun Z delakoaren balorea ezin da handitu, eta horregatik optimoan gaude.

6. urratsa.- Soluzio optimoari dagozkion aldagaien baloreak lortu.

Aldagaien baloreak, laugarren taulatik hartuko ditugu, eta gure alegiazko problemakoak ondoko hauk dira :

$Z = 5575$ labegaraiko zama osoa (toneladatan)

$X_2 = 5108$ sinterraren kantitatea

$X_5 = 6641$ hirugarren errestrikzioko nasaitasuna

$X_1 = 467$ minerale lodien kantitatea

$X_6 = 326$ laugarren errestrikzioko nasaitasuna

$X_2 = 0$ oinarritzko ez den aldagaia

$X_5 = 0$ oinarritzko ez den aldagaia

Grafikoki, soluzio optimo berbera lortu dugula azpimarratu behar da.

Ikusi egin dugunez, taula batetik bestera joaterakoan, Z helburu-funtzioaren balorea handitzera doa, eta bai soluzio bakoitzak soluzio-espazioko erpin bat aurkezten duela ere.

Z balorearen garapena hauxe dugu :

0 tn , lehen taulan (A erpina)

2000 tn , bigarren taulan (B erpina)

5260 tn , hirugarren taulan (C erpina)

5575 tn , laugarren taulan (D erpina)

Honekin, simplex teknikaren eragarririk nagusienak ikusi ditugu .

D.- Simplex metodoaren hedapena.

Aurreko C partean, azaldu dugun simplex metodoak, PL problemak ebatz ditzake, maximizatzeko helburu-funtzioarekin eta " $\leq$ " eratako errestrikzioekin.

Minimizatzeko helburu-funtzioarekin eta/edo " $\geq$ " eta/edo " $=$ " eratako errestrikzioekin, PL problemak ebazteko, aldaketa batzu egin behar dira, simplex metodoa erabiltzeko.

Lehena- " $\geq$ " seinua duten errestrikzioak.

Errestrikzioa "handiago edo berdin" ikurra duenean, "berdin" erara aldatzen da, desberdintasuneko ezker aldean gainerako aldagai bat erantsiz. Adibidez :

$$X_1 \geq 2000$$

honela aldatzen da :

$$X_1 - X_7 = 2000$$

X_1 2000 baino zenbat handiago den, X_7 gainerako aldagaiak azaltzen du.

Ezker-aldeko expresioa berdin 2000 denean, X_7 berdin zero da. Errestrikzioa betetzeko, $X_7 \geq 0$ izan behar da.

Ezker-aldeko expresioari, X_8 , itxurazko aldagai ez-negatiboa, erantsiko diogu, lerro horretan oinarritzko aldagaia edukitzeko. Lehen taulan oinarritzko aldagaitzat izendatzen da. Dena dela, jatorritzko errestrikzioa bortxatzen du. Jatorritzko errestrikzioa betetzeko, azken soluzioan itxurazko aldagaia zero izan behar da. Aurrekoa lortzeko, maximizazio-problemaren helburu-funtzioko X_8 delakoaren koefizienteari balore negatibo handia ematen zaio. Minimizazio-problema izanik, balore handi hori positiboa izango da. Itxurazko aldagaiari, sarritan, aldagai "artifiziala" deritzo.

Geure adibidearen formulazio matematikoa berridatzi egingo dugu, samatu dugun lerro berria erantsiz :

Maximizatzeko helburu-funtzioa :

$$Z = X_1 + X_2 + 0 X_3 + 0 X_4 + 0 X_5 + 0 X_6 + 0 X_7 - 9999 X_8$$

Errestrikzioak :

$$1,1 X_1 + X_2 + X_3 = 5622$$

$$X_2 + X_4 = 5108$$

$$X_1 - X_2 + X_5 = 2000$$

$$-2 X_1 + X_2 + X_6 = 4500$$

$$X_1 - X_7 + X_8 = 2000$$

Aldagaien artean, X_1 eta X_2 erabaki-aldagaiak dira,

X_3 , X_4 , X_5 eta X_6 nasaitze-aldagaiak dira,

X_7 gainerako aldagaia da, eta

X_8 itxurazko aldagaia edo aldagai artifiziala da.

Nasitze-aldagaiak eta aldagai artifiziala lehen soluzioaren oinarrian ipiniko ditugu. Lehen oinarrian X_3 , X_4 , X_5 , X_6 eta X_8 ditugu, 84. irudian, orain dugun problema berriaren lehen taula ikusten da. X_8 aldagaia, bostgarren lerroaren, $i=5$, oinarritzko aldagaia dugu. Horregatik, X_8 -ren zutabeko bostgarren lerroko koefizientea, 1 izan behar da, eta zutabeko beste guztiak 0. Baina hori ez da betetzen, helburu-funtzioko koefizientea 0 izan beharrean, 9999 baita, eta hori ez da zilegi.

72. irudiko konputadore-urratsei jarraikitzeke, taulak standard itxura hartu behar du. Horretarako, bostgarren lerroko koefiziente guztiak -9999 zenbakiz biderkatuz eta helburu-funtzioko, $i=0$, lerroarekin batuz, behar dugun itxurazko hasierako oinarritzko soluzioa lor dezakegu.

Oinarrizko		Koefizienteak									Eskuin-aldekoak
i	aldagaiak	Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	
0	Z	1	-1	-1	0	0	0	0	0	9999	0
1	X ₃	0	1,1	1	1	0	0	0	0	0	5622
2	X ₄	0	0	1	0	1	0	0	0	0	5108
3	X ₅	0	1	-1	0	0	1	0	0	0	2000
4	X ₆	0	-2	1	0	0	0	1	0	0	4500
5	X ₈	0	1	0	0	0	0	0	-1	1	2000

84. IRUDIA : X_8 oinarrizko aldagaia ez da agertzen behar den moduan,
horretarako 9999 koefizientea 0 izan beharko bailitzaiteke.

Aldagaia (zutebea)	Bostgarren lerroko balorea bider (-9999)	Helburu-funtzioko lerroko balorea	Helburu-funtzioko lerro berriko balorea
Z	0	+	1
x_1	(-9999)	+	(-1)
x_2	0	+	(-1)
x_3	0	+	0
x_4	0	+	0
x_5	0	+	0
x_6	0	+	0
x_7	9999	+	0
x_8	(-9999)	+	9999
Eskuin-aldekoa (-19998000)		+	0

Hasierako taularen standard itxura, 85.irudian agertzen da. Soluzio optimoa lortzeko, 85.irudian agertzen den taulari, simplex metodoa aplika dakioko.

Soluzioaren espazio berria, BCG triangelua, 86. irudian agertzen da. Lor dezakegun optimoa, G puntuari dagokio, eta , dagokion listatua, 94. irudikoa da eta hauxe soluzioa dugu :

$$Z = 5422$$

$$x_1 = 2000$$

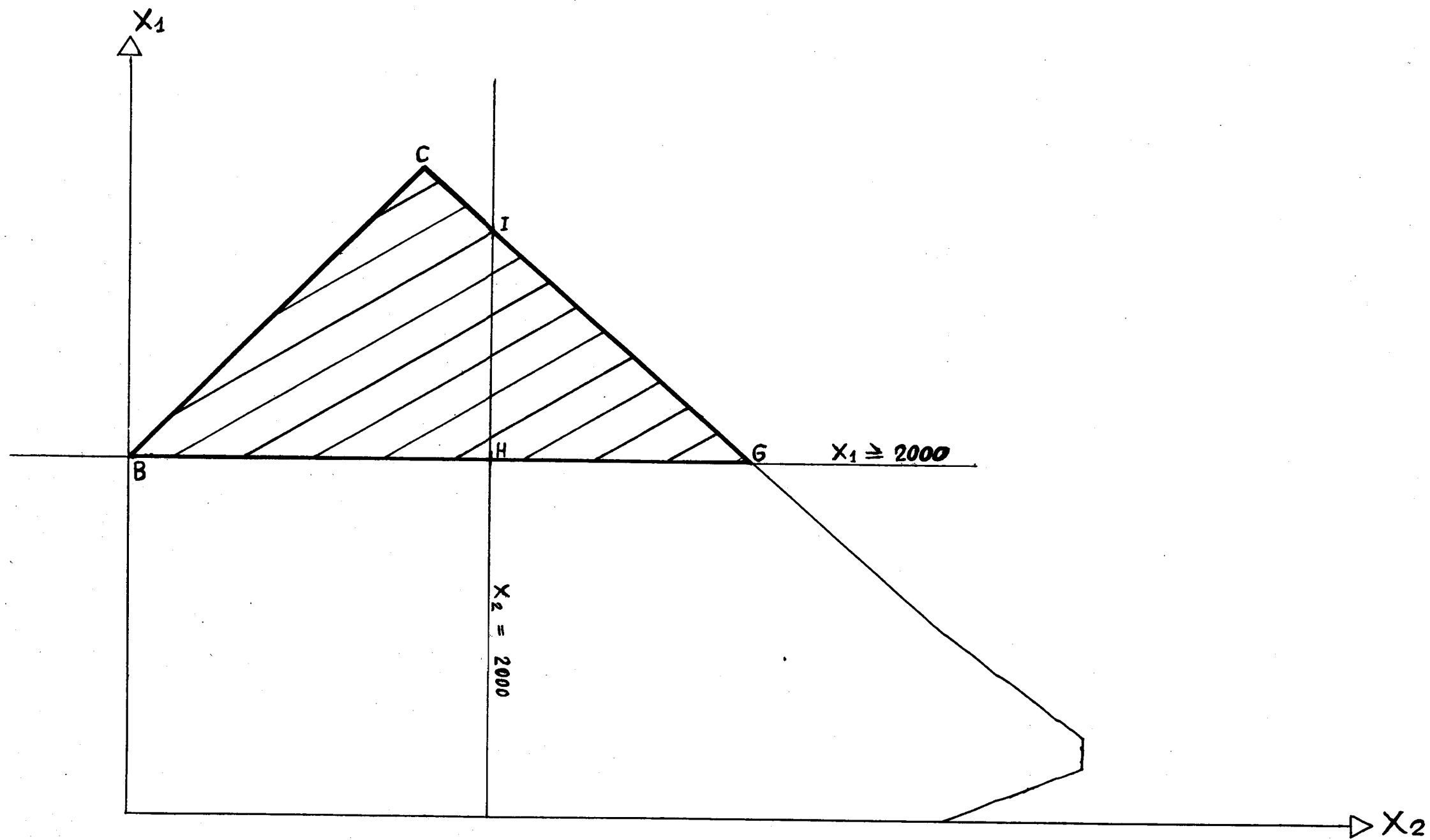
$$x_2 = 3422$$

2.- "=" seimua duten errestrikzioak.

"Berdin" ikurra duten errestrikzioetan, ez dago oinarritzko aldagairik. Ezker-aldeko expresioari, itxurazko aldagai ez-negatiboa erantsiko diogu, lerro horretan oinarritzko aldagaia hasierako soluzioan edukitzeko (95.irudiko listatuan, x_9 itxurazko aldagaia, $x_2 = 2000$ delako errestrikzio berriari dagokion oinarritzko aldagaia).

Oinarrizko		Koefizienteak									Eskuin-aldekoak
i	aldagaiak	Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	
0	Z	1	-10000	-1	0	0	0	0	9999	0	-19998000
1	X ₃	0	1,1	1	1	0	0	0	0	0	5622
2	X ₄	0	0	1	0	1	0	0	0	0	5108
3	X ₅	0	1	-1	0	0	1	0	0	0	2000
4	X ₆	0	-2	1	0	0	0	1	0	0	4500
5	X ₈	0	1	0	0	0	0	0	-1	1	2000

85. IRUDIA.



Lehen idatzi dugun moduan, jatorrizko errestrikzioa betetzeko, azken soluzioko itxurazko aldagaia zero izan behar da, eta horretarako, helburu-funtzioan dagokion koefizienteak, handia izan behar da. Honela, itxurazko aldagaia ez da egongo soluzio optimoaren oinarrian.

Soluzioaren espazio berria, 86. irudiko HI zuzenkia dugu, optimoa I puntua izanik, eta, dagokion listatua 95. irudikoa da.

3.- Minimizazio-problema.

PL problema helburu-funtzio minimizatuz ebazteko, maximizazio-problema aldatu behar dugu. Demagun, gure aurreko problema, orain, minimizatzea dela :

Minimiza bedi ondoko funtzioa : $Y = X_1 + X_2$

Errestrikzio hauen pean ezarri : $1,1 X_1 + X_2 \leq 5622$

$$X_2 \leq 5108$$

$$X_1 - X_2 \leq 2000$$

$$-2 X_1 + X_2 \leq 4500$$

$$X_1 \geq 2000$$

$$X_2 = 2000$$

Soluzioaren espazioa, lehen ikusi dugun HI zuzenkia dugu, baina optimoa, I puntua izan beharrean, Hpuntua dugu. Dagokion listatua, 96. irudikoa da.

Nasitze-aldagaiak, gainerako aldagaiak eta itxurazko aldagaiak sartu ondoren, honela geratzen da :

Minimizatzeko den helburu-funtzioa :

$$Z = X_1 + X_2 + 0 X_3 + 0 X_4 + 0 X_5 + 0 X_6 + 0 X_7 + 9999 X_8 + 9999 X_9$$

Errestrikzioak :

$$\begin{aligned}
 1,1 X_1 + X_2 + X_3 &= 5622 \\
 X_2 + X_4 &= 5108 \\
 X_1 - X_2 + X_5 &= 2000 \\
 -2 X_1 + X_2 + X_6 &= 4500 \\
 X_1 - X_7 + X_8 &= 2000 \\
 X_2 + X_9 &= 2000
 \end{aligned}$$

Helburu-funtzioaren alde biak (-1) minus batez biderkatuz, maximizazio erara alda daiteke :

Beraz, ondoko funtzioa maximizatu behar dugu :

$$-Y = -X_1 - X_2 - 9999 X_8 - 9999 X_9$$

Egin dezagun $Z = -Y$

Orduan, beste funtzio hau (berbera) maximizatuko dugu

$$Z = -X_1 - X_2 - 9999 X_8 - 9999 X_9$$

Errestrikzio hauk ditugu :

$$\begin{aligned}
 1,1 X_1 + X_2 + X_3 &= 5622 \\
 X_2 + X_4 &= 5108 \\
 X_1 - X_2 + X_5 &= 2000 \\
 -2 X_1 + X_2 + X_6 &= 2000 \\
 X_1 - X_7 + X_8 &= 2000 \\
 X_2 + X_9 &= 2000
 \end{aligned}$$

Orain, soluzio optimoa lortzeko, simplex metodoa erabil daiteke,

Z optimoa lortu ondoren, (-1) minus bat zenbakiz biderkatuz, jatorrizko

PL problemaren helburu-funtzioaren balore optimoa dugu.

11. SIMPLEX METODOA, ORDINATOREZ.

A.- Fortran lengoaiaz programaturik.

Parte honetan, simplex metodoz PL problemak ebazteko, programa orokor bat aurkezten da. Ondoren, programaren erabilketa azaltzen da, ikusi ditugun adibideen bidez.

B partean, ordinatore handiko PL-softwarez programaturiko simplex algoritmoari buruz idazterakoan, ez diogu errestrikzioen eta aldagaien kantitateari mugarik ezarriko, 15000 baino gehiago izan daitezke eta. Hemen, ordea, programatuko dugun fortran-programa mugatua egingo dugu, hain zuzen, errestrikzioen kopuru handiena hamar izango baita, eta aldagai-ena, hogeitamar.

Ondoko izenak erabiliko ditugu :

BILATU = azpiprograma honek, helburu-funtzioaren lerroan koefiziente txikienari dagokion zutabea zein den, lortzen du.

ESALBA (k)= k lerroko (errestrikzioko) eskuin-aldeko balorea.

HEFUKO (j)= helburu-funtzioaren j aldagaiaren koefizientea.

IOINAR (k)= aldagai-zenbaki honek, k errestrikzioaren oinarrizko aldagaia izendatzen du.

IPILE = (pibot, lerro) pibot-lerrotzat hartu dugun errestrkzioaren i lerro-zenbakia.

IPILEF = subprograma honek pibot-lerroa finkatzen du.

JPIZU = pibot-zutabeari dagokion aldagai-zenbakiari dagokion numerala.

KKOEFI (k,j) = klerroan (errestrikzioan) j zutabeari (aldagaiari) dagokion koefizientea.

LDARAZ = (aldarazi) datorren taula hobetuaren baloreak subprograma honek kalkulatzeko dituenak.

LERROA = errestrikzioen kopurua.

NOLA = problemaren era : NOLA = 0 , minimizazio-problema da;

NOLA = 0 , maximizazio-problema da.

NZEIN = taulen zenbakia.

NZUTAB = (hots, zutabea) aldagaien kopurua (erabaki-aldagaiak eta nasaitze-aldagaiak, itxurazko aldagaiak eta gainerakoak barne kontsideratuz) .

PIBAL = (pibot, balore) pibot-gelaren elementuaren balorea.

TIKILE = (txiki, lerro) helburu-funtzioaren lerroko koefiziente txikiena.

Z = helburu-funtzioaren balorea.

ESALBA eta IOINAR aldagaiak, matrize unidimentsionalak dira, LERROA elementuekin. HEFUKO matrize unidimentsionalak NZUTAB elementuak dauzka. KOEFIZ aldagaia, matrize bidimentsionala, LERROA bider NZUTAB da tamainuz.

Gure programa irakurtzeko aginteekin, has daiteke :

READ 14, LERROA,NZUTAB,NOLA

READ 15, (HEFUKO(J),J=1,NZUTAB)

DO 1 I=1,LERROA

READ 16, (XKOEFI(I,J),J=1,NZUTAB)

1 CONTINUE

READ 17, (ESALBA(I),I=1,LERROA)

READ 18, (IOINAR(I),I=1,LERROA)

14 FORMAT (3I2)

15 FORMAT (10F8.0)

16 FORMAT (10F8.0)

17 FORMAT (10F8.0)

18 FORMAT (10I2)

Sarrera-baloreak ondoko aginteez inprima daitezke :

```

PRINT 26

PRINT 27, LERROA

PRINT 28, NZUTAB

PRINT 29, NOLA

PRINT 30

PRINT 31

PRINT 19, (HEFUKO(J),J=1,NZUTAB)

DO 2 I=1,LERROA

PRINT 20, IOINAR(I),(XKOEFI(I,J),J=1,NZUTAB),ESALBA(I)

2 CONTINUE

26 FORMAT (1H1)

27 FORMAT (4(/),7X,I3,15H...ERRESTRIKZIO)

28 FORMAT (7X,I3,10H...ALDAGAI)

29 FORMAT (7X,I3,34H  =  JATORRIZKO PROBLEMAREN MOTA)

30 FORMAT (7X,35HZERO MINIMIZATZE-PROBLEMARI DAGOKIO)

31 FORMAT (7X,35HBAT  MAXIMIZATZE-PROBLEMARI DAGOKIO,/ )

19 FORMAT ( 4X, 1HZ,10F11.2,(/,5X,10F11.2))

20 FORMAT ( I5,10F11.2,(/,5X,10F11.2))

```

Maximizazio-problemen kasuan, helburu-funtzioaren koefizienteen zeinuak konputadorea alda ditzan, hauk ipiniko ditugu :

```

IF ( NOLA .LT. 1 ) GO TO 4

DO 3 J=1,NZUTAB

3 HEFUKO(J) = -HEFUKO(J)

```

Z eta NZEIN baloreak egokiera-aginteez inzializatzen ditugu.

```

4 Z = 0.0

```

```

NZEIN = 1

```

Hasteko soluzioaren oinarriak itxurazko aldagaiak sartzen direnean, taula ez da standard formaz agertzen. Egoera horietan, hasteko taula, ondoko aginte-multzoak aldatzen dute, standard formara eramateko :

```
DO 6 K=1,LERROA

L = IOINAR(K)

IF ( HEFUKO(L) .EQ. 0.0 ) GO TO 6

X = -HEFUKO(L)

DO 5 J=1,NZUTAB

5 HEFUKO(J) = HEFUKO(J) + XKOEFI(K,J)*X

Z = Z + ESALBA(K)*X

6 CONTINUE
```

Hemendik prozedura errepikakorra hasten da. Aktualizaturiko soluzioa ondoko aginteen bidez inprimatzen da :

```
7 CONTINUE

PRINT 22, NZEIN

PRINT 21, (HEFUKO(J),J=1,NZUTAB),Z

DO 8 I=1,LERROA

8 PRINT 20, IOINAR(I),(XKOEFI(I,J),J=1,NZUTAB),ESALBA(I)

20 FORMAT ( I5,10F11.2,(/,5X,10F11.2))

21 FORMAT ( 4X, 1HZ,10F11.2)

22 FORMAT ( / ,20X,I3,7H. TAULA,/)
```

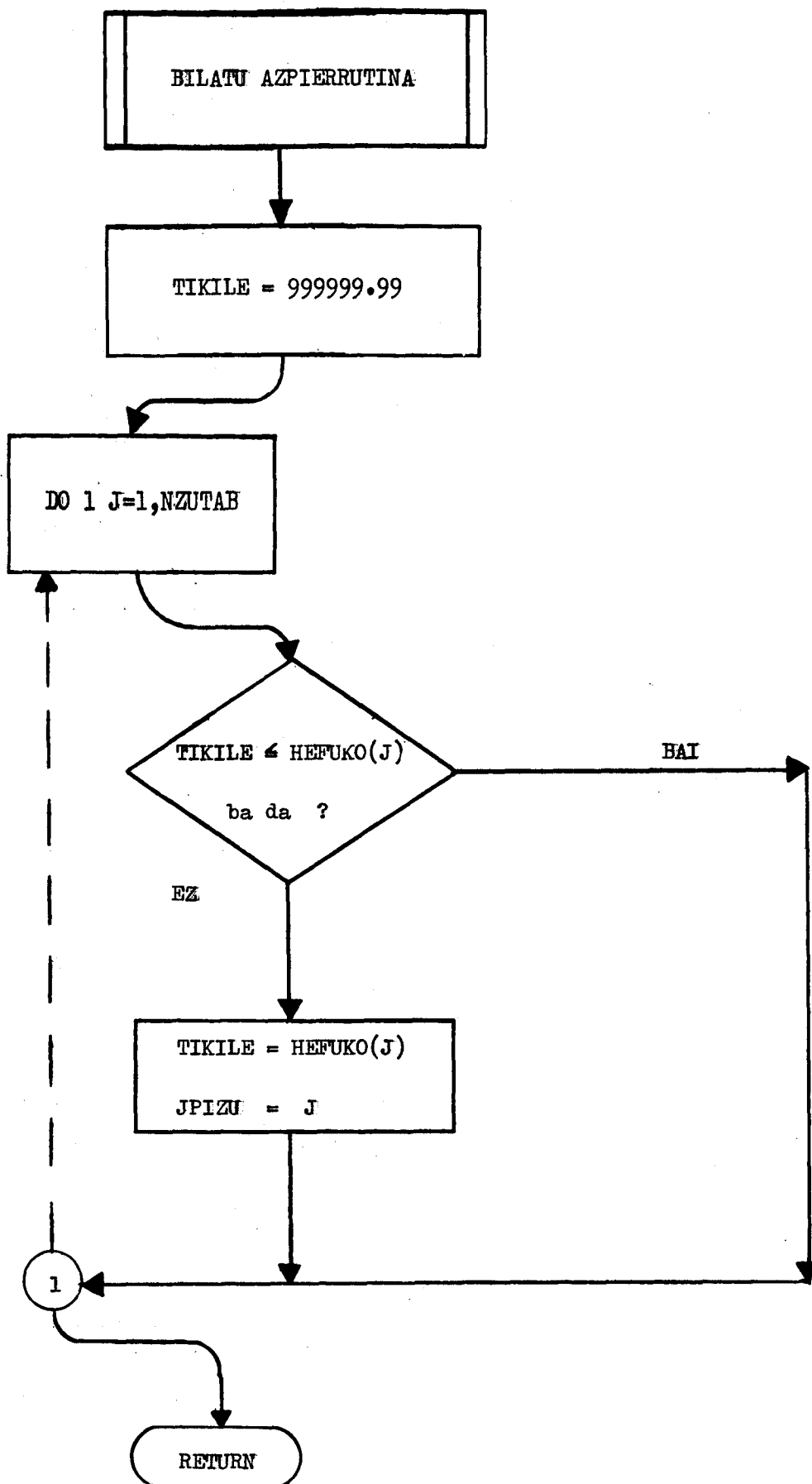
Helburu-funtzioaren lerroan koefiziente txikiena duen aldagaia markatzeko, BILATU azpierrutina dago egituratuta. 87. irudian BILATU azpierrutinaren jario-diagrama ikusten da. Azpierrutina ondoko hau da :

```
SUBROUTINE BILATU (HEFUKO,TIKILE,JPIZU,NZUTAB)

DIMENSION HEFUKO(30)

TIKILE = 999999.99

DO 1 J=1,NZUTAB
```



```

IF ( TIKILE .LE. HEFUKO(J) ) GO TO 1

TIKILE = HEFUKO(J)

JPIZU = J

1 CONTINUE

RETURN

END

```

Azpierrutina hau erabiltzeko, programa nagusian ondoko agintea agertu behar da :

```
CALL BILATU (HEFUKO, TIKILE, JPIZU, NZUTAB)
```

Helburu-funtzioaren lerroan koefiziente txikiena (TIKILE) negatibo denean, pibot-lerroa determinatzen da. Pibot-lerroa ateratzeko, IPILEF azpiprograma erabiltzen da. TIKILE delakoa ez-negatiboa bada, dugun soluzioa, optimoa da. Kasu honetan, prozedura errepikakorra jauzi egiten da, eta 10. aginteari kontrola transferituz, soluzio optimoa inprimatzen da. Hau, ondoko aginteek egiten dute :

```

IF (TIKILE) 9,10,10

9 CONTINUE

IPILE = IPILEF(LERROA, JPIZU, XKOEFI, ESALBA, IPILE)

```

88. irudiak IPILEF-en jario-diagrama erakusten digu, eta, funtzioaren azpiprograma hauze da :

```

FUNCTION IPILEF( LERROA, JPIZU, XKOEFI, ESALBA, IPILE )

DIMENSION XKOEFI(10,30), ESALBA(10)

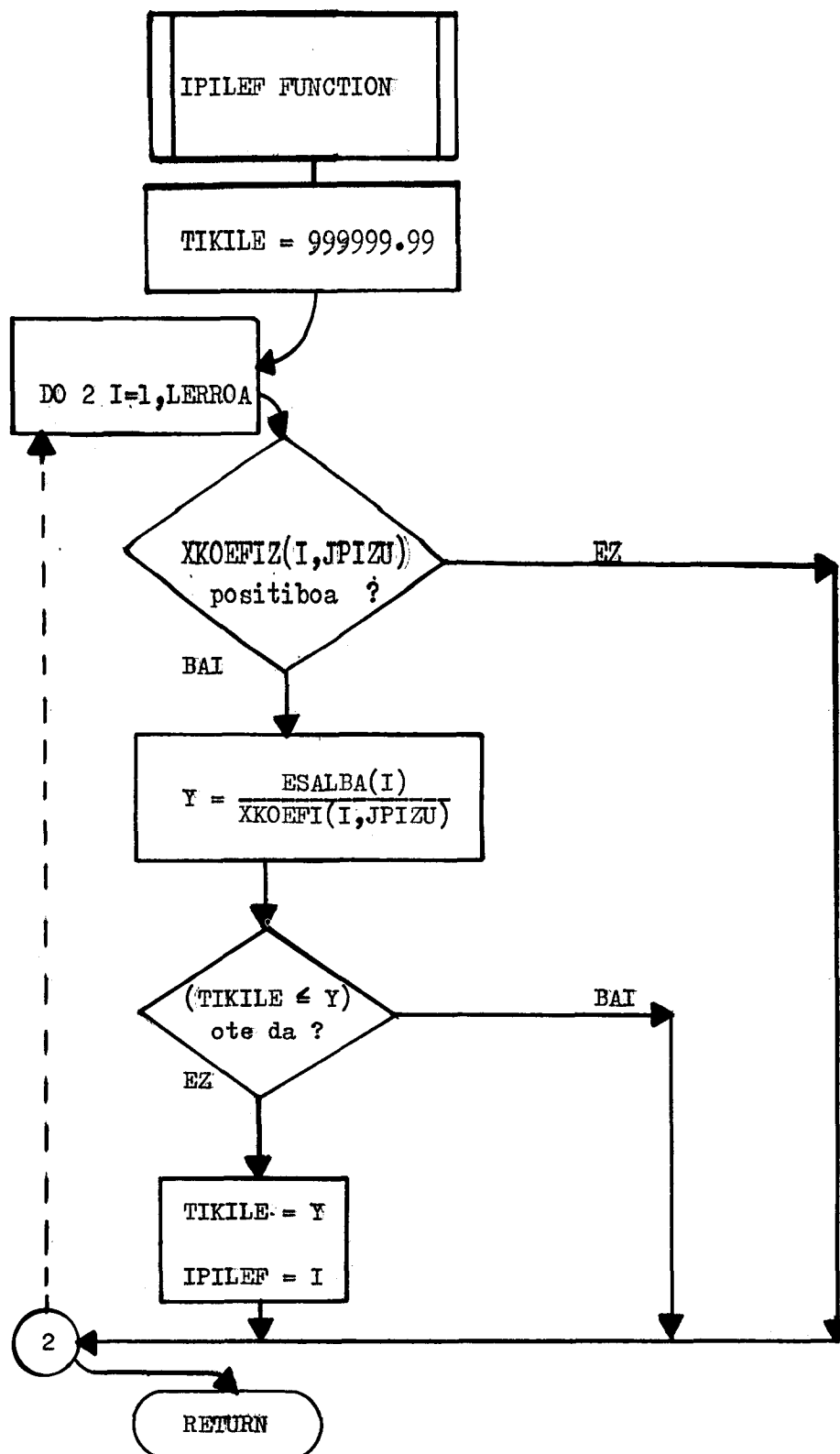
TIKILE = 999999.99

DO 2 I=1,LERROA

IF( XKOEFI(I,JPIZU) ) 2, 2, 1

1 Y = ESALBA(I)/XKOEFI(I,JPIZU)

```



```

IF ( TIKILE .LE. Y ) GO TO 2

TIKILE = Y

IPILEF = I

2 CONTINUE

RETURN

END.

```

LDARAZ azpiprograma erabiliz, soluzio hobatua kalkulatzen da.

Orduan, taulen zenbakia unitate batez handitzen da, eta, prozedura errepikakorren hasierarainoko aginteari kontrola transferitzen zaio.

```

CALL LDARAZ (JPIZU, IPILE, LERROA, NZUTAB, IOINAR,
7XKOEFI, ESALBA, HEFUKO, Z)

NZEIN = NZEIN + 1

GO TO 7

```

89. irudian, LDARAZ azpierrutinaren jario-diagrama azaltzen da, eta, azpierrutina bera ondorengoa dugu :

```

SUBROUTINE LDARAZ (JPIZU, IPILE, LERROA, NZUTAB, IOINAR,
7XKOEFI, ESALBA, HEFUKO, Z )

DIMENSION XKOEFI(10,30),ESALBA(10),HEFUKO(30),IOINAR(10)

IOINAR(IPILE) = JPIZU

PIBAL = XKOEFI(IPILE,JPIZU)

DO 1 J=1,NZUTAB

1 XKOEFI(IPILE,J) = XKOEFI(IPILE,J)/PIBAL

ESALBA(IPILE) = ESALBA(IPILE)/PIBAL

X = HEFUKO(JPIZU)

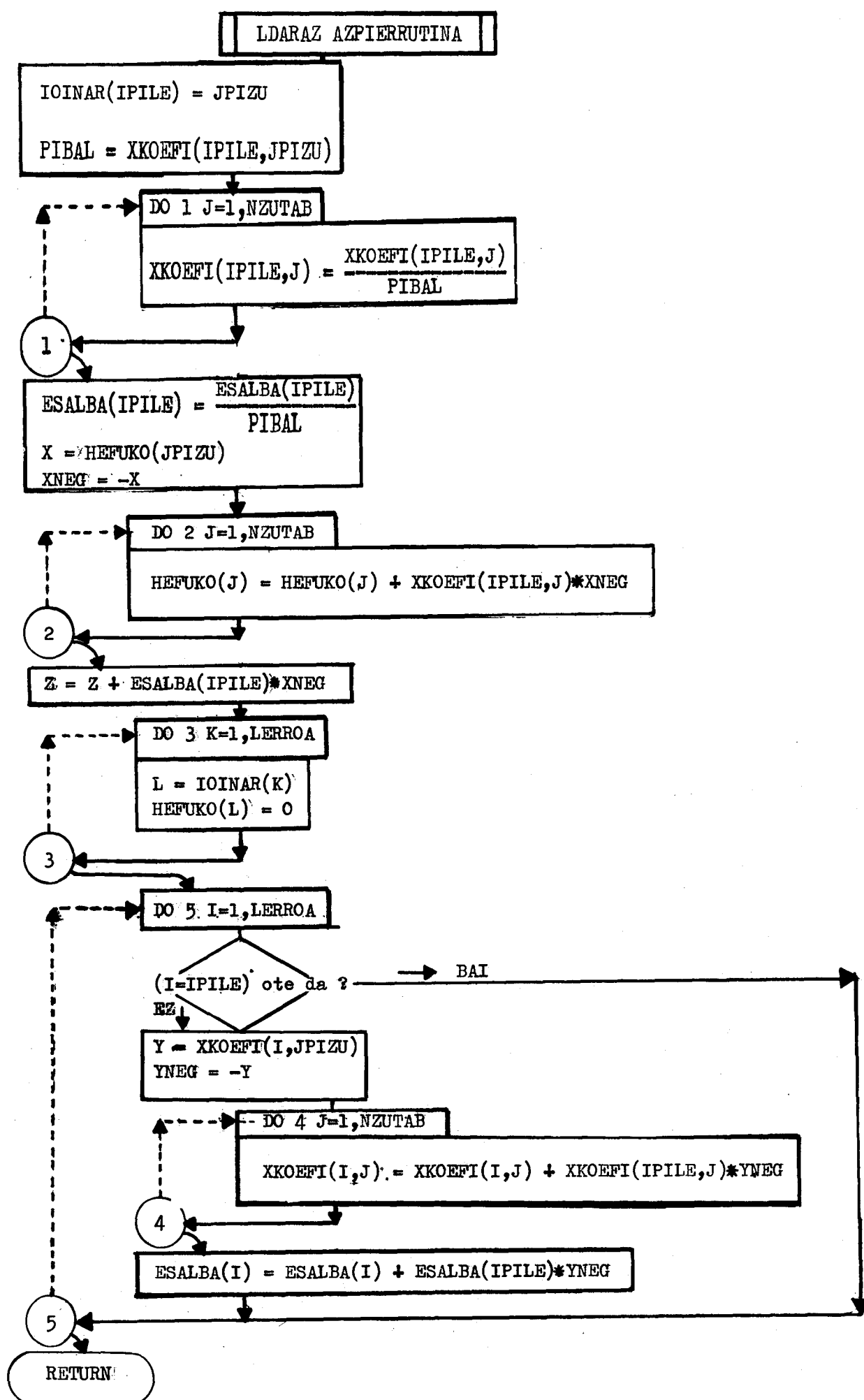
XNEG = -X

DO 2 J=1,NZUTAB

2 HEFUKO(J) = HEFUKO(J) + XKOEFI(IPILE,J)*XNEG

Z = Z + ESALBA(IPILE)*XNEG

```



```

DO 3 K=1, LERROA

L = IOINAR(K)

3 HEFUKO(L) = 0

DO 5 I=1, LERROA

IF ( I .EQ. IPILE ) GO TO 5

Y = XKOEFI(I, JPIZU)

YNEG = -Y

DO 4 J=1, NZUTAB

4 XKOEFI(I, J) = XKOEFI(I, J) + XKOEFI(IPILE, J)*YNEG

ESALBA(I) = ESALBA(I) + ESALBA(IPILE)*YNEG

5 CONTINUE

RETURN

END

```

Minimizatzeko problemen kasuan, helburu-funtzioaren zeinua aldatzeko ahalmena, eta, soluzio optimoaren aldagaien balioak inprimatzeko ahalmena, konputadoreari ematen zaizkion aginteak, ondoko hauk dira :

```

10 PRINT 23

IF ( NOLA .EQ. 0 ) Z = -Z

PRINT 24, Z

DO 11 I=1, LERROA

11 PRINT 25, IOINAR(I), ESALBA(I)

X = 0.

DO 13 I=1, NZUTAB

DO 12 I=1, LERROA

K = IOINAR(J)

IF ( I .EQ. K ) GO TO 13

12 CONTINUE

PRINT 25, I, X

```

13 CONTINUE

23 FORMAT (2(/),3X,8HALDAGAIA,4X,6HBALIOA)

24 FORMAT (9X,1HZ,F10.2)

25 FORMAT (I10,F10.2)

STOP

END

90. irudian, simplex metodoen kasuan azaldu dugun programa osoa ikusten da , programen irakurketa errazteko, iruzkin batzu tartekatuz.

ADIBIDEAK :

Aztertu dugun FORTRAN programa, nola erabili behar den azltzeko, 10. partean ikusi ditugun kasuak hartuko ditugu.

LEHEN ADIBIDEA : 67. iruditik 83.irudiraino aurkezten dugun problemari dagokio. Gure lehen errestrikzioa, orain, hamar bider koefiziente handiagoz erabiltzen dugu, sarrera-datuetan ez erabiltzearren (sarrerako FORMAT delakoa ez aldatzeko).

Lehen ikusi dugun moduan, helburu-funtzioa maximizatzeko problema da, lau errestrikzioarekin eta sei aldagaiekin.

Kasu honetan, hain datu gutxi eta txikiak izanik, irakurtzeko FORMAT erako enuntziatuak alda daitezke, datuen zulaketa eta irakurketa arintzeko; baina geure gaurko helburua bestelakoa delarik, ez gara hortaz arduratuko.

91. irudian, sarrerako datu zulatuak ikusten dira, eta 92. irudiko goikoaldean (lehen taularen gainean hain zuzen), inprimatuak.

Zenbat errestrikziotako eta zenbat aldagaitako problema den, eta nola optimizatu behar den (NOLA = 0 denean, maximizatuz; edo bestela, minimizatuz), lehenengo fitxak erakesten digu.

```

0001      DIMENSION XKDEFI(10,30),ESALBA(10),HEFUKO(30),ICINAR(10)
      C
      C SARRERA-DATUAK IPAKURRI
0002      READ 14, LERRCA,NZUTAB,NOLA
0003      READ 15, (HEFLKO(J),J=1,NZUTAB)
0004      DO 1 I=1,LERRCA
0005      READ 16, (XKDEFI(I,J),J=1,NZUTAB)
0006      1 CONTINUE
0007      READ 17, (ESALBA(I),I=1,LERRCA)
0008      READ 18, (ICINAR(I),I=1,LERRCA)
      C
      C SARRERA-DATUAK INPRIMATU
0009      PRINT 26
0010      PRINT 27,LERRCA
0011      PRINT 28,NZUTAB
0012      PRINT 29,NOLA
0013      PRINT 30
0014      PRINT 31
0015      PRINT 19, (HEFUKO(J),J=1,NZUTAB)
0016      DO 2 I=1,LERRCA
0017      PRINT 20, ICINAR(I),(XKDEFI(I,J),J=1,NZUTAB),ESALBA(I)
0018      2 CONTINUE
      C
      C MAXIMIZATZE-PROBLEMENTZAKO HEFUKO BALCREAK ALCATU
0019      IF ( NOLA .LT. 1 ) GO TO 4
0020      DO 3 J=1,NZUTAB
0021      3 HEFUKO(J)=-HEFUKO(J)
      C
      C 4 ETA NZEIN INIZIALIZATU
0022      4 Z=C.0
0023      NZEIN=1
      C
      C
0024      DO 6 K=1,LERRCA
0025      L=ICINAR(K)
0026      IF(HEFUKO(L).EQ.0.0) GO TO 6
0027      X=-HEFLKO(L)
0028      DO 5 J=1,NZUTAB
0029      HEFLKO(J)=HEFLKO(J)+XKDEFI(K,J)*X
0030      Z=Z+ESALBA(K)*X
0031      5 CONTINUE
      C
0032      6 CONTINUE
      C
      C TAULA INPRIMATU
0033      PRINT 22,NZEIN
0034      PRINT 21, (HEFUKO(J),J=1,NZUTAB),Z
0035      DO 8 I=1,LERRCA
0036      8 PRINT 20, ICINAR(I),(XKDEFI(I,J),J=1,NZUTAB),ESALBA(I)
      C
      C PIBOT-ZUTABEA BILATU
0037      CALL BILATU ( HEFUKO, TIKILE, JPIZU, NZUTAB )
0038      IF (TIKILE)9,10,10
0039      9 CONTINUE
      C

```

```

0040      C PIBOT-LERROA AURKITU
          IPILE = IPILEF ( LERROA, JPIZU, XKGEFI, ESALBA, IPILE )
0041      C
          C CATORREN TAULA KALKULATU ETA BILATU
          CALL LDARAZ(JPIZU, IPILE, LERRCA, NZUTAB, ICINAR,
0042      C      7XKGEFI, ESALBA, HEFUKO, Z )
          NZEIN=NZEIN+1
0043      C
          C GO TO 7
0044      C
          C SCLUZIO OPTIMOA INPRIMATU
          IO PRINT 23
0045      C
          C MINIMIZATZE-PROBLEMENTZAKO Z BALOREA ALCATU
          IF ( NOLA .EQ. 0 ) Z=-2
0046      C      PRINT 24, Z
0047      C      DO 11 I=1,LERRCA
0048      C      11 PRINT 25, ICINAR(I),ESALBA(I)
0049      C      X=0.0
0050      C      DO 13 I=1,NZUTAB
0051      C      DO 12 J=1,LERRCA
0052      C      K=ICINAR(J)
0053      C      IF (I.EQ.K) GO TO 13
0054      C      12 CONTINUE
0055      C      PRINT 25, I,X
0056      C      13 CONTINUE
0057      C
          14 FORMAT (3I2)
0058      C      15 FORMAT (1CF8.0 )
0059      C      16 FORMAT (1CF8.0 )
0060      C      17 FORMAT (1CF8.0 )
0061      C      18 FORMAT (10I2)
0062      C      19 FORMAT ( 4X, 1HZ,10F11.2 ,(/,5X,10F11.2))
0063      C      20 FORMAT ( 15,10F11.2 ,(/,5X,10F11.2))
0064      C      21 FORMAT ( 4X, 1HZ,10F11.2 )
0065      C      22 FORMAT ( / ,2CX,13,7H, TAULA,/)
0066      C      23 FORMAT ( 2(/), 3X, 8HALDAGATA,4X,6FBALICA )
0067      C      24 FORMAT ( 9X,1HZ,F10.2)
0068      C      25 FORMAT (110,F10.2)
0069      C      26 FORMAT (1H1)
0070      C      27 FORMAT (4(/),7X,13,15H ERRESTRIKZIO)
0071      C      28 FORMAT (7X,13,1CH ALDAGA!)
0072      C      29 FORMAT (7X,13,34H = JATORRIKZIO PROBLEMAREN MCTA)
0073      C      30 FORMAT (9X,35HZERO MINIMIZATZE-PROBLEMARI DAGOKIO)
0074      C      31 FORMAT (9X,35HEAT MAXIMIZATZE-PROBLEMARI DAGOKIO,/)
0075      C      STOP
0076      C      END

```

```

C
C *****
C
0001      SUBROUTINE BILATU ( HEFUKU, TIKILE, JPIZU, NZUTAB )
C
C      AZPIERRUTINA HCNEK PIBOT-ZUTABEA BILATZEN DU
0002      DIMENSION HEFUKU(30)
0003      TIKILE=999999.99
C
0004      DO 1 J=1,NZUTAB
0005      IF ( TIKILE .LE. HEFUKU(J) ) GO TO 1
0006      TIKILE = HEFUKU(J)
0007      JPIZU=J
0008      1 CONTINUE
C
0009      RETURN
0010      END

```

```

C
C *****
C
0001      FUNCTION IPILEF ( LERRCA, JPIZU, XKUEFI, ESALBA, IPILE )
C
C      FUNTZIO HCNEK FIBOT-LERRCA AURKUTZEKO ERABILTZEN DA
0002      DIMENSION XKUEFI(10,30), ESALBA(10)
0003      HANDIA=9999999.99
C
0004      DO 2 I=1,LERRCA
0005      IF (XKUEFI(I,JPIZU))2,2,1
0006      1 Y=ESALBA(I)/XKUEFI(I,JPIZU)
0007      IF ( HANDIA .LE. Y ) GO TO 2
0008      HANDIA = Y
0009      IPILEF = I
0010      2 CONTINUE
C
0011      RETURN
0012      END

```

```

C
C *****
0001 C SUBROUTINE LCARAZ(JPIZU, IPILE, LERRCA, NZUTAB, IOINAR,
      7XKOEFI, ESALBA, HEFUKG, Z )
C
C AZPIERRUTINA HONEK DATOKREN TAULAKO GELETAKO BALCREAK KALKULATZEN CITU
0002 C DIMENSION XKOEFI(10,30), ESALBA(10), HEFUKG(30), IOINAR(10)
0003 C IOINAR(IPILE)=JPIZU
0004 C PIBAL=XKOEFI(IPILE,JPIZU)
C
0005 C DO 1 J=1,NZUTAB
0006 1 XKOEFI(IPILE,J)=XKOEFI(IPILE,J)/PIBAL
C
0007 C ESALBA(IPILE)=ESALBA(IPILE)/PIBAL
0008 C R=HEFUKG(JPIZU)
0009 C RNEG=-R
C
0010 C DO 2 J=1,NZUTAB
0011 2 HEFUKG(J)=HEFUKG(J)+XKOEFI(IPILE,J)*RNEG
0012 C Z=Z+ESALBA(IPILE)*RNEG
C
0013 C DO 3 K = 1, LERRCA
0014 N = IOINAR ( K )
0015 3 HEFUKG(N) = 0
C
0016 C DO 5 I=1,LERRCA
0017 IF(I.EQ.IPILE) GO TO 5
0018 S=XKOEFI(I,JPIZU)
0019 SNEG=-S
C
0020 C DO 4 J=1,NZUTAB
0021 4 XKOEFI(I,J)=XKOEFI(I,J)+XKOEFI(IPILE,J)*SNEG
C
0022 C ESALBA(I)=ESALBA(I)+ESALBA(IPILE)*SNEG
0023 5 CONTINUE
C
0024 C RETURN
0025 C END

```

[illegible]

0	0	0	0	0	0	0	0
74	76	78	80	82	84	86	88
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
75	77	79	81	83	85	87	89
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9
74	76	78	80	82	84	86	88

0 0 0 0 0 0
76 78 80
1 1 1 1 1 1
2 2 2 2 2 2
3 3 3 3 3 3
4 4 4 4 4 4
77 79
5 5 5 5 5 5
6 6 6 6 6 6
7 7 7 7 7 7
8 8 8 8 8 8
9 9 9 9 9 9
76 78 80

100 000
76 78 80
111 111
122 222
133 333
144 444
5 77 79
155 555
166 666
177 777
188 888
199 999
76 78 80

0 0 0 0 0 0
75 78 80
1 1 1 1 1 1
2 2 2 2 2 2
3 3 3 3 3 3
4 4 4 4 4 4
5 5 5 5 5 5
6 6 6 6 6 6
7 7 7 7 7 7
8 8 8 8 8 8
9 9 9 9 9 9
75 78 80

9 0 0 0 0 0
75 78 80
1 1 1 1 1 1
2 2 2 2 2 2
3 3 3 3 3 3
4 4 4 4 4 4
5 5 5 5 5 5
6 6 6 6 6 6
7 7 7 7 7 7
8 8 8 8 8 8
9 9 9 9 9 9
76 78 80

3 0 0 0 0 0
76 78 80
1 1 1 1 1 1
2 2 2 2 2 2
3 3 3 3 3 3
4 4 4 4 4 4
5 77 79
5 5 5 5 5 5
6 6 6 6 6 6
7 7 7 7 7 7
8 8 8 8 8 8
9 9 9 9 9 9
76 78 80

0 0 0 0 0 0
76 78 80
1 1 1 1 1 1
2 2 2 2 2 2
3 3 3 3 3 3
4 4 4 4 4 4
75 77 79
5 5 5 5 5 5
6 6 6 6 6 6
7 7 7 7 7 7
8 8 8 8 8 8
9 9 9 9 9 9
75 78 80

4 ERRESTRIKZIO
 5 ALDAGAI
 1 = JATORRIZKO PROBLEMAREN MOTA
 ZERO MINIMIZATZE-PROBLEMARI DAGOKIO
 BAT MAXIMIZATZE-PROBLEMARI DAGOKIO

2	1.00	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	
3	11.00	10.00	1.00	0.0	0.0	0.0	56220.00
4	0.0	1.00	0.0	1.00	0.0	0.0	5108.00
5	1.00	-1.00	0.0	0.0	1.00	0.0	2000.00
6	-2.00	1.00	0.0	0.0	0.0	1.00	4500.00

1. TAULA

2	-1.00	-1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	11.00	10.00	1.00	0.0	0.0	0.0	56220.00
4	0.0	1.00	0.0	1.00	0.0	0.0	5108.00
5	1.00	-1.00	0.0	0.0	1.00	0.0	2000.00
6	-2.00	1.00	0.0	0.0	0.0	1.00	4500.00

2. TAULA

2	0.0	-2.00	0.0	0.0	1.00	0.0	2000.00
3	0.0	21.00	1.00	0.0	11.00	0.0	34220.00
4	0.0	1.00	0.0	1.00	0.0	0.0	5108.00
5	1.00	-1.00	0.0	0.0	1.00	0.0	2000.00
6	0.0	-1.00	0.0	0.0	2.00	1.00	8500.00

3. TAULA

2	0.0	0.0	0.10	0.0	-0.05	0.0	5259.05
3	0.0	1.00	0.05	0.0	-0.52	0.0	1629.52
4	0.0	0.0	-0.05	1.00	0.52	0.0	3478.48
5	1.00	0.0	0.05	0.0	0.48	0.0	3629.52
6	0.0	0.0	0.05	0.0	1.48	1.00	10129.52

4. TAULA

2	0.0	0.0	0.09	0.09	0.0	0.0	5575.27
3	0.0	1.00	0.00	1.00	0.0	0.0	5108.00
5	0.0	0.0	-0.09	1.91	1.00	0.0	6640.73
1	1.00	0.0	0.09	-0.91	0.0	0.0	467.27
6	0.0	0.0	0.18	-2.82	0.0	1.00	326.55

ALDAGAI	BALIOA
2	5575.27
3	5108.00
5	6640.73
1	467.27
6	326.55
3	0.0
4	0.0

Helburu-funtzioko koefizienteak —HEFUKO— bigarren fitxak daramatza, eta errestrikzioenak —KOEFIK— ondorengo fitxek daramatzate.

Errestrikzioen konstanteak, eskuin-aldeko baloreak, —ESALDA— direlakoak, azkenaurreko fitxan ikusten ditugu, eta, azken fitxan, errestrikzio bakoitzari dagokion oinarritzko aldagai bakoitzari dagokion ordena adierazteko zenbakiak; hain zuzen ere, azken fitxan, lehen taulako oinarritzko aldagaiak edo nasaitze-aldagaiak zeintzu diren adierazten da.

92. irudian, optimizatzeko prozesua azaltzen da, taulaz taula, eta, lehenago askuz egin dugun gauza berbera dela ikusten dugu, 70. irudian A erpinetik B, C eta D erpinerraino bidea eginez.

2. ADIBIDEA : 84., 85. eta 86. irudietan aurkeztu dugun problemari dagokio, eta aurreko adibideari " $\geq$ " erako errestrikzio bat erantsiz, formulatuta geratzen dela ikusten da argi 86. irudian. Hain zuzen ere, aurreko problemari $X_1 \geq 2000$ errestrikzioa gehituz.

93. irudian sarrera-datuen fitxak ikusten ditugu, non zenbaki negatibo handi bat agertzen baita; hots, " $\geq$ " zeinuak dakarren X_8 itxurazko aldagaiari dagokion helburu-funtzioaren koefizientea.

94. irudian, optimizatzeko prozesua aurkezten da, 86. irudiko G erpinetara heldu arte.

3. ADIBIDEA : Aurreko adibidearen problemari " $=$ " erako errestrikzio bat erantsen badiogu, $X_2 = 2000$, soluzioaren espazio berria, 86. irudiko HI zuzenkia dugu, lehen ikusi dugun moduan.

95. irudiaren goiko partean sarrerako datuak ikusten ditugu, gero, optimizatzeko prozesuaren taulak, eta azkenean, orain lor dezakegun soluzio hoberena, hots, 86. irudiko I puntuari dagokiona.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80						
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

CESINSA M 80

0000
78 80
1111
2222
3333
4444
5555
6666
7777
8888
9999

0000
78 80
1111
2222
3333
4444
5555
6666
7777
8888
9999

0000
78 80
1111
2222
3333
4444
5555
6666
7777
8888
9999

0000
78 80
1111
2222
3333
4444
5555
6666
7777
8888
9999

0000
78 80
1111
2222
3333
4444
5555
6666
7777
8888
9999

0000
78 80
1111
2222
3333
4444
5555
6666
7777
8888
9999

5 ERRESTRIKZIO
8 ALDAGAI
1 = JATORRIZKO PROBLEMAREN MOTA
ZERO MINIMIZATZE-PROBLEMARI DAGOKIO
BAT MAXIMIZATZE-PROBLEMARI DAGOKIO

116.

2	1.00	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-9999.00	
3	11.00	10.00	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	56220.00
4	0.0	1.00	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	5108.00
5	1.00	-1.00	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	2000.00
6	-2.00	1.00	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	4500.00
8	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-1.00	1.00	2000.00

1. TAULA

2	-10000.00	-1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	9999.00	0.0	*****
3	11.00	10.00	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	56220.00
4	0.0	1.00	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	5108.00
5	1.00	-1.00	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	2000.00
6	-2.00	1.00	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	4500.00
8	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-1.00	1.00	2000.00

2. TAULA

2	0.0	-10001.00	0.0	0.0	10000.00	0.0	9999.00	0.0	2000.00
3	0.0	21.00	1.00	0.0	-11.00	0.0	0.0	0.0	34220.00
4	0.0	1.00	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	5108.00
1	1.00	-1.00	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	2000.00
6	0.0	-1.00	0.0	0.0	2.00	1.00	0.0	0.0	8500.00
8	0.0	1.00	0.0	0.0	-1.00	0.0	-1.00	1.00	0.0

3. TAULA

2	0.0	0.0	0.0	0.0	-1.00	0.0	-2.00	10001.00	2000.00
3	0.0	0.0	1.00	0.0	10.00	0.0	21.00	-21.00	34220.00
4	0.0	0.0	0.0	1.00	1.00	0.0	1.00	-1.00	5108.00
1	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-1.00	1.00	2000.00
6	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	1.00	-1.00	1.00	8500.00
2	0.0	1.00	0.0	0.0	-1.00	0.0	-1.00	1.00	0.0

4. TAULA

2	0.0	0.0	0.10	0.0	-0.05	0.0	0.0	9999.00	5259.05
7	0.0	0.0	0.05	0.0	0.48	0.0	1.00	-1.00	1629.52
4	0.0	0.0	-0.05	1.00	0.52	0.0	0.0	0.0	3478.48
1	1.00	0.0	0.05	0.0	0.48	0.0	0.0	0.0	3629.52
6	0.0	0.0	0.05	0.0	1.48	1.00	0.0	0.0	10129.52
2	0.0	1.00	0.05	0.0	0.52	0.0	0.0	0.0	1629.52

5. TAULA

2	0.0	0.0	0.10	0.0	0.0	0.0	0.10	9998.90	5422.00
5	0.0	0.0	0.10	0.0	1.00	0.0	2.10	-2.10	3422.00
4	0.0	0.0	-0.10	1.00	0.0	0.0	-1.10	1.10	1686.00
1	1.00	0.0	0.00	0.0	0.0	0.0	-1.00	1.00	2000.00
6	0.0	0.0	-0.10	0.0	0.0	1.00	-3.10	3.10	5078.00
2	0.0	1.00	0.10	0.0	0.0	0.0	1.10	-1.10	3422.00

ALDAGAI	BALIOA
2	5422.00
5	3422.00
4	1686.00
1	2000.00
6	5078.00
2	3422.00
3	0.0
7	0.0
8	0.0

6 ERRESTRIKZIO
9 ALDAGAI
1 = JATOPRIZKO PROBLEMAREN MOTA
ZERO MINIMIZATZE-PROBLEMARI DAGOKIO
BAT MAXIMIZATZE-PROBLEMARI DAGOKIO

2	1.00	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-9999.00	-9999.00	
3	11.00	10.00	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	56220.00
4	0.0	1.00	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	5108.00
5	1.00	-1.00	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	2000.00
6	-2.00	1.00	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	4500.00
8	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-1.00	1.00	0.0	2000.00
9	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	2000.00

1. TAULA

2	-10000.00	-10000.00	0.0	0.0	0.0	0.0	999.00	0.0	0.0	*****
3	11.00	10.00	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	56220.00
4	0.0	1.00	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	5108.00
5	1.00	-1.00	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	2000.00
6	-2.00	1.00	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	4500.00
8	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-1.00	1.00	0.0	2000.00
9	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	2000.00

2. TAULA

2	0.0	-20000.00	0.0	0.0	10000.00	0.0	9999.00	0.0	0.0	*****
3	0.0	21.00	1.00	0.0	-11.00	0.0	0.0	0.0	0.0	34220.00
4	0.0	1.00	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	5108.00
1	1.00	-1.00	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	2000.00
6	0.0	-1.00	0.0	0.0	2.00	1.00	0.0	0.0	0.0	8500.00
8	0.0	1.00	0.0	0.0	-1.00	0.0	-1.00	1.00	0.0	0.0
9	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	2000.00

95. IRUDIA (Jarraikitzeke)

3. TAULA

2	0.0	0.0	0.0	0.0	-10000.00	0.0	-10001.00	20000.00	0.0 *****
3	0.0	0.0	1.00	0.0	10.00	0.0	21.00	-21.00	0.0 34220.00
4	0.0	0.0	0.0	1.00	1.00	0.0	1.00	-1.00	0.0 5108.00
1	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-1.00	1.00	0.0 2000.00
6	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	1.00	-1.00	1.00	0.0 8500.00
2	0.0	1.00	0.0	0.0	-1.00	0.0	-1.00	1.00	0.0 0.0
9	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	1.00	-1.00	1.00 2000.00

4. TAULA

2	0.0	0.0	476.24	0.0	-5237.62	0.0	0.0	9999.00	0.0 -3699134.00
7	0.0	0.0	0.05	0.0	0.48	0.0	1.00	-1.00	0.0 1629.52
4	0.0	0.0	-0.05	1.00	0.52	0.0	0.0	0.0	0.0 3478.48
1	1.00	0.0	0.05	0.0	0.48	0.0	0.0	0.0	0.0 3629.52
6	0.0	0.0	0.05	0.0	1.48	1.00	0.0	0.0	0.0 0129.52
2	0.0	1.00	0.05	0.0	-0.52	0.0	0.0	0.0	0.0 1629.52
9	0.0	0.0	-0.05	0.0	0.52	0.0	0.0	0.0	1.00 370.48

5. TAULA

2	0.0	0.0	0.09	0.0	0.0	0.0	0.0	9999.00	9999.09 5292.00
7	0.0	0.0	0.09	0.0	0.0	0.0	1.00	-1.00	-0.91 1292.73
4	0.0	0.0	-0.00	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	-1.00 3108.00
1	1.00	0.0	0.09	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.91 3292.73
6	0.0	0.0	0.18	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	-2.82 9085.45
2	0.0	1.00	0.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00 2000.00
5	0.0	0.0	-0.09	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	1.91 707.27

ALDAGATA	BALIDA
2	5292.00
7	1292.73
4	3108.00
1	3292.73
6	9085.45
2	2000.00
5	707.27
3	0.0
8	0.0
9	0.0

Nasaitze-aldagaiak, gainerako aldagaiak eta itxurazko aldagaiak erantsi ondoren, 1., 2. eta 3. adibideen sarrerako soluzioko datuak, konputadore-sistemara transmititzen dira. Ez da beharrezko, 2. eta 3. adibideak lekuko, hasierako soluzioaren baloreak standard-itxuraz izan daitezen, fortran programa aztertzerakoan (DO 6 eta DO 5 zonatan), programa hori standard-itxuratara aldatzeko gai dela azaldu baitugu.

4. ADIBIDEA : Aurreko adibideko problema, maximizatzeko motakoa izan beharrean, minimizatzeko motakoa izango balitz, helburu-funtzioko koefizienteen zeinu batzu aldatu egingo lirateke.

3. adibideko problema, orain minimizatzeko, alde batetik, lehen fitxako hirugarren datua, $NOLA = 0$ ipiniko dugu, era horretan jatorrizko problemaren mota aldatuz; bestetik, bigarren fitxako itxurazko aldagaiei dagozkien koefizienteak positibo bezala idatziko ditugu helburu-funtzioan.

Gainerako fitxak berberak dira; eta emaitzak 96. irudian ikusten dira.

Soluzioaren espazioa, 86. irudiko HI zuzenkia izanik, eta maximizatzeko problemaren optimoa I denean, minimizatzerakoan aurkakoa izan behar da : H puntua, noski.

Emaitzak ikusirik, optimoa H puntua dela egiaztatzen dugu.

6 ERRESTRIKZIO
 9 ALDAGAI
 0 = JATORRIZKO PROBLEMAREN MOTA
 ZERO MINIMIZATZE-PROBLEMARI DAGOKIO
 BAT MAXIMIZATZE-PROBLEMARI DAGOKIO

2	1.00	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	9999.00	9999.00	
3	11.00	10.00	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	56220.00
4	0.0	1.00	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	5108.00
5	1.00	-1.00	0.0	0.0	-1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	2000.00
6	-2.00	1.00	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	4500.00
8	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-1.00	1.00	0.0	2000.00
9	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	2000.00

1. TAULA

2	-9998.00	-9998.00	0.0	0.0	0.0	0.0	9999.00	0.0	0.0	*****
3	11.00	10.00	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	56220.00
4	0.0	1.00	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	5108.00
5	1.00	-1.00	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	2000.00
6	-2.00	1.00	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	4500.00
8	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-1.00	1.00	0.0	2000.00
9	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	2000.00

2. TAULA

2	0.0	-19996.00	0.0	0.0	9998.00	0.0	9999.00	0.0	0.0	*****
3	0.0	21.00	1.00	0.0	-11.00	0.0	0.0	0.0	0.0	34220.00
4	0.0	1.00	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	5108.00
1	1.00	-1.00	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	2000.00
6	0.0	-1.00	0.0	0.0	2.00	1.00	0.0	0.0	0.0	8500.00
8	0.0	1.00	0.0	0.0	-1.00	0.0	-1.00	1.00	0.0	0.0
9	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	2000.00

96. IRUDIA (Jarraitzeko)

3. TAULA

7	0.0	0.0	0.0	0.0	-9998.00	0.0	-9997.00	19996.00	0.0	*****
3	0.0	0.0	1.00	0.0	10.00	0.0	21.00	-21.00	0.0	34220.00
4	0.0	0.0	0.0	1.00	1.00	0.0	1.00	-1.00	0.0	5108.00
1	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-1.00	1.00	0.0	2000.00
6	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	1.00	-1.00	1.00	0.0	6500.00
2	0.0	1.00	0.0	0.0	-1.00	0.0	-1.00	1.00	0.0	0.0
9	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	1.00	-1.00	1.00	2000.00

4. TAULA

7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	9998.00	9998.00	-4000.00
3	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	11.00	-11.00	-10.00	14220.00
4	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	-1.00	3108.00
1	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-1.00	1.00	0.0	2000.00
6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	-2.00	2.00	-1.00	6500.00
2	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	2000.00
5	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	1.00	-1.00	1.00	2000.00

ALDAGAI	BALIOA
7	4000.00
3	14220.00
4	3108.00
1	2000.00
6	6500.00
2	2000.00
5	2000.00
7	0.0
8	0.0
9	0.0

96. IRUDIA (Jarraipena)

B.- Ordinatore handiko PL-software bidez.

A partean aztertutako FORTRAN programa, txiroegia gera daiteke, benetako problemak ebazteko.

Esan genuenez, software bezala, hamañost mila errestrikzio eta aldagai baino gehiagoko problemen kasurako programa produktua hornitzen dute ordinatore handiko fabrikatzaileek.

Ahalmen izugarri honetatik kanpo, problema berria edo berriztatuen aurrean, horrelako produktuek itzulkortasun handia dute, CALL delakoem bidez programagarriak baitira.

Hala eta guztiz, ikerketa post-optimoak (hau da, amaitu eta gero-koak) egiteko erosotasuna ere, ezaugarri garrantzitsuena da.

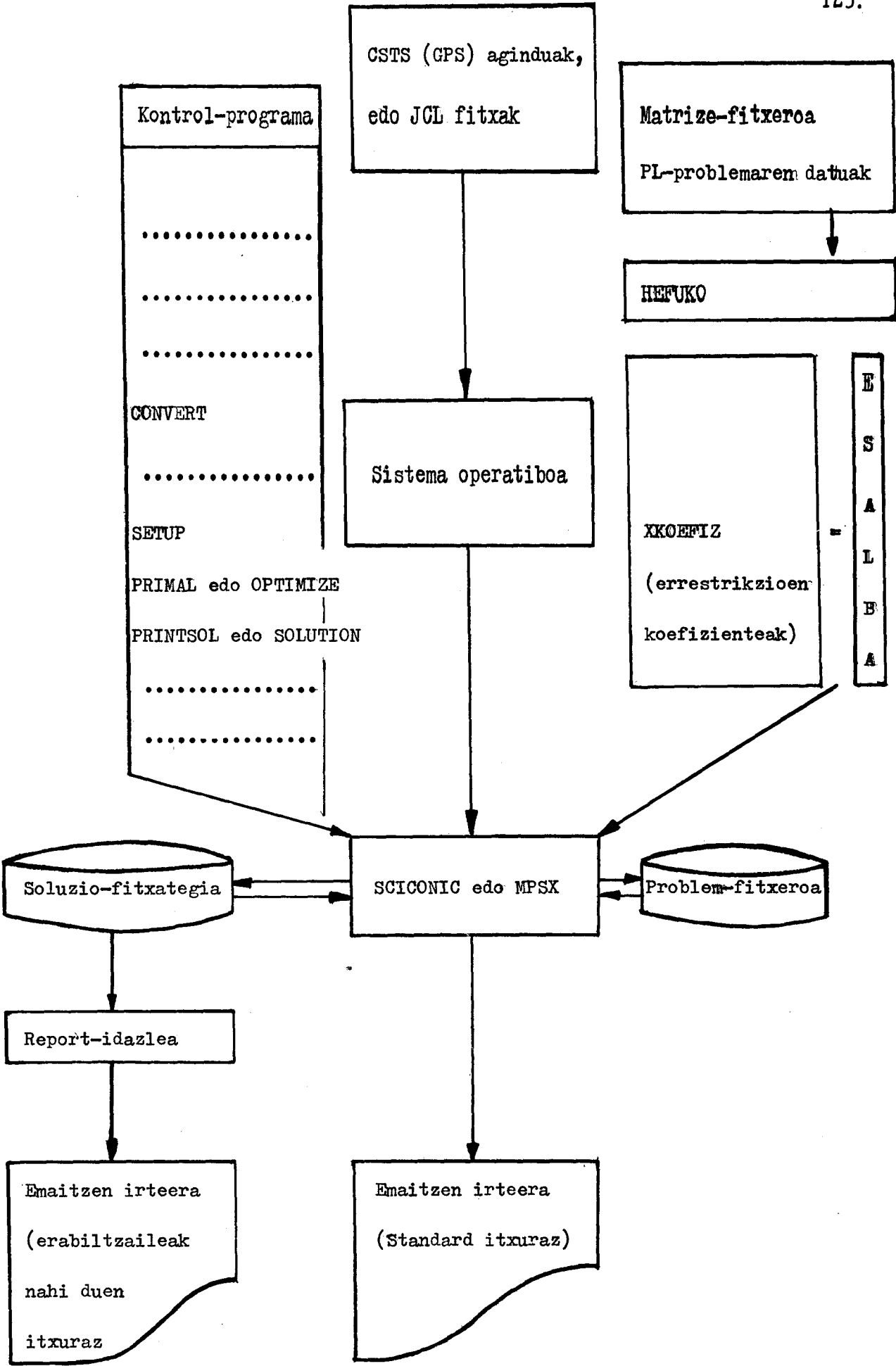
Problema bat ebazteko (hasi, datuak sartu, prozesua, emaitzak atera eta amaitu), ikus 97.irudia, sistema operatibo (OS) bakoitzak, bere agente bereziak behar ditu.

Hala ere, prozesua gidatzeko, kontrol-programaren CALL delakoak antzerakoak dira, orain guri gehien interesatzen zaizkigunak kokretuki :
 CONVERT : CALL honek, sartu dugun datuekin, problemen fitxategia prestatuko du, itxura bitarrean.

SETUP : Honekin, gure problema, problemen fitxategitik hartuta, ordinato-reak bere memorian kargatuko du. Maximizatzeko problemen kasuan 'MAXIMIZE' edo 'MAX' parametroa erabiliko dugu : SETUP ('MAX')

PRIMAL edo OPTIMIZE : Etengabeko problemen kasuan PL-algoritmoa betetzen du, soluzioen fitxategia sortuz.

PRINTSOLN edo SOLUTION : Soluzioen fitxategian daukagun soluzio aktualizatu (azkena, prozesu luzea segitzen ari bagara), erabiltzailearen terminalean inprimatuko du.



Terminal batez praktikak egiterakoan, beste CALL delakoak, eta sistema operatiboak behar dituen agente bereziak azalduko ditugu. Horregatik, hemen ez gara gehiago arduratuko horretaz.

PL-problemaren datuei buruz, hain zuzen, matrizeen fitxategiari dagokiolarik, hiru parte beharrezkoak direla eta beste bi batzutan bakarrik erabiltzen direla esan behar da.

Beharrezko diren sekzioek, ingelesez ondoko izenak dituzte :

Lerroen sekzioarena : ROWS

Zutabeen sekzioarena : COLUMNS

Eskuin-aldeko balorearena : RHS

Era berean, batzutan bakarrik erabiltzen ditugunak :

Lerroen, edo eskuin-aldeko baloreen, nasaitze-mugei dagokiena: RANGES

Erabaki-aldagaien muga bereziak finkatzekoena : BOUNDS

Fortran programa azaltzeko ikusi ditugun adibideak, berrikusi egingo ditugu orain, kontrol-programa eta matrizeen fitxategia nola eman behar diren jakiteko.

LEHEN ADIBIDEA : Lehenengo problemaren kasuko kontrol-programa, 98. irudian ikusten da, eta matrizeen fitxategia, 99. irudian.

PL-problemaren datuetariko lehena beraren izena NAME da kasu honetan "ZAMARENA" deituko dugu.

ROWS sekzioan, lerroen edo errestrikzioen izenak ipintzen dira, helburu-funtzioaren izenari "N" bat aurretik jartzen zaiolarik; beste errestrikzioen izenen aurrean "L" bana, "≤" eratakoak izateagatik. Errestrikzio bat "=" erakoa denean, aurretik "E" dagokiola, eta, "≥" izanik "G" dagokiola esan behar da.

Helburu-funtzioaren izena, kasu honetan, "HELBURUA" izango da, eta errestrikzioenak, "LEHENENG", "BIGARREN", "HIRUGARR" eta "LAUGARRE"; lerro zein zutabeen izenak ezin dira izan, zortzi karaktere alfanumerikotakoak baino luzeagoak.

```

0001      PROGRAM
0002      INITIALZ
0203      TITLE('LABEGARAJA')
0204      MOVE(XDATA,'ZAMARENA')
0205      MOVE(XPBNAME,'ZAMARENA')
0206      MOVE(XOBJ,'HELBURUA')
0207      MOVE(XRHS,'ESALBA')
0208      CONVERT('SUMMARY','CHECK')
0209      BCDCUT
0210      SETUP('MAX')
0211      OPTIMIZE
0410      SOLUTION
0411      EXIT
0412      PEND

```

98. IRUDIA.

```

NAME      ZAMARENA
ROWS
N  HELBURUA
L  LEHENENG
L  BIGARREN
L  HIRUGARR
L  LAUGARRE
COLUMNS
X1      HELBURUA      1.00000  LEHENENG      1.10000
X1      HIRUGARR      1.00000  LAUGARRE -    2.00000
X2      HELBURUA      1.00000  LEHENENG      1.00000
X2      BIGARREN      1.00000  HIRUGARR -    1.00000
X2      LAUGARRE      1.00000
RHS
ESALBA  LEHENENG      5622.00000  BIGARREN      5108.00000
ESALBA  HIRUGARR      2000.00000  LAUGARRE      4500.00000
ENDATA

```

99. IRUDIA.

129

Hurrengo sekzioan --COLUMNS delakoari dagokiona-- zutabeen edo aldagaien izenak agertzen dira; gure ereduetan " X_1 " eta " X_2 ". Aldagaia eduki duten lerroen izenak, eta, bertan aldagaiari dagokion koefizientea, jarraikitzen zatzaizkio aldagaiari.

Azken sekzio derrigorrezkoa, RHS delakoa dugu. Lehen ikusi dugun COLUMNS delakoaren antza du; aldagaien izena agertu beharrean, eskuin-aldeko balorearena dakar, hots, ESALBA.

99. irudian, RANGES eta BOUNDS direlako sekzioak ez dira agertzen eta --2. eta ondorengo problemak aztertzerakoan BOUNDS sekzioa ikusiko dugu-- "ENDATA" txartela azkenean jarritz, lehen problemaren kasuko matrizeen fitxategia osoturik dugu.

Emaitzen irteera, 100. irudian, ikusten dugu. Lehenik ikusten duguna, helburu-funtzioaren balorea da, eta gero, sekzioka, lerroen eta zutabeen emeitzak; aldagaien emaitza nagusiek --"ACTIVITY" delakoak agertzen dituenak-- lehen lortu ditugun baloreak dituztelarik.

BIGARREN ADIBIDEA : Bigarren problemaren kasuko kontrol-programa, 101. irudian ikusten dugu, non, 98. irudian ikusi dugunarekiko desberdintasun bakarra, "MUGAK" BOUND bezala sartzea den.

Lehen ikusi dugun bigarren problemaren matrizea eraikitzeke, beste errestrikzio berririk sartu beharrean, BOUNDS delako sekzioa sartuko dugu. Lehen, errestrikzio berri hau sartu genuen :

$$X_1 \geq 2000$$

Gauza berbera egiteko, " G ROW " delako errestrikzio berria sar daiteke, baina, BOUNDS delako sekzioaz X_1 aldagaiari beheko muga bat jartzea, askoz erosoago da.

Nota askotako "BOUNDS" ditugu :

SOLUTION (OPTIMAL)

TIME = 0.10 MINS. ITERATION NUMBER = 3

...NAME...	...ACTIVITY...	DEFINED AS
FUNCTIONAL	5575.27273	HELBURUA
RESTRAINTS		ESALBA

SECTION 1 - ROWS

NUMBER	...ROW...	AT	...ACTIVITY...	SLACK ACTIVITY	..LOWER LIMIT.	..UPPER LIMIT.	..DUAL ACTIVITY
1	HELBURUA	BS	5575.27273	5575.27273-	NONE	NONE	1.00000
2	LEHENEG	UL	5622.00000	.	NONE	5622.00000	.90909-
3	BIGARREN	UL	5108.00000	.	NONE	5108.00000	.09091-
4	HIRUGARR	ES	4640.72727-	6640.72727	NONE	2000.00000	.
5	LAUGARRE	BS	4173.45455	326.54545	NONE	4500.00000	.

SECTION 2 - COLUMNS

NUMBER	..COLUMNS	AT	...ACTIVITY...	..INPUT COST..	..LOWER LIMIT.	..UPPER LIMIT.	..REDUCED COST.
6	X1	BS	467.27273	1.00000	.	NONE	.
7	X2	BS	5108.00000	1.00000	.	NONE	.

```

0001            PROGRAM
0002            INITIALZ
0203            TITLE('LABE GARAIA')
0204            MOVE(XDATA, 'ZAMARENA')
0205            MOVE(XPBNAM E, 'ZAMARENA')
0206            MOVE(XOBJ, 'HELBURUA')
0207            MOVE(XRHS, 'ESALBA')
0208            MOVE(XBOUND, 'MUGAK')
0209            CONVERT('SUMMARY', 'CHECK')
0210            BCDCUT
0211            SETUP('MAX')
0212            OPTIMIZE
0411            SOLUTION
0412            EXII
0413            PEND

```

7

UP : Goiko muga, goiko muga batez espezifikatua.

LO : Beheko muga, beheko muga batez espezifikatua.

FX : Balore fixua, balore konkretuarekin.

MI : Beheko muga = $-\infty$, goiko muga = 0

PL : Beheko muga = 0 , goiko muga = $+\infty$

FR : Beheko muga = $-\infty$, goiko muga = $+\infty$

UI : Aldagai osoa, goiko muga batez espezifikatua.

BV : Aldagai osoa bitarra (1 - 0)

SC : Aldagai erdijarraia, goiko muga batez espezifikatua.

Gure bigarren problema planteatzeko, matrizeen fitxategian, zera sartuko dugu, "ENDATA" txartelaren aurrean :

BOUNDS

LO MUGAK X1 2000.

102. irudian matrizeen fitxategia ikusten dugu, eta 103. irudian emaitzen irteera. Fortran programaren bidez lortu ditugunak eta MPS-en bidezkoak berberak dira.

HIRUGARREN ADIBIDEA : Hirugarren problemaren kasuko kontrol-programa ere 101. irudikoa da, eta matrizeen fitxategia 104. irudikoa.

Ekuazio berri bat sartu beharrean, BOUND "FX" erako bat sartu dugu.

Emaitzen irteera 105. irudian daukagu, aurretik ezaguturiko helburu-funtzio eta aldagaien baloreekin.

LAUGARREN ADIBIDEA : Laugarren problemaren kasuko kontrol-programa, 106. irudian ikusten dugu. Lehen ikusi dugunarekiko —101. irudian— desberdintasun bakarra, SETUP-aren parametroan datza, hain zuzen, orain minimizazioa lortu nahi dugunean, SETUP delakoa parametro gabe erabiltzen dugu; huts-parametroa helburu-funtzioa minimizatzeko baita.

Matrizeen fitxategia, 104. irudikoa da, ez baitugu ezer aldatu beharrik. Emaitzen irteera 107. irudian aurkezten da, ezagutzen ditugun emaitzak berrikusiz.

1

MPSX/370 V1M4 PTF7 LABEGARAIA

PAGE 4 80/142

NAME ZAMARENA

ROWS

N HELBURUA
L LEHENENG
L BIGARREN
L HIRUGARR
L LAUGARRE

COLUMNS

X1	HELBURUA	1.00000	LEHENENG	1-10000
X1	HIRUGARR	1.00000	LAUGARRE	- 2.00000
X2	HELBURUA	1.00000	LEHENENG	1.00000
X2	BIGARREN	1.00000	HIRUGARR	- 1.00000
X2	LAUGARRE	1.00000		

RHS

ESALBA	LEHENENG	5622.00000	BIGARREN	5108.00000
ESALBA	HIRUGARR	2000.00000	LAUGARRE	4500.00000

BOUNDS

LO MUGAK X1 2000.00000
ENDATA

302. IRUDIA.

130.

MPSX/370 VIM4 PTF7 LABEGARAIA

PAGE 7 80/142

SOLUTION (OPTIMAL)

TIME = 0.09 MINS. ITERATION NUMBER = 1

...NAME...	...ACTIVITY...	DEFINED AS
FUNCTIONAL	5422.00000	HELBURUA
RESTRAINTS		ESALBA
BOUNDS....		MUGAK

MPSX/370 VIM4 PTF7 LABEGARAIA

PAGE 8 80/142

SECTION 1 - ROWS

NUMBER	...ROW...	AT	...ACTIVITY...	SLACK ACTIVITY	..LOWER LIMIT.	..UPPER LIMIT.	.DUAL ACTIVITY
1	HELBURUA	BS	5422.00000	5422.00000-	NONE	NONE	1.00000
2	LEHENENG	UL	5622.00000	.	NONE	5622.00000	1.00000-
3	BIGARREN	BS	3422.00000	1686.00000	NONE	5108.00000	.
4	HIRUGARR	BS	1422.00000-	3422.00000	NONE	2000.00000	.
5	LAUGARRE	BS	578.00000-	5078.00000	NONE	4500.00000	.

MPSX/370 VIM4 PTF7 LABEGARAIA

PAGE 9 80/142

SECTION 2 - COLUMNS

NUMBER	.COLUMNS	AT	...ACTIVITY...	..INPUT COST..	..LOWER LIMIT.	..UPPER LIMIT.	.REDUCED COST.
6	X1	LL	2000.00000	1.00000	2000.00000	NONE	.10000-
7	X2	BS	3422.00000	1.00000	.	NONE	.

3

MPSX/370 V1M4 PTF7 LABEGARAIA

PAGE 4 80/142

NAME	ZAMARENA				
ROWS					
N	HELBURUA				
L	LEHENENG				
L	BIGARREN				
L	HIRUGARR				
L	LAUGARRE				
COLUMNS					
X1	HELBURUA	1.00000	LEHENENG		1.10000
X1	HIRUGARR	1.00000	LAUGARRE	-	2.00000
X2	HELBURUA	1.00000	LEHENENG		1.00000
X2	BIGARREN	1.00000	HIRUGARR	-	1.00000
X2	LAUGARRE	1.00000			
RHS					
ESALBA	LEHENENG	5622.00000	BIGARREN		5108.00000
ESALBA	HIRUGARR	2000.00000	LAUGARRE		4500.00000
BOUNDS					
LO MUGAK	X1	2000.00000			
FX MUGAK	X2	2000.00000			
ENDATA					

7

104- IREGDIA.

132.

MPSX/370 VIM4 PTF7 LABEGARAIA

PAGE 7 80/142

SOLUTION (OPTIMAL)

TIME = 0.09 MINS. ITERATION NUMBER = 1

...NAME...	...ACTIVITY...	DEFINED AS
FUNCTIONAL	5292.72727	HELBURUA
RESTRAINTS		ESALBA
BOUNDS....		MUGAK

MPSX/370 VIM4 PTF7 LABEGARAIA

8 80/142

SECTION 1 - ROWS

NUMBER	...ROW..	AT	...ACTIVITY...	SLACK ACTIVITY	..LOWER LIMIT.	..UPPER LIMIT.	.DUAL ACTIVITY
1	HELBURUA	BS	5292.72727	5292.72727-	NONE	NONE	1.00000
2	LEHENENG	UL	5622.00000	.	NONE	5622.00000	.90909-
3	BIGARREN	BS	2000.00000	3108.00000	NONE	5108.00000	.
4	HIRUGARR	BS	1292.72727	707.27273	NONE	2000.00000	.
5	LAUGARRE	BS	4585.45455-	9085.45455	NONE	4500.00000	.

MPSX/370 VIM4 PTF7 LABEGARAIA

PAGE 9 80/142

SECTION 2 - COLUMNS

NUMBER	.COLUMNS	AT	...ACTIVITY...	..INPUT COST..	..LOWER LIMIT.	..UPPER LIMIT.	.REDUCED COST.
6	X1	BS	3292.72727	1.00000	2000.00000	NONE	
7	X2	EQ	2000.00000	1.00000	2000.00000	2000.00000	.09091

```
0001      PROGRAM
0002      INITIALZ
0203      TITLE('LABEGAKAIA')
0204      MOVE(XDATA,'ZAMARENA')
0205      MOVE(XPBNAME,'ZAMARENA')
0206      MOVE(XOBJ,'HELBURUA')
0207      MOVE(XRHS,'ESALBA')
0208      MOVE(XBOUND,'HUGAK')
0209      CONVERT('SUMMARY','CHECK')
0210      BCDOUT
0211      SETUP
0212      OPTIMIZE
0411      SOLUTION
0412      EXIT
0413      PEND
```

MPSX/370 VIM4 PTF7 LABEGARAIA

PAGE 7 80/142

SOLUTION (OPTIMAL)

TIME = 0.09 MINS. ITERATION NUMBER = 0

...NAME...	...ACTIVITY...	DEFINED AS
FUNCTIONAL	4000.00000	HELBURUA
RESTRAINTS		ESALBA
BOUNDS....		MUGAK

MPSX/370 VIM4 PTF7 LABEGARAIA

PAGE 8 80/142

SECTION 1 - ROWS

NUMBER	...ROW...	AT	...ACTIVITY...	SLACK ACTIVITY	..LOWER LIMIT.	..UPPER LIMIT.	..DUAL ACTIVITY
1	HELBURUA	BS	4000.00000	4000.00000-	NONE	NONE	1.00000
2	LEHENENG	BS	4200.00000	1422.00000	NONE	5622.00000	.
3	BIGARREN	BS	2000.00000	3108.00000	NONE	5108.00000	.
4	HIRUGARR	BS	2000.00000	2000.00000	NONE	2000.00000	.
5	LAUGARRE	BS	2000.00000-	6500.00000	NONE	4500.00000	.

MPSX/370 VIM4 PTF7 LABEGARAIA

PAGE 9 80/142

SECTION 2 - COLUMNS

NUMBER	.COLUMNS	AT	...ACTIVITY...	..INPUT COST..	..LOWER LIMIT.	..UPPER LIMIT.	..REDUCED COST.
6	X1	LL	2000.00000	1.00000	2000.00000	NONE	1.00000
7	X2	EQ	2000.00000	1.00000	2000.00000	2000.00000	1.00800

12. GURE GARRAIO-PROBLEMA, SIMPLEX METODOAREN ARAUERA ETA ORDINATOREZ.

Lehen aztertu genuen garraio-problema, programazio linealaren (PL-aren) ordinatore-errutinez ebazteko prestatuko dugu. Ikusi dugunez, kostu-matrizea hauxe da :

		Helburuak				
		1	2		n	
Sorburuak	1	K_{11}	K_{12}		K_{1n}	G_1
	2	K_{21}	K_{22}		K_{2n}	G_2
	.	.	.		.	.
	.	.	.		.	Gertutasunak edo
	.	.	.		.	eskuin-aldeko baloreak
	.	.	.		.	(lerro-beharkizunak)
	m	K_{m1}	K_{m2}		K_{mn}	G_m
		E_1	E_2		E_n	
		Eskariak				
		(zutabe-beharkizunak)				

$\sum_{i=1}^m \text{GERTUTASUNA}_i = \sum_{j=1}^n \text{ESKARIA}_j$

Ebatzia :	X_{11}	X_{12}		X_{1n}
	X_{21}	X_{22}		X_{2n}
	.	.		.
	.	.		.
	.	.		.
	.	.		.
	X_{m1}	X_{m2}		X_{mn}

Bete behar diren errestrikzioak ondokoak dira :

$$(EG) \sum_{j=1}^n x_{ij} = \text{GERTUTASUNA}_i, \quad i \text{ guztien kasuan}$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = \text{ESKARIA}_j, \quad j \text{ guztien kasuan}$$

$$(\text{Beheko mugak}) \quad x_{ij} \geq 0, \quad i \text{ eta } j \text{ guztien kasuan}$$

Gure kasuan, (EG) errestrikzioak hauxek dira :

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} = 17$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} = 15$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} = 10$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 9$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 7$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 4$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 3$$

$$x_{15} + x_{25} + x_{35} = 5$$

$$x_{16} + x_{26} + x_{36} = 8$$

$$x_{17} + x_{27} + x_{37} = 6$$

Baina independenteak, $m + n - 1 = 9$ ekuazio bakarrik dira; horregatik

azken ekuazioa alde batetara utz daiteke.

(Beheko mugak) errestrikzioak :

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \text{ eta } j = 1, 2, 3 \text{ izanik.}$$

Soluzioaren kostua, hots, minimizatu behar dugun funtzioa, zera da :

$$(\text{Helburu-funtzioa}) \quad Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n K_{ij} x_{ij}$$

$$\begin{aligned} Z = & .0 x_{11} + 159 x_{12} + 240 x_{13} + 200 x_{14} + 173 x_{15} + 120 x_{16} + 65 x_{17} + \\ & + 159 x_{21} + 0 x_{22} + 120 x_{23} + 80 x_{24} + 135 x_{25} + 87 x_{26} + 94 x_{27} + \\ & + 240 x_{31} + 120 x_{32} + 0 x_{33} + 40 x_{34} + 90 x_{35} + 120 x_{36} + 210 x_{37} \end{aligned}$$

A.- Fortran programa erabiliz.

Lehen ikusi dugun moduan, "=" eratako errestrikzioak direlarik, (EG_i) errestrikzioek, $i=1,2,3,4,5,6,7,8,9$ izanik, negatibo ez den itxurazko aldagai bana behar dute, helburu-funtzioan balore handiko koefizientearekin agertuz : (Helburu-funtzioa) :

$$\begin{aligned} Z = & 0 X_{11} + 159 X_{12} + 240 X_{13} + 200 X_{14} + 173 X_{15} + 120 X_{16} + 65 X_{17} + \\ & + 9999 X_{18} + 9999 X_{19} + 9999 X_{20} + \\ & + 159 X_{21} + 0 X_{22} + 120 X_{23} + 80 X_{24} + 135 X_{25} + 87 X_{26} + 94 X_{27} + \\ & + 9999 X_{28} + 9999 X_{29} + 9999 X_{30} + \\ & + 240 X_{31} + 120 X_{32} + 0 X_{33} + 40 X_{34} + 90 X_{35} + 120 X_{36} + 210 X_{37} + \\ & + 9999 X_{38} + 9999 X_{39} + 9999 X_{40} \end{aligned}$$

eta (EG_i) errestrikzioak honela geratuz :

i

$$\begin{aligned} 1 \quad & X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} \leq 17 \\ 2 \quad & X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} \leq 15 \\ 3 \quad & X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} \leq 10 \\ 4 \quad & X_{11} + X_{19} + X_{21} + X_{31} \leq 9 \\ 5 \quad & X_{12} + X_{20} + X_{22} + X_{32} \leq 7 \\ 6 \quad & X_{13} + X_{23} + X_{29} + X_{33} \leq 4 \\ 7 \quad & X_{14} + X_{24} + X_{30} + X_{34} \leq 3 \\ 8 \quad & X_{15} + X_{25} + X_{35} + X_{39} \leq 5 \\ 9 \quad & X_{16} + X_{26} + X_{36} + X_{40} \leq 8 \end{aligned}$$

Helburu-funtzioa, (EG) errestrikzioek eta beheko mugek PL-programa arrunta osotzen dute, non, objektu funtzioa minimizatu behar baita.

11. parteko 4. adibidearen antza du, eta sarrerako datuak 108. irudian ikusten ditugu.

9 ERRESTRIKZIO
30 ALDAGAI
0 = JATORRIZKO PROBLEMAREN MOTA
ZERO MINIMIZATZE-PROBLEMARI DAGOKIO
BAT MAXIMIZATZE-PROBLEMARI DAGOKIO

7	0.0	159.00	240.00	200.00	173.00	120.00	65.00	9999.00	9999.00	9999.00
	159.00	0.0	120.00	80.00	135.00	87.00	94.00	9999.00	9999.00	9999.00
8	240.00	120.00	0.0	40.00	90.00	120.00	210.00	9999.00	9999.00	9999.00
	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.0	0.0
	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
18	17.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.0	0.0
	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
28	15.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.0	0.0
	10.00									

108. IRUDIA, sarrerako datuak. (Jarraikitzeke)

		1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0
		1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		9.00									
18		0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00
		0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		7.00									
19		0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0
		0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		4.00									
20		0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00
		0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		3.00									
29		0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0
		5.00									
30		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0
		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	0.0
1		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.00	0.0	0.0	0.0	1.00
		8.00									

108. IRUDIA (Jarraipena)

9 erretrikzioetako problema dugu, 30 aldagairekin, eta helburu-funtzioa, garraioaren kostua izanik, minimizatzea, hain zuzen, "0" erakoa.

Z helburu-funtzioko koefizienteak hiru lerrotan zehar agertzen dira, zeintzuetatik 9999.00 balorea dutenak ez diren azken soluzioan agertuko, itxurazko aldagaiak baitira; beste koefizienteak 5. irudiko kostuko matrizeak dira, ordena berberean gainera.

Hurrengo lerroek launaka hartzen dute zentzua. Lauetariko hiru lehenak, erretrikzio bateko koefizienteak dira, eta, laugarren lerroak eramaten duen zenbaki bakarra, erretrikzio horri dagokion eskuin-aldeko balorea da.

Ikusten dugun moduan, garraioaren problema, PL-problema berezia da, non, erretrikzio koefizienteak zero edo bat diren.

Lehen erretrikzio koefizienteak itxurazko aldagaia 8.-a da, X_{18} delako aldagaiari dagokiolarik; lehen oinarriko soluzioan 8.aldagaiak (X_{18} -ak) parte hartuko du, eta lehen erretrikzio koefizienteak idatzi baino lehen, ezker-aldean 8 bat idazten da.

Bigarren erretrikzio koefizienteak, hasierako oinarriko soluzio koefiziente oinarriko itxurazko aldagaia 18.-a da, X_{28} aldagaiari dagokiona, eta ezker aldean 18 bat ikusten dugu.

Gero 28 bat agertzen da, X_{38} delakoari dagokiona, eta era berean, hurrengoetan 9 (X_{19}), 10 (X_{20}), 19 (X_{29}), 20 (X_{30}), 29 (X_{39}) eta 30 (X_{40}); lehen oinarriko soluzio koefizienteak, bederatzi oinarriko itxurazko aldagaiak, hain zuzen.

Inprimaturiko irteeran hamar taula agertzen dira, non, helburuko-funtzioko baloreak gero eta txikiagoak diren :

779922.	599940.	459954.	379962.	320088.
160800.	101076.	101076.	61406.	1802.

Azken balorea, 1802, minimoa dena, optimoa da, garraio-kosturik merkeena baita.

Erabaki-aldagai ez-muluak hauek dira :

- 7 (x_{17}) eta 6 unitate dagozkio
- 16 (x_{26}) " 6 " "
- 25 (x_{35}) " 5 " "
- 1 (x_{11}) " 9 " "
- 12 (x_{22}) " 7 " "
- 23 (x_{33}) " 4 " "
- 24 (x_{34}) " 1 " "
- 14 (x_{24}) " 2 " "
- 6 (x_{16}) " 2 " "

Matrize eran jarritz, hauxe lortzen dugu :

	1	2	3	4	5	6	7
0	$x_{11} = 9$					$x_{16} = 2$	$x_{17} = 6$
1		$x_{22} = 7$		$x_{24} = 2$		$x_{26} = 6$	
2			$x_{33} = 4$	$x_{34} = 1$	$x_{35} = 5$		

Hain zuzen ere, lehen lortu genuen soluzio optimoa.

B.- MPSX edo SCICONIC delakoak erabiliz.

109. irudian, erabili dugun kontrol-programa ikus daiteke.

Aginte-makroei buruz zerbait azaltzen hasi ginenean, CONVERT delakoa izan zen lehenengo aipatu genuena, eta, horrek emeten digun irteera

110. irudian ikusten da.

Sarrera-datuen analisisia da; MAJOR ~~erako~~ errorerik aurkitzen badu, hantxe bertan, behar den oharra inprima arazten du, exekuzioa abortatuz.

BCDOUT delakoak 111. irudiko sarreraren fitxategia ematen digu, zeini GARRAIOA deitzen diogun.

Zero diren koefizienteak ez dira agertzen, ez baitute kalkuluan parte hartuko.

Helburu-funtzioa ($H \# F$), errestrikzioak (E_i , $i=1,2,3,4,5,6,7$, 8 eta 9), aldagaiak (X_{jk} , $j=1,2,3$ eta $k=1,2,3,4,5,6,7$) eta eskuin-aldeko baloreak (ESAB), matrize-itxuraz ikusten ditugu 112. irudian. A delako partean ikusi dugun moduan, errestrikzioen koefizienteak, garraioaren problemaren, zero edo bat besterik ez dira; helburu-funtziokoak eta eskuin-aldeko baloreak edozein izanik, matrizean A, B, eta C sinboloen bidez aurkezten dira, A, B eta C esangura hau dutelarik :

1.000001	baloretik	10.	baloreraino,	A	sinboloa	dagokie,
10.000001	"	100.	"	, B	"	" eta
100.000001	"	1000.	"	, C	"	" .

112. irudiko matrizea jasotzeko, kontrol-programan PICTURE delako CALL sartu dugu.

Zenbat eta problema korapilotsuagoak aztertu, hainbat eta errore sartzeko probabilitate handiagoa izango dugu. Horregatik, matrizean aurkezten diren ekuazioak, guk planteatu nahi ditugunekiko desberdintasun

MPSX/370 V1M4 PTF7 MPSCL COMPILATION

0001	PROGRAM
0002	INITIALZ
0203	TITLE('GARRAIOAREN PROBLEMA')
0204	MOVE(XDATA,'GARRAIOA')
0205	MOVE(XPBNAME,'GARRAIOA')
0206	MOVE(XOBJ,'H#F')
0207	MOVE(XRHS,'ESAB')
0208	CONVERT
0209	BCDCUT
0210	SETLP
0211	PICTURE
0212	OPTIMIZE
0411	SOLUTION
0412	EXIT
0413	PEND

MPSX/370 V1M4 PTF7 MPSCL COMPILATION

0001	PROGRAM
0002	INITIALZ
0203	TITLE('GARRAIOAREN PROBLEMA')
0204	MOVE(XDATA,'GARRAIOA')
0205	MOVE(XPBNAME,'GARRAIOA')
0206	MOVE(XOBJ,'H#F')
0207	MOVE(XRHS,'ESAB')
0208	CONVERT
0209	BCDCUT
0210	SETUP('MAX')
0211	PICTURE
0212	OPTIMIZE
0411	SOLUTION
0412	EXIT
0413	PEND

109. IRUDIA, goiko kontrol-programari 113. irudiko soluzioa,
dagokio eta behekoari 114. irudikoa dagokio.

MPSX/370 VM4 PTF7 GARRAIOAREN PROBLEMA

CONVERT GARRAIOA TO GARRAIOA

TIME = 0.01

1- ROWS SECTION.

0 MINOR ERROR(S) - 0 MAJOR ERROR(S).

2- COLUMNS SECTION.

0 MINOR ERROR(S) - 0 MAJOR ERROR(S).

3- RHS SECTION.

ESAB

0 MINOR ERROR(S) - 0 MAJOR ERROR(S).

PROBLEM STATISTICS

10 LP ROWS 31 VARIABLES 67 LP ELEMENTS DENSITY = 21.61

THESE STATISTICS CONTAIN ONE SLACK VARIABLE FOR EACH ROW

0 MINOR ERRORS, 0 MAJOR ERRORS.

THERE ARE 226 EMPTY BLOCKS STILL AVAILABLE ON PROFILE

BCDDOUT - USING GARRAIOA

TIME = 0.06

MPSX/370 VIM4 PTF7 GARRAIOAREN PROBLEMA

NAME		GARRAIOA			
ROWS					
N	H#F				
E	E1				
E	E2				
E	E3				
E	E4				
E	E5				
E	E6				
E	E7				
E	E8				
E	E9				
COLUMNS					
X11	E1	1.00000	E4	1.00000	
X12	H#F	159.00000	E1	1.00000	
X12	E5	1.00000			
X13	H#F	240.00000	E1	1.00000	
X13	E6	1.00000			
X14	H#F	200.00000	E1	1.00000	
X14	E7	1.00000			
X15	H#F	173.00000	E1	1.00000	
X15	E8	1.00000			
X16	H#F	120.00000	E1	1.00000	
X16	E9	1.00000			
X17	H#F	65.00000	E1	1.00000	
X21	H#F	159.00000	E2	1.00000	
X21	E4	1.00000			
X22	E2	1.00000	E5	1.00000	
X23	H#F	120.00000	E2	1.00000	
X23	E6	1.00000			
X24	H#F	80.00000	E2	1.00000	
X24	E7	1.00000			
X25	H#F	135.00000	E2	1.00000	
X25	E8	1.00000			
X26	H#F	87.00000	E2	1.00000	
X26	E9	1.00000			
X27	H#F	94.00000	E2	1.00000	
X31	H#F	240.00000	E3	1.00000	
X31	E4	1.00000			
X32	H#F	120.00000	E3	1.00000	
X32	E5	1.00000			
X33	E3	1.00000	E6	1.00000	
X34	H#F	40.00000	E3	1.00000	
X34	E7	1.00000			
X35	H#F	90.00000	E3	1.00000	
X35	E8	1.00000			
X36	H#F	120.00000	E3	1.00000	
X36	E9	1.00000			
X37	H#F	210.00000	E3	1.00000	
RHS					
ESAB	E1	17.00000	E2	15.00000	
ESAB	E3	10.00000	E4	9.00000	
ESAB	E5	7.00000	E6	4.00000	
ESAB	E7	3.00000	E8	5.00000	

MPSX/370 VIM4 PTF7 GARRAIOAREN PROBLEMA

ESAB E9 8.00000
ENDATA

batzurekin ager daitezke; beraz, PICTURE delakoa egiaztatze-tresna dugu.

Lehenago bestelako bideez lortu genuen, soluzio optimoa berbera jaso dugu orain 113. irudian.

Oinarrizko soluziorik garestiena zein den jakiteko, kontrol-programaren SETUP delakoa erabiliko dugu `MAX` parametroarekin. Azken soluzio honek errestrikzio guztiak betetzen ditu, eta horregatik oinarrizko soluzioa dugu. Ikus 114. irudia. Edozein soluzio erabilgarri, aurreko bien artean egongo da (garestienetik optimoarainoko tartean), baina batetik besteraino, alde haundia egon daiteke. Problema oso korapilotsuago izan ez bada, soluzio on bat lortzea errez dateke, eta buruz ere egin ahalko da. Baina korapilotzen den arauera, gero eta zailagoa izango da; soluzio onik buruz asmatzea. Eta zer esanik ez, benetako soluzio on bat lortzea are zailagoa.

SECTION 1 - ROWS

NUMBER	...ROW..	AT	...ACTIVITY...	SLACK ACTIVITY	--LOWER LIMIT.	--UPPER LIMIT.	-DUAL ACTIVITY
1	HWF	BS	1802.00000	1802.00000-	NONE	NONE	1.00000
2	E1	EQ	17.00000	.	17.00000	17.00000	65.00000-
3	E2	EQ	15.00000	.	15.00000	15.00000	32.00000-
4	E3	EQ	10.00000	.	10.00000	10.00000	8.00000
5	E4	EQ	9.00000	.	9.00000	9.00000	65.00000
6	E5	EQ	7.00000	.	7.00000	7.00000	32.00000
7	E6	EQ	4.00000	.	4.00000	4.00000	8.00000-
8	E7	EQ	3.00000	.	3.00000	3.00000	48.00000-
9	E8	EQ	5.00000	.	5.00000	5.00000	98.00000-
10	E9	EQ	8.00000	.	8.00000	8.00000	55.00000-

SECTION 2 - COLUMNS

NUMBER	.COLUMNS	AT	...ACTIVITY...	--INPUT COST..	--LOWER LIMIT.	--UPPER LIMIT.	-REDUCED COST.
11	X11	BS	9.00000	.	.	NONE	.
12	X12	LL	.	159.00000	.	NONE	126.00000
13	X13	LL	.	240.00000	.	NONE	167.00000
14	X14	LL	.	200.00000	.	NONE	87.00000
15	X15	LL	.	173.00000	.	NONE	10.00000
16	X16	BS	2.00000	120.00000	.	NONE	.
17	X17	BS	6.00000	65.00000	.	NONE	.
18	X21	LL	.	159.00000	.	NONE	192.00000
19	X22	BS	7.00000	.	.	NONE	.
20	X23	LL	.	120.00000	.	NONE	80.00000
21	X24	BS	2.00000	80.00000	.	NONE	.
22	X25	LL	.	135.00000	.	NONE	5.00000
23	X26	BS	6.00000	67.00000	.	NONE	.
24	X27	LL	.	94.00000	.	NONE	62.00000
25	X31	LL	.	240.00000	.	NONE	313.00000
26	X32	LL	.	120.00000	.	NONE	160.00000
27	X33	BS	4.00000	.	.	NONE	.
28	X34	BS	1.00000	40.00000	.	NONE	.
29	X35	BS	5.00000	90.00000	.	NONE	.
30	X36	LL	.	120.00000	.	NONE	73.00000
31	X37	LL	.	210.00000	.	NONE	18.00000

SECTION 1 - ROWS

NUMBER	...ROW..	AT	...ACTIVITY...	SLACK ACTIVITY	..LOWER LIMIT.	..UPPER LIMIT.	..DUAL ACTIVITY
1	H#F	BS	7173.00000	7173.00000-	NONE	NONE	1.00000
2	E1	EQ	17.00000	.	17.00000	17.00000	167.00000-
3	E2	EQ	15.00000	.	15.00000	15.00000	129.00000-
4	E3	EQ	10.00000	.	10.00000	10.00000	210.00000-
5	E4	EQ	9.00000	.	9.00000	9.00000	30.00000-
6	E5	EQ	7.00000	.	7.00000	7.00000	8.00000
7	E6	EQ	4.00000	.	4.00000	4.00000	73.00000-
8	E7	EQ	3.00000	.	3.00000	3.00000	33.00000-
9	E8	EQ	5.00000	.	5.00000	5.00000	6.00000-
10	E9	EQ	8.00000	.	8.00000	8.00000	42.00000

SECTION 2 - COLUMNS

NUMBER	.COLUMNS	AT	...ACTIVITY...	..INPUT COST..	..LOWER LIMIT.	..UPPER LIMIT.	..REDUCED COST.
11	X11	LL	.	.	.	NONE	197.00000-
12	X12	BS	7.00000	155.00000	.	NONE	.
13	X13	BS	4.00000	240.00000	.	NONE	.
14	X14	BS	3.00000	200.00000	.	NONE	.
15	X15	BS	3.00000	173.00000	.	NONE	.
16	X16	LL	.	120.00000	.	NONE	5.00000-
17	X17	LL	.	65.00000	.	NONE	102.00000-
18	X21	BS	5.00000	159.00000	.	NONE	.
19	X22	LL	.	.	.	NONE	121.00000-
20	X23	LL	.	120.00000	.	NONE	82.00000-
21	X24	LL	.	80.00000	.	NONE	82.00000-
22	X25	BS	2.00000	135.00000	.	NONE	.
23	X26	BS	8.00000	87.00000	.	NONE	.
24	X27	LL	.	94.00000	.	NONE	35.00000-
25	X31	BS	4.00000	240.00000	.	NONE	.
26	X32	LL	.	120.00000	.	NONE	82.00000-
27	X33	LL	.	.	.	NONE	283.00000-
28	X34	LL	.	40.00000	.	NONE	203.00000-
29	X35	LL	.	90.00000	.	NONE	126.00000-
30	X36	LL	.	120.00000	.	NONE	48.00000-
31	X37	BS	6.00000	210.00000	.	NONE	.

H I Z T E G I A

Aginte	Sentencia	Instruktion
Azpierrutina	Subrutina	Subroutine
Erabaki aldagaiak	Variables verdaderas	Decision variable
Enuntziatuak	Declaraciones	Statements
Egokiera-aginte	Sentencia de asignación	Assignment statement
Errepikakor	Repetitivo	Iterative
Egituratu	Estructurar	Estructured
Funtzio	Función	Function
Gainerako aldagaiak	Variables adicionales	Surplus variables
Helburu-funtzioa	Función objetivo	Objective function
Hasierakotu, initalizatu	Inicializar	Initialize
Itxurazko aldagaiak	Variables ficticias	Artificial variables
Inprimatu	Listar	Print
Jario-diagrama	Diagrama de flujo	Flow chart
Jauzi egin	Saltar	Skip
Konputer-programa	Programa de computador	Computer program.
Lerroa	Fila	Row
Nasaitze-aldagaia	Variable de holgura	Slack variable
Oinarrizko aldagaia	Variable básica	Basic variable
PL	PL	LP
Pibot, pibot-elementua	Pivote	Pivot
Pibot-laukia	Pivote	Pivot cell

Pibot-lerro	Fila pivote	Pivot row
Pibot-zutabe	Columna pivote	Pivot column
Programa nagusia	Programa principal	Main program.
Programa produktua	Programa producto	Program product
Software	Software	Software
Standard	Estandar	Standard
Taula	Tabla	Tableau
Zutabe	Columna	Column

----- o o -----

BIBLIOGRAFIA

- BASALDUA, A. ELHUYAR, 18, 12, eta 19, 64 (1979).
- CHURCHMAN, ACKOFF, ARNOFF. "Introduction to OPERATIONS RESEARCH". Ed. John Wiley and Sons, Inc. New York (1960).
- DESBAZEILLE, G. "Exercices et problèmes de recherche opérationell". Ed. Dunod. Paris (1964).
- ELWOOD S.BUFFA, PH. D. "Modern Production Management". Ad. John Wiley and Sons Inc. New York (1961).
- EMALDI, L. "Kontrolako sistema logiko programarri baten analisisa eraiketa". Bilboko Unibertsitatea, Zientzi Fakultatea (1978).
- ESCUDERO, L.F. IBM (1971) "Aplicaciones y operativa de las técnicas de programación lineal: Continua, entera, mixta y bivalente".
- GODDARD, L.S. "Mathematical techniques of operational research". Ed. Pergamon Press Limited, Oxford (Gazte-leraz, 1969).
- I B M "Descripción y Planteamiento de Problemas de Programación Lineal". IBM, Madrid (1973).
- I B M Mathematical Programming System Extended/370, MPSX/370.
General Information Manual (GH19 - 1090).
Primer (GH 19 - 1091).

Program Reference Manual (SH19 - 1095)

Control Languages (SH19 - 1094).

Messages (SH19 - 1096).

INFONET, SCICONIC Reference, PRELIMINARY (E00249-01)
(May 1977).

KAUFMANN Arnold. "Méthodes et modèles de la recherche
opérationnelle". Ed. Dunod. Paris (1970).

MITCHELL, G.H. "Operational research". Ed. The English Uni-
versities Press Ltd. London (1972).

PRAWDA, Juan. "Métodos y modelos de investigación de opera-
ciones". Ed. Limusa, México (1976).

RAMALINGAM, P. "Sistems analisis for managerial decisions".
Ed. John Wiley and Sons, Inc. New York (1976).

SIMONNARD, M. "Programation lineaire". Ed. Dunod.
Paris (Gazteleraz, 1972).

THIERAUF, R.J. GROSSE, R.A. "Decision making through operations
research". Ed. John Wiley and Sons, Inc.
New York (1970).

WOLFE, Carvel S. "Linear Programming". Ed. Scott, Foresman and
Company. Glenview, Illinois (1970).