Mekanika Kuantikoaren zenbait berezitasun

joseba tobar-arbulu

© joseba tobar-arbulu
© Udako Euskal Unibertsitatea

ISBN: 84-86967-55-4
Lege-gordailua: BI-2367-93

Inprimategia: BOAN S.A.
Aita Larramendi 2. BILBO
Azala: Julio Pardo

Banatzailea: ZABALTZEN. Igarabide 88. DONOSTIA
UEU. General Concha 25, 6. BILBO

"(secret, secret, close the doors) we always have had a great deal of difficulty in understanding the world view that quantum mechanics represents."

R. P. Feynman, 1982

AURKIBIDEA

0. Hitzaurrea IX
1. Mekanika Kuantikoaren formalismoaz hitz bi 1
2. Mekanika Kuantikoa zertan den 3
   2.1. Sarrera 3
   2.2. XIX. mendearen azken urteetako Fisika 4
   2.3. Mekanika Kuantikoaren sorrera: Planck (1900ean) eta Einstein (1905ean) 4
   2.4. Bohr eta osagarritasun-printzipioa 6
   2.5. Einstein-en errealismoa 7
   2.6. Heisenberg-en ziurgabetasun-printzipioa 8
   2.7. Mekanika Klasikoa eta Kuantikoa 9
   2.8. Determinismoa eta Mekanika Kuantikoa 11
   2.9. Mekanika Kuantikoaren zenbait interpretazio 12
   2.10. Ondorio gisa 13
   2.11. Oharrak 15
3. Heisenberg-en desberdintzen interpretazioa 17
   3.1. Sarrera 17
   3.2. Desberdintza espazialak eta denboralak 19
   3.3. Ziurgabetasuna ala indeterminismoa? 22
   3.4. Zer ote dira Heisenberg-en desberdintzak? 25
4. Mirari kuantikoa: EPR paradoxa eta Bell-en desberdintzak 29
   4.1. Sarrera 29
   4.2. Miraria 30

4.3. EPR paradoxa 37
4.3.1. Eguneroko bizitzaren koerlazioak 38
4.3.2. EPR saioa (1935) 39
4.3.3. Bohm-en bertsioa (1951) 41
4.3.4. Bell-en desberdintza 42
4.3.5. Fotoien polarizazioak 46
4.4. Aspect-en experimentuak (1982) 49
4.5. Mekanika Kuantikoaren interpretazio egokirantz 52
4.5.1. Bohr eta Fock-en "erlatibitatea" Mekanika Kuantikoan 53
4.5.2. Potentzialtasunak 54
4.6. Ondorio gisa 54
4.7. Oharrak 57
5. Probabilitateak Mekanika Kuantikoan 59
5.1. Sarrera 59
5.2. Egoera-funtzioa 61
5.3. Probabilitate klasikoa eta kuantikoa 63
5.3.1. Probabilitate koerlazionatuak 64
5.3.2. Bi minutuko ikasgaia 67
5.4. Determinismo klasikoa eta indeterminismo kuantikoa . 70
6. Neurketa kuantikoa 73
6.1. Sarrera 73
6.2. Einstein eta Bohr 75
6.3. Objektibotasuna 78
6.4. Neurketaren prozesua 79
6.5. “Erlatibitate kuantikoa” 82
6.6. Oharrak 85

7. Mekanika Kuantikoaren bertsio objektibo batetarantz 87
7.1. Sarrera 87
7.2. Teoria kuantikoaren bertsio ortodoxoa 88
7.3. Neurketa 89
7.4. Von Neumann-en bertsiotik abiatuz 91
7.4.1. Zenbait definizio eta postulatu 93
7.4.2. Stern-Gerlach-en aparatua 98
7.5. Bi zirrikituen experimentuaren analisi bat 103
7.6. Zenbait gogoeta filosofiko 106
7.7. Bertsio berri baterantz 109
7.7.1. Zenbait postulatu 109
7.8. Aldagai dinamikoen balioak 113
7.9. Neurketaren arazoa 115
7.10. Neurketa-teorema 118
7.11. Experimentuaren beharra 120
7.12. Azken oharrak 124
7.13. Oharrak 126
8. Hitzatzea 129
9. Bibliografia 133
10. Bi mundu, bi ikuspegi 143
Aurkibide alfabetikoa 147

HITZAURREA

Aspalditik Albert Einstein heroitzat izan dut: beraren Fisikarako sen berezia, arazo sozialetarako eta bakerako kezka eta ardura, eta lan egiteko kemena miretsi ditut.

Tesia bukaturik neukala, 1981ean, probabilitatea arakatzen ari nintzelarik, Karl Popper eta Mario Bunge-ren lanekin egin nuen topo. Probabilitatearen interpretazioak direla eta, Einstein-ek Mekanika Kuantikoarekiko zeukan eztabaidak ulertu nahiz, Mekanika Kuantikoaren arloan buru-belarri sartu nintzen, ingeniaritza-estudioak bukatu nituenetik erdi ahantzirik neukan arloan hain zuzen ere.

Beka bat lorturik, Montreal-en, beste zenbait gauzaren artean, zientziaren metodologia zela eta ez zela, gogor ekin nion Mekanika Kuantikoaren berrikasteari. Mekanika Kuantikoaz maitemindu nintzen. Egia esan, Mekanika Kuantikoa, ene hobby kuttunena izateaz kanpo, ezagutu ditudan gezur, mediokritate eta hainbeste gorabeheratatik ihes egiteko babesleku aparta gertatu zait.

Gaur esan dezaket, XX. mendean gertatu den iraultza kontzeptualik sakonen eta handiena den Mekanika Kuantikoa pixkatxo bat ulertzen dudala.

Lantxo hau aurkezterakoan, Axular-ek idatzi zuena bera idatziko dut nik ere: «Eztut liburutto haur letratu handientzat egiten. Eta ez xoil, deus eztakitenentzat ere.»

José Ramón Etxebarria doktoreari eskerrak eman nahi nizkioke, liburuon ageri diren kontzeptu eta baieztapenez egin dizkidan kritika zorrotzengatik. Zinez, laguntza eskerga eskaini dit, gauzak beren onera ekar erazteko. Aipamen aparta zor diot José Ramón-i, 1992ko udazkeneko eta 1992-93ko neguko hilabete haietan UPVrako irakaslego propioaren aldeko burruka zela eta, bera UPVn itxialdian egonik, elkarrekin emandako orduak ahanztezinak izanen direlako.

Edurne, Garazi eta Irati-ri bihotzeko aipamen berezia eginez, lana irakurle gazteei opa nahi diet, berek hoba eta sakon dezaten Mekanika Kuantikoaz daukagun ikuspegia.

Portugaleten, 1993.10.18

1. MEKANIKA KUANTIKOAREN FORMALISMOAZ HITZ BI

> *"This problem of getting the interpretation proved to be rather more difficult than just working out the equations."*
> P.M.A. Dirac, 1977.

Erlatibista ez den Mekanika Kuantikoaren formalismo matematikoaren garapen historikoa Jammer-en liburuan (JA 66) ikus daiteke.

Teoria horren formulaziorik sakonena eta ezagunena von Neumann-ena dateke, 1932an agertu zena (VN 55). Von Neumann-ek Hilbert-en espazioan formulatu zuen Mekanika Kuantikoa. Bide horretatik, Mekanika Kuantikoa postulatutan aurkez daiteke.

Probabilitateari buruz, von Neumann-ek maiztasun-interpretazioa erabili zuen. Geroxeago ikusiko denez, lan honetan propentsio edo joera-interpretazioa onesten da. Hori egiteko, Bohr-en beraren lanetan oinarrituko gara, zeren joerazko interpretazioa Bohr-ek erabili bait zuen (FY 81).

Agian von Neumann-en postulaturik eztabaidatuena neurketari dagokionari da, 'uhin-paketearen laburketa' izenaz ezaguna dena.

Von Neumann-en bertsioa baino lehenagokoa, 1930ean, Dirac-ena agertu zen (DI 58). Agian Dirac-ena da bertsiorik dotoreena. Horrexegatik uste dugu gaur egungo Mekanika Kuantikoaren formulazio modernoen artean Cohen-Tannoudji, Diu eta Laloé-k egindako bertsio ortodoxoa (CD 77) erabil daitekeela teoria horren funts matematiko eta fisikoa ulertzeko.

Arazoa, dena dela, ez datza teoriaren formalismoan, berorren interpretazioan baizik. Izan ere, lanean zehar Mekanika Kuantikoaren interpretazioaz arituko gara. Arlo horretako literatura luze xamarra da. Hala ere, guk bertsio ortodoxoari, maiz *Kopenhage-ko interpretazioa* izenarekin ezaguna denari, eta, batez ere, Einstein-ek sostengatu zuen bertsioari, maiztasun-interpretazioari alegia, lotuko gatzaizkie. Arrazoia argi da, bi bertsio horien artean, bi erraldoi higitzen zirelako, Einstein eta Bohr hain zuzen ere.

Von Neumann-en formalismo matematiko bera ontzat emanez, Einstein-ek nahi zuen errealismoa ere kontutan izanik, interpretazio errealista eman nahirik abiatuko gara. Horretarako, Mekanika Kuantikoan agertzen diren zenbait kontzeptu eztabaidagarriz arituko gara, azkenean, geure bertsioa proposatzeko.

2. MEKANIKA KUANTIKOA ZERTAN DEN

2.1. Sarrera

Bi teoria fisiko burutu dira mende honen hasieran: Erlatibitatearen Teoria —Erlatibitate Berezia (1905ean) eta Erlatibitate Orokorra (1915ean)— batetik eta Mekanika Kuantikoa (1920ko hamarkadan) bestetik. Biek denbora hartako pentsamendu klasikoan etena sortu zuten. Izan ere, Einstein-en unibertso fisikoarekiko kontzepzioak aldiberekotasun-kontzeptua aldatu zuen: erreferentzi sistema batetan aldiberekoak diren bi gertaera, beste erreferentzi sistema batetan aldiune desberdinekoak izan daitezke.

Mekanika Kuantikoan gertaturiko etendura are sakonagoa izan zen. Kopenhage-ko bertsio edo interpretazio ortodoxoaren arabera,

(i) kausal ez den lege bat inplikatzen du; beraz, bi mila urteko tradizio deterministarekiko haustura dakar; eta

(ii) teoria neurtzen denari dagokio, ez gertatzen denari. Behatzaileak "parte" hartzen du mundua ikusi edo neurtzeko erabiltzen dituen tresnak direla bide. Behatzaileak funtsezko zeregin bat betetzen du interpretazio honen arabera. Izan ere, interpretazio honen izaera subjektiboa azpimarratu du zenbait autorek[1].

Segidan erlatibista ez den Mekanika Kuantikoaren formulazioa egitera daramaten zenbait experimentu fisiko aipatuko dira. Baita teoria honen funtsezko printzipioak ere. Kapitulu hau, liluragarri, erakargarri eta polemiko den mundu kuantikoa ulertu nahi duen eta espezialista ez den irakurlegoari zuzenduta dago.

2.2. XIX. mendearen azken urteetako Fisika

XIX. mendearen amaieran fisikariek objektu guztiak partikulatzat ala uhintzat hartu zituzten. Partikula batek posizio eta abiadura definitu bat dauzka aldiune bakoitzean, ibilbide bati lotutakoak hain zuzen. Uhina, berriz, posizio zehaztugabekoa eta hedatua da. Uhina, aldi berean desplazatu egiten da norabide desberdinetara. Pentsa, adibidez, harri batek uretara botatzean sortzen duen efektuaz.

Partikulen eredu gorpuzkularra arrakasta handiz erabili da planeten eta projektilen higidura adierazteko. Uhin-ereduak, besteen artean, argiaren interferentzia eta difrazio-fenomenoak azaldu ditu[2]. Nola azal daitezke difrakzioan agertzen diren lerro beltzak? Horiek ezin daitezke argiaren eredu gorpuzkularra erabiliz azal, zeren eredu horren arabera argia partikula-zorrotada bat izanik, partikula bakoitzak ibilbide definitu bat egiten bait du eta bitarteko puntu bakar batetatik pasatzen bait da. Azalpena, hala ere, kontzeptualki erraza da argiaren uhin-izaera onartzen bada, zeren eta uhina hedaturik pasatzen da bitarte osotik. Hain zuzen, efektu honek eraman zuen Young, 1801ean, argia uhina zela kontsideratzera.

Beste aldetik, XIX. mendearen azken aldean elektroia partikula zela uste zen. Beraz, elektroiak, ibilbide definitu batzuei jarraituz, ezin zitezkeen difrakta.

2.3. Mekanika Kuantikoaren sorrera: Plack (1900ean) eta Einstein (1905ean)

Mende honen hasieran Fisika Klasikoaren bitartez ezin azal zitekeen zenbait fenomeno fisiko aurkitu zen, hala nola, gorputz beltzaren erradiazioa eta efektu fotoelektrikoa.

Gorputz beltza bertara iristen diren uhin elektromagnetikoak (argia barne) isladatzen ez duen objektu bat da. Beronek uhin elektromagnetikoak zurgatu edo erradiatu soilik egin ditzake.

Edozein tenperaturatan gorputz beltzak erradiatu egiten ditu uhin elektromagnetikoak, Stefan-Boltzmann-en legearen arauera. Zenbat eta tenperatura altuagoa, erradiazioaren igorpena handiagoa da eta gainera emitituriko uhinen espektroa maiztasun handiagoetara lerratzen da. Horrela, eguratseko tenperatura arruntetan espektroaren parte nagusia infragorriaren inguruan dago, baina tenperatura igotean garrantzia hartzen du argi ikuskorraren atalak, hasiera gorriaren aldeak eta geroago urdinarenak. Tenperatura altuetan —bonbiletako metalen kasukoetan, adibidez— espektroaren banaketak argi ikuskorraren atal guztia hartzen du, zuri kolorea ageririk; hauxe da, hain zuzen, izarren eta eguzkiaren kasua. Tenperaturaren araberako kolorearen aldaketa hau, burdinola bat bisitatu duten guztiek ezagutzen dute: altzairua labetik irtetean galda zuri distiratsua da, segundu batzutan gorri bilakatzen da eta azkenik, gehiago hozten denean, argi ikuskorra igortzeari utzi egiten dio.

1900ean, Max Planck-ek fenomeno hauek esplikatu zituen. Beraren ustez, gorputz beltz batek ematen duen energia, kolore definitu bati (hau da, uhin-luzera bati) dagokio eta energia hau *kuantuz* emanda dator,

$$E = h\nu, \qquad (2-1)$$

non E delakoa erradiazio elektromagnetikoaren energia, h Planck-en konstantea eta ν uhinaren maiztasuna diren. Energia hau ez dator era jarraian; kuantuz mailakatua baizik. Kuantuak, hau da, energiaren unitate zatiezinak, Planck-ek postulatu zituen eta teoria berriranzko lehen urratsak baizik ez dira.

Beste aldetik, argiak metal bat jotzen duenean, beronek elektroiak askatzen ditu. Fenomeno honi efektu fotoelektrikoa deritzo eta Hertz-ek aurkitu zuen 1887an. Fisika Klasikoaren bidez azaldu nahi zen fenomeno hau, argia uhin-erakoa zela suposatuz. Ezinezkoa izan zen, baina. 1905. urtean, aldiz, Albert Einstein-ek azalpen bat lortu zuen. Horretarako, argia partikula baten zorrotada zela suposatu zuen. Partikula hauetako bakoitzari fotoi zeritzon. Fotoi bakoitzak energia

definitu bat darama, eta metalak fotoi-kopuru osoa har dezakeenez gero, energia kuantutan neurtzen da.

1905ean, beraz, Einstein-ek argia ez zuen uhin kontsideratu. Einstein-en ekuazio famatuaren arabera, fotoi bakoitzari dagokion energi kuantua

$$E = mc^2, \qquad (2-2)$$

eran adieraz daiteke, bertan c delakoa argiaren abiadura eta m delakoa 'masa erlatibista' deritzona izanik. Masa erlatibista era honetan definitzen da partikularen sisteman definituriko 'pausaguneko masa' (m_0) delakoaren bidez,

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \qquad (2-3)$$

non v delakoa partikularen abiadura den. Baina fotoiak c abiadura daramanez gero, beraren pausaguneko masa nulua da. Hau ez da harritzekoa, zeren fotoiak beti argiaren abiaduraz higitzen bait dira.

2.4. Bohr eta osagarritasun-printzipioa

1927an elektroien difrakzioaren lehen irudiak lortu ziren. Efektu elektrikoak alde batetik, eta zenbait experimenturen bidez elektroia partikula bat zela erakusteak bestetik, Niels Bohr bere *osagarritasun-printzipiora* eraman zuten. Printzipio honek hauxe dio: «uhin eta partikula elkarren osagarriak eta bereizleak diren eredu kontzeptualak dira». *Neurketa* batek erradiazioaren uhin-ezaugarria erakusten badu, neurketa berberak partikula baten ezaugarriak erakustea ezinezkoa da, eta alderantziz. Gaur egun, zenbait fisikarik, Feynman-ek kasu, objektu kuantikoak uhinak ez direla uste dute, ez eta partikulak ere, eta beraiek analizatzeko beste eredu kontzeptual bat behar dela diote. Horrelatan,

besteak beste, ondoko kontzeptuak proposatu dira: 'partikula-uhina', 'uhin-partikula', 'partikula' eta 'kuantoia'.

Bohr-en eritzian Mekanika Kuantikoan aurkitzen diren zailtasunak eta arazoak Fisika Klasikoan erabiltzen diren kontzeptuen ordez beste batzu sortuz bazter daitezkeela uste izatea, errakuntza zen. Bohr-en ustez, azken finean, neurketa fisikoetan edozein experimentu adieraz daiteke uhin eta partikularen kontzeptuak erabiliz. Beraren eritziz, objektu fisikoen irudi dual bakar bat sortzea ezinezkoa zen. Beraz, osagarritasunaren printzipioa fenomeno naturalak ulertzeko muga bat da. Beste hitzez esanda, *«elektroiak zer-nolakoak diren jakitea ezinezkoa da»*. Esan daitekeen gauza bakarra ondokoa da, alegia, inguru batzutan (neurketa-inguruak alegia) uhin bezala portatzen direla, eta beste batzutan (lehengoekiko osagarriak direnetan hain zuzen) partikula gisa agertzen direla. Printzipio hau onartzean, naturan gertatzen denaz ahaztu egin behar da; neurtzen denarekin kontentatu beharra daukagu. Bohr-en eritziz, gure mundu kontzeptuala uhin eta partikula eredu klasikoek mugatua da.

2.5. Einstein-en errealismoa

Einstein-en ustez (ikus bereziki beraren 1949ko ohar autobiografikoak), Fisikako kontzeptuak kanpoko mundu erreal batekin erlazionatzen dira. Hau da, guk asmatzen ditugun ideiak guregandik kanpo dauden gauzaki batzurekin (hala nola, gorputzak, eremuak, eta abar) harremanetan daude. Kanpoko objektu horiek berez existitzen dira, beraiez ari den subjektuarengandik beregain edo independente izanik. Einstein-en eritziz, kanpoko mundu horren existentzia da, hain zuzen, zientziaren oinarria. Einstein-ek objektu material guztiek (elektroiak kasu) ongi definituriko posizioa eta abiadura dauzkatela uste zuen, nahiz eta osagarritasunaren printzipio dela bide neurketa bakar batetan biak ezagutzea ezinezkoa izan[3]. Bazter al dezakegu osagarritasun-printzipio hau?

Dudarik gabe, ikuspuntu historikotik begiratuz, printzipio honek ba du bere garrantzia Mekanika Kuantikoaren garapenean. Teoria hau eraiki zuten fisikariak (Bohr, Heisenberg, Schrödinger, de Broglie, Born, Dirac, Pauli), Fisika Klasikoan heziak ziren. Objektu fisikoak beren eredu kontzeptualen bidez (hau da, uhin eta partikularen bidez) desbribatu zituzten. Osagarritasunaren printzipioak bideratu zuen diskurtsoaz (diskurtso posible bakarra agian) baliaturik, mende honen hasieran aurkitutako fenomeno bereziak ulertu ahal ziren. (Historia hau errepikatu egiten da, beste maila batetan noski, fenomeno kuantikoekin topo egiten duen ikaslerengan. Hori dela eta, printzipio honek zeregin pedagogikoa bete dezake).

Hala ere, printzipioak alde arriskutsua dauka: gure unibertso kontzeptualari uhin eta partikularen ereduek jartzen dion muga alegia. Zeren aditzera ematen bait da, fenomeno fisikoen adierazpen guztiak, azken finean, Fisika Klasikoaren teorien kontzeptuez azaldu behar direla. Ulergarria da, bada, jeinu zen Einstein batek (Fisika Klasikoaren eskolan hezitakoa berau) Mekanika Kuantikoa ez-osotzat hartzea[3]. Edo eta jeinu zen Bohr batek (Fisika Klasikoan hezia hau ere) uhin/partikula bikoiztasuna, fenomeno kuantikoak maisukiro analizatzeko, ontzat kontsideratzea. Ulergaitza dena, aldiz, honako hau da, Bohr-ek bikoiztasun hori printzipio bihurtzea eta Einstein kontzeptu klasikoei atxekitzea.

2.6. Heisenberg-en ziurgabetasun-printzipioa

Heisenberg-en desberdintzak, *'ziurgabetasun-printzipioa'* izenaz ezagutzen denak hauxe dio, alegia, ezinezkoa dela, aldi berean, objektu fisiko baten posizioa (x deritzoguna) eta abiadura (v deritzoguna) balio zehatzak edukitzea. Neurketa horien doitasuna mugatua da, zeren eta gutxienez errakuntza experimentalek[4] (x eta v neurtzerakoan, Δx eta Δv) Heisenberg-ek asmaturiko erlazio hau betetzen bait dute,

$$\Delta x \Delta v \geq \frac{\hbar}{m}, \qquad (2-4)$$

non $\hbar \equiv h/2\pi$ (h, Planck-en konstantea) eta m objektu fisiko horren masa diren.

Heisenberg-en printzipioak posizioaren zehaztasunik mugatu ez duela azpimarratu behar da. x posizioa nahi bezain doitasun handiz ezagut daiteke[4], hau da, nahi bezain Δx txikiz, aldi berean v abiadura ezagutzeko modurik ez dugularik. Eta alderantziz, abiadura doitasun osoz ezagut daiteke, objektuaren posizioaren informazioa osorik galtzen bada.

Ziurgabetasun-printzipioarekin topo egiten duen irakurleak, printzipioa faltsua dela pentsa dezake. Kasurako, demagun bizikleta bat ikusi dudala neure aldamenean. Higitzen ez denez gero, beraren abiadura zero dela esan dezaket neurketa egin barik. Beste hitz batez esanda, kasu honetan ba daukat eduki segurtasun osoa abiadura zero denaz ($v = 0$). Beraz, Δv eta $\Delta x \Delta v$ zero dira halaber. Heisenberg-en printzipioaren kontrako argudioa dirudi. (Berehala sasiargudioa dela ikusiko dugu).

Oraingoz, har dezagun kontutan honako puntu hau: batera eta aldi berean objektu fisiko baten posizioa eta abiadura determinatzeko ezintasuna. Fisika ikasten hasten denean, projektil baten ibilbidea zein izango den jakiteko, beraren hasierako posizioa eta abiadura ezagutu behar dira. Orain, aldiz, hauxe diogu, ezinezkoa dela hasierako posizioa eta abiadura aldi berean ezagutzea! Fisika ikasi nahi duen edozein ikaslerentzako *drama* hau, ez zen nolanahikoa izan jeinu batzurentzat, Einstein-entzat kasu.

2.7. Mekanika Klasikoa eta Kuantikoa

Lehendabizi, demagun arlo mikroskopikoan erabilitako zenbait zifra:

$$h = 6.626 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s},$$

$$\hbar = 1.054 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s},$$
$$m_e = 9.109 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg},\ \text{elektroiaren masa},$$
$$\text{Å} = 10^{-10}\,\mathrm{m},\ \text{angstrom unitatea}.$$

Hidrogeno-atomo bat protoi batek eta elektroi batek osatzen dute. Beraren diametroa gutxi gorabehera angstrom batekoa izanik, Heisenberg-en printzipioaren arabera, elektroia hidrogeno-atomo batetan tartean kokatua baldin badago, $\Delta x = 10^{-10}\,\mathrm{m}$. Beraz,

$$\Delta v \geq \frac{1.054 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}}{9.109 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}} = 1157\,\mathrm{km/s}. \qquad (2-5)$$

Hau da, elektroiaren posizioa angstrom bateko tolerantziaz neurtzen badugu, ez dakigu zein den beraren abiadura: zero?, 1157 km/s?, bien arteko besteren bat ala ongi definiturik ez dagoen bat?

Angstron bateko tartean kokatuta dagoen elektroi baten abiadura ez dakigunez, *ezinezkoa* da elektroi horren ibilbidea eta ondoko posizioa aldi berean ezagutzea. 10^{-6} segundo arteko denboran, hasierako posiziotik oso gertu egon liteke (angstrom batzutara alegia) edo oso urrun (1157 zentrimetrotara, kasu).

Goazen pixka bat atzerantz: geldirik zegoen bizikletaren adibidera. Eman dezagun geldirik dagoen bizikletaren masa 10 kilokoa dela. Kasu honetan, Heisenberg-en printzipioa erabiliz,

$$\Delta x \Delta v \geq \frac{1.507 \times 10^{-34}}{10} = 1.054 \times 10^{-35}. \qquad (2-6)$$

Bizikletaren luzera zein altuera, metro bat baino handiagoak dira. zaila izango litzateke bizikletaren masa-zentruaren posizioa angstrom baten gorabeheran kokatzea. Hori posible balitz, Heisenberg-en ekuazioa aplikatuz, ondokoa lortuko genuke:

$$\Delta v \geq \frac{1.054 \times 10^{-34}}{10^{-10}} = 1.054 \times 10^{-25}\ \mathrm{m/s}. \qquad (2-7)$$

Bistan da ez dagoela batere diferentziarik praktikan (i) bizikleta geldirik dagoela edo (ii) beraren abiadura 1.054×10^{-25} m/s dela suposatzen bada. Zeren eta unibertsoaren adineko tarte luzean (demagun $10^{18}\,s$ dela), bizikleta hori 0.0001054 milimetro (!!) desplazatuko bait litzateke.

Gainera, bizikletak geldirik dagoela ematen badu ere, lurraren edozein dardarak (automobil batek pasatzerakoan sortutakoa adibidez) 1.054×10^{-25} m/s baino abiadura gehiago emango dio. Geldirik dagoen bizikletaren kontraexenpluak ez dio batere kalterik egin ziurgabetasun-printzipioari. Objektu makroskopikoetan (masa handiko objektuak) printzipio horrek posizioak (edo abiadurak) zehaztasun handiz ezagutzeko bidea eman dezake. Horregatik, Fisika Klasikoaren legeak erabil daitezke kasu hauetan, Heisenberg eta Mekanika Kuantikoa existitu ez balira bezala.

2.8. Determinismoa eta Mekanika Kuantikoa

Mende honen hasierarte ondokoa uste zen, hots, prozesu fisikoak erabat kausalak zirela, hau da, hasierako baldintzak emanez, geroko egoerak edo estatuak (objektuaren ibilbidea alegia) mugatzen eta determinatzen dituzten lege batzuk zuzenduak zirela.

Aurreko sailetan ikusi denez, Heisenberg-en ekuazioaren ondorio bat honako hau da, objektu kuantikoen ibilbidea zehaztasunez aurresatea ezinezkoa dela. Bohr eta Kopenhage-ko interpretazioaren aldekoen eritzian naturari indeterminismo edo zehazgabetasuna dagokio. Einstein-en ustez, Mekanika Kuantikoaren ezaugarri probabilistikoa (zehazgabetasuna berau) teoria horren osotasunik ezaren adierazpide bat besterik ez zen. Einstein-ek ez zuen gogoko probabilitatez finkaturiko

fisika. Gaur egun, aldiz, ba dakigu lege probabilistikoak zientzien oinarriak direla; ez fisika teorikoan bakarrik, baita biologian edo eta zientzia sozialetan ere.

Mekanika Kuantikoa eraiki zutenek indeterminismoa edo zehazgabetasuna aipatu eta azpimarratu zuten. Gaur egun teoria hau estudiatzen duen ikasle batek kausalitate berritzat hartu beharko luke ezaugarri probabilistiko hori. Kausalitate berri honek ez du lege klasikorik erabiltzen, lege estokastikoak edo probabilistikoak baizik. Beraz, gaur egun ikasleak ba dakike probabilitatea murriztezinezkoa dela. Probabilitateak ez du adierazten, inolaz ere, mundu kuantikoaz daukagun ezaguera (subjektiboaren) neurria. Alderantziz, probabilitatea fenomeno kuantikoen funtsezko parte bat da.

2.9. Mekanika Kuantikoaren zenbait interpretazio

Pentsa daitekeenez, mundu kuantikoaren arazo kontzeptualei buruz hain handiak izaniko eztabaidak, ezin zitezkeen jende guztia baketan eta pozik utziko lukeen bertsio bakar batekin buka. Horrelatan, ba, 1920ko hamarkadaren azken urteen inguruan teoria horren interpretazio batzu agertu ziren, Kopenhage-koa (edo ortodoxoa deritzona) tartekoa zela.

Bohr-ek zuzenduriko Kopenhage-ko interpretazio ortodoxoaren parte garrantzitsu bat osagarritasun-printzipioa da. Ortodoxoek esaten dutenez, printzipio hau Heisenberg-en ziurgabetasun-printzipioari loturik dago. Fisikaren historiaren ikuspuntutik begiratuta, baieztapen hau egokia da. Hala ere, diskutigarria da eta aburu hori eztabaidatu da, hau da, printzipio biek dauzkaketen erlazioa garapen-erlazioa baino gehiago dela.

Egun Mekanika Kuantikoaren aparatu matematikoan bertsio ezberdinak egon arren, Kopenhage-koa (ortodoxoa berau) irakatsi ohi da unibertsitatean. Textuliburuetan agertzen den von Neumann-en interpretazioaren arabera, mundu kuantikoen fenomenoak bi motatakoak dira:

(i) berezko prozesuak (non ez bait da ezer neurtzen edo behatzen) eta
(ii) neurketa-prozesuak (projekzioaren postulatuak zuzentzen dituela).

Azken postulatu horrek literatur mota bat sorrerazi du[5]. Von Neumann-en bertsio honen arabera, behatzaileak prozesu kuantiko batetan (neurtzen edo behatzen) parte hartzen duenean, prozesu hori zuzentzen duen legea *aldatu* egiten da. Hau da, ba dirudi laborategiko ateetatik barruranzko lege fisikoak eta laborategiko ateetatik kanporanzkoak desberdinak direla, neurtzen denaren ala ez denaren arabera. Interpretazio honen ezaugarri subjektiboa bistan dago[6].

2.10. Ondorio gisa

Kapitulu honen bidez, laiko den irakurlegoari —baita teori honi aurpegia ematen dion ikasle gazteari ere— mundu kuantikoak dituen zenbait ezaugarri eta arazo ezaguterazi nahi izan zaizkio. Honekin hauxe nahi genuke, alegia, irakurlearen jakingura Einstein-ek teoria zientifikoen multzoa deitu zuen jakituriaren tenplura erakartzea. Halaber, zientzian polemika eta eztabaida direla nagusi erakutsi nahi izan da. Zientzia ez da hertsi eta monolotiko den esparrua. Atzoko teoriak gainditurik aurkitzen dira gaurko hipotesiez, eta hauei (hala espero dugu) etorkizuneko aurrerapenez gauza bera gertatuko zaie. Kasurako, mende honek ezagutu dituen bi teorien sintesia —Erlatibitate Orokorra eta Mekanika Kuantikoarena hain zuen— egiteke dago zenbait fisikariren ustetan.

Mekanika Kuantikoa arrakasta osoz erabili da zenbait arlotan, adibidez, ingeniaritza nuklearrean eta berorren aplikazioko isotopo erradioaktiboetan, baita elektronikan eta erdieroaleetan, laser izpien teknologian eta fisika experimentalean ere.

Ikasle gazteok, gure ustez, teoria honek dauzkan arazo eta polemika kontzeptualei begira egon beharko lukete. Espero dugu fotoi-esparruarekiko jakingurakoak diren gazte horiek beren ondokoei teoria izugarri horren fruituak pasa diezazkieten. Zeren eta beraiek Einstein-en amets zaharra ikusiko bait lukete, hots, naturako indar guztien teoria bat erakitzea.

Zoriontsu izan daitezela jakingurakoak, beraientzat izanen bait da jakituriaren erreinua!

2.11. Oharrak

(1) Erlatibista ez den Mekanika Kuantikoaren interpretazio objektibo batek, probabilitateen anplituteen printzipioa analizatu beharko luke. Gure ustez, teoria hau inguru fisiko batetan dagoen sistema kuantiko batek dauzkan posibilitatei buruzkoa da. Posibilitate hauek gauzatzen dira neurketetan, non inguru fisikoa neurtzeko tresna bera bait da.

(2) Difrakzio-irudi bat ikusteko hamaika experimentu daude. Errazena, seguraski, hatzamarrez egindako bitarte txiki batetik lanpara baten argia begiratzea da.

(3) Honela idatzi zion Einstein-ek Max Born-i, 1948ko Apirilaren 5ean (BR 71):
Mekanika Kuantikoak tratatzen dituen objektuei buruz, *«bi ikuspuntu dira posible eta jakinak, eta konparatzera goaz: (a) partikula (libre) batek ongi definitutako posizioa eta abiadura dauzka (...). Fisikariek ez dute gaur egun ikuspuntu hau onartzen. Onartuko balute, partikularen egoeraren deskribaketa osoa lortu nahiko luteke, Mekanika Kuantikoak ematen duen deskribaketa ez-osoaz kontentatu gabe. (b) Errealitatean partikulak ez dauka ongi determinatutako ez posiziorik ez abiadurarik.»*
Are gehiago, Einstein-en eritziz Mekanika Kuantikoak multzoaz tratatzen du ez gauzaki soilaz (EI 71, 286. or.)

(4) Edozein neurketaren ondorioa zenbaki-pare bat da: batezbesteko balioa (A letraz denotatu ohi dugu) eta A determinatzeko errakuntza (ε_A deitu ohi diogu). Zenbat eta tresna eta aparatu

hobeak erabili, hainbat eta txikiagoa izanen da ε_A. Halaz ere, ε_A ez da zero. Ez daude —eta ba dirudi ez direla egonen— doitasun absolutuko neurketak.

(5) Ikus, esate baterako, Wheeler-ek eta Zurek-ek (WZ 83) egindako bilduma.

(6) Neurketa-prozesuan, postulatu honen ordez mikro-makro arteko ekintzaren bat jarri behar dela uste dute zenbait fisikarik (CI 83, CL 90), hau da, sistema kuantiko eta neurtzeko aparatuaren arteko ekintzaren bat. Lan honetan, aldiz, formulazio matematikoari interpretazio errealista eman nahi diogu, "uhin-paketearen laburketa" era objektiboz harturik.

3. HEISENBERG-EN DESBERDINTZEN INTERPRETAZIOA

3. 1. Sarrera

Heisenberg-en desberdintzak nahiko ongi ezagutzen dira ekuazio matematikoak diren aldetik, baina oraingoz beraien esangura fisikoari buruz debatitzen da. Laburki bada ere, gogora ditzagun formulak hasteko.

Bira $\hat{Q}$ posizio-eragilea eta $\hat{P}$ momentu linealaren eragilea. $\hat{Q}$ eta $\hat{P}$ eragileek konmutazio kanonikoaren erlazio betetzen dute,

$$\left[\hat{Q}, \hat{P}\right] = i\hbar\hat{\mathbf{1}}, \tag{3 – 1}$$

non $\hbar \equiv h/2\pi$ den, eta $\hat{\mathbf{1}}$ unitate eragilea.

Biz ψ sistemaren egoeren Hilbert-en espazioaren edozein egoera-bektore. Biz $\langle A \rangle$ delakoa eragile baten batezbesteko balioa (A edozein propietate fisikoren errepresentatzailea izanik):

$$\langle A \rangle \equiv \left(\psi, A\psi\right). \tag{3 – 2}$$

Beraz $\left(\hat{Q} + i\lambda\hat{P}\right)\psi$ bektorearen normaren karratuaren positibotasuna, edozein zenbaki errealetarako, honelaxe idazten da:

$$\begin{aligned} 0 \leq \left\|\left(\hat{Q} + i\lambda\hat{P}\right)\psi\right\|^2 &= \left(\left(\hat{Q} + i\lambda\hat{P}\right)\psi, \left(\hat{Q} + i\lambda\hat{P}\right)\psi\right) \\ &= \left(\psi, \left(\hat{Q} - i\lambda\hat{P}\right)\left(\hat{Q} + i\lambda\hat{P}\right)\psi\right) \end{aligned}$$

$$= \left(\psi, \left(\hat{Q}^2 + i\lambda\left[\hat{Q}, \hat{P}\right] + \lambda^2 \hat{P}^2\right)\psi\right)$$

$$= \left\langle Q^2 \right\rangle - \lambda\hbar + \lambda^2 \left\langle P^2 \right\rangle, \qquad \forall \lambda \in \mathbb{R}. \tag{3 – 3}$$

nondik ondokoa atera daitekeen (λ-ren trinomioaren diskriminantearen negatibotasuna dela bide):

$$\left\langle P^2 \right\rangle \cdot \left\langle Q^2 \right\rangle \geq \hbar^2/4. \tag{3 – 4}$$

(3–1) konmutazio-erlazioa eragile 'zentratuetarako' ere aplika daitekeenez gero,

$$\hat{Q}_0 \equiv \hat{Q} - \langle Q \rangle \hat{\mathbf{1}}, \tag{3 – 5a}$$

$$\hat{P}_0 \equiv \hat{P} - \langle P \rangle \hat{\mathbf{1}}, \tag{3 – 5b}$$

honako desbideraketak kontutan hartuz,

$$(\Delta Q)^2 \equiv \left\langle Q_0^2 \right\rangle = \left\langle Q^2 \right\rangle - \langle Q \rangle^2, \tag{3 – 6a}$$

$$(\Delta P)^2 \equiv \left\langle P_0^2 \right\rangle = \left\langle P^2 \right\rangle - \langle P \rangle^2, \tag{3 – 6b}$$

eta (3–4) desberdintza erabiliz,

$$\Delta P \cdot \Delta Q \geq \hbar/2. \tag{3 – 7}$$

(3–7) ekuazioan ez da 'ziurgabetasunik' batere sartzen. Aitzitik, sistema kuantikoari dagokionez kontsideratutako egoeran, $\hat{P}$ eta $\hat{Q}$ kantitate balio numerikoen banaketak (koadratikoak) dira.

Banaketa ageri da, zeren $\hat{P}$ eta $\hat{Q}$, Mekanika Kuantikoan beste edozein propietate bezalaxe, ez baitira zenbakiak, eragileak baizik, eta

orokorki ezin baitezakete balio numerikoa definiturik eduki. Sistema fisiko batek orokorki bere posizioaren, momentu linealaren eta abarren balio batzuren banaketa baitauka.

Hemen hauxe azpimarratu beharko genuke: propietate fisiko bat balio numeriko batzuren espektro batez karakterizaturik badago, neurketa baten prozesuan horietariko balio baten gauzatzea gertatzen da, prozesu fisiko konplexua tartean dela, non 'uhin-paketearen laburketa' delakoak parte hartzen duen.

3. 2. Desberdintza espazialak eta denboralak

ΔP eta ΔQ, objektu fisiko baten aldagai dinamikoen batezbesteko desbideraketa estandarrak dira. ψ egoeran dagoen objektu baten propietate fisiko bat adierazten duen A aldagai dinamiko baten batezbesteko desbideraketa estandarra honelaxe definitu ohi da:

$$\Delta A \equiv \left\langle \left(A - \langle A \rangle \right)^2 \right\rangle^{1/2}, \qquad (3-8)$$

non A-ren batezbesteko balioa (3–2) ekuazioak ematen duen.

Batezbesteko balio hauek sistemak betetzen duen espazio guztian eta ψ egoera kalkulatzen den denboran hartuak dira.

Beste aldetik, (3–7) ekuazioa energia eta denborari buruzkoa izan daiteke. Nola uler daiteke "denbora-eragilea", ordea? Hara: Ez da egoten (3–1) ekuazioaren antzekorik denborarekiko. Hala ere, sistema fisiko baten energi eragilea, beraren hamiltondarra, denborarekiko sistemaren beraren bilakaeraren sortzailea da, eta A propietate fisiko baten (zeinak ez baitu denboraren menpekoa izan behar) $\dot{A}$ denborarekiko aldaketa honela definitu ohi da:

$$\hbar \dot{A} \equiv i[E, A]. \qquad (3-9)$$

Lehen egin den maneiu formalaren antzekoaren arabera, ondokoa lor daiteke,

$$\Delta E \cdot \Delta A \geq \frac{\hbar}{2}\left|\left\langle \dot{A} \right\rangle\right|. \qquad (3-10)$$

Bestalde,

$$\Delta T_A \equiv \frac{\Delta A}{\left|\left\langle \dot{A} \right\rangle\right|} \qquad (3-11)$$

delako kantitatea denbora da; A propietatea alegia, $\left\langle \dot{A} \right\rangle$ batezbesteko abiadura aldatuz, kontsideratutako egoeran bere sakabanaketa bezalako kantitateaz aldatzeko behar den denbora. Beraz A propietatearen bilakaera karakteristikoaren denbora bat da. Bera erabiliz, Heisenberg-en desberdintza denborala lor daiteke modu hertsi batez:

$$\Delta E \cdot \Delta T_A \geq \frac{\hbar}{2}, \qquad (3-12)$$

non denborak esangura berezia daukan.

(**Oharra**: Feynman-ek dioenez (FE 62), *"Mekanika Kuantikoak iragankor diren egoeren existentzia permititzen du, zeintzuk, bere hartan segitzen baldin badute, ez bailukete energia kontserbatuko. Behin-behineko energi bortxaketan soil-soilik gertaturiko prozesuari prozesu birtuala deritzo"*).

Kasu espaziala eta denboralaren artean ez dago bereizketa handirik. Izan ere, P translazio espazialaren sortzailetzat, A propietate fisiko bakoitzeko A' aldakuntza espazialaren tasa bat (dA/dx denota daiteke, nahi izanez gero) honela defini daiteke (LL 73):

$$\hbar A' = i[P, A]. \qquad (3-12)$$

Jarraian dimentsio espazial bakar bat hartuko da kontutan; orokorpena bapatekoa da.
(3–12) ekuazioak ondoko desberdintzara darama:

$$\Delta P \cdot \Delta A \geq \frac{\hbar}{2}\langle A' \rangle. \qquad (3-13)$$

Eta definizioz,

$$\Delta X_A \equiv \frac{\Delta A}{|\langle A' \rangle|} \qquad (3-14)$$

kantitatea kontsideratutako egoeran A propietatearen dimentsio espazial karakteristiko bat da. Bera erabiliz hauxe lor daiteke, desberdintza orokorra:

$$\Delta P \cdot \Delta X_A \geq \frac{\hbar}{2}. \qquad (3-15)$$

Ohizko desberdintza, (3–7) ekuazioa alegia, (3–15) ekuazioaren kasu berezi bat da; posizio-eragileari dagokiona. Izan ere, $A = Q$ jartzen bada, (3–13) ekuazioa honela geratuko da:

$$\Delta X_Q = \Delta Q, \qquad (3-16)$$

eta (3–15) ekuazioa (3–7) ekuazioa bihurtuko da.

(3–7) ekuazioa guztiz orokorra da: edozein objektu kuantikotarako, edozein egoeratan, eta objektua neurketan egon zein egon ez. (3–7) ekuazio deribatzeko ez da inolako hamiltondarrik behar.

Heisenberg-en teorema honi, 'ziurgabetasun-printzipioa' eritzi gabe, *ziurtasun-printzipioa* eritzi beharko litzaioke, zeren eta *«egoera atomiko kuantikoetarako ongi definitutako propietateak erakusteko bide ematen baitu»* (WE 84, 180. or.)

Inork ez du (3–7) ekuazioa experimentalki guztiz baieztaturik izan dela dudan jartzen eta, seguraski, Mekanika Kuantikoaren esparruan frogatutzat segituko du.

Mekanika Kuantikoan erabat oinarrituta dago (3–7) ekuazioa. Hala ere, beronen interpretazioa ez da hain ongi onartzen.

3. 3. Ziurgabetasuna ala indeterminismoa?

Zer ote da (3–7) ekuazioaren desberdintza? Gure ezjakintasunaren adierazle bat? Ala indeterminazio objektiboa? Ala, agian, beste gauzaren bat? Baldin eta determinaziorik eza adierazten badu, objektu kuantikoari al dagokio bera ala objektu-neurgailu-behatzaile multzoari?

Zenbait erantzun eman da. Hala nola:

a) Heisenberg-en desberdintzek ziurgabetasuna adierazten dute. Mikroobjektuek denbora guztian ongi definitutako posizioa eta momentu lineala dauzkate. Gu geu gara beraiek determinatzeko gai ez garenak. Erantzun honek bi bariante ditu:

a1) Desberdintzak hutsune-efektu bat dira eta akatsa teorian datza. Teoria osoagoak sakabanaketarik gabeko aldagai dinamikoak (alegia aldagai ezkutuak) edukiko lituzke, Bohm-ek (BO 52) kasu, proposatzen duen bezala. Teoria berri honetan horrelako aldagaiak ez lituzke beteko Heisenberg-en desberdintzak.

Honi egin dakiokeen **objekzioa:** Agian horrela dateke, baina oraingoz behintzat ez dago Mekanika Kuantikoa baino hobea den aldagai ezkutuen teoriarik.

a2) Desberdintzak neurgailuen trauskiltasunagatik edo doitasun ezagatik sortuak dira. Neurgailuak, sistema makrofisikoa izanik, ez du ahalmenik mikroobjektuak zehatz neurtzeko. Interesatzen diren autobalioak diskretu eta zeharo banaturik izan ezik, neurtzen dena ez da autobalio soila, beroien tarte osoa baizik.

> **Objekzioa:** Hau horrela balitz, ΔP eta ΔQ txikiagotu egingo lirateke neurtzeko teknika hobatuz. Baina hori ez da horrela, zeren Heisenberg-en desberdintzak erabat aldaezinak baitira *ex hypothesi*, nahiz eta edozein neurgailu erabili.

Beraz, Heisenberg-en desberdintzek ez dute ziurgabetasunik adierazten. Ziurgabetasunak ΔP eta ΔQ, edo beste edozein propietate, neurtzen denean sortzen dira. Kasu honetan $\varepsilon_{\Delta P}$ eta $\varepsilon_{\Delta Q}$ neurketa-errore akzidentalekin aritu behar da, zeintzu Mekanika Kuantikoak ez dituen aurresaten, neurketa-tekniken menpe baitaude.

b) Heisenberg-en desberdintzek indeterminazioa adierazten dute. Hemen ere bi bertsio daude:

b1) Indeterminazio enpirikoak dira, hau da, neurketa-izaerari dagozkionak.

b2) Indeterminazioa mikroobjektuen naturan datza.

Are zehatzago, indeterminazio enpirikoaren tesi orokorra honelaxe adieraz daiteke:

T-1: Heisenberg-en desberdintzak baldintza experimental guztiei dagozkie, beroriek Fisikak tratatzen dituen baldintza bakarrak direlarik. Tesi honen bi bariante bereiz daitezke:

T-1-1: Desberdintzak, neurtzeko detektagailuak behaturiko objektuan eragindako asaldurak sortzen ditu. Batezbesteko baliotik azareko desbiderapenak aparailuak kausatzen ditu.

Objekzioa: Heisenberg-en desberdintzak deduzitzeko premisetan, ez dago inolako neurgailuen aipamenik. Are gehiago, garapen estatistikoa ere gertatzen zaio objektu libre bati.

T-1-2: Behatzailea eta ikusitako objektuaren arteko muga garbi bat egiteko ezintasunak sortzen ditu desberdintzak. Beste hitz batez esanda, mikroobjektuak, aparatuak eta behatzaileak, analizatu ezin den kutxa beltza osotzen dute. Sakabanaketak, mikroobjektuei ezezik, kutxa osoari dagozkio; are gehiago zeren mikroobjektuak ezin baitira berez neurketa-ekintzatik kanpo izan.

Objekzioa: Tesi hau tesi filosofiko batetan datza, zeinak ekintza ezagutzaile batetik kanpo objektuei buruz berez ezin dela aritu esaten duen. Heisenberg-en aldagai dinamikoak ingurune batetan dagoen sistema bati dagozkio (FO 57, FO 71, FO 87, CI 83, ZU 82). Ingurune hori neurketaren kasuan soil-soilik detektagailu bat izan daiteke. Baina orokorrean Heisenberg-en desberdintzak behaketa eta behatzailearengandik kanpo den edozein baldintza kuantikotan ageri dira.
Heisenberg-en sakabanaketak enpirikoak ez balira, mikroobjektuaren izaerari legokiozke. Izatez, hauxe dugu

indeterminazioaren bigarren hipotesia, b2) delakoa. Honek hauxe dio: Heisenberg-en sakabanaketak indeterminazio objektiboak direla, hau da, objektuaren beraren propietateak direla. Tesi honen bi bariante daude:

b2-1) Maila atomikoan beraiek azareko eremua erakusten dute. Hau da, mikroobjektuek azarezko bide batez jokatzen dute, beraiek aztertuak izan edo ez.

Objekzioa: Teoria honek hauxe dio: ΔQ eta ΔP momentu lineal eta posizio-autobalio zehatzen azareko desbiderapenak direla. Baina hori ez da horrela, (3–8) formulan ikus daitekeenez: beraiek batezbesteko balio kuantikoen desbidazioak dira. b2-1) barianteak Q eta P aldagaiak, aldi berean, autobalioak dauzkatela suposatzen du. Baina hipotesi hau konmutazio erlazioak kontraesaten du.

b2-2) Maila azpikuantikotik sortzen dira desberdintzak. Haiek ondokoa erakusten dute: mikroobjektuaren azareko talkak, maila baxuagoko objektuekin (zeintzu azarean mugitzen diren mikroobjektuarekiko) (BO 51, BO 84, BV 54).

Objekzioa: Agian horrela gerta liteke, baina honek ez du adierazten Mekanika Kuantikoak Heisenberg-en desberdintzak bere barnean zergatik dituen, zeintzuek maila azpikuantikoari buruz ezer suposatzen ez duten.

3. 4. Zer ote dira Heisenberg-en desberdintzak?

Aipatutako bi interpretazioak, bai ziurgabetasunari eta bai indeterminismoari buruzkoa, mikroobjektuak puntu antzeko zerbait direneko hipotesian dautza. Puntu antzeko zerbait badira, posizio definitua daukate denbora guztian nahiz eta beraiek neurtzeko gu gai ez izan.

Gure ustez, hala ere, Mekanika Kuantikoa ez dagokie partikula klasikoen koordenatuei, zeintzuek denbora osoan balio bakarra daukaten. Gainera ezin daiteke hitz egin edozein denboratako posizio eragilearen autoegoerei buruz. Beraz, beraiei dagozkien autobalioei buruz hitz egitea alferrik da. Izan ere, $\hat{Q}$ eragile baterako autobalio-ekuazioa hauxe da,

$$Q_{u_k} = \alpha_K u_k, \qquad (3-17)$$

non u_k autoegoerak diren eta α_K, $\hat{Q}$ delakoari dagozkion autobalioak. Baina aurrreko ekuazioak ez du $\hat{Q}$ adierazpenean soluzio matematikorik. Izan ere, beraren 'soluzioak'

$$u_k = \delta\left(\hat{Q} - \alpha_k\right) \qquad (3-18)$$

dira, α_k direlakoak zenbaki errealak direlarik. Baina horiek ez dira autofuntzio propioak, zeren Dirac-en delta (δ) normalizagarria ez baita. Beraz, Mekanika Kuantikoan objektu bat posizio-autobalio batetan dagoela esateak ez dauka zentzu handirik. Teoriak posizio-banaketaren probabilitate-anplituteak ematen ditu, eta banaketa honek batezbesteko balioak, desbideraketa estandarra eta antzekoak konputatzea permititzen du. (Ikus, dena dela, 7. kapitulua.)

Egia dena honakoa da: inguruneak, berezko edo artifizialak, batzutan mikroobjektu bat bortxa dezakeela partikula klasiko edo arlo klasikotzat agertzeko.

Mikroobjektuak ez dira ez partikulak ez eta uhinak ere; *sui generis* dira, Lévy-Leblond-ekin batera (LB 90, 69 or.) *'kuantoi'* hitzaz izenda ditzakegunak. Orain Heisenberg-en desberdintzak beste ikuspuntu batetik ikus daitezke. Beraiek ez dute ziurgabetasunik adierazten; ezta indeterminismorik ere. 'Kuantoiak' objektu bereziak dira, eta ez

daukate ongi definituriko posiziorik. Beraz, ez dira higitzen ibilbide zehatzetan zehar. Edozein zirkunstantziatan mikroobjektuek ez daukate beti ibilbide bat. Ibilbidea, Heisenberg-ek esan zuenez, objektua behatzen denean bakarrik agertzen da.

Azken esaldi hau honela adieraz daiteke, bertsio objektibo baten barruan, noski: *Mikroobjektu batek ibilbidea dauka baldin eta inguruneak (berezko edo artifizialak) horrela agertzea permititzen badu.* (Kasu horretan momentu lineala erabat sakabanaturik bilakatzen da.)

Orokorrean hitz eginez, sistema kuantiko batek zero ez diren espazioaren probabilitate-anplituteak eta momentu linealaren probabilitate-anplituteak dauzka, zeintzuetan (3–7) ekuazioa betetzen den.

Tamainu eta irudi definitu bat agertzen da, sortzen da, makromailan. Heisenberg-en teorema edo desberdintzak, beraz, honela irakur daitezke: maila kuantikoan (zeina Planck-en konstantea karakterizatzen duen) posizio-hedapena edo sakabanaketa eta momentu linealarena alderantziz erlazionaturik daude.

Errealista batzuk, Bunge kasu, mikroobjektuak tamainugabe eta mugagabeak direla uste dute, ongi definituriko posiziorik gabeak, eta ibilbide zehatzetan higitzen ez direnak. Errealista hauek, Cini-k kasu (CI 83), ez dute onartzen uhin paketearen laburketa bapatekoa denik. Prozesu hori kuantoiaren eta aparatuaren arteko elkarrekintza baten bidez azaldu nahi dute, Schrödinger-en ekuazio *lineala* aplikatuz. Penrose-rekin (PE 89) esan beharra dago, garapen hori ezinezkoa dela. Kuantoia "hedatua" dela onar dezakegu. Baina kontua da, geroago ikusiko dugun bezala, Mekanika Kuantikoak kuantoien posizio eta momentu linealaren probabilitate-anplitudeak kalkulatzea besterik ez dituela permititzen.

4. MIRARI KUANTIKOA: EPR PARADOXA ETA BELL-EN DESBERDINTZAK

"Nature isn't classical, dammit"
R. P. Feynman

4.1. Sarrera

Fisikaren gaineko aginte filosofikoaren egunak bukatu dira, zeren ikerketaren edozein muga ikerketa zientifiko beretik baitator. Zientzia ulertzeko bide bakarra zientzilari bihurtzea da. Zientzilariek ez dute lehendabizi *'zientzia zer den'* galdetu eta gero erantzunaren mugetan aritu. Einstein-ek oso ongi ulertu zuen (EI 49, 683-684 orr.) zientzia eta epistemologiaren arteko harremana. Beraren ustez epistemologoa sistema baten atzean dabilen bitartean, zientzilaria aprobetxategi bat besterik ez da. Horregatik esan daiteke, zientziaren filosofiaz ari diren ia aldizkari guztietan, benetako arazoak ukitu gabe, puzzle-zatiak besterik ez direla tratatzen. Gauza bera gertatzen da Mekanika Kuantikoan. Zenbait filosofok, teoria ulertu gabe, aldatu egin nahi izan dute teoriaren funtsa edota logika berezi batzu erabili dituzte bera "ulertzeko". Zientziaren filosofian ari diren egungo filosofo gehienek, sasi-intelektualen talde bat baino ez dute osotzen, etengabeki espekulazioz beteriko artikuluak, baliogabekoak noski, argitaratzen dituztelarik.

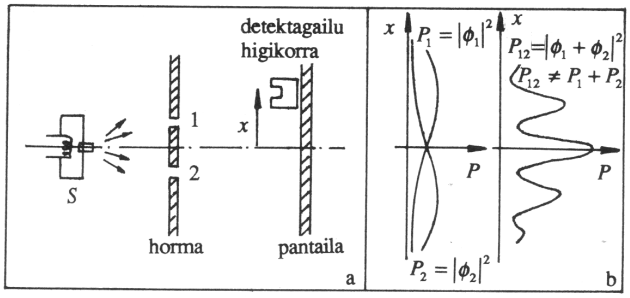
Gure eginkizuna, ordea, bestelakoa da. Kapitulu honetan funtsean Bohr-ek arrazoi zuela, zuzen zegoela, frogatu nahi genuke. Baieztapen hau Aspect-ek (AS 82a, AS 82b) egindako experimentuan datza.

Jakina denez, Einstein, de Broglie eta Schrödinger alde batetik, eta Bohr, Heisenberg, Born, Dirac, Pauli eta ia fisikari berri guztiak bestetik, bide desberdinetatik abiatu ziren. Einstein-ek, Bohr-ekin eztabaidatu eta gero[1], hauxe uste zuen, alegia, Mekanika Kuantikoak multzoak deskribatzen dituela eta ez sistema bakar bat[2]. Berak bi lankiderekin (Einstein, Podolsky eta Rosen, EP 35) lan famatu bat publikatu zuen. EPR paradoxa ezaguna da berau, non Mekanika Kuantikoaren osotasuna eztabaidatzen zuen. Lan hori dela eta hamaika saio egin da. Errealitatea eztabaidatu izan da eta baita determinismoa, probabilitatearen ulerkuntza eta beste zenbait gauza ere. Aspect-ek, bere lankideekin, behin-betiko amaiera eman dio eztabaidaren parte handi bati. Hauxe da, hain zuzen, guk hemen aurkeztu nahi duguna.

Lana sketchean aurkeztuko da, izan ere oso garrantzitsu, luze eta konplexuegia baita ikerketa sistematikoago eta sendoagoa egiteko.

4.2. Miraria

Elektroi, protoi, neutroi, fotoi eta antzeko objektu atomikoen portaera antzekoa da guztietan, guztiok "kuantoiak" dira.



4. 1. irudia. a) Bi zirrikituen experimentua. *S* delakoa elektroien iturria da. 1 eta 2 direlakoak, zirrikituak. b) Zirrikitu bat edo biak irekitzean detektaturiko elektroien banaketa.

Bi zirrikituen experimentua elektroi (edo fotoi) bakar baterako (ikus 4.1. irudia), adibide ona da mirari kuantikoa erakusteko, zeren bera *«bide klasikoz ezin baita, absolutuki ezin da, adierazi»* (FA 65, III. bol., I-1 or.).

Kontsidera dezagun, bi zirrikitu berdin dituen horma baten aurka elektroiak igortzen direla, 4.1.a. irudian adierazi den bezala. Lehenengo horma horren atzean elektroi guztiak zurgatzen dituen horma bat kokatu da paraleloki, detektagailu higikor batez horniturik. Detektagailu horren bidez, bigarren hormak x posizio bakoitzeko jasotzen duen elektroi-kopurua, $P(x)$, kalkula daiteke, eta funtzio hau grafikoki adieraz.

Bigarren pantailako detektagailuak elektroi bat detektatzen duen bakoitzean "klik" entzun erazten baldin badu, bozgorailu baten bidez kasu, klik guztiak berdinak direla aurkituko da. Elektroiak bigarren hormara tantaka iristen dira. Baina difrakzio-irudia ikusita, ba dirudi, elektroi batek zirrikitu biak aldi berean zeharka ditzakeela, Young-en experimentuan uhinek egiten duten modura. Itxuraz, elektroiak difraktatu egiten direla ematen du.

1 zirrikitua bakarrik irekita dagoenean, $P_1(x)$ lortuko da, eta 2 zirrikitua bakarrik irekitzen denean, $P_2(x)$. Aldiz, 1 eta 2 zirrikituak biak batera irekita daudenean, $P_{12}(x)$ lortuko da (4.1.b. irudia).

Agerian dago, beraz, bi zirrikituak batera irekitzerakoan x posiziora iristen den elektroi-kopurua, lehengo bi kasuetan iristen diren kopuruen arteko batura ez dela, hau da,

$$P_{12}(x) \neq P_1(x) + P_2(x). \qquad (4-1)$$

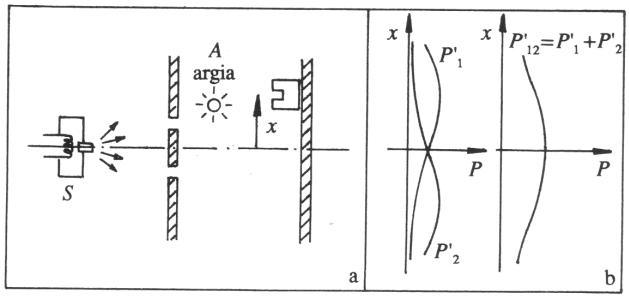
Elektroiak taldeka iristen dira, partikulak bezalaxe, baina bestetik, talde horien iristearen probabilitatea uhin baten intentsitate-banaketa bezalakoa da.

P_1 eta P_2 probabilitateetatik P_{12} kalkulatzeko erabiltzen den tresna matematikoa, ezaguna eta erraza da. Pantailan gertatzen dena bi zenbaki

konplexuren bitartez deskriba daiteke, ϕ_1 eta ϕ_2 dei ditzakegunen bitartez (biak, noski, x-en funtzioak dira). Mekanika Kuantikoan anplitudea zenbaki konplexuek errepresentatzen dute.

ϕ_1-en karratu absolutuak emaitza ematen du 1 zuloa bakarrik zabalik dagoenean. Hau da, $P_1 = |\phi_1|^2$. Beraz, "kuantoi" bat x puntura iristeko probabilitatea, S iturritik datorrela, kuantitatiboki zenbaki konplexu baten karratu absolutu batez adieraz daiteke, zeinari *probabilitate-anplitudea* deritzon (FA 65, III bol., 3-2 or.). Feynman-ek esaten duenez, ez dakigu argi zer gertatzen den, horregatik probabilitate-anplitudea asmatu dugu (FE 65, 137 or.). P_1, 1 zulotik x puntura iristeko probabilitate-anplitudea da. P_2 delakoa 2 zulotik iristeko probabilitate-anplitudea da. x puntura iristeko probabilitate-anplitute osoa lortzeko, biak batu egiten dira eta gero berorren karratua kalkulatu.

Beraz, *«hidrogeno-atomo baten gure irudirik hoberena hauxe da, alegia, nukleo bat "elektroi-hodei" batez inguraturik (nahiz eta benetan "probabilitate-hodei" esan nahi). Elektroia nonbaiten dago, baina naturak soilik uzten digu, edozein leku partikularretan bera aurkitzeko probabilitatea ezagutzen»* (FA 65, I. bol., 6-11 or.)



4.2. irudia. Bi zirrikituen experimentua. a) Elektroiak behatzeko A argi-iturria erabiliko dugu. b) Orain bi zirrikituak batera irekitzeari dagokion probabilitatea, aurreko bien batura da.

Laburbilduz, 2 zuloa bakarrik zabalik dagoenean, emaitza ϕ_2 delakoak ematen du bide berean. Hau da, $P_2 = |\phi_2|^2$. Eta bi zuloen efektu konbinatua $P_{12} = |\phi_1 + \phi_2|^2$ da.

Baina saia gaitezen orain elektroiak ikusten (ikus 4.2. irudia). Elektroiek lehenengo pantaila zeharkatzen duteneko aldiunean behatuz gero, zer gertatuko da?

Elektroiak behatu ahal izateko, jar dezagun argi-iturri bat, 4.2.a. irudian adierazitako posizioan. A argi-iturriak igorritako argiaren eta elektroiaren arteko elkarrekintzaren eraginez, argi-distira jasoko dugu elektroiaren ingurunetik, beronek lehenengo pantaila zeharkatu bezain laster. Alabaina, argiaren intentsitatea oso ahula ez denean, argi-distira bakarra jasoko dugu klik entzuten dugun guztietan, bi zirrikituak zabalik egonda ere, 1 zirrikituaren ingurunetik batzuetan eta 2 zirrikituaren ingurunetik besteetan, zirrikitu bakar bat irekitzean gertatzen den modura. Are gehiago, bi zirrikituak irekitzean, bigarren pantailan detektaturiko elektroi-kopurua, zirrikitu bakar bat irekitzean detektaturiko kopuruen arteko batura da, elektroiak behatuak ez direnean gertatzen ez den bezala (alegia, 4.2.b. irudian bezala). Behatuak diren elektroiak, ez dira difraktatzen.

Elektroiak zulo batetik edo bestetik pasatzen dira. Ez dago interferentziarik! Elektroiak ikusteko argia erabiltzen dugu eta argiak elektroiarekin talka edo kolisioa egitean, x puntura iristeko probabilitatea aldatzea espero daiteke.

Elektroiak behatzeko orduan perturbatu egiten direlako gerta liteke fenomeno hori. Saia gaitezen, hortaz, perturbazioa ahultzen, argiaren intentsitatea txikiagotuz. Berau eginez gero, aldiz, perturbazioa ez da ahultzen, argi-distirak ahultzen ez baitira; aldiz, bigarren pantailan elektroi bat detektatzen den guztietan ez da argi-distirarik jasotzen, argiaren fotoi-kopurua txikia izanik, elektroi batzuk fotoirik topatzen ez baitute. Hau da, perturbazioa ahultzen delarik, elektroi guztiak ez dira behatuak, eta hauexek dira, hain zuzen ere, difraktatu egiten direnak, zirrikitu biak batera irekitzean behatuak izan gabe detektatuak diren

elektroien kopurua zirrikitu bakar bat irekitzean detektatuak diren kopuruen arteko batura ez baita.

Are gehiago, argiak daraman momentua h/λ izanik, efektu ahulagoak ager litezke argiaren uhin-luzera (λ) handiagoa erabiliz.

Argiaren intentsitatea ahultzeke uhin-luzera handiagotu egiten baldin bada, elektroi guztiak behatzeko gai izanen gara, perturbazioa txikiagotuz, fotoien energia txikiagoa izanen baita. Izan ere, argiaren uhin-luzera zirrikituen arteko distantzia baino handiagoa denean, perturbazioa hain txikia da ezen, elektroi guztiak banan-banan behatuta ere, difraktatu egiten direla, baina ezin jakin dezakegu elektroi bakoitzak lehenengo pantaila nondik zeharkatu duen, bi zirrikituen ingurune osora hedaturiko argi-distira handi eta zirriborrotsu bakarra jaso baitugu.

Behatuak ez diren elektroiak, difraktatu egiten dira, uhinen antzera, lehenengo pantaila zeharkatzeko orduan, eta gorpuzkuluak bailiren detektatzen dira bigarren pantailan, behatuak diren guztietan gorpuzkuluen antzera jokatzen dutelarik. Ezin esan dezakegu, beraz, elektroiak edo fotoiak gorpuzkuluak direnik, ez eta uhinak direnik ere, beraien jokabidearen berri emateko bi kontzeptu klasikoez baliatzen garelarik ere. Honetan datza, bada, "kuantoien" uhin-gorpuzkulu bikoiztasuna.

Heisenberg-en desberdintzek ematen dute muga hori:

$$\Delta q \cdot \Delta p \geq \hbar. \qquad (4-2)$$

Heisenberg-ek ondokoa onartu zuen: posizioa eta momentu lineala batera neurtzeko zehaztasun handiagoa posible balitz, Mekanika Kuantikoa kolapsatu egingo litzatekeela.

Heisenberg-ek berak, printzipioaren garrantzia azpimarratzeko, hitz hauek idatzi zituen: *Ad Majorem Correspondentiæ Principii Gloriam*. (MR 82, 2. bol., 157 or.). Zalantzazko printzipioa baino "ziurtasunezko" printzipioa esan beharko litzaioke (WE 84, 180 or.).

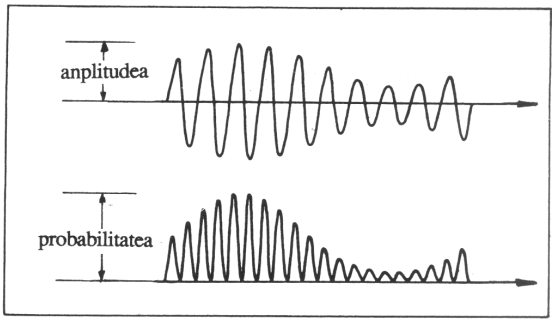
Pais-ek (PA 86, 262 or.), bere aldetik, ondokoa dio, "ziurgabetasun

erlazioa" izen desegokia dela eta hobe izanen zatekeela Heisenberg-en desberdintzak "ezaugarritasun ezaren erlazioak" deituak izan balira.

Teoria fisiko osoak, egoera batetarako probabilitate-anplitudeak kalkulatzeko formula zehatzak ematen ditu. Orokorrean anplitudea uhin-ekuazio baten bidez kalkulatzen da. Abiadura txikiko partikuletarako, non erlatibitatea erabiltzen ez den, Schrödinger-en ekuazioak ematen du probabilitatea:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m}\nabla\psi + V\psi. \qquad (4-3)$$

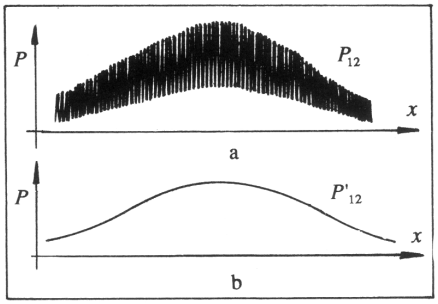
Ekuazio hau Schrödinger-ek formulatu zuen, izatez, berak asmatu zuen. Ez zen posible ezagunak ziren beste edozein ekuaziotatik (4–3) ekuazioa ateratzea. Born-ek (BR 55) Schrödinger-en ekuazioan agertzen den ψ uhin-funtzio hori probabilitate-anplitudetzat interpretatu zuen. Halaber esan zuen, anplitudearen karratua ez dela karga-dentsitatea, bolumen-unitateko bertan aurkitzeko elektroiaren probabilitatea baizik.



4.3. irudia. Probabilitate-uhina eta uhin-anplitudearen karratua. Azken honek adierazten du partikula aurkitzeko probabilitatea.

Born-en ustez, *"partikulen higidurak probabilitate-legeak betetzen ditu, baina probabilitatea bera hedatzen da kausalitate-lege baten bitartez"* (JA 74, 40 or.). ψ funtzioa espazio multidimentsionalean hedatzen da. ψ funtzioaren bapateko aldaketa ("uhin-paketearen laburketa") ez dagokio erabat hedaturik dagoen uhin errealaren bapateko kolapsoari, baizik eta izaera fisikoaz daukagun ezaguera-aldaketari. Uhinak ez dira materialak, Schrödinger-ek lehen unean uste zuenez; probabilitatezkoak baizik, Born-ek azpimarratu zuenez. Beraz, objektu kuantikoen higidurararen deskribapena berez estokastiko edo probabilistikoa da. Probabilitatea da teoria honen oinarria.

Schrödinger-en ekuazioak ematen du probabilitatea. Born-ek baieztatu zuenez, uhinak ez dira materialak, probabilitate-uhinak baizik. Max Born-en ustez, uhinaren anplitudearen karratuak ematen du, posizio horretan, "kuantoia" aurkitzeko probabilitatea.



4.4. irudia. Tamainu handiko objektuaren kasua. Praktikan, P_{12} erabili ordez P'_{12} erabili ohi da maila klasikoan.

Ekuazioa hori ezin aplika daiteke erlatibitatezko arloan. Ekuazio erlatibista Dirac-ek eman zuen. Erlatibitatea eta Mekanika Kuantikoa batera daude formalismo matematiko batetan, eremu kuantikoaren teoria

berau, non birnormalizazioaren bitartez bi teoria nagusiak —Erlatibitatea eta Mekanika Kuantikoa— erlazionaturik dauden[3].

Objektu arruntetarako, P momentu lineala hain handia izateagatik uhin-luzera guztiz laburra delarik, interferentzia maximoak eta minimoak elkarren artean oso hurbil gertatzen dira behaketa arruntetik alde egiteko. Kasu hauetan probabilitate arruntaren legeak, $P = P_1 + P_2$, nahikoa zehaztasunez erabiltzen dira.

4.4. irudian tamainu handiko objektuekin zer gertatzen den ikus daiteke. P_{12} kurbak ematen du probabilitate-banaketa, Mekanika Kuantikoa erabiliz. Dardara arinak interferentzia eragiten dio uhin-luzera laburreko uhinetan. Edozein detektagailu fisikok, hala ere, probabilitate-kurbaren bi aldetako dardarak estaltzen ditu P'_{12} kurba emanez eta maila klasikoan efektu kuantikoak izkutatuz.

Baina maila kuantikoan, mundu fisikoa kuantikoa da. Bera ezin daiteke adierazpide klasikoaren bitartez azal, Einstein, Podolsky eta Rosen fisikariek (EP 35) beren saio famatuan nahi izan zuten bezala.

4.3. EPR paradoxa

Fisika Klasikoan sistema bat apurtzen denean eta beraren osagaiak banatzen direnean, osagai bakoitza besteetatik guztiz independenteki portatzen da. Zergatik da hau? Elkarren artean arituz denbora pasatu ondoren eten egiten direlako —ezagutzen diren indar guztiak distantzia handiagotuz doan heinean txikiagotuz doaz—. Baina hau ez da Mekanika Kuantikoan gertatzen, non beraren ezaugarririk garrantzitsuenetarikoa koerlazioak diren.

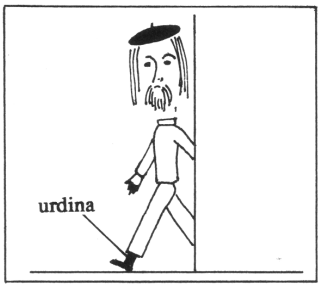
«Bi sistema, zeintzuen egoerak berorien ordezkarien bitartez ezagutzen ditugun, behin-behineko elkarrekintza batetan berorien arteko indar ezagunak direla bide sartzen direnean, eta sistemak elkarren artean eraginez denbora bat pasatu ondoren berriro elkarretik aldentzen direnean, ezin daitezke beraiek lehengo bide berean deskriba, hau da, horietako bakoitzari bere ordezkari propioa emanik. Nik ez nioke honi Mekanika Kuantikoaren forma-ezaugarri bat deituko, baizik eta

pentsamendu klasikotik bere desbideraketa osoa bortxarazten duen forma-ezaugarria» (SC 33, 555 or.).

Einstein, Podolsky eta Rosen fisikariek (EP 35) emaitza kuantiko hau faltsua zela eta Fisika Klasikoaren bereizgarritasuna kontutan har zezakeen teoria bat behar zela uste zuten. Parentesi artean diogun ezen, Einstein-ek ez zuela inoiz ez proposatu ez onartu aldagai ezkutuen teoria bat ere (JA 74, 219 or. eta 244 or.; BA 70, BA 72). Bohm-ek eginiko saioa Mekanika Kuantikoa bide deterministiko batez adierazteko, *'nahikoa merke'* izan zen Einstein-en ustez (BR 71). Hala ere, Schrödinger-en ekuazioak sistemaren bilakaera ematen du. Osagai indibidualen egoeraren konbinazio bat da sistemaren egoera. Autofuntzioak konbinaturik segitzen dute, nahiz eta osagaiek elkarretik oso urrun aldendu. Aldentze espazialak ez du aldentze fisikorik halabehartzen.

4.3.1. Eguneroko bizitzaren koerlazioak

Urlia jaunaren galtzerdien kasua aipatzen da maiz (ikus 4.5. irudia).



4.5. irudia. Urlia jaunaren galtzerdien kasua. Irudian ageri ez den galtzerdia, gorria da, nahitaez.

Urlia jauna exzentriko samarra da. Kolore bakarreko galtzerdiak gustatzen zaizkio, baina bi kolore soilik ditu atsegin, gorria eta urdina.

Mania bat dauka ordea: oin banatan kolore desberdinetakoak erabiltzen ditu, nahiz eta berdin dion zein kolore zein oinetan. Horregatik, egun konkretu batetan oin batean zein kolore izango duen, ez dago inola ere aldez aurretik esaterik. Baina behin eskuineko oineko galtzerdia urdina dela jakitean, ziur egon daiteke ezkerrekoa urdina izango ez dela, gorria baizik. Lehenengo galtzerdia ikusteak eta Urlia jaunaren portaeraren experientziak bapateko informazioa ematen dute bigarren galtzerdiari buruz. Ez al da hori EPR paradoxaren gauza bertsua?

4.3.2. EPR saioa (1935)

1935ean Einstein-ek eta beraren lankideak ziren Podolsky eta Rosen-ek saio mamitsu bat argitaratu zuten, Mekanika Kuantikoaren balioa zalantzan jarriz.

Hiru fisikariok hauxe idatzi zuten. Imajina dezagun elkarrakzioa izan duten eta ondoren bereizi diren bi partikulaz osoturiko sistema. Mekanika Kuantikoaren arabera, sistema hori funtzio batek deskribaturik dago. Beraz, ondorioz honakoa esan daiteke: partikula baten posizioa (edo momentu lineala) neurtzen bada, automatikoki ezagutuko dela beste partikularen posizioa (edo momentu lineala), eta hau, itxuraz, perturbaziorik eragin gabe gertatuko da. Aipaturiko hiru fisikariek, neurketaren aurretik bi partikulen posizioak eta momentu linealak ongi definiturik zeudela zioten. Horrelako ondoriora heltzeko, "errealitate-printzipioa" erabili zuten, hots, *«sistema inola ere perturbatu gabe, kantitate fisiko baten balioa ziurtasunez aurresaterik baldin badago, kantitate horri dagokion errealitate fisikoaren elementu bat existitzen da»*. Mekanika Kuantikoaren ikuspuntutik, aldiz, posizio eta momentu lineal horiek neurketaren aurretik ez-determinaturik daude, eta lehenengo partikulan egindako neurketa da, bi partikulen posizioak (edo momentu linealak) une berean determinatzen dituena.

Einstein, Podolsky eta Rosen-en ustez, lehenengo partikulan egindako neurketak partikula honen posizioa (edo momentu lineala) zehazten duela onartu ahal bada, arrazoi gabekoa da neurketa horrek

bigarren partikularen posizioa (edo momentu lineala) ere determinatzen duela baieztatzea, bigarren partikula hau neurketa egin deneko tokitik oso urrun egon daitekeelako. Hiru autore horien eritziz, hipotesi kuantikoak ezin du zutik iraun, zeren posizioak eta momentu linealak neurketa egin baino lehen existitzen baitziren.

EPR paradoxaren adierazpenik onena, lana bera utzita, honako hau dateke. Demagun sistema konposatu bat, Schrödinger-en ekuazio batez deskribatua berau. Sistemak bi partikula dauzka, A eta B, elkarren arteko talka baino lehenago. Gero partikulek elkarrekin talka egiten dute. Talkaren ondoren partikula bat (A adibidez) neurtzen da. A-ren posizioa edo A-ren momentu lineala neurtzea aukera dezakegu. A-ren posizioa neurtzen bada, honek sistema konposatuaren ψ funtzioarekin batera B-ren posizioa jakitea permititzen du. A-ren momentu lineala neurtzen bada, B-ren momentu lineala jakin daiteke era berean. Einstein-ek idatzi zuenez, A partikula neurtu ondoren Mekanika Kuantikoak B sistema partzialaren ψ funtzioa ematen du, eta B-ren ψ funtzio batzu eman gainera, A-n egindako neurketaren bitartez ezberdinak direlarik. B partikula bien bitartean, guk nahi dugun bezain urrun joan da —demagun Sirius izarreraino joan dela—. Beste hitz batzuz esanda, Kopenhage-ko interpretazioaren kontra B-ren momentu lineala edo posizioa aurresan daiteke, B-rekin interferitu gabe, A-ren neurketa baten oinarri dela bide bakarrik. Izan ere, B partikula oso urrun dago bera interferitzeko. EPR lanean distantziarako ekintza instantaneorik ez dago; Erlatibitate Berezitik datorren emaitza da berau. Hipotesi hau "lekutasun-printzipioa" izenaz ezagutzen da. B partikula ukitu gabe (A partikula neurturik) B-ren posizioa edo momentu lineala ezagut daitekeenez gero, Einstein-ek honako hau atera zuen: B partikulak bai posizioa eta bai momentu lineala eduki behar dituela, eta bi aukeren kasua posizioa edo momentu lineala neurtzeko neurketa bat aukeratzea —Mekanika Kuantikoak B-ri buruzko informazio ez-osoa ematen zuela—.

Lekutasun-printzipioaren arabera, objektu bereizi eta elkarren arteko ekintza gabekoak independenteak dira. Beraz *B* partikulak errealitate objektiboa izan behar du edozein neurketatatik kanpo, eta posizio zorrotz bat eta era berean momentu lineal bat eduki behar ditu, nahiz eta gu aldiune berean biok ezagutzeko gai izan ez. Hauxe da Mekanika Kuantikoaren osotasunik ezaren arazoa.

Ez-osotasun horretatik hauxe atera daiteke, alegia, Mekanika Kuantikoa probabilitatezko teoria izanez gero, probabilitateak *subjektiboak* direla, hau da, beraiek guk geuk ezagut dezakeguna ematen dutela eta ez errealitatean bertan gertatzen edo pasatzen dena. Edo probabilitateak *maiztasun enpirikoak* direla, experimentuetatik sortzen direnak hain zuzen. Baina inola ere Mekanika Kuantikoaren ezaugarririk garrantzitsuenak. Hala ere, Feynman-ekin batera ondokoa esan behar da: natura ez dela klasikoa, kuantikoa baizik. Eta Mekanika Kuantikoan agertzen diren probabilitateak funtsezkoak edo esentzialak dira. Ez dituzte, inola ere, gure ezagueraren mugak edo adierazten; naturaren barneko eta berezko portaera baizik.

4.3.3. Bohm-en bertsioa (1951)

EPR saioari beste aukera bat eman zion Bohm-ek (BO 51), experimentu imajinatua bat prezeski Bohm-ek "kuantoien" posizio eta momentu linealak ez eta, spin-en neurketak kontsideratu zituen. Erdi bateko bi spin hasierako zero spin osoaren egoera ezegonkor batetan prestatu dira. Bikotea banatu egin da gero, spin totala gordez, eta "kuantoi" bat Stern-Gerlach aparatuko eremu magnetiko ez-homogenotik pasatu da. Momentu angeluarra gordez gero, edozein norabideko *A* kuantoiaren spin-projekzioa neurtzen bada, *B* kuantoiari dagokion spin-projekzioak kontrako zeinua izan beharko du, zeren momentu angeluarraren kontserbazioaren bidez spin-projekzioak koerlazionaturik baitaude.

Bertsio horretan oinarrituko dira Aspect eta lankideak, beren experimentuak gauzatu ahal izateko (AS 71, AS 81).

4.3.4. Bell-en desberdintza

Fisikariek Mekanika Kuantikoari bi erantzun mota eman diote. Alde batetik, fenomeno naturalei teoria berria aplikatu diote: honela teoria berri batzu asmatu dira, solidoen teoria kuantikoa, eremu-teoria kuantikoa eta fisika nuklearra, kasu. Beste aldetik, zenbait fisikari teoria berri horren interpretazioaz arduratu dira.

Fisikari gehienek Kopenhage-ko bertsio ortodoxoa ontzat eman dute, eta experimentu berriek sortzen dituzten galdera berriei erantzuten saiatu dira. Partikula elementalen azterketan diharduten fisikariak, kasu, deus gutxi kezkatu dira Mekanika Kuantikoaren interpretazioaz. Dena dela, kezkarik egon da. Feynman-ek esaten duen bezala (FE 82), *«ni oraingoz artega jartzen nau Mekanika Kuantikoak»*.

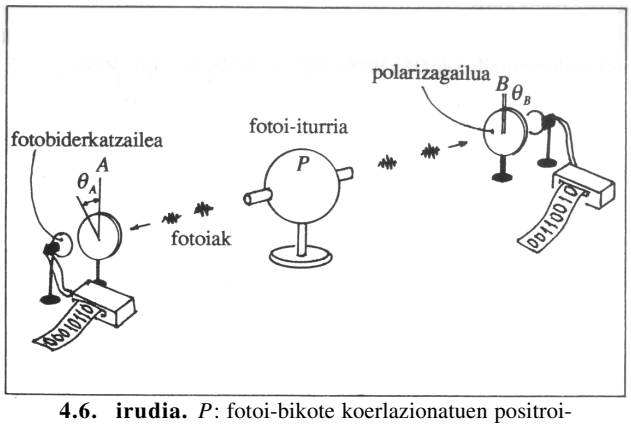
Kilikagarritasunak EPR bezalako saioak sortzen ditu. EPR saioa eta gero, hamaika lan idatzi dira horren alde edo eta kontra. Agian Bell-en desberdintzak (BE 64, BE 66, BE 71, BE 87), EPR saioak lortu duen aina garrantzia lortu du. Eman diezaiogun begiradatxo bat.

Bell-ek (BE 87) ez zuen proposatu experimentu imajinatu bat. Aitzitik, EPR saioaren ildotik, experimentu erreal bat gauzatu nahi zuen, Mekanika Kuantikoak ematen duena zuzen dagoenentz jakiteko.

Bell-ek *aldagai ezkutuen* arazoa plazaratu zuen. Ideia argi dago: beharbada Mekanika Kuantikoa ez-osoa da, eta teoria *azpikuantiko* bat existi daiteke, zeina aldagai ezkutuen gainean eraikitzen den. Fisikariek aldagai horiek ezagutuko balituzte, neurketa berezi baten emaitzak aurresango lituzkete era ez-probabilistiko batetan, eta agian partikula baten posizioa eta momentu lineala batera ezagutu ahal izango lituzkete.

Bell-ek hauxe nahi zuen, alegia, aldagai ezkutu lokalen bitartez eraikitako teoria batek mundu kuantikoan zer suposatuko lukeen jakitea. "Lokal" kontzeptua da giltza hemen. Zeren aldagai ezkutu lokalak azalera irudikari baten barruko objektu baten egoera lokalki determinatzen duten kantitate fisikoei baitagozkie. Hipotesi hau erabiliz, Bell-ek experimentalki txekeaturik izan zitekeen formula matematiko bat atera zuen. Experimentuak egin dira (AS 81) eta Bell-en

desberdintza bortxaturik gelditu da. Ba dirudi, beraz, mundua ez dela lokalki kausala.



4.6. irudia. P: fotoi-bikote koerlazionatuen positroi-iturria. A eta B: polarizagailuak. F: fotobiderkatzailea.

Demagun positroiaren desintegrazioa, zeinean bi fotoi elkarretik aldentzen diren (ikus 4.6. irudia). Bi fotoiek beren polarizazio erlatiboa koerlazionaturik daukate. Fotoi baten polarizazioa espazioan beraren bibrazioaren norabidea da. Fotoi batek polarizazioa norabide batetan baldin badauka, kontrako norabiderantz abiatzen den beste fotoiak lehenak daukan polarizazio-norabide berbera dauka. Koerlazionaturik dauden bi fotoien polarizazio-norabide absolutua gainbegiratze batetik bestera aldatzen da azarezko era batetan, baina edozein fotoi-bikoteren polarizazio erlatiboa finkaturik dago.

Fotoiak elkarretik aldenduz, A-n eta B-n dauden polarizagailuetan zehar pasatzen saiatzen dira. Polarizagailuen atzean hodi fotobiderkatzaileak daude, fotoi indibiduala detekta dezaketenak. Hodi

fotobiderkatzaile batek fotoia detektatzen badu, gertaera hori seinale batez, 1 zenbaki batez kasu, erregistratzen da. Eta fotoirik detektatzen ez badu, gertaera hori beste seinale desberdin batez erregistratzen da, 0 zenbaki batez kasu.

Fotoien polarizazioa polarizagailuekiko erabat azarekoa da. Fotoi batek polarizagailua jotzen badu, orduan badauka probabilitateren bat polarizagailuan zehar pasatzeko eta detektatua izateko.

Bell-en desberdintzak ulertzeko, ondoko adibidea erabiliko dugu: Demagun B-n dagoen polarizagailua tinko dagoela, eta A-n dagoena bakarrik aske dagoela biratzeko. Suposa dezagun bi polarizatzailen arteko angelu erlatiboa lehen experimentuan zero dela. Era honetan egindako experimentuan A-n eta B-n gauzatutako neurketaren bidez, detektagailu bakoitzean 1 zenbaki eta 0 zenbakien serieak agertuko dira. Demagun honelakoak direla:

A: 01101011000010101101...
B: 01101011000010101101...

Bi sekuentziak koerlazionaturik daude.

Geroxeago, A-n dagoen polarizagailuak ϕ angelua, erlojuaren aldeko norabidean, biratu egiten du. Biratze honek hauxe suposatzen du, bikote bakoitzeko bi fotoiek beste probabilitate bat daukatela polarizagailuan zehar pasatzeko eta detektatuak izateko. Demagun, orain antzeko serieak lortu direla:

A: 00101110110001110101...
B: 01100110110001110101...

Bi sekuentziak ez daude koerlazionaturik: deskoerlazioak ehuneko honenbeste dira; demagun 2 deskoerlazio lehenengo 20etan, beraz, 10%.

Orain, A-n dagoen polarizagailuak beste ϕ angelu bat, orain erlojuaren kontrako norabidean, biratzen duela, B-rekiko 2ϕ angelu erlatiboa izanik; demagun ondoko serieak lortu direla:

A: 10001110011001101111...
B: 11101111011011101110...

Bi sekuentziak ez dira koerlazionaturik: demagun 5 deskoerlazio dagoela 20tan, beraz, 25%.

ϕ angelu erlatiboekin lorturiko deskoerlazioak $D(\phi)$ izan direnez gero, 2ϕ angelu erlatiboekin lorturiko deskoerlazioak,

$$D(\phi) + D(\phi) = 2D(\phi) \qquad (4-4)$$

izan beharko lukeela ematen du.

Baina fotoien polarizazio-egoera A-n eta B-n objektibo direla (objektibitatearen hipotesia) onartzen bada, eta A-n egindako neurketak B-n egindakoan eraginik ez daukala (kausalitate lokalaren hipotesia) suposatzen baldin bada, Bell-en desberdintza lortuko da, hau da,

$$D(2\phi) \leq 2D(\phi) \qquad (4-5)$$

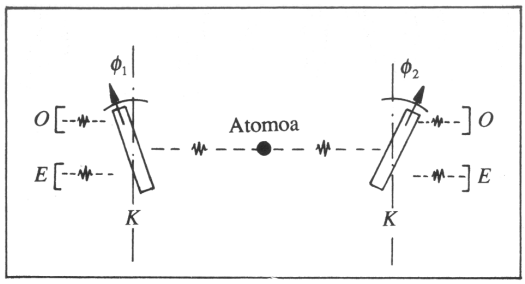
Geure adibidean lortu duguna, hala ere, hauxe da:

$$D(\phi) = 10\%,$$
$$2D(\phi) = 20\%,$$
$$D(2\phi) = 25\%.$$

Bell-en desberdintza bortxatua izan da. Beraz, ondoko hirurotariko bat, ala objektibitatearen hipotesia ala kausalitate lokalarena ala biok gaizki daude.

4.3.5. Fotoien polarizazioak

Fotoi-polarizazioaren koerlazioak nabaritu ditu zenbait fisikarik, hala nola Bohm eta Aharonov-ek (BA 57), eta beraiei dagozkien experimentuak errazago dira 1/2 spineko sistemenenak baino. Jarrai gakizkion Feynman-i (FE 82, 481 or. eta hurrengoak):



4.7. irudia. O: fotoia. E: fotoia. K: kaltzita.

Atomo batek elkarren kontrako norantzan bi fotoi igortzen ditu. Biak denbora berean neurturik daude, bertikalarekiko ϕ_1 eta ϕ_2 angeluak dituzten bi kaltzitaren bitartez. Mekanika Kuantikoa eta experimentua ados daude, O fotoia detektatua izateko P_{OO} probabilitatea honako hau dela esatean:

$$P_{OO} = \frac{1}{2}\cos^2(\phi_2 - \phi_1). \qquad (4-6)$$

Eta E fotoia detektatua izateko, P_{EE} probabilitatea:

$$P_{EE} = \frac{1}{2}\cos^2(\phi_2 - \phi_1). \qquad (4-7)$$

O eta E fotoiak (ordena horretan) detektatzeko probabilitatea:

$$P_{OE} = \frac{1}{2}\sin^2(\phi_2 - \phi_1). \qquad (4-8)$$

Eta azkenean, E eta O fotoiak (ordena horretan) detektatzeko probabilitatea:

$$P_{EO} = \frac{1}{2}\sin^2(\phi_2 - \phi_1). \qquad (4-9)$$

Kontutan eduki, beti aurresan daitekeela, neurketa batetik hurrengo neurketan lortuko dena, O edo E alegia. Izan ere, aukeratutako edozein ϕ_1 ardatzetarako, ardatza ϕ_1-ekiko ϕ_2 angelura egonik, hauxe lor daiteke:

$$P_{OE} = P_{EO} = 0, \qquad (4-10)$$

eta neurketa batean bestean lortu dena lortu beharko da.

Antzeko experimentu bat egin da eta teoria kuantikoak aurresaten dituen emaitzak eman ditu (ikus AS 81, CS 78, experimentu ezberdinetarako). Emaitza esperimentalak (AS 82a, AS 82b) EPR saioko koerlazioak errealak direla baieztatzen du.

Ikus dezagun konputagailu probabilistiko lokal batek Mekanika Kuantikoa nola imita dezakeen. Hots, hauxe jakin nahi dugu: konputagailu klasiko (eta probabilistiko) batek sistema kuantikoa nola imita dezakeen:

1 fotoiak a baldintza batean, $f_a(\phi_1)$ probabilitatearekin egon behar du, zeinak izpi arrunt bezala hartzeko determinatzen baitu. E izateko probabilitatea $1 - f_a(\phi_1)$ izango litzateke. Era berean, 2 fotoiak b baldintzan egon behar du, $g_b(\phi_2)$ probabilitatearekin. Baldin eta P_{ab} baldintza-bikotea aurkitzeko lotura-probabilitatea bada, O izpiak neurtzeko probabilitatea hau da:

$$P_{OO}(\phi_1, \phi_2) = \sum_{a,b} P_{ab} f_a(\phi_1) g_b(\phi_2), \quad \text{non} \quad \sum_{a,b} P_{ab} = 1 \quad \text{den. } (4-11)$$

Era berean,

$$P_{OE}(\phi_1, \phi_2) = \sum_{a,b} P_{ab}\left(1 - f_a(\phi_1)\right) g_b(\phi_2), \quad \text{eta abar.} \quad (4-12)$$

a baldintzek determinatzen dute fotoia nola joan den. Ba dago egon baldintzen koerlazio antzeko bat. Zeren eta goiko formulak ezin ditzake emaitza kuantikoak P_{ab}, $f_a(\phi_1)$, $g_b(\phi_2)$ edozein baliotarako eman, baldin eta beroriek probabilitate errealak, hau da, guztiak zenbaki positiboak badira.

Konputagailu klasiko batek ezin dezake Mekanika Kuantikoa imita. Nolabait, probabilitateak egindako experimentuarekin koerlazionatuta daude, eta probabilitateak ez dira azarekoak (FE 82, 485 or.).

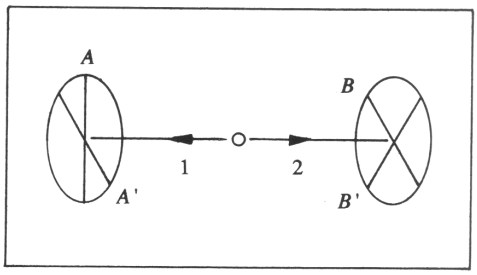
Mirari horretaz pentsatu behar da, zeren kontzeptualki XX. mendeak ezagutu duen iraultzarik handiena baita berau. Zer nolako aparatu matematiko asmatu behar da errealitate kuantikoaz aritzeko? Ikus horretarako Cohen-Tannouddji et al. (CD 77), Lévy-Leblond eta Balibar (LB 90).

4.4. Aspect-en experimentuak (1982)

Mekanika Kuantikoaren arabera, sistema kuantikoaren spin baten hiru osagaiek ez dituzte denbora berean balio zorrotzak. Balio zehatzak balituzte, Bell-en desberdintzak (BE 64, BE 71) beteko lirateke. Bell-en desberdintzek teoria kuantikoaren kontrako emaitzak aurresaten dituzte.

1975ean Aspect-ek (AS 75) experimentu zorrotz bat proposatu zuen fotoiak erabiliz. Fotoi-bikotearen ekoizpenaren baldintzen kausa dela eta, bata bestetik aldentzen diren fotoiek polarizazio lineala dute. Polarizazioak +1 edo –1 balioa hartu ahal izanen du.

Aspect-en experimentuan aldentzen ziren fotoien polarizazioak, elkarren paraleloak ziren. Fotoi-bikotea lortzeko, Aspect-ek hutsa egina zeukaneko zilindro batetara kaltzio-atomoak xiringatu zituen. Ontzi horren barruan bi laser-izpi sortzen zituen, zeintzuek beren artean pasatzen ziren atomoei energia ematen zieten. Kaltzioaren elektroiak kitzikatu eta gero, deskitzikatu egiten ziren, aldi bakoitzean fotoiak igorriz. Fotoi hauek norabide guztietan ziren igorriak, baina batzu beraien polarizazioa neurtzen zuteneko tresna batzutarantz zuzendutako bi hoditara sartzen ziren.



4.8. irudia.

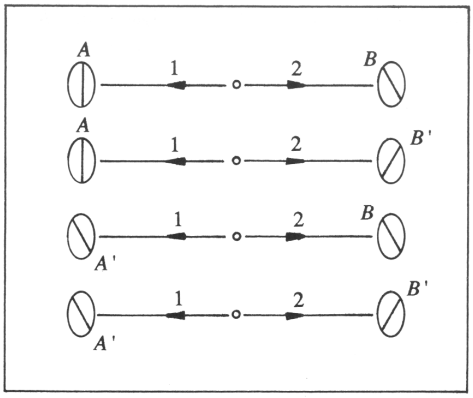
Era sinpleeneko tresnek, fotoia pasatzen utzi —hortik +1 emaitza ateratzen delarik— ala geldierazi —hortik –1 emaitza atereaz— besterik ezin dute egin.

4.8. irudian, 1 fotoiaren polarizazioa neurtzen duen tresnak (laburturik, 1 tresna deritzoguna) bi orientzioetako —A eta A'— bat izan dezake; neurketaren emaitzari a deituko diogu A orientazioaren kasuan, eta a', A' orientazioaren kasuan. Hortaz, aukera hauek gertatuko dira: $a = +1$ ala $a = -1$, eta $a' = +1$ ala $a' = -1$.

Era berean, 2 tresnak bi orientazio —B eta B'— izan ditzake eta neurketen emaitzak b eta b' izanen dira. Beraz, izatez, lau experimentu daude elkarren jarraian, 4.8. irudian ikus daitekeenez.

Eman dezagun, orain, orientazio askotako tresna egin daitekeela, zeinaren bitartez a eta a', b eta b' aldi berean murrizterik ba dagoen (ikus 4.9. irudia), eta kalkula dezagun honako adierazpena:

$$ab - ab' + a'b + a'b'. \qquad (4-13)$$



4.9. irudia.

a, a', b eta b' direlakoen balioak +1 edo –1 baino ezin direla izan jakinik, erraz froga daiteke hurrengo berdintza:

$$ab - ab' + a'b + a'b' = \pm 2 \qquad (4-14)$$

Emaitza hau (4–13) adierazpenaren balio absolutua 2 dela esanez laburbil daiteke, eta honela idatz:

$$|ab - ab' + a'b + a'b'| = 2 \qquad (4-15)$$

Tamalez, ezinezkoa da 1 fotoiaren edo 2 fotoiaren polarizazioa bi orientazio desberdinetan aldi berean neurtzea. Horregatik, (4–13) adierazpenean, ab' gaiaren a delakoa eta ab gaiarena, ez dira gauza bera; $a'b$ gaiaren b delakoa eta ab gaiarena, ez dira gauza bera; $a'b$ gaiaren a' delakoa eta $a'b'$ gaiarena, ez dira gauza bera; eta $a'b'$ gaiaren b' delakoa eta ab' gaiarena ere ez dira gauza bera. Beraz, honelakoa izan dezakegu, adibidez, ab gaian $a = +1$ izatea eta ab' gaian $a = -1$ izatea; eta, orduan, (4–15) ez da beteko. Aitzitik, hobakuntza osagarri batzuren bidez, Bell-en desberdintzara (Aspect-ek erabilitako bariantera) irits daiteke:

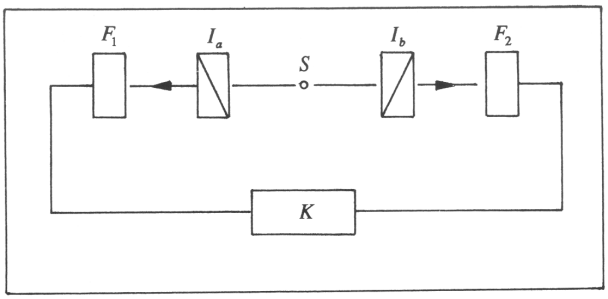
$$E(ab) - E(ab') + E(a'b) + E(a'b') \leq 2. \qquad (4-16)$$

Desberdintza honetan, $E(ab)$ delako emaitzak ab delakoaren batezbesteko balioa adierazten du, hau da, A orientazioko eta B orientazioko aldibereko neurketen biderkadura guztien batura, neurketa horien kopuruaz zatituta.

Guzti hau kontutan harturik, Aspect eta beraren lankideek (AS 81, AS 82a, AS 82b) zenbait experimentu egin dute teoria kuantikoaren zehaztasuna frogatzeko. Aspect-ek (AS 81) experimentu imajinatutik experimentu errealerako urratsak erakutsi ditu, errealitatean egindako experientzietatik zer nolako ondorioak atera daitezkeen ikusteko. (Ikus 4.10. irudia.)

Kointzidentzi kontadorea bi polarizagailuetatik etorritako aldi bereko seinaleen iristeak aktibatzen du. Bell-en desberdintza bortxaturik geratu da. Experimentuen ondorio hauxe izan da: bi fotoien polarizazio-egoerak guztiz koerlazionaturik egotea, hau da, I_b polarizagailuak neurtzen duen polarizazio-egoera I_a polarizagailuak neurtzen duenaren menpe egotea, eta alderantziz. Einstein-i jarraituz, hau da, sistema kuantiko batek aldi berean posizio eta momentu lineal zehatzak dituela gogoan izanik, Bell-ek asmatutako desberdintzak (BE 87) (Mekanika

Kuantikoaren kontrakoak) ez dira bete. EPR paradoxa idatzi zenetik hamaikatxo lan eta saio idatzi bada ere, egun ba dago egon emaitza bat: Mekanika Kuantikoa oso teoria apropos eta egokia da fenomeno atomiko eta azpiatomikoak azaltzeko. Teoria honetatik hasi behar da objektu atomikoen portaeraren edozein analisi egiteko.



4.10. irudia. S: iturria, I_a eta I_b polarizagailuak. F_1 eta F_2 fotobiderkatzaileak. K: Kointzidentzi kontadorea.

4.5. Mekanika Kuantikoaren interpretazio egokirantz

Egoera kuantikoak uhin-funtzioek deskribatzen dituzte. Egoera kuantikoa errealitate fisikoa da, nahiz eta bera kontzeptu klasikoez adierazi ezin. EPR saioaren inguruko eztabaidak hauxe erakutsi du: banapen espazialak ez duela bereizte fisikoa inplikatzen. Deskonposaketa fisikoa hirugarren sistema baten elkarrekintzagatik gertatzen da.

Einstein-en ustez (BR 71) gauza ezberdinak espazioan bi leku ezberdinetan kokaturik badaude, independenteki existitzen dira. Einstein-en ustez Mekanika Kuantikoaren ohizko interpretazioak lekukotasuna (edo jarraitasuna) bortxatzen zuen. Born-en eritziz (BR 71, 174 or.), *«jatorri amankomuna daukaten espazioan guztiz separatutako objektuek ez dute independente izan behar».*

4.5.1. Bohr eta Fock-en "erlatibitatea" Mekanika Kuantikoan

Bohr-en ustez sistema fisiko baten egoera erlazio bat da[4], ez propietate absolutu bat. Erlazio honek ingurunea hartzen du kontutan (aparatua bereziki neurketetan).

Jakina da, Einstein-ez geroztik, fenomeno fisiko deskribatzeko, (argiaren higidura edo gorputz materialen higidurak deskribatzeko bereziki), erreferentzi sistema bat behar dela. (Koordenatu-sistema geometrikoa erreferentzi marko fisikotik bereiz daiteke. Gainera, erreferentzi marko fisikoak koordenatu-sistema geometriko ezberdinen bitartez errepresenta daitezke: cartesiar, zilindrikoa, etabar. Sistema koordinatuek, kontzeptu matematikoak izanik, (diren edo litezkeen) erreferentzi marko fisikoak errepresentatzen dituzte).

Maila atomikoan fenomeno bat deskribatzen denean, ez dira ahaztu behar fenomeno hori gertatzen deneko baldintza fisikoak. Ingurune fisikoarekiko erlatibitate-mota hau Fock-ek (FO 57, FO 71, FO 78) aipatu zuen lehendabizikoz (horregatik "Fock-en erlatibitatea" izenaz izendatuko dugu).

EPR saioak honako hau ematen du: interferentzia guztiak baztertzen direnean, ikertzen dena propietate absolutu bat dela. Aburu honen kontra, Bohr-ek beste hau onetsi zuen: sistema kuantikoen egoera-deskribapen guztiak erlazioak direla, alegia sistema eta neurtzeko aparatuen artekok (beraz neurgailuen menpekoak). Hauxe da Fock-ek (FO 71, FO 78) *"neurtzeko bideekiko erlatibitatea"* deitu zuena. Erlatibitazko printzipio hau inguruko ingurune fisikoarekikoa da eta hauxe halabehartzen du: errealitate fisikoa erreferentzi marko fisiko batetan kontsideratu behar dela.

4.5.2. Potentzialtasunak

Mekanika Kuantikoa "potentzialtasunekin" ari da: uhin-funtzioak potentzialtasun horiek deskribatzen ditu. Neurketetan hiru etapa (FO 57) bereiz daitezke:

i) antolaketa-etapa, non sistema egoera batetan antolatzen den; hastapeneko egoera da berau;
ii) elkarrekintza-etapa, non sistemak analizatzaile batekin eragiten duen eta gainezarmen-egoerara doan; eta
iii) neurketa-etapa bera, non sistema gainezarmena eratutako oinarrizko egoera batetan neurtzen den.

Objektuaren hastapeneko egoera berberarekin hasita, eta experimentuaren azken etapa aldatuz, posiblea da kantitate ezberdinen neurketak egitea.

Einstein-ek esandakoaren kontra, Mekanika Kuantikoan probabilitate-kontzeptua funtsezkoa da. Potentzialtasunak neurketaren lehenengo etapan sortzen dira, antolaketa-etapan alegia. Potentzialtasun horiek azken etapan burutzen edo gauzatzen dira. Uhin-funtzioak hauxe deskribatzen du: *«emandako zirkunstantzietan sistema fisikoari egokitu zaizkion potentzialtasunak»* (FO 71, 303 or.). Emandako kanpoko ingurune bateko objektu baten portaeraren probabilitatea, objektuaren barneko propietateek eta kanpoko baldintza horiek determinatzen dute.

4.6. Ondorio gisa

EPR paradoxako azken argudioa, sistema isolatu bat denbora berean eragile ez-konmutatzaileen autoegoera hutsetan egotea da; formalismo matematikoaren kontrakoa da berau. Einstein-ek (EI 49, 665-676 or.) ideia honi eutsi zion: neurketa baino lehen sistema bakar batek aldagai guztietarako balio definituak zeuzkala, eta, horregatik, ψ delakoa funtzio ez-osoa zela.

Azken experimentuek (AS 82a, AS 82b) erakutsi dutenez, neurketa baino lehen fotoi bakoitza ez dago polarizazio-autoegoeran. Lehenengo fotoia neurtu baino lehen esan daitekeen bakarra hauxe da: koerlazio bat egon dela. Sistema autoegoeren gainezarmenean dago. Zentzu honetan lehenengo fotoiaren neurketak bigarren fotoirako *"errealitatea sorterazten du"*. Neurtu ondoren soilik egin daiteke aurresan bakarra.

Lehenengo fotoia neurtu eta gero, sistema konbinatuaren deskribapena arras desberdina da. Neurketa baino lehen, bi fotoiek sistema bakar bat osotzen dute; ezin dakizkieke fotoiei egoera bereiziak edo separatuak eman. Lehenengo fotoia neurtu ondoren, segurtasunez aurresan daiteke bigarren fotoiaren antzeko neurketaren emaitza.

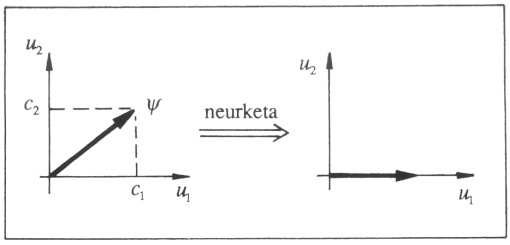
EPR laneko argudioaren arabera, lehenengo fotoiaren neurketak ez du aldatzen bigarren fotoiaren egoera fisikoa. Teoria lokalak dioena (bigarren fotoia autoegoera batetan neurtu ondoren dagoenez gero, neurtu baino lehen autobalio horretan egon behar duela alegia) experimentalki birrinduta gelditu da. Experimentua Mekanika Kuantikoarekin ados dago. Gainezarmena naturaren lege bat da. Printzipio hau klasiko ez diren koerlazio kuantiko berezien erantzulea da.

Mekanika Kuantikoan probabilitateak funtsezkoak eta laburtezinak dira. Sistema kuantiko bakoitza autoegoeren gainezarmenean dago. Ahalbideen oraingotzea marko fisikoaren baldintzaren egoeraren menpekoa da. Beraz, ondokoa esan daiteke, alegia, Mekanika Kuantikoa potentzialtasunekin ari dela, zeintzuak salbuespenez bakarrik oraingotzen diren, neurketaren bitartez hain zuzen. Sistema kuantiko batek neurgailu batekin eragiten duenean, potentzialtasunak oraingotu egiten dira: probabilitateen gainezarmena deuseztatu egiten da eta ondorioz lortzen dena, burututako aukeraren bat da. Prozesu hau atzeraezina da. Betetzen den bezain laster hasierako baldintza aldatzen da kualitatiboki, zeren potentzialtasun bat oraingotu baita beste potentzialtasun guztien kontura.

Projekzio postulatuaren arabera, sistemaren hasierako egoera ψ projektatzen da, elkarrekintza baten ondoren (neurketa kasu berezi bat baino ez delarik) autoegoera batetara:

$$\psi = \sum c_k u_k \quad \rightarrow \quad c_i u_i . \qquad (4-17)$$

Prozesu hau 4.11. irudian azaldu da eskematikoki. (Ikus 6. kapituluan projekzio honi buruzko eztabaida).



4.11. irudia. Neurketa-prozesua.

4.7. Oharrak

(1) Einstein 1925etik 1931era Mekanika Kuantikoaren barneko kontsistentziarik eza frogatzen ahalegindu bazen ere, 1931a geroztik teoria horren osotasunik ezaz arduratu zen (PA 82).

(2) Einstein-en Mekanika Kuantikoaren interpretazioa, zeina multzo bati dagokion, Ballentine-ren lanean ikus daiteke (BA 72).

(3) Eremu-teoria kuantikoaren garapenaz, ikus Pais (PA 86). Diogun, beste aldetik, Feynman-en "diagramek" izugarrizko garrantzia izan zutela Fisikak 1940ko hamarkadatik ezagutu zuen garapenean eta arrakastan. Feynman-en edozein autoritatetareko begirurenik eza nabaria zen oso (ikus FE 85, zeina fisika ikasleentzat erabat gomendagarria den); hain nabaria ezen Mekanika Kuantikoa ulertu ez zuelako, bost urtetan teoria bera bere erara "birrasmatu" baitzuen (DY 79, 54 or.). Feynman-en fokapenetik diagramak ateratzen dira, zeintzuk erabat arrakastatsu izan dira bai eremu-teoria kuantikoaz zein partikulen fisikan eta fisika nuklearrean.

(4) Ikus Feyerabend (FY 81) non Bohr-en mundu-ikuskera analizatzen duen. Feyerabend-ek ondokoa frogatu du: Bohr-en ustez, probabilitateen joera-interpretazioa azpimarratuz, sistema kuantiko baten propietateak erlazioak direla.

5. PROBABILITATEA MEKANIKA KUANTIKOAN

5.1. Sarrera

Einstein-ek kontzeptu probabilistikoak erabili zituen higidura browndarra deskribatzeko. Halaz ere, berak ez zuen uste azarea objektikoa denik. (Gogora dezagun beraren esaera ospetsua: *«Jainkoak ez du datoka jolasten.»*)

Einstein-ek probabilitate-interpretazio subjektiboari eutsi zion. Adibidez,

$$P(x) = y \qquad (5-1)$$

bezalako formula bat, alegia "x gertaeraren probabilitatea y da" honela irakurriz: "x gertaerarekiko uste arrazionalaren gradua y da".

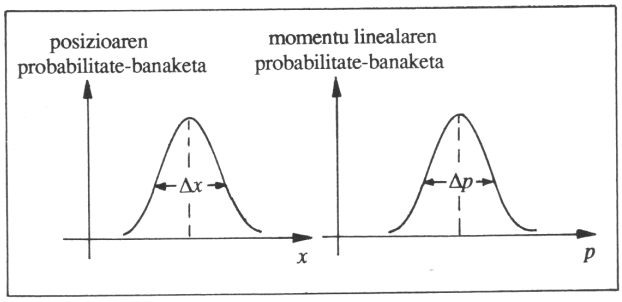
Gure ustez, probabilitate-kalkulua teoria matematiko bat da, berez, inolako edukin fisikorik gabea. Kontua da probabilitate-kalkuluaren osagaiak era ezberdinez interpreta daitezkeela, gertaeren multzo modura (*joera-interpretazioa*), datuen multzo modura (*maiztasun-interpretazioa*) edo eta uste batzuren multzo modura (*interpretazio subjektiboa*).

Beraz, interpretazio subjektiboaren gain beste bi interpretazio ezagutzen dira:

i) estatistikoa: gertaera neurtuen serie luzeko maiztasun edo frekuentzia;
ii) propentsio edo joera: gertaera baten probabilitatea propietate objektibo bat dela dioena.

Interpretazio subjektiboaren arabera azarea ez da objektiboa: probabilitatea trikimailu bat da, ez posibletasun errealaren neurria. Interpretazio estatistikoan, maiztasuna dugu nagusi, hau da, egindako experimentuen emaitza. Interpretazio honen funtsa positibismoa da. Ikuspuntu errealista batetik propentsio edo joeratzat hartu behar da probabilitatea, naturan berez dagoen joera bat.

Mekanika Kuantikoak erabat aldatu zituen kontzeptu klasikoak, probabilitate laburtezinak sortuz. Honela, egoerak probabilitate-anplitude baten balioek errepresentatzen dituzte, beraien propietate dinamikoek (hau da, momentu lineala, momentu angeluarra, eta spina) probabilitate-banaketak dituztelarik. Gainera, aldagai dinamiko klasiko batek berez esangura bat daukan bitartean, kuantikoa den batek ez. Izan ere, aldagai dinamiko kuantiko bat, A, beti egoera-funtzio batekin, ψ, hartu behar da, $\psi A \psi^*$ dentsitatea eratzeko. Beraz, orokorki, A-ren erdiko desbideraketa estandarra ez da zero izango —hau da, A-ren balioak hedatuak izango dira.



5.1. irudia. Posizioaren probabilitate-banaketa eta momentu linealaren probabilitate-banaketa.

Noski, A autoegoeran dagoen objektuarekiko, hau da, $\psi \in A_{\text{auto}}$ delarik, A-ren erdiko desbideraketa estandarra zero izango da —baina mugatasun horri dagokion aldagai konjokatu kanonikoaren hedadurainfinitua izango da, Heisenberg-en desberdintzek diotenez—.

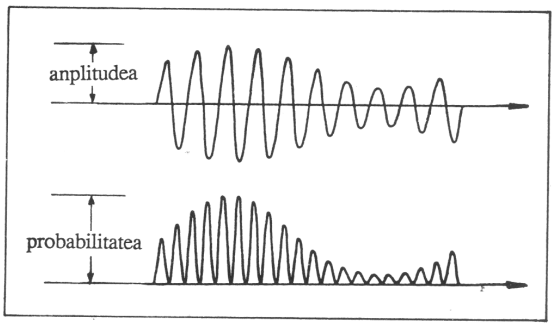
Beraz, *A* aldagaiaren zehaztasunak beraren aldagai konjokatu kanonikoaren zirribortasuna dakar. Indeterminazio hau ez da ezaguera ez-osoaren emaitza bat, Einstein-ek uste zuenez. Alderantziz, ezaguera "osoa" ezinezkoa da, Heisenberg-en desberdintzek dioten bezala.

Einstein-ek ez zuen onartu ahal izaera hau; beraren eritziz, Mekanika Kuantikoa teoria estatistikoa bat zen, multzo bati dagokiona (ikus BA 72). Beraz, berak Planck-ekin (PL 33) espero zuen, denborarekin teoria determinista batek Mekanika Kuantikoaren lekua hartuko zuela, zeinetan objektu batek denbora guztian posizioa eta momentu lineala edukiko dituen. (Izan ere, berak eremu teoria bat eraiki nahi zuen bere azken 25 urteetan, Mekanika Kuantikotik kanpo zegokeena berau (ikus PA 82). Jakina denez, porrot egin zuen.)

5.2. Egoera-funtzioa

Born-en postulatuak (BR 55) ψ egoera-funtzioari interpretazio fisiko bat ematen dio. Guk honela formulatuko dugu postulatu hori:

"Demagun ψ_a Schrödinger-en ekuazioaren soluzioa dela a objektu fisiko baterako. Orduan t denboran, a objektua x eta Δx tartean egoteko probabilitatea $|\psi_a(x,t)|^2 \Delta x$ da."



5.2. irudia. Probabilitate-uhina. Uhinaren anplitudearen karratua.

Probabilitatea a objektuaren propietate bat da eta denboraren menpekoa. Neurketarik aipatu ez denez gero, guk ez dugu onartzen Kopenhage-ko eskolakoek diotena, alegia, probabilitatea a objektua Δx tartean *aurkitzeko* probabilitatea dela, a neurtzen denean. Gure ustez, $|\psi_a(x,t)|^2$ delakoa, a objektua Δx tartean *egoteko* probabilitatea da, neurtu edo neurtu ez. Hala ere, probabilitate hori ez da propietate absolutu bat, *erlazio* bat baizik. Bohr-ek behin eta berriz aipatu zuenez, sistema kuantiko eta ingurunearen artean dagoen erlazio bat. (Neurketa ingurune berezi bat baizik ez da.)

Born-en printzipioaren bertsio objektibo hau onartzen bada, orduan konprenigarria da objektu kuantikoek ez dutela posizio zehatzik. Posizio-eragileak ezin dio eman objektuari posizio zehatzik. Mekanika Kuantikoak dioenez, a objektuak posiziorako probabilitate-banaketa bat dauka, zeina zenbait kasutan zehatz xamarra izan daitekeen. Era berean, momentu-linealaren probabilitate-banaketa bat dauka,

$$|\varphi_a(p,t)|^2 \Delta p, \qquad (5-2)$$

non φ_a delakoa, ψ_a delakoaren Fourier-en transformaketa den. Banaketa hori ere zehatz xamarra izan daiteke zenbait kasutan. Baina, Heisenberg-en desberdintzen arabera,

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar. \qquad (5-3)$$

Hau da, Δx zenbat eta zorrotzago izan, Δp hainbat eta hedatuago da.

Mekanika Kuantikoaren arabera, objektuak ez dira puntu antzekoak. Ez eta uhin antzekoak ere, zeren ψ ez baita eremu fisiko bat; fisikoki, ψ probabilitate-anplitude bat da. Beste hitz batez esanda, objektu kuantikoak ez dira ez partikulak ez uhinak, *sui generis* dira.

5.3. Probabilitate klasikoa eta kuantikoa

Naturan probabilitateak konbinatzeko legeak *ez dira* probabilitate klasikoaren teoriarenak. Erruleta baten portaera aztertzeko erabiltzen diren legeak *«ez dira erabiltzen elektroi edo fotoi baten portaera»* analizatzeko (FE 51, 533or.).

Probabilitate-kalkulu klasikoak (KO 50, RE 70) ez du balio probabilitate kuantikorako. Hori aldagai aleatorio edo estokastikoen bikote baterako probabilitateen arteko lotura ikertuz ikus daiteke; esate baterako, q posizioa eta p momentu lineal kanonikoki konjokatua ikertuz. Kasu honetan Wigner-ek (WI 32) honakoa esan zuen, hots, ez zegoela lotura-banaketa positiborik. (Zenbait autorek, Feynman-ek kasu (FE 84), *«probabilitate negatiboaz»* hitz egin dute.)

Beraz, probabilitate-kalkulu kuantikoak ba dauka eduki, kalkulu klasikoak ez daukan berezitasun bat: aldagai estokastikoen elkargarritasun eza. Probabilitate-kalkulu klasikoen aldagai aleatorio bakoitza beste edozein aldagairekin elkargarria da. Kalkulu kuantikoan ez da hori gertatzen. Arlo kuantikoan honelako probabilitateen arteko lotura ezinezkoa izan daiteke, elkargarriak ez diren aldagai estokastikoen kasuan. Izaera hau ondokoari dagokio, alegia, Heisenberg-en desberdintzek erlazionatzen dituzten aldagai ez-elkargarrien izaera fisikoari. Izan ere, aldagai ez-elkargarri aleatorioen neurketa batek

$$\Delta q \cdot \Delta p \geq \hbar. \qquad (5-4)$$

ekuazioa bete behar du, p eta q aldagai kanonikorako.

Von Weizsäcker-ek (VW 73, 638or.) dioenez, *«Teoria kuantikoan probabilitate-kalkulua aldaturik dago gainezarmenaren printzipioa dela bide. Kolmogorov-en axiomak gertaera posibleen saretxo bolear bat definitzean oinarritzen dira, zeinari zenbaki errealak beren probabilitateak bezalakoak lotzen zaizkion. Teoria kuantikoan (...) saretxoaren egitura matematikoa aldatuta dago.»*

Gauza bera Bub-en ustez (BU 75, 421or.), *«Mekanika Kuantikoaren berezitasuna (...) sistema kuantiko baten espazio logikoa boolearra ez izatearen izaeran datza»*. (Beraz, Popper-en antzeko edozein baieztapen, alegia beraren probabilitate *klasikoaren* joera-interpretazioak Mekanika Kuantikoaren arazoak garbitzen dituela, erabat okerturik dago.)

Mekanika Kuantikoak gertaera fisiko zenbaiti algebra boolearra ezin zaiola aplikatu adierazten du. Hala ere, mundu fisikoa kuantikoa da, eta ezin daiteke adieraz bide klasikoen bitartez.

5.3.1. Probabilitate koerlazionatuak

Mekanika Kuantikoan prozesu bakoitzari probabilitate-anplitude bat (zeina zenbaki konplexua den) dagokio; Feynman-ek (FE 62, 1 or.) dioenez, normalizazio egokia tarteko, prozesua gertatzeko probabilitatea anplitude horren karratu absolutua da.

Zuzenki ikasi behar dugu Mekanika Kuantikoaren kontzeptuetan pentsatzen. Misteriotsua den gauza bakarra hauxe da, anplitudeak batu behar direla eta prozesu konkretu baterako ondoko erregela erabili behar dela:

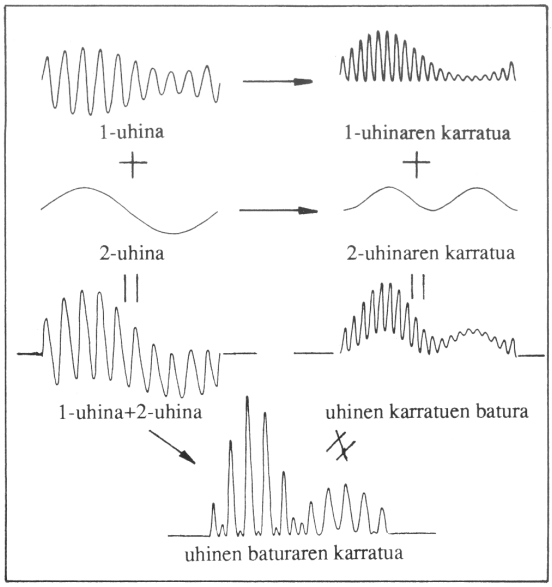
$$P = |\text{anplitude osoa}|^2. \qquad (5-5)$$

Honela,

$$P_a = |a|^2 = |a_1 + a_2|^2, \qquad (5-6)$$

eta probabilitateen arteko “interferentziaz” mintzatzen gara.

Fisika Klasikoan independente diren bi gertaeraren probabilitatea kalkulatzeko gertaera bakoitzeko probabilitateak batu egiten dira. Mekanika Kuantikoan, gainezarmen-printzipioa dela kausa, lehendabizi independente diren gertaeren uhin-anplitudeak (gogora ekar dezagun



5.3. irudia. Fisika Klasikoaren eta Kuantikoaren probabilitateak. Mekanika Klasikoan independente diren bi gertaeratarako probabilitatea kalkulatzeko, gertaera bakoitzerako probabilitateak batu egiten dira. Mekanika Kuantikoan, hasieran independente diren gertaeren uhin-anplitudeak batu egiten dira, eta gero baturaren karratuak ematen du probabilitatea.

elektroia bi zirrikituen experimentuan) batu behar dira, eta gero kantitate horren karratuak emango du probabilitatea.

5.3. irudian ikus daitekeen moduan, Mekanika Klasiko eta Mekanika Kuantikoaren emaitzak ezberdinak dira oso: batuketaren karratua ez bai da karratuen batuketa.

Esan dugu probabilitate kalkulu klasikoak ez duela balio Mekanika Kuantikoan. Hori ikusteko, nahikoa da probabilitate koerlazionatuei begiratzea. Cohen-ek (CO 66) egoera hori erakutsi du era sinple batez, jarraian ikusiko dugun bezala.

Bira q posizioa eta p momentu linealerako "oinarrizko" aldagaiak. Mekanika Kuantikoa probabilitatezko teoria klasiko bezala formula badaiteke, orduan probabilitate-banaketa bat egon beharko litzateke $P(q,p)$ zeinak ondoko baldintzak bete beharko lituzkeen:

i) $P(q,p) \geq 0$, p eta q guztietarako, (5–7)

ii) $\int P(q,p)dp = |\psi(q)|^2$, (5–8)

non $\psi(q)$ koordenatu egoera-funtzioa den;

iii) $\int P(q,p)dq = |\psi(p)|^2$, (5–9)

non $\psi(p)$ momentuari dagokion uhin-funtzioa den

iv) Era klasikoan kalkulatutako *"neurgarrien"* probabilitateak, Mekanika Kuantikoaren eragile formalismoan kalkulatutako berberak izan beharko lirateke. Hau da, Mekanika Kuantikozko $\hat{G}$ eragilearen batezbesteko balioa $\langle G \rangle$ baldin bada, orduan $g(q,p)$ funtzio batek egon behar du, zeinak ondoko baldintzak bete beharko lituzkeen:

a) $$\langle G \rangle = \iint g(q,p)P(q,p)dqdp, \qquad (5-10)$$

b) $$\langle K(G)\rangle = \iint K\big(g(q,p)\big)P(q,p)dqdp, \qquad (5-11)$$

non K edozein funtzioa den.

ii) eta iii) betebeharrak betetzen dituen P funtzio orokorrak ezin du iv) kondizioa bete. Lehen aipatu bezala, Mekanika Kuantikoan agertzen den probabilitatea ezin adiez baitaiteke algebra boolearrean.

5.3.2. Bi minutuko ikasgaia

Weinberg-ek (FW 87) Dirac-i egindako omenaldi batetan, entzulegoa zer nolakoa zen kontutan edukirik, Mekanika Kuantikoari buruzko honako bi minutuko ikasgaia azaldu zuen:

Demagun sistema sinple bat, bi aldeetan kolore desberdina (gorria batean, urdina bestean) duen txanpon bat, eta, higidura, posizioa eta antzeko propietateak alboratuz, begira diezaiogun soil-soilik arazo honi, ea gorri ala urdin agertzen den.

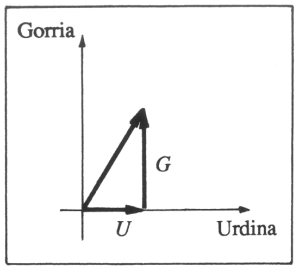
Klasikoki egoera beti gorria ala urdina da, eta teoria klasiko batek egoera batetik bestera nola iragaten denari buruzkoa izan behar du.

Mekanika Kuantikoan, txanponaren egoera ez datza soil-soilik gorri ala urdin agertzean, baizik eta bektore baten deskribatzean, "egoera-bektore" delakoan hain zuzen ere. Egoera-bektore hau bi dimentsioko espazio batetan ari da, ardatzak posible diren bi egoerak, gorria eta urdina, direlarik. (Ikus 5.4. irudia.)

Bektorea gorri ardatzaren norabiderantz egon daiteke. Kasu honetan esan daiteke txanpona benetan gorri dela. Edo bektorea urdin ardatzaren norabidean egon daiteke, eta, egiaz, txapona urdin dela baiezta daiteke. Mekanika Klasikoan hauexek dira bi posibilitate bakarrak. Baina Mekanika Kuantikoan, gezia (egoera-bektorea) edozein bitarteko norabidetarantz egon daiteke.

Bektorea bitarteko norabide batetan baldin badago, txanpona ez dago ez gorri-konfigurazioan ez eta urdin-konfigurazioan ere. Hala ere,

txanpona begiratzeak bi posibilitate horietatik batean egotea suposatuko du. Hau da, neurketaren emaitza bi posibilitateetariko bat, gorri zein urdin izanen da. Txanpona gorri ala urdin den neurtzen denean, bera konfigurazio batera ala bestera jauziko da probabilitate batekin, probabilitatea hasieran bektoreak daukan angeluaren menpe dagoela.



5.4. irudia. Txanpon bat sistema kuantiko modura. G: gorri-ardatza. U: urdin-ardatza.

Egoera-bektorea bi osagairen bitartez deskriba daiteke, G , gorri-osagaia eta U, urdin-osagaia (ikus 5.4. irudia). G eta U direlakoei "probabilitate anplitudeak" deritze. Gorria agertzeko probabilitatea, G-ren karratua da, eta urdina agertzeko probabilitatea U-ren karratua da.

Gorria agertzeko probabilitatea: G^2

Urdina agertzeko probabilitatea: U^2

Pitagoras-en teoremak dioenez, bi anplitudeen karratuen batuketa egoera-bektorearen luzeraren karratua da. Ezaguna da, halaber, probabilitate guztien batuketak unitatea izan behar duela. Honek esan nahi du anplitudeen karratuen batuketak unitatea izan behar duela, hots,

$$G^2 + U^2 = 1.$$

Beraz, bektore horren luzeraren karratuak unitatea izan behar duela, hau da, egoera-bektorearen luzera unitatea dela,

$$\sqrt{G^2 + U^2} = 1.$$

Beraz, Mekanika Kuantikoan sistema baten unitate bateko luzera daukan bektore batek deskribatzen du, eta emaitza desberdinak ematen dituen experimentuaren emaitzen probabilitateak, bektore horren osagaien karratuak ematen ditu. Sistemaren dinamika bektorea denborarekiko biraketak deskribatzen du. Aldiune batetan bektoreak honenbesteko kantitateaz biratuko dueneko erregela sistemarako preskripzio dinamikoa da. (Parentesi artean esan behar da, beti preskripzioa erabat deterministikoa dela.) Egoera-bektoreak deterministikoki biratzen du, determinismorik eza bakarrik agertzen da txanpona zein egoeratan dagoen neurtzen denean.

Labur esanez, hauxe da Mekanika Kuantikoan dagoen guztia. Noski, sistema errealetarako kontua pixka bat konplexuago da. Esate batetarako, txanpon batek ere ba dauka posizio bat, eta, beraz, egoera-bektorea egiazki espazio handiago batetan bizi da: txanpona egon daitekeeneko posizio bakoitzeko, ba dago norabide bat espazioan; eta, beraren posizioa neurtzen denean posizio konkretu bat den emaitza bat lortzen da, zeina egoera-bektorearen osagai horren karratua den. Ba daude egon, espazio konplexuak, ez espazio errealak; beraz, hemen dimentsio infinituko espazio konplexuez ari gara.

Einstein-ek pentsatu zuenaren kontra, Weinberg-ek (FW 87) argi esaten digu Mekanika Kuantikoak etorkizuneko azken teoria fisikoan iraungo duela.

5.4. Determinismo klasikoa eta indeterminismo kuantikoa

Kopenhage-ko eskolakoen ustez, Mekanika Kuantikoa egoera experimentalei dagokie. Ez da behatzailearengandik independente den teoria bat. Gure ustez, hala ere, teoria hau objektu atomikoei buruz ari den teoria objektibo bat da, edozein behatzailerengandik kanpokoa berau.

Kopenhage-ko eskolakoen ustez Mekanika Kuantikoa teoria ez-determinista bat da. Determinismorik eza probabilismoarekin berdintzen bada, orduan Mekanika Kuantikoa ez-determinista da, zeren probabilitateak (hobeki esanda, probabilitate-anplitudeak) agertzen baitira teorian. Probabilitate horiek, dena dela, funtsezko eta laburtezinezkoak dira. Probabilitatea era subjektibista batez (gaizki) interpreta daitekeenez gero, horrelako indeterminismoak ez du ondorioztatzen natura bera azarekoa denik. Arazo honi erantzun egoki bat emateko, probabilitateak objektiboki interpretatu behar dira, hau da, propentsio edo joera errealtzat, eta determinismo kontzeptua birfindu behar da lege probabilistikoak barnean edukitzeko. Determinismoaren definizio berri hau onartzen bada, Mekanika Kuantikoa determinista da, nahiz eta ez erabat kausal.

Demagun edozein autobalio

$$\hat{A}u_k = \alpha_k u_k. \qquad (5-12)$$

A aldagai dinamiko batetarako $\hat{A}$ eragileak errepresentatzen duena objektu baten egoera-espazioan. Suposa dezagun, gauzak errazteko, α_k autobalioak ez-endekatuak direla. Kopenhage-ko interpretazioaren arabera, α_k delakoa A aparatu egoki batekin behatzaile batek neurtzen dituen balioetariko bat da. Hala ere, goiko formula interpreta daiteke Einstein-en errealismoaren bitartez. Beraz, α_k interpretatzen da A-ren errealki balio posibletzat, nahiz eta A neurturik izan ala ez. $\hat{A}$ eragilearen u_k autofuntzioak laguntzaile matematikoak dira. ψ egoeran dagoen objektuaren a aldagaiak α_k balioa probabilitatetzat daukala

adieraziz. (Probabilitate hau konputatzeko, egoera-funtzioa $\hat{A}$ eragilearen autofuntzioetan garatu behar da. A aldagaiak α_k balioa dauka probabilitatetzat, hau da, garapenaren k-garren koefizientearen karratua).

Hasierako gainezarmen-egoera, $\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2$ neurketan kolapsatzen da ψ_1 egoerara $|c_1|^2$ probabilitatearekin, edo ψ_2 egoerara $|c_2|^2$ probabilitatearekin.

Probabilitate-anplitudeen gainezarmen hau guztiz garrantzitsua da Mekanika Kuantikoan. Gainezarmen-printzipioa, probabilitate barik anplitudeak batzen dituena, naturaren lege bat da. Printzipio hau, hain zuzen ere, koerlazio kuantikoen erantzulea da.

Goian aipatutako lege-eskema, hau da, $\hat{A}u_k = \alpha_k u_k$, estatistikoa da, zeren, egoera-funtziorekin batera, A aldagai dinamiko bakoitzaren probabilitate-anplitudeak ematen baititu. Probabilitate-anplitude horiek kanpoko ingurunearen menpekoak dira. Bohr-ek zioenez, propietate kuantikoak erlazioak dira, ez dira propietate absolutuak. Propietateok sistema kuantikoaren ingurunea hartzen dute kontutan. Gainera, objektu kuantikoek batzutan aldagai dinamiko zehatzak dituzte, balio bakar bat edukiz.

6. NEURKETA KUANTIKOA

6.1. Sarrera

Ideia kuantikoek ezjarraitasuna sortzen dute. Ezjarraitasun honi unitate bat dagokio, *Planck-en konstantea* halako neurri bat delarik. Kantitate fisiko zenbaitek, baldintza berezietan, bakarrik balio batzu har ditzakete. Kantitate horiek kuantizatuak direla esaten da, kuantuz gertatzen baitira. Honela, kasu, atomo bateko elektroi baten energia kuantizaturik dago. Planck-ek, 1900ean, bere formula famatu proposatu zuen uhin elektromagnetikoen kasuan, alegia $E = h\nu$, non h Planck-en konstantea eta ν uhinaren maiztasuna diren. Harrez gero, $\hbar = h/2\pi$ agertzen da bai Heisenberg-en desberdintzan eta bai Schrödinger-en ekuazioan ere. Beraz, esan daiteke $\hbar$ hori gutxienezko mugatzat edo agertzen dela. Jarraitasunari naturak berak jartzen dion muga.

Gainezarmen-printzipioa: Multzo baten edozein egoera beste multzo baten egoeren gainezarmen batez adieraz daiteke. α egoera bat β egoeren gainezarmenaz honelaxe adierazten da:

$$\langle\alpha| = \sum_{\beta} \phi_{\alpha\beta}\langle\beta|, \qquad (6-1)$$

non $\phi_{\alpha\beta}$ direlakoak garapen-koefizienteak diren.

$\phi_{\alpha\beta}$ zera da, $\langle\alpha|$ egoeran dagoen sistema $\langle\beta|$ egoeran aurkitzeko probabilitate-anplitudea[1]. Anplitude hori $\langle\alpha|\beta\rangle$ idazten bada, (6–1) ekuazioa honela agertuko da:

$$\langle\alpha| = \sum_{\beta} \langle\alpha|\beta\rangle\langle\beta|. \qquad (6-2)$$

$\langle\alpha|\beta\rangle$ beste era batera interpreta daiteke, alegia, $\langle\alpha|$ egoeran orain dagoen sistema $\langle\beta|$ egoerara iristeko probabilitate-anplitudea.

(6–2) ekuazioak ondokoa dio, sistema bat egoera batetan baldin badago, non α multzoaren kantitateak neurgarri diren, orduan β multzoaren kantitateak aurresan daitezke $|\langle\alpha|\beta\rangle|^2$ probabilitatearekin.

Demagun $\langle\alpha|$ egoeran dagoen sistema bat. Gainezarmen-printzipioa dela bide, $\langle\alpha|$ egoera edozein oinarrizko egoeratan heda daiteke, esate batetarako $\{\langle\beta_i|\}$ direlakoetan:

$$\langle\alpha| = \sum_i \langle\alpha|\beta_i\rangle\langle\beta_i|. \qquad (6-3)$$

$\langle\alpha|\beta_i\rangle$ zenbakiak $\langle\beta_i|$ egoeren probabilitateen anplitudeak dira, zeintzuen bidez $\langle\beta_i|$ oinarrizko egoerak $\langle\alpha|$ egoeran errepresentatuak diren.

Egoeren gainezarmen konkretua, sistemak ingurunearekin daukan elkarrekintzaren bidez sortzen da. Zurek-ek (ZU 81, ZU 82, ZU 83) dioenez, aldagai fisikoak beti beste sistema fisikoekiko era erlatibo batez definiturik daude. Zurek-en ustez, sistema kuantikoak hedatzen direnean, ingurunearekin duten elkarrekintzak, gainezarririk dauden egoerak bereizgarri egiten ditu. Ingurunea gorputz makroskopikoa izan daiteke (hala nola artifizialki jarritako neurtzeko aparatu bat) edo eta berezko kanpoko inguru naturala. Gorputz makroskopiko honi analizatzailea deritzo. Beraz, (6–3) ekuazioa honelaxe interpreta daiteke: $\langle\alpha|$ egoeran dagoen sistemak analizatzaile batekin topo egin ondoren (β analizatzailearekin, kasu honetan), $\sum_i \langle\alpha|\beta_i\rangle\langle\beta_i|$ gainezarmen-egoerara pasatzen da. Sistema kuantikoa nolabait $\langle\beta_i|$ egoera guztietan bilakatzen da, $|\langle\alpha|\beta_i\rangle|^2$, azkenean $\langle\beta_i|$ egoeran sistema aurkitzeko probabilitatea delarik.

Biz $\langle x|$ delakoa, x koordenatuan kokaturik dagoen sistema baten egoera. Biz $\langle s|x\rangle$ delakoa, $\langle s|$ egoeratan dagoen sistema batek x koordenatua edukitzeko probabilitate-anplitudea. x eta $x + dx$ tartean sistema egoteko probabilitatea hauxe da:

$$dP_s = |\langle s|x\rangle|^2 dx. \qquad (6-4)$$

Beraz, $\langle s|x\rangle$ ez da probabilitate-anplitudea, probabilitate-dentsitatearen anplitudea baizik. Literaturan $\langle s|x\rangle$ delakoa uhin-funtzioa da, hau da, $\psi_s(x)$.

$$\psi_s(x) = \langle s|x\rangle. \qquad (6-5)$$

Beraz,

$$dP_s = |\psi_s(x)|^2 dx. \qquad (6-6)$$

Hemen $\psi_s(x)$ delakoa, s multzoaren autofuntzio bat da

$$\psi_a(\beta) = \langle \alpha|\beta\rangle. \qquad (6-7)$$

$\psi_a(\beta)$ delakoa, α multzoaren kantitatearen autofuntzioa da, β adierazpenean.

6.2. Einstein eta Bohr

Einstein Mekanika Kuantikoaren garapenaren lehen etapan (XIX. mendearen azkenetik 1912ra) sarturik egon zen buru-belarri. Hala ere, Mekanika Kuantikoa osotu zenean (1923tik 1927ra) kontra egon zen. Einstein-ek, dena den, benetako zailtasunak aipatu zituen. Berak hiru kritika-mota egin zion teoriari:

i) Objekzio teknikoak, EPR paradoxaren antzekoa edo egoera gerakorrean dagoen objektu batena (e.b. elektroi bat kutxa batetan).

ii) Indeterminazio-arazoa: Einstein-ek ezin zuen irentsi probabilitateak laburtezinak zirela —azarea, kasu, objektiboa zela—. Einstein-en eritziz, probabilitatea erabili beharra, sistema fisikoaren eboluzioaren kausekiko dugun ezjakituria estaltzeko modu bat baino ez zen. Beraz, berak uste zuen Mekanika Kuantikoa teoria ez-probabilistiko sakonago batetatik deriba zitekeela. Hain zuzen ere, Grabitazioa eta Elektromagnetika bateratu nahirik, Einstein bere azken urteetan eginkizun honetan aritu zen (PA 82). Jakina denez, porrot egin zuen[2]; hala ere, gaur egunean, beste ikuspuntu batetik hori bai, fisikari asko eginkizun bertsuan ari dira[3].

iii) Objektibitate-arazoa: Einstein errealista zen, berak nahi zuen teoriak errealitatea adieraztea, ez behatzaile bati agertzen zaizkion egiteen adieraztea.

Hiru objekzio horiek Bohr-ekin izandako eztabaidetan agertu ziren (EP 35; EI 49, EI 50, EI 53; BH 34, BH 49, BH 58; BR 49, BR 56, BR 71; HE 58).

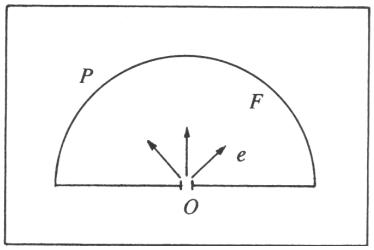
Maila intelektualean ezagutu den eztabaidarik mamitsuen eta sakonenean, ez Bohr-ek ez Einstein-ek ez zeukaten arrazoi osoa. Gure ustez, Bohr zuzen zegoen Mekanika Kuantikoa probabilistikoa zela zioenean; eta Einstein ere zuzen zegoen teoria fisikoetatik osagai subjektibo guztiak baztertu nahi zituenean. Honela, Mekanika Kuantikoaren Kopenhage-ko interpretazioari (Bohr, Born, Dirac, Pauli eta Heisenberg-i dagokiena) interpretazio berri bat eman dakioke, bertsio objektibo bat, beraren formalismo matematiko batere aldatu gabe. (Hurrengo kapituluan saiatuko gara eginkizun horretan.)

Mekanika Kuantikoa, beraz, nahiz eta probabilistikoa izan, teoria *kausala* da. Teoria honek kausalitate berria sortzen du, kausalitate kuantikoa hain zuzen.

Arestian, EPR paradoxa Mekanika Kuantikoaren aldekoa bihurtu da, Aspect-ek eta beraren lankideek egindako experimentuen bidez (AS 81,

AS 82a, AS 82b). Mekanika Kuantikoaren arabera, bi objektuk denbora batetan elkarri eragiten badiote eta gero elkarretik aldentzen badira, hauetariko batean egindako neurketa batek bestean efektu bat dauka nahiz eta elkarren artean guztiz separaturik egon (Paris-en egindako experimentuan 13 metrotara egon ziren). EPR fisikariek ukatu zuten hau, zeren hori independentzia fisikoaren kontrako ideia bat baita. EPR paradoxaren "hobenduna" von Neumann-en projekzio postulatua edo uhin-paketearen edo egoera-funtzioaren kolapso-postulatua da, hots, "uhin-paketearen laburketa" izenaz ezaguna dena.

EPR paradoxa baino lehenago beste experimentu bat proposatu zuen Einstein-ek, ikus 6.1. irudia:



6.1. irudia. P: pantaila. O: zuloa. F: filme fotoelektrikoa. e: elektroiak.

Izan bitez P pantaila bat O zulo txiki batekin, eta F filme fotografiko bat esfererdi baten formarekin. Eman dezagun elektroiak O-ra iritsi direla eta hauetariko batzu O-tik pasatu direla. O txikia izanik, ψ uhin-funtzioa O-an difraktaturik egonen da eta uhin esferiko bat F-rantz abiatuko da.

Mekanika Kuantikoa sistema soil bati badagokio, elektroia hasieran uhin-pakete txikiaz deskribatua bada ere, O-an difraktatu eta gero, uhinak F filme guztia estali behar du.

$|\psi|^2$ delakoak ondokoa dio, alegia, une batetan "kuantoi" bakar bat leku konkretu batetan aurkitzen dela. Beraz, litekeena da, partikula baterako filmean bi lekutan edo leku gehiagotan detektatua izatea. Ondorio honek hauxe dakar, distantziarako ekintza berezi bat dagoela, zeina Erlatibitate Bereziaren kontra dagoen.

Argudio hau, hala ere, sasiargudioa da, zeren eta Einstein-ek uste baitzuen uhin-paketea nolabait "materiala" zela. Eta "kuantoia" nolabait bi lekutan baino gehiagotan egon litekeela. Orain, aldiz, ba dakigu jakin "uhina" ez dela materiala.

6.3. Objektibotasuna

Bohr-ek (BH 34, BH 49, BH 58) behin eta berriz esan zuen Mekanika Kuantikoak iraultza epistemologikoa lortu zuela, hots, behatzailearengandik libre den irudi klasikoaren ordez behatzailearengan kokatutako ulermen berri bat jarri behar zela. Kopenhage-ko eskolak subjektu eta objektuaren ohizko bereizketa ukatu zuen bitartean, Einstein, errealista izanik, etengabe aritu zen gogoeta-experimentuak asmatzen (EI 49), Mekanika Kuantikoak zenbait akats zeuzkala frogatzeko. Bohr-ek (BH 49) behin eta berriro erantzun zien Einstein-ek asmatutako frogei.

Von Neumann-ek (VN 55) objektuaren, behatzailearen eta neurtzeko aparatuaren arteko bereizketak nahierarakoak zirela esan zuen, zeren experimentatzailea hartu behar baitzen nolabait kontutan. Von Neumann-en ustez, Mekanika Kuantikoa kontrol experimentaletik kanpo dauden objektuei buruzkoa da. Von Neumann-en eritziz, A neurtzeko aparatuaren bidez, sistema kuantikoaren egoera-funtzioak ez du betetzen Schrödinger-en ekuazioa, baizik eta projektatu egiten da A eragilearen autobalio batetara. Projekzioa behatzailearen bitartez gertatzen da.

Von Neumann-en formulazioa erabili da Mekanika Kuantikoaren indeterminismoaren eta subjektibismoaren argudioetarako: alegia, indeterminismorako, zeren ezin aurresan baitaiteke projekzio zehatza;

eta subjektibismorako, zeren projekzioa behatzailearen nahiaz gertatzen baita.

Von Neumann-en formulazioa, dena dela, era objektibo batez interpreta daiteke, hurrengo kapituluan ikusiko dugun bezala. Bide honetan, Einstein-en errealismoa gordetzen da, baina Einstein-ek ukatuko zukeen laburtezinezko probabilitateen kontzeptua gorderik.

Gaur egun, Einstein eta Bohr-en arteko gogoeta-experimentuak erreal bihurtu dira, egin egin baitira (AS 81, AS 82a, AS 82b). Egun ba dakigu jakin, probabilitateak funtsezko direla Mekanika Kuantikoan, beraien interpretazio egokia joerazkoa izanik.

6.4. Neurketaren prozesua

Aspaldian esan dugun moduan, neurketa-prozesuan hiru etapa bereiz daitezke:

i) eraketarako etapa, non sistema egoera konkretu batetan antolatzen den, hasierako egoera berau;

ii) lan egiteko etapa, non sistemak eta analizatzaile konkretu batek elkarri eragiten dioten, sistema gainezarmen-egoerara pasatuz; eta

iii) detektaketarako etapa, non sistema gainezarmena eratzen duten oinarrizko egoera batetan erregistratzen den. (Azken etapa honetan sistemak gorputz makroskopiko batekin, hots, detektagailu batekin elkarrekintza bat dauka.)

Laburtzeko, eraketarako etapa kontutan hartzen ez bada, neurketa-prozesuaren eskema honelaxe adieraz daiteke:

Demagun sistema $\langle\alpha|$ egoeran dagoela. Gainezarmen-printzipioa dela bide, $\langle\alpha|$ egoera oinarrizko egoeren bidez gara daiteke, esate baterako, $\left\{\langle\beta_i|\right\}$ direlakoen bidez, honelaxe:

$$\langle\alpha| = \sum_i \langle\alpha|\beta_i\rangle\langle\beta_i|. \qquad (6-8)$$

Analizatzaile batekin elkarrekintza bat edukita gero, $\langle\alpha|$ egoeran dagoen sistema $\langle\alpha|\beta_i\rangle\langle\beta_i|$ gainezarmen-egoeran pasatzen da.

$|\langle\alpha|\beta_i\rangle|^2$ azkenean $\langle\beta_i|$ egoeran sistema aurkitzeko probabilitatea da.

$$\langle s| \xrightarrow{1} \langle s|\beta_i\rangle\langle\beta_i| \xrightarrow{2} \langle\beta_i|, \qquad (6-9)$$

non 1 geziak lan egiteko etapa eta 2 geziak detektatzeko etapa adierazten duten:

$$\sum_i \langle s|\beta_i\rangle\langle\beta_i| \longrightarrow \langle\beta_i|. \qquad (6-10)$$

(6–10) prozesua "uhin-paketearen laburketa" izenaz ezaguna da. Horrela, analizatzaileak egoeren gainezarmen definitu bat sortzen badu, detektagailuak gainezarmen honen egoera bat projektatzen du.

Mekanika Kuantikoan ezin da baztertu sistemak bere ingurunearekiko daukan elkarrekintza. Detektagailuak sistema detektatu baino lehen, sistema $\langle s|\beta_i\rangle\langle\beta_i|$ gainezarmen-egoeran dago, ez $\langle\beta_i|$ edozein egoeratan. Projekzio hau ezin uler daiteke eredu klasikoen bitartez. Zurek-en eritziz (ZU 81, ZU 82, ZU 83) behin egoera gainezarriak bereizgarri bihurturik, neurketaren azken etapan, egoeren gainezarmena egoera soil batetara kolapsatzen da

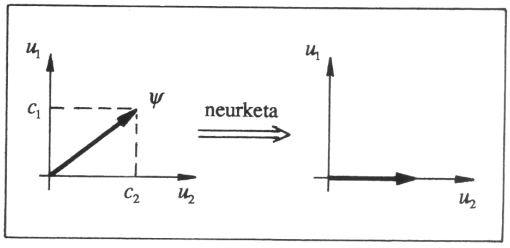
Izaera bakoitzari potentzialtasun multzo bat dagokio; neurketan hauetariko bat gauzatzen da. Prozesu hau atzeraezina da bestalde; neurketa gertatzen den bezain laster, hasierako izaera koalitatiboki aldatzen da: izaera berri bat sortzen da. Neurketan, litekeenaren eta gauzatzearen arteko bereiztasunak parte hartzen du. Probabilitateen gainezarmenaren ordez, gauzatutako aukera bat dago. Jauzi honen

natura atzeraezina eta kontrolaezina da. Potentzialtasun horiek probabilistikoak dira. Naturaren legeek ezaugarri probabilistikoa daukate. Mekanika Kuantikoaren eta Fisika Klasikoaren arteko kalitatezko ezberdintasuna honetan datza, alegia, probabilitateen arteko erlazioak funtzionatzeko duten moduan. Mekanika Kuantikoan garrantzitsuena ez da probabilitatea baizik eta beronen anplitudea, hau da uhin-funtzioa. Honek probabilitateen "interferentziara" darama, Mekanika Klasikoan agertzen ez den efektua berau.

Egoera kuantikoak uhin-funtzioek deskribatzen dituzte. Egoera kuantikoa errealitate fisiko bat da, nahiz eta kontzeptu klasikoez ezin deskriba daitekeen.

Bohr-en ustez (BH 49), sistema fisiko baten egoera *erlazioa* da, ez propietate absolutua. Erlazio honek ingurunea hartzen du kontutan. Bereziki aparatua neurketan. Einstein-en eritziaren kontra (EP 35), Bohr-ek argudiatu egin zuen ezen sistema kuantikoen egoera deskribapen guztiak sistema eta neurtzeko aparatuen erlazioak (edo aparatuen propietateen arteko erlazioak) zirela. Cini-k (CI 83) eta Zurek-ek (ZU 82) ere gauza bera azpimarratu dute berriki.

Projekzioa gertatzen da (VN 55). Mikro-makro elkarrekintza dela bide, Schrödinger-en ekuazioa bapatean aldatzen da. Uhin-funtzioa ez da aldatzen Schrödinger-en ekuazioaren arabera.



6.2. irudia. Projekzioa.

Projekzio-postulatuak dioenez, ψ hasierako sistemaren egoera projektatzen da autoegoera batetara neurketaren bitartez:

$$\psi = \sum c_k u_k \longrightarrow c_i u_i. \qquad (6-11)$$

Uhin-paketearen kolapso hau era errealista batetan interpreta daiteke (FO 57). Uhin-funtzioaren bapateko aldaketa desakordioan dago edozein ekintzaren abiadura finituarekin. Baina kolapsoa ez dagokio ekintza baten hedakuntzari, baizik eta probabilitate-problema baten formulazioaren aldaketari.

Egindako experimentuan, potentzialki emaitza posible bat gauzatzen da, hasierako uhin-funtzioak barne daukana berau. Probabilitate-problemen birformulazioa gertatutako emaitza kontutan hartzean datza, alegia, datu berriak erabiltzean. Datu berriei uhin-funtzio berri bat dagokie.

Gogoramen hauek erakusten dute Mekanika Kuantikoaren interpretatzean zer garrantzitsu den potentzialki posiblearen eta gertatuaren arteko bereiztea. Erakutsi ere egiten dute uhin-funtzioa ez dela eremu erreal bat eta beraren bapateko aldaketa (projekzioa) ez dela eremu baten aldaketaren antzeko prozesu fisikoa[4]. Prozesu fisiko bat benetan elkarturik dago egindako experimentuarekin, baina prozesu horrek soilik zeharka eragiten dio uhin-funtzioari, alegia, probabilitate-arazoaren birformulazioa behartuz (FO 57, 655 or.). Bi objektuen elkarrekintzak (mikrosistema eta aparatuena, edo eta bi mikrosistemen artekoa izan daitekeena) kausatzen du probabilitateen aldaketa edo uhin-paketearen laburketa edo kolapsoa.

6.5. "Erlatibitate kuantikoa"

Egoera kuantikoak erlaziozko ezaugarriak dira, sistema kuantikoaren inguruneari dagozkionak hain zuzen. Hauxe da Fock-ek (FO 57) *'neurketaren bideekiko erlatibitatea'* izendatu zuena. Gure ustez, hala

ere, erlatibitate-mota berri hau ingurune fisikoarekikoa da. Erlatibitate honek errealitate fisikoa erreferentzi marko fisiko batetan hartu behar dela esan nahi du. Mekanika Kuantikoa potentzialtasunekin ari da; uhin-funtzioak potentzialtasunak deskribatzen ditu, zeintzu emandako kondizioetan, hots, marko fisiko konkretuan, sistema fisiko bati egokitzen zaizkion.

Neurketa batetan, lehen esan dugun bezala, hiru etapa bereiz daitezke. (Neurketa batek elkarrekintza bat behar du. Dena den, honek ez du esan nahi elkarrekintza guztiak neurketa direnik.) Lehen etapan sortzen diren potentzialtasunak —sistema egoera batetan eratzen denean— azken etapan gauzatzen dira, sistema benetan detektatzen denean. Uhin-funtzioak emandako baldintzetako sistemari dagozkion potentzialtasunak deskribatzen ditu. Objektu baten barneko propietateek eta kanpoko ingurunearen baldintzek ematen dute objektu horren portaeraren probabilitatea. Probabilitatea, zein denboraren menpekoa den, objektu soilari dagokio, ez multzo bati, eta beraren posibilitate edo ahalbide potentzialak deskribatzen ditu. Probabilitatea objektuaren portaeraren maiztasunean agertzen da, experimentuen bidez neurtzen denean.

Dirac-en ustez (DI 58), sistema partzialki autobalio bakoitzean dago, ideia klasikoetan ezin imajina daiteken bide batez. Dirac-ek (SO 28) zioenez, Mekanika Kuantikoak denboraren menpeko uhin-funtzio baten bitartez, ψ, deskribatzen du egoera bat. ψ funtzioa t_1 denboran heda daiteke ψ_n uhin funtzioak c_n koefizienteak dituen serie batetan. $t > t_1$ denboran uhin-funtzio horiek ez dira elkarrekin "interferitzen". Gero naturak aukera bat egiten du eta ψ_n aukeratzen du $|c_n|^2$ probabilitatearekin. Aukera honek etorkizuneko egoeraren garapena determinatzen du.

Schrödinger-en ustez (SH 78), $\psi\psi^*$ sistemaren konfigurazio-espazioan pisu-funtzio antzekoa da. Sistemaren uhin-konfigurazioa zinematikoki posible diren puntu mekanikoen konfigurazio guztien gainezarmena da. Honela, puntu mekanikoen konfigurazio bakoitzak

benetako uhin mekanikoen konfigurazioari laguntzen dio zenbait pisurekin, zeina prezeski $\psi\psi^*$ delakoak ematen duen. Paradoxak atsegin badira, esan liteke, sistema denbora berean, zinematikoki imajinagarriak diren posizio guztietan existitzen dela, baina ez "pisu berean" posizio horietan guztietan. (Higidura makroskopikoan, pisu-funtzioa praktikan posizioen tarte txiki batetan bildurik dago.)

Konfigurazio-espazioa ez da hiru dimentsioko espazio erreal bat. Uhin-funtzioak sistemaren egoeren joera determinatzen du, hau da, egoera posibleei pisuak ematen dizkie. Joera hau ez dagokio probabilitatezko kalkulu klasikoari. Prezeski, probabilitate-mota berri hauek dira Mekanika Kuantikoaren ezaugarri garrantzitsuenetarikoa.

Egoeren gainezarmen definitu bat sistema bere ingurunearekin elkar eragitean sortzen da. Ingurunea objektu makroskopiko bat izan daiteke, zeina artifizialki egina edo kanpoko berezko baldintzen parte bat den.

Gainezarmen-printzipioa, probabilitateen ordez anplitudeak batzeko erantzulea dena, naturaren lege bat da. Printzipio hau interferentzi fenomeno berezien erantzulea da, zeintzuek koerlazio kuantikoak, Fisika Klasikoan agertzen ez direnak, dakartzaten.

Esan bezala, Mekanika Kuantikoan probabilitateak oinarrizko eta laburtezinezkoak dira. Sistema kuantiko bakoitzak orokorrean autoegoeren gainezarmen batetan dago. Gertaera posibleen gauzatzea egoera konkretuaren menpekoa da. Beraz, esan daiteke Mekanika Kuantikoa potentzialtasunekin aritzen dela, eta potentzialtasun horiek soilik salbuespenez gauzatzen direla, hots, neurketaren bitartez.

6.6. Oharrak

1) Gogora bedi Mekanika Klasikoa eta Kuantikoaren arteko ezberdintasunik garrantzitsuena ez datzala bigarrenaren natura estatistikoan edo probabilistikoan, baizik eta kontutan hartu beharrekoak probabilitateak izan ordez "probabilitate-anplitudeak" izatean. Honek "probabilitate-anplitudeen interferentziara" darama zeinak Mekanika Klasikoan inolako zentzurik ez daukan.

2) Einstein Erlatibitate Orokorra hedatu nahiz aritu zen hiru hamarkadetan, 1920ko hamarkadan Mekanika Kuantikoa burutu zenetik bere heriotzerarte hain zuzen ere. Berak nahi zuena hauxe zen, alegia, Grabitazioa eta Elektromagnetika bateratuz, teoria berri bat proposatzea, zeinaren bitartez fenomeno kuantikoak hobeki adieraziko ziratekeen (PA 82).

3) Jakina denez, fisikari gehienek ontzat hartu dute Mekanika Kuantikoa, etorkizuneko edozein teoria bateratzaile eraikitzeko. Honela, Weinberg-ek (FW 87), kasu, ondokoa dio: *"Mekanika Kuantikoak iraun eginen al du fisikaren etorkizuneko azken teoria batetan? Baietz esanen nuke..."* (70 or.) *"Baina Mekanika Kuantikoa ez da nahikoa (...) konfigurazioen espazio konkretu bat behar da, dimentsio infinutuko espazio konplexua, bai eta espazio honetan nola biratu egiten duen egoera-bektoreak denborarekiko."* (72 or.). Weinberg-en eritziz, fisikari askok uste dute ezen *"Mekanika Kuantikoari, simetria printzipio bat, edo printzipio batzu erantsi behar zaizkiola"* (72 or.). Izan ere, ba dirudi 1970ko hamarkadan elkarrakzio ahul eta bortitzarekin arrakastak izan arren, 1980ko lehen urteetan supergrabitazioaren inguruko teorien zailtasunak direla kausa, gaur egun, daudela fisikari gehienen ustetan azken teoria fisikorako esperantzak soka-teorietan jarrita. Penrose-ren eritziz (PE 89), soka-teoria saio-mailako teoria bat besterik ez da. Geroak esanen du, dena dela.

4) Penrose-k dioenez (PE 89), Mekanika Kuantikoa teoria objektiboa da. Penrose, errealista izanik, Mekanika Kuantikoari interpretazio objektiboa ematen saiatu da (PE 89, 6. atalean). Gainera, modu erabat objektibo batez, ez du lotu nahi, neurketa-prozesuan azaltzen den uhin-paketearen laburketa mikro-makroaren arteko elkarrekintzaren batekin (Cini-k eta abarrek nahi duten modura), teoria sakonagoarekin baizik: Grabitazio Kuantikoarekin, alegia. Penrose-k (PE 86) uste du, zulo beltzen sortzearen eta uhin-paketearen laburketaren artean elkarrekintzaren batek egon behar duela.

7. MEKANIKA KUANTIKOAREN BERTSIO OBJEKTIBO BATETARANTZ

"Subjektu behatzailearengandik independente den kanpoko munduan sinestea da zientzia guztien funtsa."
Albert Einstein

7.1. Sarrera

Erlatibista ez den Mekanika Kuantikoaren interpretatzaileak postulatu desberdinetatik hasi ohi dira teoria formulatzen, nahiz eta teoria berbera adierazi nahi eta aparatu matematiko bera erabili. Ballentine-ren bertsioa (BA 70) von Neumann-enarekin (VN 55) konparaturik ikus daitekeenez, postulatuak ez dira berdinak, ez kopuruetan ez eta funtsean ere —ikus esate baterako Jammer (JA 74)—.

Interpretazio desberdinen jarraitzaileek diotenez, beraien bertsio partikularrak Mekanika Kuantikoarekin eta ondorio experimentalekin ados daude. Kapitulu honetan guk gauza bera aldarrikatzen dugu. Izan ere, Kopenhage-ko interpretazioan oinarritzen den von Neumann-en formulazioaz (VN 55) (bertsio ordotoxoaz alegia) arituko gara.

Gure ustez, egoera puru batek sistema soil baten (esate baterako, elektroi baten edo fotoi baten) deskribapen oso eta exhaustiboa ematen du. Baina bertsio estatistikoaren aldekoek (EI 49, BA 70) interpretazio ortodoxoari buruz egin duten kritika (hots, beronen objektibitaterik eza), gainditu dugula uste dugu.

7.2. Teoria kuantikoaren bertsio ortodoxoa

Interpretazio ortodoxoa honela formula daiteke (ikus JA 74, 5 or.; CT 77, 215-220 or.), definitzen ez diren kontzeptuak hauexek direlarik, "sistema", "neurgarri" (von Neumann-en "kantitate fisikoa"), eta "egoera":

1. postulatua.

Sistema bakoitzari H Hilbert-en espazio bat dagokio, zeinaren bektoreek (egoera-bektoreek, uhin-funtzioek) erabat deskribatzen dituzten sistemaren egoerak.

2. postulatua.

A neurgarri bakoitzari, H-ean arituz, $\hat{A}$ eragile autoadjuntu bat dagokio.

3. postulatua.

$|\phi\rangle$ egoeran dagoen sistema baterako, A neurgarriaren neurketa baten emaitza, $\hat{A}$ eragileaz adierazita, λ_1 eta λ_2 artean dagoen $P_A(\lambda_1, \lambda_2 | \phi)$ probabilitatea $\left\| E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2} \right\|^2$ da, non E_λ delakoa $\hat{A}$-ri dagokion identitatearen ebazpena den[1].

4. postulatua.

ϕ bektorearen denbora-bilakaera Schrödinger-en ekuazioak emanikoa da,

$$i\hbar \frac{\partial \phi}{\partial t} = \hat{H}\phi, \qquad (7-1)$$

non $\hat{H}$ hamiltondarra sistemaren garapen-eragilea den, eta $\hbar = h/2\pi$, hemengo h hori Planck-en konstantea izanik[2].

5. postulatua.

A neurgarriaren neurketa ($\hat{A}$ eragileaz adierazita) λ_1 eta λ_2-ren arteko emaitza baldin bada, orduan neurketa egin eta sistemaren berehalako egoera $E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2}$ delakoaren autofuntzio bat da.

Lan honetan lehen hiru postulatuak onartzen dira lan egiteko hipotesitzat. Ikusiko denez, laugarren eta bostgarren postulatuak aldatuak izango dira. 4. postulatua berezko prozesurako egoera-sistemaren aldaketari dagokio. 5. postulatua, berriz, neurketan aldatzen diren prozesuei dagokie.

Era berean egoera-bektorearen projekzioa, 5. postulatuak dioena alegia, onartzen dugu, geroxeago egingo diren oharrekin. Von Neumann-en bertsioan projekzio hau bapatekoa da. Projekzio-postulatua onartzen dutenek ondokoa diote, alegia, egoera-bektorearen projekzioa soilik gertatzen dela sistema neurtzen denean. Hala nola, Dirac-ek (DI 58, 7 or.).

Gure ustez, hala ere, egoera-bektorearen projekzioa *berez* gerta daiteke (behatzaileak batere parte hartu gabe): fotoi batek turmalinazko kristal bat jotzen duenean, fotoiak bi polarizazio-egoeratatik bat hartuko du eta irentsia edo igorria izango da, neurtua izan edo ez.

Orokorrean, Mekanika Kuantikoaren bertsio gehienetan, berezko prozesuak Schrödinger-en ekuazioaz deskriba daitezkeela onartzen da. Beraz, bapateko egoera-bektorearen projekzioa sistemaren ezinezko bilakaera bati legokioke.

Hala ere, gure ustez, alde batetik, egoera-bektorearen projekzioa berez gerta daiteke, eta, bestetik, berezko prozesu guztiak Schrödinger-ek ekuazioak deskribatzen ditueneko baieztapena ukatu egingo dugu.

7.3. Neurketa

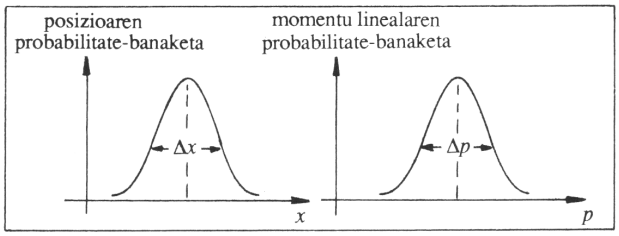
ψ funtzioa, hots, $|\psi\rangle = \left(E_{\lambda_2} - E_{\lambda_1}\right)|\phi\rangle$ delakoa, sistemak dauzkan askatasun-graduen menpekoa da, eta ez hiru koordenatuena soilik[1,2].

Gainera, interpretazio ortodoxoaren arabera, ψ funtzioa ez da beti Schrödinger-en ekuazioaren arabera aldatzen; baldintza batzutan beste ekuazio bat erabili behar da, "uhin-paketearen laburketa" deritzona. Bapateko azken aldaketa hau ez dagokio eremu kontzeptuari[3].

Fock-en ustez (FO 57), hiru zati bereiz daitezke neurketa-kasuan. Objektu atomiko baten *propietate objektiboak* aztertzeko erabiltzen diren aparatu experimentaletan hiru etapa bereiz daitezke:

i) objektuaren antolaketa;
ii) objektuaren portaera, jarritako kanpoko baldintzaten; eta
iii) neurketa bera.

Esate baterako, kristal batetan elektroien difrakzioari behatzean, lehenengo etapa ondokoa da, alegia, elektroi monokromatikoaren iturria eta kristala eta iturriaren artean dauden aparatuak; bigarrena, kristala bera; eta hirugarrena, pantaila fotografikoa edo kontagailua. Prestaketa experimental honetan azken etapa alda daiteke (neurketa bera), lehen bi etapak dauden bezala utzirik. Azken etapa aldatuz, kantitate ezberdinak neur daitezke —hala nola, energia, abiadura, edo posizioa— hasierako objektuaren egoera berberetik hasita. Kantitate bakoitzari bere neurketa-sailak dagozkio, emaitzak kantitate horien probabilitate-banaketa direlarik. (Ikus 7.1. irudia.)



7.1. irudia. Posizio-probabilitateen banaketa eta momentu linealaren probabilitateen banaketa.

Probabilitate-banaketa guztiak adieraz ditzake experimentuaren azken etaparen menpeko ez den uhin-funtzio bakar batek. Azken etapatik duen independentzia honek, bertatik abstrazio bat egitea permititzen du, eta bai azken etapa baino lehenagoko objektuaren izaeraren ezaugarri objektiboa[4] uhin-funtzioaren bidez adieraztea ere.

Uhin-funtzioak deskribatutako objektuaren egoera, ezaugarri objektibo bat da, propietate objektiboak adierazten dituena[4], hau da, edozein behatzailerengandik kanpoko ezaugarri bat. Egoera objektibo honek objektua eta aparatuaren arteko ekintza batzuren ahalbide potentzialak adierazten ditu. Dena den, egoera objektibo hau ez da oraindik emaitza erreala, zeren emandako egoeran dagoen objektu batetarako, aipatutako ahalbide edo posibilitate potentzialak ez bait dira gauzatu.

Ahalbide potentzialetik emaitza errealerako iragapena edo trantsizioa experimentuaren azken etapan gertatzen da[5]. Zentzu honetan, objektuak *joera* batzu dauzkala esan daiteke.

Probabilitatea, beraz, objektu soil bati dagokio; ez objektu-multzo bati[6], Einstein-ek (EI 59, EI 71) uste zuenez. (Ikus Ballentine (BA 72), Einstein-ek Mekanika Kuantikoari buruz izan zuen jarrera analizatzeko.)

7.4. Von Neumann-en bertsiotik abiatuz

Lehen aipatutako 5. postulatuak dioenez, projekzio-postulatua, bera gertatzen denean, bapatekoa dela onartzen dugu, von Neumann-i jarraituz.

Demagun t aldiunean sistemaren egoera $|\psi(t)\rangle$ dela; denbora t-tik t_0 doanean $|\psi(t)\rangle$ delakoaren ezker-limitea da (zeina ba dela suposatzen den), baldin eta

$$\lim_{t \to t_0^-} |\psi(t)\rangle = |\psi(t_0^-)\rangle \qquad (7-2)$$

bada, eta hauxe diogu, alegia, t_0 baino lehentxoago sistema $\left|\psi\left(t_0^-\right)\right\rangle$ egoeran dagoela.

Era berean, baldin eta

$$\lim_{t \to t_0^+} \left|\psi(t)\right\rangle = \left|\psi\left(t_0^+\right)\right\rangle \tag{7 – 3}$$

bada, t_0 eta geroxeago sistema $\left|\psi\left(t_0^+\right)\right\rangle$ egoeran dagoela esango dugu.

t bakoitzerako, $\left|\psi(t)\right\rangle$ delakoa eskuin-jarraia dela (eta ez derrigorrez ezker-jarraia) suposatuko da. Esate baterako, baldin eta neurketa bategatik, egoera bektorea, t_0 aldiunean, bapatean aldatzen bada, honako hau bete behar da:

$$\left|\psi\left(t_0^+\right)\right\rangle = \left|\psi\left(t_0\right)\right\rangle \neq \left|\psi\left(t_0^-\right)\right\rangle. \tag{7 – 4}$$

Kasu honetan, $\left|\psi(t)\right\rangle$ ez da t-arekiko t_0 aldiunean diferentziagarria izango.

Beraz, t_0 aldiunean ezker-jarraitasunak,

$$\left|\psi(t)\right\rangle = \left|\psi\left(t_0^-\right)\right\rangle \tag{7 – 5}$$

erlazioa, edozein t aldiunetarako bete ezin izatera behartzen du. Beste aldetik, $\left|\psi(t)\right\rangle$ delakoa t bakoitzeko eskuin jarraia izanez gero, ba dago gutxienez aldiune bat (t_0), non

$$\left|\psi(t)\right\rangle = \left|\psi\left(t_0^+\right)\right\rangle \tag{7 – 6}$$

betetzen den.

7.4.1. Zenbait definizio eta postulatu

Aurkeztuko dugun interpretazioan honelako kontzeptuak agertzen dira: "sistema", "ingurunea", "sistema baten egoera", "sistema bati irekitzen zaizkion aukerak" edo "sistema batek irekirik dauzkan aukerak", "aukera bati dagozkion egoerak", sistemaren egoeraren "garapen posiblea", eta "ezinezko garapena". Egoera aipatzen denean, *egoera purua* da, ez egoera mixtoa, eta bera *ket* normalizatu batek adierazten du.

Definizioak eta postulatuak azaldu baino lehen, zenbait ohar egingo ditugu:

- *Ket* nozioari buruz ikus Dirac (DI 58).

- Sistema bati irekitzen zaizkion aukeren nozioa, Feyman eta Hibbs-ek (FH 65, 14 or.) erabiltzen dutenaren antzekoa da.

- t_0 aldiunean egoera-bektorea bapatean alda daitekeela onartzen da. Kasu honetan

$$\left|\psi(t_0)\right\rangle \neq \left|\psi(t_0^-)\right\rangle. \qquad (7-7)$$

Demagun t_0 baino lehentxoago $\left|\psi(t_0^-)\right\rangle$ egoeran dagoen sistema bat. t_0 aldiunean sistemak zenbait aukera dauzka, hau da, a, b, etab.
a delakoari dagozkion egoera desberdinak $\left|a_i\right\rangle$ denotatzen dira, $(i = 1,2,..,M)$ izanik; era berean beste aukeretarako. (Lan honetan kontsideratzen diren aukerei dagozkien egoeren multzoak, zenbakigarriak dira).

Definizioak:

1. definizioa: $[a]$ aukera, *oinarrizkoa* da baldin eta soilik baldin $M_a = 1$ bada.

2. definizioa: oinarrizkoa ez den $[a]$ aukera batek, N aukera oinarrizko dituen multzo bat *parekatzen* du baldin eta soilik baldin $[a]$ delakoari dagozkion egoerak, $[a_i]$ direlakoei dagozkien egoera berberak badira, hau da, $|a_i\rangle$, bertan $(i = 1,..,M_a = N)$ izanik.

3. definizioa: $[a]$ aukera oinarrizkoa *benetakoa* deituko da baldin eta soilik baldin, $[a]$ delakoari dagokion egoera $|a\rangle$ denean,

$$\left|\psi\left(t_0^-\right)\right\rangle \rightarrow \left|\psi\left(t_0\right)\right\rangle = |a\rangle \qquad (7-8)$$

motako garapena posiblea bada.

4. definizioa: oinarrizko ez den $[a]$ aukera bat *benetakoa* deituko da, baldin eta soilik baldin $[a]$ delakoak benetakoak diren aukera oinarrizkoen multzo bat parekatzen badu.

5. definizioa: $[a]$ aukera oinarrizkoa *potentziala* deituko da baldin eta $[a]$ delakoari dagokion egoera $|a\rangle$ denean, (7–8) adierazpenekoa ezinezko garapena bada.

6. definizioa: oinarrizkoa ez den $[a]$ aukera *potentziala* deituko da baldin eta solik baldin $[a]$ delakoak potentzialak diren aukera oinarrizkoen multzo bat parekatzen badu.

7. definizioa: oinarrizkoa ez den $[a]$ aukera *ez benetakoa eta ez potentziala* deituko da baldin eta soilik baldin, $[a]$ delakoak N aukera oinarrizkoren multzo bat, $[a_i]$, $(i = 1,2,..,N)$, parekatzen duenean, gutxienez $[a_i]$ delakotik bat benetakoa bada, eta bat potentziala bada.

8 definizioa: $[a]$, $[b]$,.. aukera multzoa *osoa* da baldin eta soilik baldin beraiei dagozkien egoeren multzoak

$$|a_i\rangle, \quad (1,..,M_a), \qquad |b_i\rangle, \quad (1,..,M_b), \qquad (7-9)$$

base ortogonal osoa osotzen badu.

Postulatuak:

1. postulatua: Ingurune bakoitzean, t_0 baino lehentxoago $|\psi(t_0^-)\rangle$ egoeran dagoen sistema batek zenbait aukera dauzka, lehen aipaturiko definizioi dagokien aukera bat hain zuzen ere.

2. postulatua: t_0 aldiune konkretu batean sistema bati irekitzen zaizkion aukera oinarrizko bakoitzaren izaera, sistemak, beronen inguruneak eta t_0 baino lehentxoago sistema dagoen $|\psi(t_0^-)\rangle$ egoerak determinatzen dute.

3. postulatua: Baldin eta t_0 aldiunean sistemak aukera oinarrizko bakar bat badauka, orduan $|\psi(t)\rangle$ egoera-bektorea funtzio jarrai eta diferentziagarria da t-arekiko t_0 aldiunean.

Puntu honetara iritsita, beste ohar batzu egingo ditugu:

– Aipaturiko definizioek eta postulatuek ez daukate von Neumann-en 3., 4. eta 5. postulatuekin inolako erlaziorik. Hain zuzen ere, geroxeago ikusiko denez, hiru postulatu horien ordez beste batzu proposatuko ditugu.

– t_0 baino lehentxoago sistemaren egoera edo/eta ingurunea aldatzen bada, orduan aukeren izaera aldatuko da. (7. 4. 2 atalean ikusiko da adibide bat).

– Demagun t_0 aldiunean $[a]$ aukera oinarrizko konkretu bati dagokion egoera $|a\rangle$ dela. Aipaturiko definizioek eta postulatuek ez dute adierazten ingurune konkretu batetan eta $\left|\psi(t_0^-)\right\rangle$ batetarako, sistemaren egoeraren (7–8) garapena posiblea ala ezinezkoa den.
Beraz, Mekanika Kuantikoaren bertsio honek ez du esaten, ingurune konkretu batetan, [a] aukera benetakoa ala potentziala den. Honek ez dauka aparteko garrantziarik, zeren informazio hori erabat baieztaturiko hipotesietatik atera bait daiteke. (Ikus, kasurako, 7. 4. 2. atala, exenplu konkretu batetarako.)

– Von Neumann-en 2. postulaturen arabera, posible da edozein aldiunetan A neurgarriren bati dagokion $\hat{A}$ eragilearen autofuntzioen konbinazio linealtzat $\left|\psi(t_0)\right\rangle$ adieraztea. Bereziki, $\hat{A}$-ren espektroa diskretu eta ez-endekatua baldin bada,

$$\left|\psi(t_0)\right\rangle = \sum_{j=1}^{N} c_j \left|a_j\right\rangle, \qquad (7-10)$$

non $\hat{A}\left|a_i\right\rangle = a_i\left|a_i\right\rangle$ eta $c_i = \left\langle a_i \middle| \psi(t_o)\right\rangle$ diren. $(7-11)$

($\hat{A}$-ren espektroa jarrai eta/edo endekatua deneko kasua ez da hemen aztertuko.)

t_0 aldiunean sistemak irekirik dauzkan aukeren artetik, N aukeren multzoa $[a_i]$, $(i = 1,..,N)$, kontsideratzen dugu, zeintzuei dagozkien egoerak $|a_i\rangle$ diren. Multzo hau osoa da, zeren $|a_i\rangle$ diren N egoerek oinarri ortogonal bat osotzen bait dute.

– $|\psi(t_0)\rangle$ *keta* (ket nozioari buruz, ikus Dirac (DI 58)) adieraz daiteke infinitu asko diren oinarri ezberdinen oinarri-bektoreen konbinazio lineal bezala. Nahiz eta aukeren multzo bakoitza finitua izan, sistema bakoitzak edozein aldiunetan aukera infinitu dauzka irekirik.
Oinarri baten hautapena (edo berari dagozkion aukeren multzo osoaren hautapena) nahierarakoa da eta problema estudiatzen duenak berak determinaturik dago. Beste aldetik, $|\psi(t_0^-)\rangle$ egoerak eta inguruneak soilik determinatzen dute sistema konkretu batek irekirik dauzkan aukeren izaera.

– (t_1, t_2) tarteko t aldiune bakoitzean sistemak benetako aukera oinarrizko bakar bat baldin badauka irekirik, (t_1, t_2) tartean sistemaren egoera-aldaketa Schrödinger ekuazioaren araberakoa da, von Neumann-en 4. postulatuk dioen bezala. Sistemaren bilakaera mota hau prozesu kausal hertsia da. Kasu honetan $\langle r|\psi\rangle$ ez da probabilitate-anplitudea.

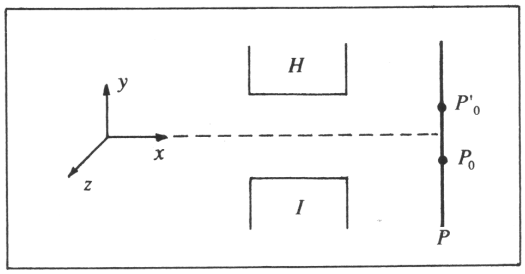
– t_0 baino lehentxoago sistema $|\psi(t_0^-)\rangle$ egoeran badago, eta baldin eta t_0 aldiunean sistemak benetako aukera oinarrizko bi edo gehiago badauzka, $[a]$, $[b]$,.., orduan hauxe gerta daiteke:

$$|\psi(t_0)\rangle = |a\rangle \quad \text{edo} \quad |\psi(t_0)\rangle = |b\rangle, \quad \text{eta abar.} \qquad (7-12)$$

Gertaera hau gertatzen da, kasu, sistema indibidual batek aldiune konkretu batetan posizio bi edo gehiagotan kokatzeko posibilitatea daukanean. Kasu honetan sistemaren bilakaera ez da kausala; lege probabilistikoak betetzen dituena baizik.

7.4.2. Stern-Gerlach aparatua

Ondoko analisiaren helburua ingurune konkretu batetan objektu batek nola erantzuten duen adieraztea da. Experimentuan, eremu magnetiko ez-homogenoan atomo paramagnetiko neutroen izpiak pairatzen duen deflekzioa aztertzen da. Aparatua 7.1. irudian eskematikoki ageri da. Atomoak igorriak dira tenperatura handiko labe batetatik (irudian ageri ez dena), eta aparatuan egindako hutsean ibilbide zuzena segitzen dute. Zirrikitu batek (irudian ageri ez dena) orientabide konkretu batekiko abiadura paraleloa daukaten atomoak bereizi egiten ditu. Elektroimanak sortutako eremu magnetikoaren gradienteak, deflektatu egiten du atomoa, eta honek P pantailako punturen batetan jo egiten du.



7.2. irudia. Stern-Gerlach aparatua. P: pantaila. Kasu honetan sistemak aukera bakar bat dauka.

Konkretuki, t_0 baino lehentxoago $\left|\psi\left(t_0^-\right)\right\rangle$ egoeran dagoen sistema batek irekirik dauzkan aukerak nolakoak diren erakutsi nahi da. Nahiz

eta analizatzeko aparatua normalean neurgailu gisa erabili, guk ez dugu aipatuko inongo behatzaileren eraginik. Gure objektua $s = +1/2$ spineko atomo bat da. Hasieran $\hat{S}_y$ eragileari dagokion autoegoeran dago; $s_y = -1/2$ autobalioari dagokion egoeran alegia.

Lehenengo kasua

Segidako argudioan spin erlazionaturikoak soilik hartuko dira kontutan.

1. Hipotesia. Atomoa P pantailako P_0 puntuan soilik koka daiteke.

Demagun atomoa P pantailan kokatzen deneko aldiunea t_0 dela. $\hat{S}_y$ eragilearen $|y^+\rangle$ eta $|y^-\rangle$ autobektoreak $s_y = +1/2$ eta $s_y = -1/2$ autobalioei dagozkie, erabateko oinarri ortogonala formatzen dutelarik.

Hasierako sistemaren egoera (aparatuan sartu baino lehen) $|y^-\rangle$ da. Suposatzen dugu, atomoa egoera honetan dagoela, berak pantaila jo arte. Beraz,

$$|\psi(t_0^-)\rangle = |y^-\rangle. \qquad (7-13)$$

t_0 aldiuneak aukera batzu dauzka sistemak:

$[y^+]$ aukera (t_0 aldiunean, sistemaren egoera $|y^+\rangle$ delarik), eta

$[y^-]$ aukera (t_0 aldiunean, sistemaren egoera $|y^-\rangle$ delarik).

Sistema P_0 puntuan kokatzen bada, orduan

$$|\psi(t_0)\rangle = |y^-\rangle. \qquad (7-14)$$

eta, era berean, sistema P'_0 puntuan kokatzen bada, P_0-rekiko simetrikoa dena, orduan

$$\left|\psi(t_0)\right\rangle = \left|y^+\right\rangle. \qquad (7-15)$$

Lehenengo hipotesiaren arabera, (7–14) delako aukera posiblea da, eta (7–15) ezinezkoa. Beraz, $\left[y^-\right]$ aukera benetakoa da, $\left[y^+\right]$ aukera potentziala da, eta oinarrizkoa ez den $[a]$ aukera (t_0 aldiunean sistema P_0 edo P'_0 dago kokaturik) ez benetakoa eta ez potentziala da.

Orain oinarria aldatuko da. Izan bitez $\left|z^+\right\rangle$ eta $\left|z^-\right\rangle$, $\hat{S}_z$ eragileari dagozkion autobektoreak, zeintzu $s_z = +1/2$ eta $s_z = -1/2$ autobalioei dagozkien.

Lehen bezala, oinarri ortogonala osatzen dute. Aukera oinarrizkoen ondoko multzoa hartzen dugu kontutan:

$\left[z^+\right]$ (t_0 aldiunean, sistemaren egoera $\left|z^+\right\rangle$ da), eta

$\left[z^-\right]$ (t_0 aldiunean, sistemaren egoera $\left|z^-\right\rangle$ da).

Lehen bezala, multzo hau osoa da. Lehenengo hipotesiaren arabera: Bakarrik

$$\left|\psi(t_0)\right\rangle = \left|y^-\right\rangle \qquad (7-16)$$

posiblea da, eta biak

$$\left|\psi(t_0)\right\rangle = \left|z^+\right\rangle \quad \text{eta} \quad \left|\psi(t_0)\right\rangle = \left|z^-\right\rangle \qquad (7-17)$$

ezinezkoak dira.

$[z^+]$ eta $[z^-]$ aukera oinarrizkoak potentzialak dira eta oinarrizkoa ez den $[b]$ aukera ere (t_0 aldiunean sistemaren egoera $|z^+\rangle$ edo $|z^-\rangle$ delarik) potentziala da.

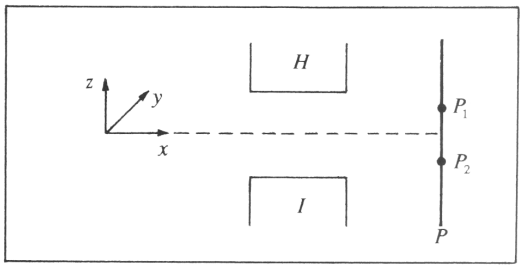
Oinarriaren aukera $\{|y^+\rangle, |y^-\rangle\}$ edo $\{|z^+\rangle, |z^-\rangle\}$ eta aukeren multzo osoaren aukera nahierarakoak dira. Ba dago, beraz, oinarrien kopuru infinitua, $\{|u^+\rangle, |u^-\rangle\}$, zeinak ondoko baldintza hau betetzen duen:

$$|\psi(t_0)\rangle = |y^-\rangle = c_+|u^+\rangle + c_-|u^-\rangle, \qquad (7-18)$$

$$\text{non} \quad c_+ = \langle u^+|y^-\rangle \neq 0, \quad c_- = \langle u^-|y^-\rangle \neq 0, \qquad (7-19)$$

eta $[u^+], [u^-]$ aukera guztiak potentzialak direlarik. (Ikus Dirac (DI 58) notaziotarako.)

Sistema hasierako $|y^-\rangle$ egoeran baldin badago, eta ingurunea 7.2. irudiari dagokiona baldin bada, sistemak aukeran dituen aukera oinarrizko infinituetan $[y^-]$ bakarrik da benetakoa.



7.3. irudia. Stern-Gerlach-en aparatua. *P*: pantaila. Sistemak bi aukera dauzka.

Bigarren kasua

Stern-Gerlach aparatua biratzen bada, ikus 7.3. irudia, ingurunea aldatu egiten da. Izan bedi $\left|y^-\right\rangle$ hasierako sistemaren eredua. Experimentuaren emaitzak ondoko hipotesiarekin dago baieztaturik:

2. Hipotesia. Atomoa bakarrik P_1 puntuan edo P_2 puntuan koka daiteke. (Pantailarik ez balego, ez litzateke egoera-bektorearen projekziorik egongo.)

Demagun, beraz, egoera-bektorea t_0 aldiunean projektaturik egon dela. Atomoa P_1 puntuan kokatzen bada,

$$\left|\psi(t_0)\right\rangle = \left|z^+\right\rangle. \qquad (7-20)$$

eta P_2 kokatzen bada,

$$\left|\psi(t_0)\right\rangle = \left|z^-\right\rangle. \qquad (7-21)$$

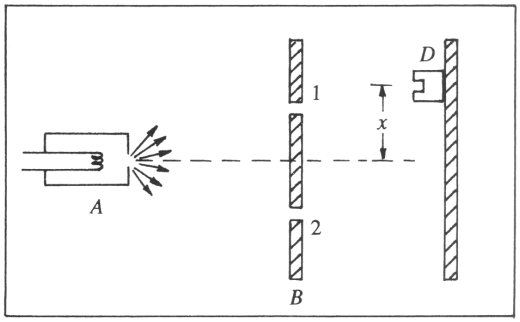
Bigarren hipotesiaren arabera, ingurune berri honetan,

$$\left|\psi(t_0)\right\rangle = \left|z^+\right\rangle \quad \text{edo} \quad \left|\psi(t_0)\right\rangle = \left|z^-\right\rangle \qquad (7-22)$$

litekeena da. Beraz, kasu honetan $\left[z^+\right]$, $\left[z^-\right]$ eta $\left[b\right]$ aukerak benetakoak dira.

7.5. Bi zirrikituen experimentuaren analisi bat

Elektroiez egindako bi zirrikituen esperimentuaz, Feynman eta Hibbs-ek (FH 65, 14 or.) hauxe diote: *«1 eta 2 zuloak aukera exklusibokoak dira, bietatik bat itxita badago edo aparaturen batek modu ez-zalantzagarri batez zein zulo erabiltzen den determinatzen badu (...) 1 eta 2 zuloek elektroiari interferentziazko aukerak presentatzen dizkiote (i) bi zuloak irekita daudenean, eta (ii) elektroia zein zulotatik pasatzen den jakiteko saioren bat egiten ez denean.»* Beraz, ba dirudi behaketak berak aldatzen duela aukeren izaera. Autore horien ustez, Naturak jolas egiten du behatzailearekin: *«Behatua denean, elekroia bai zulo batetik edo bai bestetik doala aurkitzen da; baina behatua ez bada, ezin esan daiteke bide batetik edo bestetik doanik.»* (FH 65, 13 or.)



7.4. irudia. Elektroiak *A* puntuan emititzen dira, *B* pantailan zehar doaz, eta *D* detektagailua *x* puntuan kokatzen da.

Hala ere, von Neumann-en behatzailearengandik (VN 55) Feynman eta Hibbs-en behatzailearengana ba dago egon desberdintasunik, zeren azken hauek (FH 65, 7-9 or.) erakusten dutenez, elektroia bi zuloetako zeinetatik pasatzen den jakiteko beharrezkoa baita experimentuaren aparatua aldatzea.

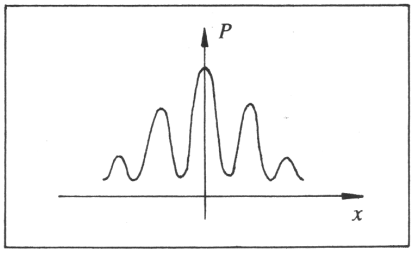
Gure ondoko analisiak, Feynman eta Hibbs-en antzekoak izanik ere, ez dio erreferentzirik egiten behaketari.

I) Bedi $[1]$, B pantailako 1 zulotik elektroia pasatzen deneko aukera; eta $[2]$, B pantailako 2 zulotik elektroia pasatzen denekoa (ikus 7.4. irudia). Bitez $|\psi_1\rangle$ eta $|\psi_2\rangle$ dagozkien egoerak.
Elektroia B pantailatik *kokaturik* pasatzen bada, 1 zulotik edo 2 zulotik, $|\psi_1\rangle$ eta $|\psi_2\rangle$ egoera posibleak dira. Eta beraiei dagozkien $[1]$ eta $[2]$ aukerak benetakoak dira.

II) B pantailatik elektroia *ez-kokaturik* pasatzen denean, $|\psi_1\rangle$ eta $|\psi_2\rangle$ egoerak ez dira posibleak, $[1]$ eta $[2]$ aukerak potentzialak direlarik.
Ohizko aparatuan emaitza experimentalak ondoko hipotesiekin dira bateragarriak:

i) $[1]$ eta $[2]$ aukerak potentzialak dira; eta
ii) B-tik pasatzen den elektroiaren egoera hauxe da:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle\right). \qquad (7-23)$$



7.5. irudia. Bi zirrikituen experimentuaren emaitza, interferentzia dagoenean.

D detektagailuan probabilitateen legea (ikus 7.5. irudia) von Neumann-en formulaziotik atera daiteke, neurketa bat D detektagailuan egiten dela suposatzen denean, edo gure formulaziotik —D detektagailuan kokatze bat gauzatu dela suposatuz— (ikus 7.7. atala eta ondorengoak).

Ondorioa hauxe da:

$$P(x) = \frac{1}{2}\left|\psi_1(x) + \psi_2(x)\right|^2, \qquad (7-24)$$

non $P(x)$, B pantailatik ez-kokaturik pasatzen den elektroia D detektagailuko x puntura irits daitekeeneko probabilitatea den (ikus 7.4. irudia), eta

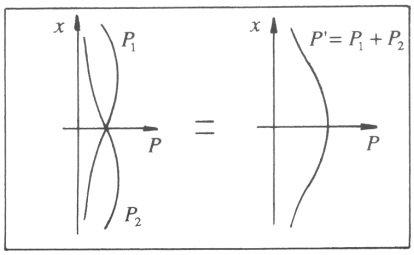
$$\psi_i(x) = \langle x | \psi_i \rangle. \qquad (7-25)$$

Aparatu experimentala ingurune berezia da (FO 57, FO 71, FO 78). Aparatua aldatzen bada, aukeren izaeran aldaketa bat egon daiteke, hau da, sistemarako egoera posibleak alda daitezke. $[1]$ eta $[2]$ benetako aukerak baldin badira, alegia, elektroia B pantailan kokatua (zulo batetik edo bestetik) pasatzen denean, D detektagailurako probabilitate-legea hauxe izango da:

$$P'(x) = P_1(x) + P_2(x), \qquad (7-26)$$

$$\text{non} \quad P_i(x) = \left|\psi_i(x)\right|^2 \qquad (7-27)$$

delakoa elektroi bat B pantailako i zulotik D pantailako x puntura iristeko probabilitatea den (ikus 7.6. irudia). Kasu honetan, benetako aukerak (eta aukera potentzialak) Feynman eta Hibbs-ek aukera exklusiboak (eta interferentzi aukerak) deritzenak dira: *«Interferentzi moduko aukerak direnean, P'(x) probabilitate-legeak P(x) formulaziora aldatu behar dira.»* (FH 65, 14 or.)



7.6. irudia. Bi zirrikituen experimentua. Aukera exklusiboen kasua.

Elektroia B pantailatik ez-kokaturik pasatzen denean, bera ez doa ez 1 zulotik eta ez 2 zulotik ere. Absurdua da, beraz, elektroia zein zulotik pasatu den galdetzea.

7.6. Zenbait gogoeta filosofiko

Jammer-en ustez (JA 74, 11 or.) bi problema filosofiko planteiatzen ditu Mekanika Kuantikoak:

i) errealitate fisikoari buruzko arazo ontologikoa, alegia, Mekanika Kuantikoak aztertzen dituen objektuak zer ote diren, eta

ii) determinismoa versus indeterminismoarena, alegia, Mekanika Kuantikoan agertzen den probabilitatea nola interpreta daitekeen.

Lehen arazoari buruz, gure ustez, sistema kuantikoak objektu fisikoak dira ("kuantoi" izenekoak) eta objektu hauen existentzia autonomoa da, hau da, behatzaileagandik kanpokoa.

Egoera puru batek sistema bakar baten deskribapena oso eta exhaustiboa ematen du, Einstein-ek kontrakoa uste izan arren (EI 71). Hala ere, sistema honen aldagai dinamikoak ez dira ongi definituak edo

zehazki mugatuak denbora guztian. Aldagai dinamikoak probabilitate-banaketan agertzen dira. Beraz, ezin dira kantitate hauek zenbaki bakar batzuz adierazi. Sistema baten posizioa ongi definitua bada, hau da, sistema ongi kokaturik badago, beraren abiadura ez da definiturik egongo, Heisenberg-en desberdintzak erakusten duenez. Desberdintza honek dioenez, posizioaren eragilea eta momentu linealarena ez dira elkarrekin konmutagarriak. Posizioa eta momentu lineala ezin dira batera ongi definiturik egon.

Bigarren puntuari buruz esan daiteke, prozesu kuantikoak estokastikoak edo probabilistikoak direla. Probabilitatea ez da gure ezaguera ez-osoaren neurri bat (Einstein-ek, beste batzuren artean, uste zuen bezala), baizik eta naturan bertan finkaturik daudenetariko ezaugarririk garrantzizkoena (RO 83). Prozesu naturalak probabilitatean oinarritzen dira.

Gure eritziz, gainera, egoera-bektorearen projekziorako ez dago behatzailearen eskusartzearen beharrik. (Von Neumann-en bertsioan (VN 55), berriz, behatzailearen partehartzea dago teoriaren muinean). Gu, Fock-ekin batera (FO 57, FO 71, FO 78), neurketaren antolaketa eta neurketa bera bereiziz, Mekanika Kuantikoaren bertsio subjektiboak baztertuz, interpretazio objektiboa proposatzera goaz. Bertsio objektibo honetan projekzioa egon daiteke, behaketarik gabe.

Projekzio-postulatua ez dagokio eremu fisiko baten aldaketari[3]. ψ funtzioak ez dio erreferentziarik egiten inongo eremuri, probabilitate-anplitude bati baizik. Probabilitate-banaketa hauek modu berezi batez elkartzen dira. Gainera, probabilitateak aldakorrak dira denboran zehar. Baita ingurunearekin ere. Nolako ingurunea, halako probabilitatea. Neurketak, ingurune berezi bat izanik, probabilitatearen aldaketa dakar (projekzio-postulatua deritzona, alegia).

Diogun zertxobait uhin-paketearen laburketari buruz. Experimentu baten azken etapa aldi berean beste experimentu baten hasierako etapa baldin bada, lehenengo experimentuan probabilitate-banaketa ematen duen uhin-funtzioaren ordez, beste uhin-funtzio bat erabili beharko da

bigarrenean; lortu den emaitzari dagokiona alegia. Aldaketa hau bapatekoa da, hots, kasu honetan uhin-funtzioa ez da Schrödinger-en ekuazioaren arabera aldatzen. Hemen ez da ekintza baten hedakuntzari buruz ari: probabilitatezko arazo baten formulazioaren aldaketaz baizik. Egindako experimentu batean, jatorrizko uhin-funtzioan zegoen emaitza posible bat lortzen da. Probabilitate-problemaren birformulazioa lortutako emaitza hau kontutan hartzean datza, hau da, datu berri hau erabiltzean. Eta datu berriei uhin-funtzio berri bat dagokie. Hauxe da guztia.

Mekanika Kuantikoa interpretatzean, guztiz garrantzitsua da, potentzialki posiblea dena gertatu denetik bereiztea. Horrela argi geratzen da, uhin-funtzioa ez dela eremu fisiko erreala. Beraren bapateko aldaketa ez da inongo prozesu fisikoa, ezelako eremu-aldaketaren antzekoa. Izan ere, prozesu fisiko erreala egin den experimentuarekin konektatuta dago, baina prozesu horrek zeharka eragiten dio uhin-funtzioari, probabilitate-arazoa birformulatzera behartuz.

Beste aldetik, egoera kuantiko kontzeptua kausalitate-printzipio berri bati loturik dago. Mekanika Kuantikoaren arabera, sistema atomiko baten egoera uhin-funtzio baten bidez deskribatzen da. Funtzio horrek uhin-ekuazio bat (Schrödinger-en ekuazioa hain zuzen) betetzen du. Eta azken batez, Schrödinger-en ekuazioak probabilitatearen denborarekiko aldakuntza ematen du.

Kausalitate-printzipio orokor hau ez da Laplace-ren determinismo klasikoarena; determinismo kuantiko berria baizik. Determinismo klasikoak leku utzi behar dio determinismo kuantikoari, zeren mundu kuantikoan probabilitateak funtsezkoak baitira, ez baitira laburgarriak. Mekanika Kuantikoaren probabilitate-kontzeptua kontzeptu jatorrizkoa da, bera baita objektu baten egoerarako Mekanika Kuantikoaren oinarria.

7.7. Bertsio berri baterantz

Von Neumann-en Mekanika Kuantikoaren formulazioa (VN 55) subjektiboa da, zeren eta beraren zenbait postulatuk behaketari erreferentzia egiten baitiote. Ez dago behaketarik behatzailerik gabe; eta formulazio honek behatzailea jartzen du teoriaren muinean.

Von Neumann-en postulatuak onartzen badira, ondokoa onartu behar da:

i) neurketa-prozesuetan lege estokastikoak, beste prozesuetan betetzen diren legeetatik kanpo betetzen dira,

ii) behatzaileak botere bereziak dauzka zeren, bera sartzen denean, prozesuaren legea aldatzen baita.

Jakina denez, fisikari gehienek onartzen dute, Mekanika Kuantikoaren bertsio ortodoxoak aurresan experimentalen arloan izugarrizko arrakasta duela.

Hurrengo lerroetan Mekanika Kuantikoaren formulazio objektibo bat proposatzen da. "Aldagai dinamikoaren" kontzeptua eta "probabilitatea" nozio jatorrizkotzat hartzen dira.

7.7.1. Zenbait postulatu

Proposatuko ditugun postulatuak benetako aukera oinarrizko kontzeptuari dagozkio. Lehen ikusi dugunez, $|\psi(t)\rangle$ delakoa t-edozein denboratako derrigorrez eskuin-jarraia da, baina ez da derrigorrez ezker-jarraia. Egoera aipatzen denean, egoera *purua* aipatu nahi da, zeina *ket* normalizatu batek adierazten duen.

> **1. postulatua.** Sistema bakoitzari H Hilbert-en espazio bat dagokio, zeinaren bektoreek (egoera-bektoreak, uhin-funtzioek) sistemaren egoerak erabat deskribatzen dituzten.

Diogun bidenabar, ohar modura, gure lehendabiziko postulatua, lehen aipaturiko von Neumann-en lehen postulatu bera dela.

2. postulatua. A aldagai dinamiko bakoitzari H-ean arituz $\hat{A}$ eragile autoadjuntu soil bat dagokio.

Hemen, aldiz, "aldagai dinamikoa" jarri da, von Neumann-en "neurgarriaren" ordez.

3. postulatua. Bedi $\hat{A}$ delakoa, A aldagai dinamikoari dagokion eragilea. Autobalio-ekuazioak hauexek baldin badira,

$$\hat{A}\left|a_i^{\nu}\right\rangle = a_i\left|a_i^{\nu}\right\rangle. \qquad (7-28)$$

t_0 aldiunean A aldagai dinamikoa ongi definiturik a_i balio zehatza dauka baldin eta soilik baldin

$$\left|\psi(t_0)\right\rangle = \left|a_i^{\nu}\right\rangle \qquad (7-29)$$

bada (ν sartu da, kasu endekatuan a_i autobalio bati dagozkiokeen autobektore ezberdinak bereizteko).

4. postulatua. t_0 baino lehentxoago sistema $\left|\psi(t_0^-)\right\rangle$ egoeran badago, eta baldin eta t_0 aldiunean sistemak irekirik daukan $[a]$ aukera oinarrizkoa (zeinaren egoera $|a\rangle$ baita) benetakoa bada, t_0 sistemaren egoera $\left|\psi(t_0^-)\right\rangle = |a\rangle$ izan litekeeneko probabilitatea hauxe da:

$$P = \left|\left\langle a \middle| \psi(t_0^-)\right\rangle\right|^2. \qquad (7-30)$$

5. postulatua. Bedi $|a\rangle$ delakoa, $[a]$ benetako aukera oinarrizkoari dagokion egoera. t_0 baino lehentxoagoko aldiunean, sistema $\left|\psi\left(t_0^-\right)\right\rangle$ egoeran baldin badago,

$$i\hbar \frac{d\left|\psi(t)\right\rangle}{dt}\bigg|_{t_0} = H\left|\psi\left(t_0\right)\right\rangle, \qquad (7-31)$$

non H sistemaren hamiltondarra den, baldin eta soilik baldin ondoko bi kondizio beharrezko eta nahikoak betetzen badira:

i) t_0 aldiunean sistemak ba dauka eduki $[a]$ benetako aukera oinarrizko bat zeinak hauxe betetzen duen:

$$\left|\left\langle a\middle|\psi\left(t_0^-\right)\right\rangle\right|^2 = 1, \qquad (7-32)$$

ii) eta

$$\left|\psi\left(t_0\right)\right\rangle = |a\rangle. \qquad (7-33)$$

Postulatuei buruz honako oharrak egin ditzakegu:

– Von Neumann-en (VN 55) azken hiru postulatuen ordez, (bilakaera eta behaketari dagozkienen ordez alegia), gure 3., 4. eta 5. postulatuak agertzen dira bertsio honetan. Beraz, kontutan hartzen da naturan bi prozesu-mota daudela: berezkoak eta laburtezinak.
  Von Neumann-en ustez, ordea, naturan berezko prozesu bakar bat agertzen da (Schrödinger-en ekuazioa betetzen duena).

– 4. postulatuan emandako legeak ez dauka inongo murrizketarik; kasu guztietan aplika daiteke.

5. postulatuan esandako baldintzak betetzen badira, emaitza prozesu kausal hertsia da: Schrödinger ekuazioa betetzen duena bera. Baldintza horiek betetzen ez badira, egoera-bektorean aldaketa ez-jarrai bat gertatuko da.
Gure bertsioak ez du projekzio posible guztietatik zein gertatuko den esatea onartzen, baina 4. postulatuak projekzio bakoitzari probabilitate bat lotzen dio.

– t_0 aldiunean sistemak [a] benetako aukera oinarrizko bakar bat irekirik baldin badauka, (zeinaren egoera-bektorea $|a\rangle$ den), orduan 5. postulatuan agertzen diren i) eta ii) baldintzak betetzen dira.
Kasu honetan $|\psi(t_0)\rangle$ diferentziagarria denez, 7. 4. 1. atalean agertzen den 3. postulatua frogaturik dago.

– (t_1, t_2) denbora-tarteko t aldiune bakoitzean sistemari benetako aukera oinarrizko bakar bat irekitzen bazaio, beraren (t_1, t_2) tarteko bilakaera Schrödinger-en ekuazioak determinatzen du, von Neumann-en 4. postulatuak dioen bezalaxe hain zuzen ere.
Sistemaren bilakaera-mota hau prozesu kausal hertsia da. Beraz, $|\psi(t_1)\rangle$ ezagutzen bada, posible da $|\psi(t_2)\rangle$ segurtasun osoz aurresatea. (Hau formulazio ortodoxoaren berezko prozesuei dagokiena besterik ez da.)

– $|\psi(t)\rangle$ egoera-bektoreak aldaketa ezjarrai bat, iraupenik gabekoa, eduki dezan, sistemak aukera oinarrizko bi edo gehiago irekirik edukitzea beharrezkoa da. Izan ere, egoera-bektorea etengabe eboluzionatzen da jarraiak diren bi projekzioen artean. Hasierako egoera konkretu baten sistemarako, projekzio horiek gerta litezkeeneko maiztasuna ingurunearen menpekoa da.

– Orokorrean, problema konkretu bat analizatzeko, teoria ezezik, zenbait datu ere behar dira. Von Neumann-en formulazioan hamiltondarra, hasierako egoera eta sistemaren inguruneko baldintzak, eta neurketa egiten den aldiunea ezagutu behar dira. Jarraian ikusiko da neurketaren kasua gure bertsioan nola adieraz daitekeen (ikus 7.8. eta 7.9. atalak).

7.8. Aldagai dinamikoen balioak

Mekanika Kuantikoaren aldagai dinamikoek ez dute beti ongi definitutako baliorik. Maiz kantitate horiek banaketa batetan agertzen dira (ikus 7.1. irudia).

Zenbait autorek diotenez, neurtzeko aparatuarekin sistemak daukan elkarrekintza ezin da baztertu. Neurketa-prozesuaz aritu diren autore gehienek ezin aurresan daitezkeen perturbazio horien garrantzia azpimarratu dute. Are gehiago, autore batzuk diotenez, sistemaren eboluzio kausal hertsiaren etetea elkarrekintza horretatik dator, eta elkarrekintza horregatik etetea gertatzen da. Honela, Fock-ek (FO 57) dioenez, sistema bat neurtzeko aparatuarekin aritzen denean, elkarrekintza hau dela medio sistemaren eboluzio kausala eten egiten da. Dena den, bitxia da konturatzea ezen, baldin sistema A aldagai dinamikoari dagokion eragilearen autoegoera batetan badago, A neurtzen denean, aipaturiko perturbazio hori ez dela gertatzen.

Gure ustez, sistemaren eboluzio kausal hertsia eten egiten da, 5. postulatuan agertzen diren baldintzak betetzen ez direnean.

Jarraian kontutan edukiko diren aldagai dinamikoak, espektro-eragile diskretu ez-endekatuez adierazten dira.

Bedi A delakoa, $\hat{A}$ eragileaz errepresentatutako aldagai dinamiko bat, zeinak ondoko autobalio ekuazioak betetzen dituen:

$$\hat{A}\left|a_i\right\rangle = a_i\left|a_i\right\rangle. \qquad (7-34)$$

$\left|\psi(t_0)\right\rangle$ sistemaren egoera honela gara daiteke:

$$\left|\psi(t_0)\right\rangle = \sum_j c_j(t_0)\left|a_j\right\rangle, \qquad (7-35)$$

$$\text{non} \quad c_j(t_0) = \left\langle a_j \middle| \psi(t_0)\right\rangle \quad \text{den.} \qquad (7-36)$$

Izan bitez $a_{\min}$ eta $a_{\max}$, a_j delakoaren behe- eta goi-limiteak, berauei dagozkien $\left|a_j\right\rangle$ egoerek $c_j(t_0)$ zero ez diren koefizienteak dituztelarik.

1. definizioa. A-ren tartea $a_{\max} - a_{\min}$ da.

2. definizioa. A-ren batezbesteko balioa ondokoa da:

$$\langle A\rangle(t_0) = \left\langle \psi(t_0)\middle|\hat{A}\middle|\psi(t_0)\right\rangle, \qquad (7-37)$$

eta beraren sakabanaketa

$$\Delta A = \left[\left\langle A^2\right\rangle - \langle A\rangle^2\right]^{1/2}. \qquad (7-38)$$

Definizio hauei buruzko zenbait ohar egin ditzakegu:

– A-ren tartea, batezbesteko balioa eta sakabanaketa, denboraren menpekoak dira.

– Gutxienez $c_j(t_0)$ delakoaren bi koefiziente zero ez badira, A-ren tartea ez da zero, eta A-k ez dauka ongi definitutako baliorik. Kasu honetan hauxe esan daiteke, A-k $a_{\max} - a_{\min}$ tarte barruko balioa daukala.

– Aldiune batetan, aldagai dinamiko batek erabateko balio zehatza edukitzea (ala ez edukitzea), $\left|\psi(t_0)\right\rangle$ sistemaren egoerari dagokio soil-soilik.

– 2. definizioa sistema soil bati dagokio, ez multzo bati.

7.9. Neurketaren arazoa

Izan bedi A, egoera konkretuan dagoen sistema bati dagokion aldagai dinamikoa. Orokorrean, A aldagaiak $a_{\max} - a_{\min}$ tarteko balioa dauka. Sistemaren egoera ezaguna bada, $a_{\max} - a_{\min}$ kalkulatzea ez da zaila izango.

Bira a delakoa A-ren aldagaiaren kasuan neurtutako balioa, eta ε_a delakoa A neurtzeko errorea. Aldagai dinamiko batek oso ongi definitutako balioa badauka, edozein doitasunez neur daitekeela suposatzen da. Baina hau absurdua da, baldin eta aldagai dinamikoak ongi definitutako balio bat ez badauka.

Neurketaren hipotesia

Aldagai dinamiko batek $a_{\max} - a_{\min}$ tarteko balio bakarrik badauka, ε_a erroreaz A neurtzeko,

$$\varepsilon_a \geq a_{\max} - a_{\min} \qquad (7-39)$$

baldintza bete behar da.

Oso alderantziz, Mekanika Klasikoan hauxe onartzen da, aurresan teorikoak emaitza experimentalekin bat datoz ondoko baldintza betetzen bada:

$$|a - a_0| \leq \varepsilon_a, \qquad (7-40)$$

non a_0 delakoa teoriak aurresaten duena, a delakoa neurtutako balioa eta ε_a errore experimentala diren.

Mekanika Kuantikoan emaitza experimentalak eta teoriak aurresaten dituenak bat datoz baldin eta bakarrik

$$a - \varepsilon_a \leq a_{\min} \leq a_{\max} \leq a + \varepsilon_a \qquad (7-41)$$

bada. A-k ongi definitutako a_i balioa badauka, A-ren tartea ondoko hau da: $a_{\max} - a_{\min} = 0$, eta, aurreko ezberdintasunen ordez, beste hau behar da:

$$|a - a_i| \leq \varepsilon_a. \qquad (7-42)$$

(Oztopoak ekiditearren, eta funtsera jotzearren, ondoko eztabaidan neurketa guztiak bapatekoak direla suposatu da).

Aldagai dinamikoari dagokion eragilea $\hat{A}$ denean, autobalio-ekuazioak (7–34) dira. Orduan doitasun-neurketa honela defini daiteke:

3. definizioa. A-ren doitasun-neurketa batetan neurtutako a baliotik gertuen dagoen autobalioa a_i bada, hauxe betetzen da:

$$2\varepsilon_a < |a_{i\pm1} - a_i|. \qquad (7-43)$$

Beraz, doitasun-neurketek espektro diskretuan elkarren ondokoak diren bi balio bereizten dituzte.

Biz t_0 delakoa A neurtzen deneko aldiunea. Baldin eta $|\psi(t_0)\rangle = |a_i\rangle$ bada, A aldagai dinamikoak a_i ongi definitutako balioa dauka t_0 aldiunean. Kasu honetan posiblea da A delakoa ε_a nahierarako errore batez neurtzea; bai eta doitasun-neurketa egitea ere.

Baldin eta $|a - a_i| \leq \varepsilon_a$ bada, eta oraintsu esandakoa kontutan harturik, emaitza experimentala gure formulazioaren aurresanekin bat datorrela baiezta daiteke.

Orain, baldin eta $|\psi(t_0)\rangle$ egoeraren garapenean, hau da, (7–35) ekuazioan, gutxienez bi koefiziente zero ez badira, t_0 aldiunean A-ren doitasun-neurketa ezinezkoa da.

Beraz, t_0 aldiunean A-ren doitasun-neurketa aldiune horretan sistema

A-ren autoegoera batetan baldin badago soilik da posible. (Von Neumann-en bertsioak ez du baldintza hau eskatzen). Hala ere, gure analisiak $\left|\psi(t_0)\right\rangle$ delakoan ez duela inongo baldintzarik jartzen ikusiko dugu. Beraz, edozein aldagai dinamikoren neurketa-arazoa analiza dezakegu, neurketa egin baino lehentxoago sistemaren egoera edozein delarik (ikus 7. 10. atala).

Bi zirrikituen experimentua analizatzerakoan esan dugunez, elektroia zein zulotatik pasa den jakiteko, elekroia bi zuloetako batetik pasatzea beharrezko da. Orain beste hau diogu, alegia, doitasun-neurketa baten emaitza a_i izateko, $\hat{A}$ eragileak a_i balioa edukitzea beharrezkoa dela.

Von Neumann-en bertsioaren aurka, gure interpretazioak ez du postulatzen, A-ren neurketa baten emaitza $\hat{A}$-ren autobalioren bat denik. Gainera, espektro diskretuaren kasuan, gure analisiak a_i autobalio batetik a neurtutako balioak zergatik gertu egon behar duen (ε_a txikiagotuz doan heinean, gero eta gertuago) adierazten du.

Demagun t_0 baino lehentxoago, sistema ondoko egoeran dagoela,

$$\left|\psi(t_0^-)\right\rangle = \sum_j c_j(t_0^-)\left|a_j\right\rangle, \qquad (7-44)$$

$$\text{non} \quad c_j(t_0^-) = \lim_{t\to t_0^-}\left\langle a_j \middle| \psi(t)\right\rangle \quad \text{den,} \qquad (7-45)$$

bertan $\lim\limits_{t\to t_0^-}$ delakoa ezker-limitea izanik eta $c_j(t_0^-)$ koefizienteetan bi gutxienez zero ez direlarik.

t_0 aldiunean, inguruneak sistemari soilik benetako aukera oinarrizko bakarra irekirik uzten badio, 7.4.1. atalean aipatu den 3. postulatuaren arabera, ondokoa bete behar da:

$$\left|\psi(t_0)\right\rangle = \left|\psi(t_0^-)\right\rangle. \qquad (7-46)$$

Kasu honetan A-ren doitasun-neurketa t_0 aldiunean ezin daiteke egin.

Beste aldetik, inguruneak t_0 aldiunean zenbait $\left[a_j\right]$ aukera oinarrizko

permititzen baditu, zeintzuren $|a_j\rangle$ egoerek (7–44) ekuazioan zero ez diren $c_j(t_0^-)$ koefizienteak dituzten, orduan aukerak benetakoak dira. Kasu honetan, t_0 aldiunean A-ren doitasun-neurketa egin daiteke. Esate baterako, baldin eta $[a_1]$ benetakoa bada, hauxe gerta liteke:

$$|\psi(t_0)\rangle = |a_1\rangle. \qquad (7-47)$$

t_0 aldiunean sistemak benetako aukera oinarrizko bi edo gehiago irekirik dauzkanean, ez da posiblea $|\psi(t_0)\rangle$ egoera zein izango den zehaztasun osoz esatea. Arrazoi berberagatik, kasu honetan aldiune horretan A-ren doitasun-neurketa bat egiten denean, ez da posiblea a_j autobalio ezberdinetan zein lortuko den aurresatea.

7.10. Neurketa-teorema

Demagun t_0 baino lehentxoago sistema ondoko egoeran dagoela:

$$|\psi(t_0^-)\rangle = \sum_j c_j(t_0^-)|a_j\rangle. \qquad (7-48)$$

t_0 aldiunean A-ren doitasun-neurketa bat egin ahal izateko, hau da, emaitza

$$|a - a_i| \leq \varepsilon_a \qquad (7-49)$$

izan dadin, sistemaren inguruneak $[a_i]$ benetako aukera onartu behar du t_0 aldiunean.

Frogapena

$[a_i]$ delako aukera, oinarrizkoa da, $|a_i\rangle$ egoera bakarrari dagokiolako. Beraz, $[a_i]$ soilik potentziala edo benetakoa izan daiteke. $[a_i]$ benetakoa bada, ondokoa da posiblea,

$$\left|\psi(t_0)\right\rangle = \left|a_i\right\rangle, \qquad (7-50)$$

eta kasu honetan, gure formulazioaren arabera, doitasun-neurketa baten emaitzak honako hau bete du:

$$\left|a - a_i\right| \leq \varepsilon_a. \qquad (7-51)$$

$\left[a_i\right]$ potentziala bada, beharrezkoa da

$$\left|\psi(t_0)\right\rangle \neq \left|a_i\right\rangle \qquad (7-52)$$

izatea. Kasu honetan ondoko bi posibilitateetako bat gerta liteke:

i) $\left|\psi(t_0)\right\rangle = \left|a_j\right\rangle, \quad \left(\neq \left|a_i\right\rangle\right)$ izatea. (7 – 53)

ii) $\left|\psi(t_0)\right\rangle$ egoeraren garapenean —(7–35) ekuazioan alegia— gutxienez bi koefiziente zero ez izatea.

i) Baldintza betetzen bada, gure formulazioak aurresaten du doitasun-neurketa batek ondoko baldintza bete behar duela:

$$\left|a - a_i\right| > \varepsilon_a. \qquad (7-54)$$

ii) Baldintza betetzen bada, neurketa-hipotesiak debekatzen du t_0 aldiunean A-ren doitasun-neurketa bat egitea.

t_0 aldiunean doitasun-neurketa bat egiteko, gure neurketa-teoremak aukeren izaeran baldintza bat jartzen du: teorema honek ez du inongo baldintzarik $\left|\psi(t_0^-)\right\rangle$ delakoan jartzen.

7.11. Experimentuaren beharra

Atal honetan gure bertsioari dagozkion aurresan experimentalak formulazio ortodoxoarekin bat datozela frogatuko da.

Jadanik frogaturik dago, A-ren zehaztasunezko neurketa baten emaitzak $\hat{A}$ eragilearen a_i autobalioren bat izan behar duela, von Neumann-en bertsioak dioenez. Gainera, sistema bakar batetarako, a_i autobalio bat lortzeko probabilitatea onartzen du gure bertsioak. Baita, berdin antolatutako sistemen multzo batetarako $\langle A \rangle$ batezbesteko balioa, eta beronen sakabanaketa kalkulatzea ere.

Soilik hartuko ditugu kontutan t_0 aldiunean A-ren doitasun-neurketak egiteko posibleak diren kasuak.

t_0 aldiunean A-ren doitasun-neurketa posiblea denean, bi kasu bereiz daitezke, jarraian aztertuko ditugunak.

Lehenengo kasua

Kasu hau ondoko baldintzak betetzen direnean gertatzen da:

i) $$\left|\psi\left(t_0^-\right)\right\rangle = \left|a_i\right\rangle, \quad \text{eta} \qquad (7-55)$$

ii) t_0 aldiunean benetako aukera oinarrizko soil bat irekirik dauka sistemak.

Orduan, derrigorrez honako hau beteko da,

$$\left|\psi\left(t_0\right)\right\rangle = \left|\psi\left(t_0^-\right)\right\rangle = \left|a_i\right\rangle, \qquad (7-56)$$

eta, beraz,

$$\langle A \rangle\left(t_0\right) = \langle A \rangle\left(t_0^-\right) = a_i, \qquad (7-57)$$

$$\text{eta} \quad \Delta A = 0. \qquad (7-58)$$

Gure formulazioaren arabera, berdin antolatutako M sistemetarako (guztiak $|a_i\rangle$ egoeran) A-ren M determinazioek M balio-bikotea emango dute:

$$(a_m, \varepsilon_{am}), \quad (m = 1,..,M), \text{ non } |a_m - a_i| \leq \varepsilon_{am} \text{ den.} \qquad (7-59)$$

Lehen kasu honetan gure formulazioaren aurresanak eta formulazio ortodoxoarenak bat datoz.

Bigarren kasua

Ondoko baldintzak betetzen direnean gertatzen da kasu hau:

i) $$|\psi(t_0^-)\rangle = \sum_{j=1}^{N} c_j(t_0^-)|a_j\rangle, \qquad (7-60)$$

non $c_j(t_0^-)$ koefiziente guztiak zero ez diren eta $N \geq 2$ den, eta

ii) t_0 aldiunean sistemari irekitzen zaizkion N aukera oinarrizko, $[a_j]$, benetakoak dira. Kasu honetan, t_0 aldiunean sistemaren egoera hauxe izango da:

$$|\psi(t_0)\rangle = |a_1\rangle \quad \text{edo} \quad |\psi(t_0)\rangle = |a_2\rangle \quad \text{edo...} \quad |\psi(t_0)\rangle = |a_N\rangle. \qquad (7-61)$$

Baldin eta $|\psi(t_0)\rangle = |a_i\rangle$ bada, gure formulazioak hauxe aurresaten du: neurketa baten emaitzak ondoko baldintza bete behar duela:

$$|a - a_i| > \varepsilon_a. \qquad (7-62)$$

4. postulatuari esker emaitza horren probabilitatea kalkula daiteke, ondokoa hain zuzen:

$$P\left(\left|a - a_i\right| \leq \varepsilon_a\right) = P\left(\left|\psi\left(t_0\right)\right\rangle = \left|a_i\right\rangle\right) = \left|\left\langle a_i \middle| \psi\left(t_0^-\right)\right\rangle\right|^2 = \left|c_i\left(t_0^-\right)\right|^2. \quad (7-63)$$

Berdin antolaturiko M sistemetarako (guztiak $\left|\psi\left(t_0^-\right)\right\rangle$ egoeran), M neurketek M balio-bikotea emango dute,

$$\left(a_m, \varepsilon_{am}\right), \qquad \left(m = 1,..,M\right), \qquad (7-64)$$

Biz M_i ondoko emaitza errepikatzen deneko kopurua:

$$\left|a_q - a_i\right| \leq \varepsilon_{aq}, \qquad \left(q = 1,..,M_i; M = \sum_i M_i\right). \qquad (7-65)$$

Biz, halaber,

$$f_i = \frac{M_i}{M} \qquad (7-66)$$

dagokion maiztasun erlatiboa. M handia bada,

$$f_i \approx \left|c_i\left(t_0^-\right)\right|^2 \qquad (7-67)$$

izango da. Gure formulazioaren arabera, $\left|c_i\left(t_0^-\right)\right|^2$ delakoaren balio gertua lortzen da experimentalki.

Beste aldetik, formulazio ortodoxoaren arabera, $\left|\hat{c}_i\left(t_0\right)\right|^2$ delakoaren balio gertu bat lortzen da experimentalki. (c letraren gaineko kapelak, kalkulua formulazio ortodoxoa baliagarritzat harturik egin dela adierazi nahi du).

Ezberdintasun hau garrantzitsua da ikuspuntu kontzeptualetik, nahiz eta ezberdintasuna aurresan experimentalekiko agertu ez.

t_0 aldiunean neurketa egiten bada, formulazio ortodoxoaren arabera,

$$\left|\psi(t_0)\right\rangle = \left|\psi(t_0^-)\right\rangle \qquad (7-68)$$

Hortik emaitza hau lor dezakegu:

$$\left|\widehat{c}_i(t_0)\right|^2 = \left|c_i(t_0^-)\right|^2 \approx f_i, \qquad (7-69)$$

bai eta hauexek ere:

$$\langle A\rangle(t_0^-) = \lim_{t\to t_0^-}\langle A\rangle(t) = \sum_i \left|c_i(t_0^-)\right|^2 a_i, \qquad (7-70)$$

$$\Delta A(t_0^-) = \lim_{t\to t_0^-}\Delta A(t). \qquad (7-71)$$

A-ren M neurketen batezbesteko balioa $\overline{a}$ bada, eta M handirako, berari dagokion desbidazio estandarra Δa bada, ondokoa izango dugu:

$$\langle A\rangle(t_0^-) = \widehat{\langle A\rangle}(t_0) \approx \overline{a}, \qquad (7-72)$$

$$\Delta A(t_0^-) = \widehat{\Delta A}(t_0) \approx \Delta a, \qquad (7-73)$$

Azkenean, gure formulazioak doitasun-neurketa baten emaitzak ondoko baldintza betetzen duela aurresaten du,

$$\left|a - a_i\right| \le \varepsilon_a, \qquad (7-74)$$

baldin eta soilik baldin

$$\left|\psi(t_0)\right\rangle = \left|a_i\right\rangle \qquad (7-75)$$

bada. Hau neurketaren emaitza bada, eta $\left|\psi(t)\right\rangle$ delakoa t bakoitzean eskuin-jarraia dela kontutan harturik, neurketa egin eta geroxeago

$$\left|\psi\left(t_0^+\right)\right\rangle = \left|\psi\left(t_0\right)\right\rangle = \left|a_i\right\rangle \qquad (7-76)$$

izango da. Projekzio-postulatuarekin bat dator hori.

7.12. Azken oharrak

Gure formulazioaren bi postulatu von Neumann-en lehenengo bi postulatuekin bat datoz praktikan. Von Neumann-en eta hemen ikusitako formulazioaren artean dagoen desberdintasunik handiena, 5. postulatuak Schrödinger-en ekuazioaren baliotasuna murrizteari buruzkoa da. Egoera-bektorea projektatuta dagoenean (behatzaile baten eskuhartzerik gabe gerta daiteke), Schrödinger-en ekuazioa ez da betetzen.

$\left|\psi\left(t_1\right)\right\rangle$ hasierako egoera eta hamiltondarra emanik, t_2 aldiunean, ($t_2 > t_1$ izanik), neurketa bat egiten bada, von Neumann-en formulazioak

i) $\left|\psi\left(t_2\right)\right\rangle$ egoeraren kalkulua egitea, eta

ii) aipaturiko emaitza ezberdin posibleei dagozkien probabilitateak kalkulatzea

permititzen du.

Formulazio horretan $\left|\psi\left(t_2\right)\right\rangle$ ezker-jarraia denez gero (eta behaketaren emaitza bategatik, azkenean, eskuin-jarraia), $\left|\psi\left(t_2^-\right)\right\rangle = \left|\psi\left(t_2\right)\right\rangle$ berdintza lor daiteke.

$\left|\psi\left(t_2^-\right)\right\rangle$ egoeran dagoen sistema bat emanik (neurketa baino lehentxoago), erakutsi da, aldagai dinamikoetarako (zeintzuri dagozkien eragileek espektro diskretu eta ez-endekatua daukaten) gure teoriaren aurresan experimentalak von Neumann-enarekin bat datozela. Gainera, $t_1 \leq t \leq t_2$ tarteko t bakoitzean, 5. postulatuaren baldintzak betetzen badira, orduan gure formulazioaren bidez lortutako $\left|\psi\left(t_2^-\right)\right\rangle$ egoera von

Neumann-en formulazio dela bide lorturiko $|\psi(t_2)\rangle$ egoerarekin bat dator. Beraz, t aldiune bakoitzeko, non $t_1 \leq t \leq t_2$, $|\psi(t_1)\rangle$ egoera orokor baterako *gure formulazioaren aurresan experimentalak von Neumann-en formulazioaren aurresanekin bat datoz*.

Izan ere, experimentatzaileari interesatzen zaizkion experimentu askotan, projekzio bakar bat gertatzen da (t_2 aldiunean). Halaber, ikusi egin da (7.4. atalean), egoera-bektorea atomoa detektagailu batetan kokaturik dagoenean soilik izan daitekeela projektatua. Projekzio honek aldagai dinamikoari permititzen dio, nahikoa balio garbia edukitzeko behar den doitasunez neurtzea. Aurkeztutako neurketa-hipotesiaren arabera, projekzioa gertatzen ez bada, ezin da neurtu (doitasun handiz). Kasurako, bi zirrikituen experimentuan, ezinezkoa da elektroiaren ibilbidea ezagutzea (posizioa neurtzea).

Gure formulazioak, beraz, von Neumann-en formulazioaren emaitzak berak ematen ditu (aldagai dinamikoekin bai behintzat, zeintzuri dagozkien eragileek espektro ez-endekatu eta diskretua daukaten). Gainera, projekzioan behatzailearen eskuhartzea soberan dago aipatutako bertsioan. Hitz batez, neurtu beharreko objektua, neurtzen duen aparatua eta behatzailea bereizirik eta guztiok errealak izanik, geure bertsioa interpretazio ortodoxoa baino sendoago dela uste dugu.

Aurkezturiko bertsioa objektiboa da: $|\psi(t_0^-)\rangle$ delakoak eta inguruneak soilik determinatzen dute, sistemak neurketan zenbat aukera dauzkan. Gure ustez, naturan berezko prozesu-mota bi gertatzen dira: kausal hertsiak eta probabilitatezko legeak betetzen dituztenak. Biak laburtezinezkoak dira, zeren $|\psi(t)\rangle$ delako funtzioa ez-jarraia deneko egoera, era arbitrario batez ezin bilaka baitaiteke $|\psi(t)\rangle$ funtzioa jarraia deneko egoera, eta alderantziz. Beraz, baldin eta sistemaren bilakaera guztiak Schrödinger-en ekuazioak determinatuko lituzkeela frogatuko balitz, hemen aurkezturiko bertsioak porrot egingo luke[7].

7.13. Oharrak

1) Dirac-en (DI 58) notazioa erabiliz, $|\phi\rangle$ egoeran dagoen sistema baterako, A neurgarriaren neurketa baten emaitza, $\hat{A}$ eragileaz adierazia, λ_1 eta λ_2 artean dagoen probabilitatea $|\psi|^2$ da, non $|\psi|$ delakoa hurrengo egoera-bektore honen norma den,

$$|\psi\rangle = \left(E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2}\right)|\phi\rangle \qquad (7-77)$$

eta E_λ delakoa $\hat{A}$-ri dagokion identitatearen ebazpena den. $\hat{A}$ eragile autoadjuntu lineal bakoitzari identitate-ebazpen bakar bat dagokio, hau da, projekzio-multzo bat.
λ delakoa $\hat{A}$-ren autobalioa da, baldin eta zero ez den ψ bektorea badago (λ-ri dagokion autobektorea deitua), zeinak ondokoa betetzen duen,

$$\hat{A}\psi = \lambda\psi. \qquad (7-78)$$

Autobalio bat ez-endekatua da, baldin eta autobalio horri dagozkion autobektoreen azpiespazioa unidimentsionala bada. Ikus Jammer (JA 74, 2-9 or.)

2) Dirac-en notazioaz, $|\phi\rangle$ egoera-bektorearen eboluzio denborala

$$i\hbar\frac{d}{dt}|\phi\rangle = \hat{H}|\phi\rangle \qquad (7-79)$$

ekuazioak determinatzen du, non $\hat{H}$ eragile hamiltondarra den.

(3) Fock-ek dioenez (FO 57, 655 or.), *«uhin-funtzioa ez da eremu erreala (...) beraren bapateko aldaketa ez da eremu baten aldaketa*

bezalako prozesu fisiko bat. Prozesu fisiko bat dago lotuta egin den experimentuarekin, baina prozesu honek zeharka eragiten dio uhin-funtzioari probabilitate-problema birformulatu beharrean».

(4) Propietate objektibo hauek erreferentzi markoa kontutan hartzen dute (FO 57, FO 71, FO 78, CI 83).

(5) Iragapen hau estatistikoki karakterizatzeko, hau da, probabilitate-banaketa lortzeko, neurketa-saio batzu egin behar dira. Neurketa-saio horien analisi estatistikoaren emaitza modura lortzen da probabilitate-banaketa. Probabilitate-banaketa experimental hau banaketa teorikoarekin konpara daiteke, uhin-funtzioari dagokionarekin, alegia.

(6) Uhin-funtzioa ahalbide-potentzial kontzeptuari dagokio. Beraz, ez dagokio multzo estatistiko bati. Azken hau gertatu izan denari dagokio, hau da, jadanik gertatutako experimentuen emaitzei. Kanpoko baldintzetan jarritako objektu baten portaeraren probabilitatea, objektuaren barneko propietateek eta kanpoko baldintza horien izaerak determinatzen dute. Objektuaren ahalbide potentzialak karakterizatzen dituena, zenbaki bat da: beraren neurri numerala maiztasun erlatiboa da. Probabilitatea objektu soilari dagokio eta beronen posibilitate potentzialak karakterizatzen ditu; beraren zenbakizko balioa experimentu bidez determinatzeko, posibilitate horien gauzatzearen estatistika behar da; experimentuaren errepikapen asko behar dira, alegia. (Probabilitatea eta balio estatistikoak ez dira gauza bera. Azken hauek, experimentuen bidez lorturik, teorian erabiltzen den probabilitate-kontzeptua baieztatzen edo ukatzen dute).

(7) Kasu, Cini-k egindako lanean (CI 83) erakutsi nahi da, autobalioetara, aparatu eta sistemaren elkarrekintza dela bide,

egoeren gainezarmena projektatzen dela, zeina Schrödinger-en ekuazioak berak determinatzen duen. Hori horrela balitz, gure bertsioak ez luke ezer balioko. Penrose-rekin batera (PE 89) diogun ezen, uhin-paketearen laburketaren prozesua Schrödinger-en ekuaziotik ateratzea ezinezkoa dela. Hain zuzen ere, Schrödinger-en ekuazio lineala simetria denboralekoa den birtartean, uhin-paketearen kolapsoak ez du lagatzen ezelako simetria denboralik.

8. HITZATZEA

Mekanika Kuantikoaren iraultza zientifikoa 1925eko udaberritik 1927ko udazkenerako tartean gauzatu zen, Heisenberg-en matrize-mekanikatik (1925ean) eta Schrödinger uhin-mekanikatik (1926an) abiatu eta Born-en probabilitatearen interpretaziora (1926an) eta Heisenberg-en desber-dintzetara (1927an) heldurik. Bohr-en osagarritasun-printzipioarekin (1927an) Mekanika Kuantikoari birilbiltasuna eman nahi zitzaion. Harrez gero, *Kopenhage-ko interpretazioa* izenaz da ezaguna, Bohr-en inguruan sorturiko bertsioa.

Gure aldetik, Mekanika Kuantikoaren interpretazio estandarrari bertsio errealista ematen saiatu gara. Mundu kuantikorako Planck-en konstantearen finitutasunaren $(h > 0)$ ondorioak, Erlatibitatearen Teorian, denbora eta espaziorako argiaren abiaduraren finitutasunaren $(c < \infty)$ inplikazioak bezain "arraroak" dira.

Fisikari gehienek Mekanika Kuantikoaren interpretazio estandarra onetsi dute. Hala ere, lan honetan teoria horren interpretazioa izan da eztabaidarako gaia. Hemen defendatu duguna ondokoa izan da, alegia, Mekanika Kuantikoaren ontologia estandarra errealista dela, hau da, elektroi, protoi, fotoi eta gainontzeko kuantoien mundua guregandik kanpo dagoen mundua dela, guk behatu edo ez. Gainera, mundu kuantikoak Mekanika Kuantikoak adierazten duen moduan funtzionatzen du.

Mundu kuantikoa. Mekanika Kuantikoa aplikatzen deneko mundua gure eguneko experientzietatik urrun dago oso. Mundu kuantikoa mundu klasikotik ez soilik kuantitatiboki ezeze kualitatikoki ere desberdina da guztiz.

Mundu klasikoan aldagaiak beti jarraiak diren bitartean, mundu kuantikoan aldagaiak ezjarraiak dira zenbait kasutan, diskretuak alegia.

Mundu kuantikoa nola ezagutzen dugun. Aparatu klasikoak behar ditugu mundu kuantikoa "ikusteko". Aparatuak paper garrantzitsua jokatzen du neurketa kuantikoetan. Neurtzeko aparatua sistema fisikoa da, zeinak behatzen dugun sistemak berak behar dituen legeak eta teoriak bete behar dituen. Sistema-aparatu elkarrakzioa sistema-sistema elkarrakzioaren antzekoa da.

Mundu kuantikoaz ezagut dezakeguna. Mekanika Klasikoan sistema baten aldagai guztiak ezagut daitezke, une berean, eta (printzipioz) edozein doitasunez. Hori ezinezkoa da Mekanika Kuantikoan. Egoera "puruetan" soil-soilik dagoen sistema kuantikoa aldagaien multzo batek karakterizatzen du erabat. Multzo hau sisteman neur daitezkeen aldagai guztien azpimultzo bat da. Sistemaren egoera aldagai horietan soilik da "zorrotza". Aldagai hauek Hilbert-en espazioan bata bestearekiko konmutatzen duten eragile autoadjunktuak dira; beraien balioak autobalioak dira, eta, egoera eragile horien autofuntzioa da.

Bestalde, ba daude "zorrotzak" ez diren aldagaiak. Honek esan nahi du balio desberdinekin ager daitezkeela. Zein balio agertuko den, probabilitate-banaketak ematen du.

Elkarrekin konmutatzen ez duten bi aldagairen emaitza matematikoa, Heisenberg-en desberdintzaren erlazioa da: aldibereko bien neurketak ezin du balio zehatzik eman biotarako $(\Delta p \cdot \Delta q \geq \hbar)$.

Sistema kuantiko baten egoeraren dinamika ez da probabilistikoa, egoera ekuazio determinista baten bitartez aldatzen baita (Schrödinger-en ekuazioa). Beste sistema batekin talka egiten duenean, eta berarekin eragiten duenean, aldaketak agertzen dira, zeintzu bakarrik bi sistemen eta berauen arteko elkarrekintzaren ezaguera osoak ematen dituen. Elkarrekintza honek sistema aldatu egiten du; beraz, elkarrekintza

bukatzen denean (esate baterako, bi partikulak elkarri talka egiten diotenean eta gero elkarretik aldentzen direnean), sistema (orokorrean) erabat konmutaturik dauden aldagai ezberdinen multzo baten autoegoera batetan izanen da.

Ezin ezagut dezakeguna, ez dagokio gure abileziarik ezari. Mekanika Kuantikoaren arabera hori gertatzen da sistema kuantikoa egoera batetan dagoelako, non informazio hori ez dagoen: aldagaiak egoera horretan balio-banaketa bat dauka. Banaketa hori prezeski ezaguna da. Aldagai horren batezbesteko balioa konputa daiteke, bai eta banaketa horrekiko loturik dagoen sakabanaketa ere:

$$\Delta A = \left(\left\langle A^2 \right\rangle - \langle A \rangle^2\right)^{1/2}. \qquad (8-1)$$

Probabilitate-banaketa kuantiko honen eta banaketa klasikoaren arteko ezberdintasuna, hauxe da: lehena probabilitate-anplitudeen batuketaren karratua den bitartean (egoeren gainezarmen koherentea), bigarrena probabilitate-anplitudeen karratuen batuketa da (egoeren gainezarmen ez-koherentea). Honek esan nahi du, aldagai baten bi balio ezberdinak agertzeko probabilitatea bata bestearekin "interferi" daitekeela mundu kuantikoan. Interferentzia hori ezinezkoa da Mekanika Klasikoan.

Izaera hau, non aldagai batek balio-banaketa bat daukan, A aldagaiaren autobalio batetan ez dagoen A aldagaia neurtzen denean gertatzen da.

Sistema kuantikoaren eta neurtzeko aparatuaren arteko elkarrekintzak sistemaren egoera A-ren autoegoera konkretu batetara aldatuko du, zeinaren autobalioa aparatuak detektatuko duen.
Prozesu honetan gertatzen dena "uhin-paketearen laburketa" izenaz da ezaguna. Neurketa-prozesuaren lehen partean sistemak eta aparatuak elkarri eragiten diote, Mekanika Kuantikoaren lege dinamikoaren arabera. Ondorio gisa, orokorrean, egoeren gainezarmena lortzen da,

egoera bakoitzak hauxe daukala, alegia, A-ren autoegoera bat gehi egoera horren autobalioari egokia zaion "posizio-indikatzailea" markatzen duen aparatuaren egoera. Baina aparatuaren natura (makroskopiko) klasikoak ezin du gainezarmen koherente hori permititu. Beraz, Mekanika Klasikoan agertzen denaren antzeko gainezarmen ez-koherente bat lortuko da, fase-erlazioak deuseztatu egingo dira, eta egoerak desloturik egongo dira. Azkenean, horrelako egoera batek marka bat uzten du, azken "posizio-indikatzailea" hain zuzen ere.

Weinberg-en ustez (WB 93, 51. or), Naturari buruz gaur egun dugun ezagueraren barnean, etor daitekeen "azken teorian" iraungo duen ezer badago, hori Mekanika Kuantikoa da. Beraren eritziz, etorkizunean ere Mekanika Kuantikoak "azken teoriaren ezaugarri baliodun" izaten segituko du (WB 93, 70. or).

Penrose-ren aburuz (PE 93), aldiz, teoria kuantikoak aldaketa garrantzitsuak jasan beharko ditu, "azken teoriaren" aukera eduki ahal izateko.

Lan hau ia bukatzear zegoenean, Penrose-ren liburua (PE 89) irakurtzeko parada izan dut. Liburu horretaz zertxobait aipatu da. Dena den, fisikari euskaldun gazteari gomendioren bat ematekotan, Penrose-ren aldekoa litzateke. Egia da, Grabitazio Kuantikoaren teoriarik ez dagoela. Baina azken teoriaren antzekorik ezagut baledi, Penrose-k aipaturiko ildotik etor liteke. Bien bitartean, errealistok Mekanika Kuantikoa era errealista batez "interpretatu" besterik ez dugu egin.

Kontua da Mekanika Kuantikoan gertatzen diren probabilitateen arteko interferentzia ez dela existitzen Mekanika Klasikoan. Hala ere, Mekanika Kuantikoa baieztatu egin dute hamaika experimentuk, garrantzitsuenak, beharbada, Paris-en, 1982an, gauzatutakoak izanik (AS 82a, AS 82b).

Gainezarmen-printzipioa da koerlazio kuantikoen erantzulea. Guk printzipio hori naturaren legetzat onartu behar dugu, argiaren abiadura konstantea dela onartzen dugun bezalaxe.

9. BIBLIOGRAFIA

Mekanika Kuantikoaren sorrera eta garapenaz jabetzeko libururik azpimarragarrienak hauexek dirateke: Jammer (JA 66, JA 74) eta Mehra eta Rechenberg (MR 82).

Zenbait experimentu kuantikotarako, sarrera moduan, Wichmann-en (WC 71) eta Lévy-Leblond eta Balibar-en (LB 90) liburuak egokiak dirateke.

Mekanika Kuantikoaren interpretazio ortodoxoaren bertsio modernoenetakoa eta gardenena hauxe dateke: Cohen-Tannoudji et al. (CT 77).

Horietaz gainera, erabilitako bibliografia hauxe izan da:

AS 75 Aspect, A. (1975) Proposed experiment to test separable hidden-variable theories, *Phys. Let.*, 54A, 117-118.

AS 81a Aspect, A. (1981) Expériences Basées sur les Inégalites de Bell, *Journal de Physique*, Colloque C2, Supplément au No 3, 63-80.

AS 81b Aspect, A. et al. (1981) Experimental Tests of Realistic Local Theory vis Bell's Theorem, *Physical Review Letters*, 47: 460-463.

AS 82a Aspect, A. et al. (1982), Realization of E-P-R-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell's Inequalities, *Physical Review Letters*, 49: 91-94.

AS 82b Aspect, A. et al. (1982) Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers, *Physical Review Letters*, 49: 1804-1807.

BA 70 Ballentine, L.E. (1970) The Statistical Interpretation of Quantum Mechanics, *Review of Modern Physics*, 42, 4: 358-381.

BA 70 Ballentine, L.E. (1972) Einstein's Interpretation of Quantum Mechanics, *American Journal of Physics*, 40: 1763-1771.

BE 64 Bell, J. S. (1964) On the Einstein Podolski Rosen Paradox, *Physics*, 1: 195-200.

BE 66 Bell, J. S. (1966) On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics, *Rev. Modern. Phys*., 38: 447-452.

BE 71 Bell, J. S. (1971) Introduction to the Hidden-Variable Question, in B. d'Espagnat (ed.) *Foundations of Quantum Mechanics*, 171-181 orr., New York: Academic Press.

BE 87 Bell, J. S. (1987) *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press.

BO 51 Bohm, D.(1951) *Quantum Theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

BO 52 Bohm, D.(1952) A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden" Variables, I-II, *Physical Review*, 85, 2: 166-193.

BO 84 Bohm, D.(1984) Measurement Understood Through the Quantum Potential Approach, *Foundations of Physics*, 14, 3: 255-274.

BY 57 Bohm, D. eta Y. Aharonov (1957) Discussion of Experimental Proof for the Paradox of E. P. and R., *Physical Review*, 108: 1070-1076.

BV 54 Bohm, D. eta J.P. Vigier (1954) Model of the Causal Interpretation of Quantum Theory in Terms of a Fluid with Irregular Fluctuations, *Physical Review*, 96, 1: 208-216.

BH 34 Bohr, N. (1934) *Atomic Teory and the Description of Nature*. Cambridge: Cambridge University Press.

BH 49 Bohr, N. (1949) Discussion with Einstein on Epistemological Problems in Atomic Physics, in, P. A. Schilpp (ed.) *Albert Einstein Philosopher-Scientist*. La Salle, Il: Open Court.

BH 58 Bohr, N. (1958) *Atomic Physics and Human Knowledge*. New York, Wiley.

BR 49 Born, M. (1949) *Natural Philosophy of Cause and Chance*. Oxford: Claredon.

BR 55 Born, M. (1955) Statistical Interpretation of Quantum Mechanics, *Science*, 122, 3172: 675-679.

BR 56 Born, M. (1956) *Physics in my Generation*. London: Pergamon.

BR 71 Born, M. (1971) *The Born-Einstein Letters*. London: Macmillan.

BU 75 Bub, J. (1975) Popper's Interpretation of Probability and Quantum Mechanics, in G. Maxwell eta R. M. Anderson jr. (ed.) *Induction, Probability and Confirmation*. Minneapolis: University of Minnesota Press.

CI 83 Cini, M. (1983) Quantum Theory of Maesurement without Wave Packet Collapse, *Nuovo Cimento*, 73b, 1: 27-55.

CL 90 Cini, M. eta J. M. Lévy-Leblond (ed), (1990) *Quantum Theory without Reduction*. Bristol: A. Hilger.

CS 78 Clauser, J.F. eta A. Shimony (1978) Bell's Theorem: Experimental Tests and Implications, *Rep. Prog. Phys.*, 41: 1881-1926.

CO 66 Cohen, L. (1966) Can QM be Reformulated as a Classical Probability, *Philosophy of Science*, 33: 317-322.

CT 77 Cohen-Tannoudji, C. et al. (1977) *Quantum Mechanics*. New York: Wiley.

DI 58 Dirac, P. (1958) *Principles of Quantum Mechanics*. Oxford: Clarendon.

DY 79 Dyson, F. (1979) *Disturbing the Universe*. New York: Harper & Row.

EI 49 Einstein, A. (1949) Autobiographical Notes, in P. A. Schilpp (ed.) *Albert Einstein Philosopher-Scientist*. La Salle, Il: Open Court.

EI 50 Einstein, A. (1950) *Out of my Later Years*. New York: Citadel.

EI 53 Einstein, A. (1953), in *Scientific Papers Presented to Max Born*. New York: Hafne.

EI 71 Einstein, A. eta L. Infeld (1971) *The Evolution of Physics*. New York: Simon & Schuster.

EP 35 Einstein, A., B, Podolsky eta N. Rosen (1935) Can Quantum-Mechanical Description of Reality be Considered Complete? *Phys. Rev*., 47: 770-780.

FY 81 Feyerabend, P. (1981) *Realism, Rationalism and Scientific Method*. Cambridge, Cambridge University Press.

FE 51 Feynman, R.P. (1951) The concept of Probability in Qunatum Mechanics, *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*. Berkeley: University of California Press.

FE 62 Feynman, R.P. (1962) *The Theory of Fundamental Processes*. New York: Benjamin.

FE 65 Feynman, R.P. (1965) *The Character of Physical Law*. Cambridge, MA: MIT Press.

FE 82 Feynman, R.P. (1982) Simulating Physics with Computers, *International Journal of Theoretical Physics*, 21, 6/7: 467-488.

FE 84 Feynman, R.P. (1984) Negative Probability, MS, California Institute of Technology.

FE 85 Feynman, R.P. (1985) "*Surely You're Joking, Mr. Feynman*." New York: Norton & Co.

FH 65 Feynman, R.P. eta A. R. Hibbs (1965) *Quantum Mechanics and Path Integrals*. New York: McGraw-Hill.

FW 87 Feynman, R.P. eta S. Weinberg (1987) *Elementary Particles and the Law of Physics*. Cambridge: Cambridge University Press.

FA 65 Feynman, R.P. et al. (1965) *Lectures on Physics. Quantum Mechanics*. 3. bol., Reading, MA: Addison-Wesley.

FO 57 Fock, V.A. (1957) On the Interpretation of Quantum Mechanics, *Czechoslovak Journal of Physics*, 7: 643-656.

FO 71 Fock, V.A. (1971) Quantum Physics and Phylosophical Problems, *Foundations of Physics*, 1, 4: 293-306.

FO 78 Fock, V.A. (1978) *Fundamentals of Quantum Mechanics*. Moscow: Progress.

HE 58 Heisenberg, W. (1958) *Physics and Philosophy*. New York: Harper.

JA 66 Jammer, M. (1966) *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*. New York: McGraw-Hill.

JA 74 Jammer, M. (1974) *The Philosophy of Quantum Mechanics*. New York: Wiley.

KO 50 Kolmogorov, A. (1950) *Foundations of Probability*. New York: Chelsea.

LB 90 Lévy-Leblond, J-M eta F. Balibar (1990), *Quantics. Rudiments of Quantum Physics*. New York, North-Holland.

LL 73 Lévy-Leblond, J-M. (1973) Les Inegalites de Heisenberg, *Encart Pedadogique, Supplément au Bulletin de la Soc. Fr. Phys*., **14**: 15-22.

MR 82 Mehra, J. eta H. Rechenberg (1982) *The Historical Development of Quantum Theory*. **5**, New York: Springer-Verlag.

PA 82 Pais, A. (1982) *Subtle is the Lord. The Science and Life of Albert Einstein*. New York: Oxford University Press.

PA 86 Pais, A. (1986) *Inward Bound. Of Matter and Forces in the Physical World*. New York: Oxford University Press.

PE 86 Penrose, R. (1986), Gravity and State Vector Reduction, in C. S. Isham and R. Penrose (ed.) *Quantum Concepts in Space and Time*. Oxford: Oxford University Press.

PE 89 Penrose, R. (1989) *The Emperor's New Mind*. Oxford: Oxford University Press.

PE 93 Penrose, R. (1993) Nature's Biggest Secret, *New York Review of Books*, vol. XL, W.17: 78-82.

PL 33 Planck, M. (1933) *Where is Science Going*? London: Allen & Unwin.

RE 70 Rény, A. (1970) *Foundations of Probability*. San Francisco, CA: Holden-Day.

RO 83 Rohrlich, F. (1983) Facing Quantum Mechanical Reality, *Science*, 221, 4617: 1251-1255.

SC 49 Schilpp, P.A. (ed.) *Albert Einstein Philosopher-Scientist*. La Salle, Il: Open Court.

SH 35 Schrödinger, E. (1935) Discussion of Probability Relations Between Separated Systems, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 31: 555-563.

SH 78 Schrödinger, E. (1978) *Collected Papers on Wave Mechanics*. New York, Chelsea.

SO 28 Solvay (1928) *Electrons et Photons*. Paris: Gauthier-Villars.

VN 55 von Neumann, J. (1932-1955) *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*. Princeton: Princeton University Press.

VW 73 von Weissäcker, C.F. (1973) Classical and Quantum Descriptions, in J. Mehra (ed.) *The Physicist's Conception of Nature*. Dordrecht: Reidel.

WB 93 Weinberg, S. (1993) *Dreams of a Final Theory*. London: Hutchinson Radius.

WE 84 Weisskopf, V.F. (1984) The Frontiers and Limits of Science, *Daedalus*, 113, 3 zenb.

WZ 83 Wheeler, J.A. & W.H. Zurek (1983) *Quantum Theory of Measurement*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

WI 32 Wigner, E. (1932) On the Quantum Theory for Thermodynamic Equilibrium, *Physical Review*, 40: 749-759.

WC 71 Wichmann, E.H. (1971) *Quantum Physics, Berkeley Physics Course-Volume 4*. New York: McGraw-Hill.

ZU 81 Zurek, W. H. (1981) Pointer basis of quantum apparatus: Into what mixture does the wave packet collapse?, *Phys. Rev*. D24: 1516-1525.

ZU 82 Zurek, W. H. (1982) Environment-induced superselection rules, *Phys. Rev*. D26: 1862-1880.

ZU 83 Zurek, W. H. (1983) Information transfer in quantum measurements: Irreversivility and amplification, in Meystre, P. eta M. O. Scully (1983), *Quantum optics, experimental Gravitation, and Measurement Theory*. New York: Plenum.

10. BI MUNDU, BI IKUSPEGI

Miresten ditudan bakarrak lehengo eta oraingo zientzi gizon eta emakumeak dira, ez inongo politikaririk. Gizon eta emakume horien artean, agian gehien harritzen nautenak Bohr eta Einstein dira. Bi gizon erraldoi horien artean ikaragarrizko eztabaida zientifiko egon zen. Izan ere, Bohr eta beste zenbaitek asmaturiko Mekanika Kuantikoaren aurka, Einstein altxatu zen behin eta berriz, teoria hori osoa ez zelakoan eta beste bat eraiki nahiz. Einstein-ek zenbait experimentu imajinatu asmatu zuen. Agian ezagunena, Einstein-Podolski-Rosen paradoxa dateke, 1935an argitaratua. Paradoxa horren bidez frogatu nahi zen edozein partikulak ba dauzkala, une berean, posizio eta momentu lineal (abiadura, nahi bada) zehatz eta konkretuak. Urteak pasa dira experimentu horren alde eta kontrako argudioak emanik, eta bakarrik joan den hamarkadan, 1982an hain zuzen ere, frogatu egin da, behin betiko, Bohr-ek arrazoia zeukala, eta mundu kuantikoan, "kuantoi" baten posizioa zehazki ezagutzen bada, momentu lineala (edo abiadura) ezezaguna dela erabat. Horrek Heisenberg-en desberdintzei arlo kuantikoan aparteko garrantzia ematen die. Hau da, mundu horretan agertzen diren fenomenoak bereziak dira eta gure mundu klasikoan erabiltzen ditugun kategoriak aplikaezinak dira mundu kuantikoan.

Argi dago, mundu politikoa ez dela Fisikan ikertzen dena. Analogiaz edo, zertxobait esatera ausartuko nintzateke, zeren mundu politikoan ere arloak eta marko ezberdinak baitaude. Kasurako, Urliak esan dezake oraingo marko politikoarekin, zeinaren bitartez Hego Euskal Herria

bitan zatiturik dagoen, independentziarantz abia daitekeela. Hau da, Autonomi Estatutua eta Hobakuntza Forala direla medio, hots, bi arlo oso konkretuok direla bide, zeintzu, marko orokorrean, Espainiar Konstituzioak babesten (zentzu guztietan) dituen, Euskal Herriaren independentziarantz abia daitekeela.

Mekanika Kuantikoaren eta Mekanika Klasikoaren artean gertatzen denaren antzera, politika mailan ere antzeko zerbait agertzen da. Mekanika Kuantikoaren mundua ezin iker eta azal daiteke Fisika Klasikoa erabiliz. Halaber, Euskal Herriaren independentzia ezin koka daiteke Espainiar Konstituzioaren marko legalean, beste marko bat behar du, zeina, *definizioz*, Estatutuaren marko eta Hobakuntza Foralaren markotik kanpo dagoen. Hori holaxe dela frogatzeko, ez dut uste Bohr bat edo eta Einstein bat behar ditugunik.

Lehengo parekatzeari jarraituz esan dezakegunez, Estatutua edo eta Hobakuntza Forala ongi finka badaitez, orduan independentzia ezinezkoa izanen dela. Eta alderantziz, independentzia ongi zehatz badezagu, ezinezkoa izanen dela Estatutua (edo eta Hobakuntza Forala) finkatzea.

Arazoa, beraz, ez da abiapuntua zer nolakoa izanen den. Kontua da, independentziaren eta autonomiaren munduak bi mundu desberdin direla, zeinak bere ikuspegi berezi eta aldaezinarekin. Arlo batean agertzen diren ezaugarriak, ezin neur daitezke bestean daudenekin. Bi kategori mota desberdinetako bi arlo desberdinak dira. Bata bestearekin neurtzea, zirkulua karratu bilakatzea litzateke, eta hori, ume guztiok dakitenez, ezinezkoa da.

Are okerrago litzateke, “geroko gero” delako hartan ibili nahi izatea. Halako zerbait, alegia: ongi zehatz ditzagun Estatutua eta Hobakuntza

Forala, eta gero (noiz?) lotuko gatzaizkio independentziari. Argudiatzeko (?) era hau, demagogia hutsa besterik ez da.

Argi gera bedi, behin betiko, Mekanika Kuantikoan gertatzen den antzera, bi mundu desberdinen aurrean aurkitzen garela, eta batetik bestera iragaitera ezinezkoa dela, *malgrè* zenbait politikero.

Gauza bertsua esan daiteke legitimotasunaz eta legaltasunaz. Ohizko maila super-ofizialean eta super-ortodoxoan, esan behar da, autodeterminazio eskubidea eskubide demokratikoa dela, eta bera onartzen ez duen sistema ez dela sistema demokratikoa. Halaber, eskubide hori herri oso bati dagokiola, eta ez inolako alderdiri. Beraz, legitimotasunaz hitz egiten denean, argi izan bedi, autodeterminazio-eskubidea herri osoari dagokiola. Autodeterminazio-eskubidea lortzen ez duen bitartean, herri horrek har ditzakeen bide guztiak zilegiak dira, legitimoak dira, nahiz eta batzu, marko kontretu batetan, ezlegaltzat hartuak izan. Legaltasuna Estatuak (Estatuek) markatzen duen (duten) bitartean, (autodeterminazioarekiko) legitimotasuna herriari dagokio ez inolako alderdiri, ez eta alderdi-zopa edo eta porrusaldari ere.

Barka nazatela Bohr-ek eta Einstein-ek beraien izenak erabiltzearren, baina politikeroen eta kazetari kaxkarren ausartkeria gehiegixkoa dela uste dut.

KONTZEPTUEN ETA IZENEN AURKIBIDE ALFABETIKOA

abiadura, 7, 8, 9, 10, 11, 15
abiadura partikula, 15
Aharonov, 46
ahalbidea, 91
ahalbide potentziala, 91, 127
aldagai dinamikoa, 19
aldagai ez-elkargarri aleatorioa, 63
aldagai ezkutuak, 22, 42
aldagai konjokatu kanonikoa, 60, 61
aldaketa desjarraia, 112
aldaketa ez-jarraia, 112
aldiberekotasun-kontzeptua, 3
algebra boolearra, 63, 67
analizatzailea, 74, 80
anplitudea, 32, 35, 64, 68, 71, 81
antolaketa-etapa, 54
aparatu matematikoa, 87
argiaren abiadura, 6
Aspect, 29, 30, 41, 48, 49, 51, 76
Aspect-en experimentua, 48
aukera, 93, 95, 96, 97, 98
aukera benetakoa, 96, 100, 102, 118
aukera, oinarrizkoa, 94, 110, 120, 121
aukera oinarrizkoa benetazkoa, 94
aukera oinarrizkoak potentzialak, 101
aukera potentziala, 94, 96, 100, 104, 105
aurkitzeko probabilitatea, 62, 74, 80
aurkitzeko probabilitate-anplitudea, 73
autobalioa, 25, 26, 55, 70, 83, 99, 110, 113, 116, 117, 120, 126, 127, 130, 131, 132
autobalio-ekuazioa, 26, 110, 116
autobalioak diskretua, 23
autobalioak ez-endekatuak, 70, 126
autobektorea, 99, 100, 110, 126
autobektoreen azpiespazioa, 126
autoegoera, 26, 55, 60, 82, 99, 113, 117, 131, 132
autoegoera hutsa, 54
autoegoeren gainezarmena, 54, 84
autofuntzioa, 38, 70, 75, 89, 130
autofuntzio propioa, 26
autofuntzioen konbinazio lineala, 96
azarea, 76
azareko desbiderapenak, 24, 25
azareko eremua, 25
azareko talkak, 25
azken teoria, 132

Balibar, 48
balio-banaketa, 131, 131
balio estatistikoak, 127
Ballentine, 87, 91
banaketa, 18, 19, 26, 113
base ortogonal osoa, 95
batezbesteko balioa, 114, 120, 122, 131
batezbesteko desbideraketa estandarra, 19
behatzailea, 3, 13, 22, 24, 70, 76, 78, 87, 89, 91, 103, 106, 107, 109, 124, 125
bektorearen normaren karratua, 17
Bell, 42, 51

Bell-en desberdintza, 42, 44, 45, 48, 51
benetako aukera, 105, 118
benetako aukera oinarrizko, 97, 109, 111, 112, 117
berezko prozesua, 13, 125
bertsio estatistikoa, 87
bertsio modernoa, 133
bertsio objektiboa, 27, 76, 87, 107, 125
bertsio ortodoxoa, 1, 2, 87, 88, 109
bertsio subjektiboa, 107
bi zirrikituen experimentua, 31, 32, 65, 103, 105, 117, 125
Bohm, 38, 41, 46
Bohr, 1, 2, 6, 7, 8,11, 12, 29, 30, 53, 57, 62, 71, 75, 76, 78, 79, 81, 129, 143, 144, 145
Born, 15, 30, 35, 36, 52, 76
Born-en postulatuak, 61
Born-en printzipioa, 62
Born-en probabilitatearen interpretazioa, 129
Bub, 64
Bunge, IX, 27

Cini, 27, 81, 84, 127
Cohen, 66
Cohen-Tannoudji, 1, 48

"denbora-eragilea", 19
de Broglie, 8, 30
desberdintzak, 27
desbidazio estandarra, 123
desbideraketa estandarra, 26
desbiderazioak, 25
detektaketarako etapa, 79
determinismoa, 11, 30,70, 106
determinismo klasikoa, 70, 108
determinismo kuantikoa, 108
determinismorik eza, 69, 70
diferentziagarria, 92, 95, 112
difrakzioa, 4, 6,
difrakzio-fenomenoak, 4
difrakzio-irudi, 15, 31
diskretua, 130
distantziarako ekintza, 78
Dirac, 1, 26, 30, 36, 67, 76, 83, 89, 93, 97, 101, 126
Diu, 1
doitasun-neurketa, 116, 117, 118, 119, 120, 123

eboluzio kausal hertsia, 113
edukitzeko probabilitate-anplitudea, 74
efektu fotoelektrikoa, 4, 5
egoera, 11, 18, 19, 20, 21,22, 53, 54, 60, 70, 73, 74, 88, 89, 93, 97, 99, 126
egoera-bektorea, 17, 67, 68, 69, 88, 95, 109, 112, 124, 125, 126
egoera-bektorearen projekzioa, 89, 102, 107
egoera-espazioan, 70
egoera-funtzioa, 60, 61, 71
egoera-funtzioaren kolapso-postulatua, 77
egoera kuantikoa, 52
egoera mixtoa, 93
egoera objektiboa, 91
egoera posibleak, 104, 105
egoera purua, 87, 93, 106, 109, 130
egoeren gainezarmena, 73, 74, 128, 131
egoteko probabilitatea, 61, 62, 74
Einstein, IX, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 13, 14, 15, 29, 30, 37, 38, 39, 40, 51, 52, 53, 54, 57, 59, 61, 69, 75, 76, 77, 78, 79, 81, 85, 87, 91, 106, 107, 143, 144, 145

Einstein-en errealismoa, 70, 79
Einstein-Podolski-Rosen paradoxa, 143
ekuazio determinista, 130
elektromagnetika, 76
elkarrekintza-etapa, 54
emaitza erreala, 91
energi eragilea, 19
energi kuantua, 6
EPR lan, 55
EPR paradoxa, 29, 30, 37, 39, 40, 52, 54, 75, 76, 77
EPR saioa, 39, 41, 42, 47, 52, 53
era errealista, 132
era subjektibista, 70
eragilea, 17, 18, 26, 70, 88, 89, 96, 99, 100, 113, 116, 117, 120, 126, 130
eragile 'zentratuerakoa', 18
eragile autoadjuntua, 88, 110, 130
eragile autoadjuntu lineala, 126
eragile ez-konmutatzailea, 54
eragilearen autofuntzioa, 71
eragilearen batezbesteko balioa, 66
eraketarako etapa, 79
erdiko desbideraketa estandarra, 60
eredu gorpuzkularra, 4
eremua, 90
eremu fisikoa, 62, 107, 108
eremu-teoria kuantikoa, 57
erlatibitatea, 37, 83, 129
erlatibitate orokorra, 13
erlazioa, 53, 57, 62, 81
errealismoa, 2, 7
errealista, 27, 76, 82, 129
errealitate-printzipioa, 39
errealitate fisikoa, 106
erreferentzi markoa, 53
erreferentzi marko fisikoa, 83
erreferentzi sistema, 53
errorea, 116
Erlatibitate Berezia, 3, 40, 78
erlatibitate kuantikoa, 82
Erlatibitate Orokorra, 3, 85
eskuin-jarraia, 92, 109, 123, 124
espektro-eragile diskretu ez--endekatua, 113
espektro diskretua, 117
espektroa diskretu eta ez-endekatua, 96
estatua, 11
Etxebarria, X
ez benetakoa eta ez potentziala, 95, 100
ezaguera subjektiboa, 12
ezaugarri probabilistikoa, 11, 12
ezaugarri subjektiboa, 13
ezinezko garapena, 93
ezjarraia, 130
ezker-jarraia, 92, 109, 124
ezker-limitea, 91, 117

Feyerabend, 57
Feynman, 6, 20, 29, 32, 41, 42, 46, 63, 64, 93, 103, 104, 105
Feynman-en "diagramak", 57
fisika nuklearra, 57
Fock, 53, 82, 90, 107, 113, 126
Fock-en "erlatibitatea", 53
formalismoa, 1, 2
formalismo matematikoa, 1, 16, 36, 54, 76
formulazioa, 3, 109
formulazio modernoa, 1
formulazio ortodoxoa, 112, 120, 121, 122
fotoia, 5, 6, 14
Fourier-en transformaketa, 62
funtzioa ez-jarraia, 125
funtzio jarraia, 95, 125

gainezarmena, 54, 55, 79, 132
gainezarmen-egoera, 71, 74, 79, 80
gainezarmen-printzipioa, 64, 71, 73, 74, 79, 84, 132
garapen-eragilea, 88
garapen ezinezkoa, 96
garapen posiblea, 93, 96
gogoeta-experimentua, 79
gorputz beltza, 4, 5
gorpuzkuluak, 34
grabitazioa, 76
grabitazio kuantikoa, 86, 132

hamiltondarra, 19, 21, 88, 111, 113, 124
Heisenberg, 8, 11, 24, 27, 30, 34, 76
Heisenberg-en desberdintza, 8, 17, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 34, 35, 61, 62, 63, 73, 107, 129, 130, 143
Heisenberg-en ekuazioa, 10, 11
Heisenberg-en matrize-mekanika, 129
Heisenberg-en printzipioak, 9, 10
Heisenberg-en sakabanaketak, 24, 25
Heisenberg-en teorema, 21, 27
Heisenberg-en ziurgabetasun--printzipioa, 12
Hertz, 5
Hibbs, 93, 103, 104, 105
Hilbert, 1
Hilbert-en espazioa, 17, 88, 109, 130

identitatearen ebazpena, 88, 126
indeterminazioa, 23, 25
indeterminazio-arazoa, 76
indeterminazio enpirikoa, 23
indeterminazio objektiboa, 25
indeterminismoa, 11, 12, 22, 25, 26, 70, 78, 106
indeterminismo kuantikoa, 70
ingurunea, 74, 80, 81, 93, 95, 96, 97, 98, 102, 105, 107, 112, 117, 118
ikuspuntu errealista, 60
intentsitate-banaketa, 31
interferentzia, 4, 64, 131, 132
interpretazioa, 2
interpretazio errealista, 2, 16
interpretazio estatistikoa, 60
interpretazio objektiboa, 15, 22, 107
interpretazio ortodoxoa, 3, 87, 88, 90, 133
interpretazio subjektiboa, 59, 60
izaera subjektiboa, 3

Jammer, 1, 87, 106, 126
joera-interpretazioa, 1, 64
joerazko interpretazioa, 1, 57, 59

kasualitate, 11
kausalitate kuantikoa, 76
kasualitate lokalaren hipotesia, 45
kausal hertsia, 125
kausalitate-printzipio, 108
ket, 93, 97, 109
koerlazioa, 54
koerlazio kuantikoak, 84, 132
Kolmogorov, 63
konbinazio lineala, 97
konfigurazio-espazioa, 83, 84
konmutazio-erlazioa, 18, 25
konmutazio kanonikoa, 17
koordenatu egoera-funtzioa, 66
Kopenhage-ko bertsioa, 3, 42
Kopenhage-ko eskola, 62, 70, 78
Kopenhage-ko interpretazioa, 2, 11, 12, 40, 70, 76, 87, 129
kuantoia, 7, 26, 27, 30, 32, 34, 36, 41, 78, 106, 129, 143
kuantua, 5, 6, 73

kutxa beltza, 24
Laloé, 1
lan egiteko etapa, 79
Lanck-en konstantea, 5
Laplace-ren determinismoa, 108
lege estokastikoak, 12
lege probabilistikoa, 98
lekutasun-printzipioa, 40, 41
Lévy-Leblond, 26, 48
lotura-probabilitatea, 47

maila azpikuantikoa, 25
maiztasun erlatiboa, 127
maiztasun-interpretazioa, 1, 2, 59
masa erlatibista, 6
momentu lineala, 19, 22, 25, 26, 27, 34, 37, 39, 40, 41, 42, 51, 107
momentu linealaren eragilea, 16
momentu linealaren probabilitate--banaketa, 60, 90
momentu angeluarra, 41

neurketa, 1, 6, 7, 8, 9, 15, 19, 21, 23, 24, 73, 89, 107, 115
neurketaren antolaketa, 107
neurketa-ekintza, 24
neurketa-errorea, 23, 115
neurketa-izaera, 23
neurketa-prozesuak, 13, 16, 79, 86, 109
neurketa-teorema, 118, 119
neurketaren hipotesia, 115
norma, 126

objektibitate-arazoa, 76
objetibitatearen hipotesia, 45
objetibotasuna, 78
oinarri-bektorea, 97
oinarri ortogonala, 97, 99, 100
oinarrizko egoera, 74, 79
ortodoxoa, 12
osagarritasun-printzipio, 6, 7, 12
osotasuna, 11, 30

Pais, 34, 57
partikula, 4, 5, 6, 7, 8, 15, 26, 31, 39, 40, 41, 62, 78
partikula-uhina, 7
partikularen abiadura, 6
partikularen egoera, 15
partikularen eredu gorpuzkularra, 4
partikulen fisika, 57
Pauli,30, 76
pausaguneko masa, 6
Penrose, 27, 85, 86, 128, 132
Planck, 4, 5, 61,
Planck-en konstantea, 9, 27, 73, 88
Podolsky, 30, 37, 38, 39, 129
polarizazio-autoegoera, 54
polarizazioa norabidea, 42
Popper, IX, 64
posibilitatea, 15
posibilitate potentzialak, 91, 127
posibletasuna, 60
positibismoa, 60
posizioa, 4, 7, 8,9, 10, 11, 15, 19, 22, 25, 27, 34, 39, 40, 41, 42, 51
posizio-eragilea, 16, 21, 62
posizio-autobalioa, 26
posizio-autobalio zehatza, 25
posizio autoeragilearen autoegoera, 26
posizio-banaketa, 26
posizio-hedapena, 27
posizioaren eragilea, 107
posizioaren probabilitate-banaketa, 60, 90
postulatua, 1, 13, 16, 87, 89, 91, 93, 95, 96, 109, 110, 111, 121, 124

potentziala, 94, 101, 118
potentzialtasuna, 53, 54, 55, 80, 81, 83, 84
probabilismoa, 70
probabilistikoa, 12, 76, 81
probabilitatea, IX, 1, 11, 30, 31, 32, 35, 36, 37, 41, 44, 46, 47, 48, 54, 55, 57, 59, 60, 62, 63, 65, 66, 68, 69, 70, 71, 76, 79, 83, 88, 91, 106, 107, 124, 126, 127, 131, 132
probabilitate-anplitudeak, 27, 32, 34, 35, 62, 64, 68, 70, 71, 74, 75, 85, 97, 107, 131
probabilitate-anplitudeen gainezarmena, 71
probabilitate-anplitudeen interferentzia, 85
probabilitateen anplituteen printzipioa, 15
probabilitate-arazoa, 82
probabilitate-banaketak, 60, 62, 66, 90, 91, 107, 127, 130, 131
probabilitate-dentsitatearen anplitudea, 75
probabilitate-hodei, 32
probabilitate-interpretazio subjektiboa, 59
probabilitate-kalkulua, 59, 63
probabilitate-kalkulu kuantikoa, 63
probabilitate-klasikoa, 63
konpabilitate-kontzeptua, 127
probabilitate-kuantikoa, 63
probabilitate-legea, 105
probabilitate-negatiboa, 63
probabilitate-problema, 82
probabilitate-uhina, 35, 36, 61
probabilitate gainezarmena, 80
probabilitate kalkulu klasikoa, 66
probabilitate koerlazionatuak, 64, 66
probabilitatearen interpretazioak, IX
probabilitatezko legea, 125
probabilitatezkoak, 36
projekzioa, 112, 125
projekzio-postulatuak, 82, 89, 107, 124
projekzioaren postulatuak, 13, 55, 91
propietate objektiboa, 127
prozesu birtuala, 20
prozesu kausal hertsia, 112

Rosen, 30, 37, 38, 39

sakabanaketak, 24, 114, 120, 131
Schrödinger, 8, 27,30, 35, 36, 83
Schrödinger-en ekuazioa, 35, 36, 38, 40, 61, 73, 78, 81, 88, 89, 90, 97, 108, 111, 112, 124, 125, 128, 130
Schrödinger-en ekuazio lineala, 128
Schrödinger uhin-mekanika, 129
sistemaren egoera, 17, 38
spina, 41, 99
spin-projekzioa, 41
Stefan-Boltzmann, 5
Stern-Gerlach, 102
Stern-Gerlach aparatua, 41, 98
subjektibismoa, 78, 79, 109

teoria azpikuantikoa, 42
teoria estatistikoa, 61
teoria ez-determinista, 70
teoria ez-probabilistikoa, 76
teoria kausala, 76
tradizio determinista, 3

uhina, 4, 6, 7, 8, 26, 31, 34, 35, 36, 37, 62, 78
uhin-anplitudea, 35, 64, 65
uhin-ereduak, 4
uhin-elektromagnetikoak, 4, 5, 73

uhin-funtzioa, 35, 52, 53, 54, 66, 75, 77, 81, 82, 83, 88, 91, 107, 108, 108, 109, 126, 127
uhin-gorpuzkulu bikoiztasuna, 34
uhin-izaera, 4
uhin-konfigurazioa, 83
uhin-luzera, 5, 34, 37
uhin-paketea, 77, 78,
uhin-paketearen kolapsoa, 82, 128
uhin-paketearen laburketa, 1, 16, 19, 27, 36, 77, 80, 82, 84, 86, 90, 107, 128, 131
uhin-partikula, 6
uhin/partikula bikoiztasuna, 8
uhinaren anplitudea, 36
uhinaren anplitudearen karratua, 61
uhinen espektroa, 5
unitate eragilea, 17
uhinaren maiztasuna, 5, 73

von Neumann, 1, 78, 87, 88, 91, 96, 97, 103, 109, 110, 111, 112, 124,
von Neumann-en bertsioa, 1, 13, 89, 91, 107, 117, 120
von Neumann-en formalismo matematikoa, 2
von Newmann-en formulazioa, 78, 79, 87, 105, 113, 124, 125
von Neumann-en interpretazioa, 12
von Newmann-en postulatuak, 109
von Neumann-en projekzio postulatua, 77
Von Weizsäcker, 63

Weinberg, 67, 69, 85, 132
Wheeler, 16
Wigner, 63

Young, 4, 31

zehazgabetasuna, 11, 12
zientziaren filosofia, 29
ziurgabetasuna, 22, 23, 25, 26
ziurgabetasun-printzipioa, 8, 9, 11, 22
ziurtasun-printzipioa, 22
ziurtasunezko printzipioa, 34
zulo beltze, 86
Zurek, 16, 74, 80, 81