

TEORIA FISIKOEN OINARRIAK

J. R. ETXEBARRIA



$$E = mc^2$$



TEORIA FISIKOEN OINARRIAK

J. R. ETXEBARRIA

Heda Saila 16

© Jose Ramon Etxebarria
© Udako Euskal Unibertsitatea

ISBN: 84-86967-57-0
Lege gordailua: BI-322-94

Inprimategia: BOAN S.A.
Aita Larramendi2. BILBO
Azala: Julio Pardo

Banatzailea: ZABALZEN. Igarabide 88. DONOSTIA
UEU. General Concha 25, 6. BILBO

Hitzak ari bira, dugun egina.

B. Etxepare

AURKIBIDEA

Aitzinsolasa	IX
1. Fisika zer den. Teoria fisikoak	1
1.1. Fisika zer den	1
1.2. Fisikaren metodoa	2
1.3. Fisikaren arloko teoriak	4
2. Fisikaren legeei buruzko kontsiderazio orokorrak	7
2.1. Abiapunturako kontsiderazio metafisikoak	7
2.2. Fisikaren legeak bilatzeko metodologiak ohar batzu . . .	10
2.2.1. Neurketa experimentalak eta Estatistika.	11
2.2.2. Koerlazioetatik legeetara	16
2.2.3. Experimentuak, lege fisikoen azken epaileak . .	17
2.2.4. Errore experimentalak	20
2.2.5. Postulatuak egin beharra.	21
2.3. Fisikaren lekeen mota desberdinak	23
2.4. Teoria fisikoen matematizaziorako eskema.	26
2.5. Fisikaren legeei eskatzen zaizkien betebeharrak.	29
2.6. Lekeen adierazpenean erabiltzen diren zenbait kontzeptu	32
3. Fisikaren espazioa eta denbora.	35
3.1. Denboraren izaera eta neurketa.	35
3.1.1. Denbora-unitatearen definizioa	36
3.1.2. Denbora-tarte oso laburrak	37
3.1.3. Denbora-tarte oso luzeak	38
3.1.4. Denboraren gezia	42

3.2.	Espazioaren izaera eta neurketa	47
3.2.1.	Distantziaren unitatearen definizioa.	53
3.2.2.	Distantzia handiak neurtzeko metodoez	53
3.2.3.	Distantzia txikiak.	55
3.2.4.	Higitzen ari diren puntuen arteko distantzia . . .	56
3.3.	Denbora eta espazioaren neurketak eta ziurgabetasun-printzipioa	58
3.4.	Espazio eta denbora absolutuak?.	59
3.5.	Minkowski-ren espazio-denbora	62
3.6.	Erlatibitate Orokorreko espazio-denbora	66
4.	Zer ote da materia?.	71
4.1.	Partikula klasikoak.	72
4.2.	Uhinak eta eremu klasikoak	74
4.3.	Partikulen eta eremuen arteko elkarrazkia	76
4.4.	Mugako zenbait kasu bitxi: argia, elektroiak	78
4.5.	Teoria kuantikoan erabili ohi diren oinarritzko objektuak: kuantoiak	82
4.6.	Oinarritzko partikulak/kuantoiak	87
4.6.1.	Elkarrazkia, kuantoi birtualen elkartrukea. . .	88
4.6.2.	Partikula bakoitzak bere antipartikula du	92
4.6.3.	Oinarritzko partikulen sailkapena	94
5.	Matematika eta Fisika. Formalismoaren ulerpene	101
5.1.	Fisikaren eredu matematikoak. Egoera definitzeko aldagaiak	102
5.2.	Ereduen manipulazio matematikoa	103
5.3.	Denborarekiko eboluzioa: Sistema mekanikoen Dinamika	105
5.4.	Kontserbazio-printzipioak	110

5.5.	Printzipio integralak	113
5.6.	Ingurune jarraien Mekanika	116
5.7.	Eremu kontzeptua. Eremuetako eredu matematikoa. . .	127
5.8.	Eremu grabitatorioa	132
5.9.	Elektromagnetika	135
5.10.	Termodinamikako egoera-ekuazioak. Termodinamikaren printzipioak	143
5.11.	Sistema probabilistikoak. Mekanika Estatistikoa	152
5.12.	Aldaezintasuna eta simetriak Teoria Fisikoetan. Erlatibitatearen Printzipioa	162
5.13.	Mekanika Kuantikoaren metodologia	172
6.	Fisikaren teoriari buruzko zenbait arazo filosofiko	185
6.1.	Fisikaren kausalitateaz eta determinismoaz ohar batzu	185
6.2.	Kausalitatea eta Erlatibitatearen Teoria	188
6.3.	Higidura kaotikoaren eta sentikortasun-eskualdeen arazoa	195
6.4.	Ziurgabetasun-printzipioa eta Mekanika Kuantikoaren arloko determinismoa	205
6.5.	Entropiaren arazoa. Mundua desordenarantz ote doa?.	207
6.6.	Borondate askea eta determinismoa	215
7.	Bibliografia	219
	Aurkibide alfabetikoa	229

AITZINSOLASA

Liburua prestatzeko asmoa, 1991.eko apirilean Euskal Herriko Unibertsitateko (UPV/EHU) Hezkuntz Zientzien Institutua (HEZI) izeneko erakundeak antolaturiko ikastaro batetan sortu zen. Erakunde horrek urtero irakaskuntza ertaineko irakasleentzat prestatzen dituen ikastaroak zirela eta, eskaria jaso nuen Fisikaren oinarritzko kontzeptuei buruzko ikastaroa antolatzeko, eta bai pozik egin ere. Ikastaroa bi astez eman genuen Donostian eta Bilbon, eta oso interesgarri suertatu zelakoan nago, bertara joandako irakasleen eritziak entzunik gutxienez. Ikastaro horretarako eskuzkribu batzu prestatu nituen, eta ikastaroko partaideen eritziak entzun eta oharrak jaso ondoren, horien bidetik liburu sakonago bat prestatzea pentsatu nuen.

Ordutik hona denbora luzea pasatu delarik, Leioako Zientzi Fakultateko Fisika Saileko bigarren mailako ikasleekin, gai hauek mintegi modura lantzeko eta eztabaidatzeko aukera izan nuen hurrengo urtean, eta mintegi horien fruitutzat liburuaren lehenengo zirriborroa prestatu nuen, azkenean liburuaren idazketa 92-93 ikasturtean neure bulegoan eginiko hertsialdi luzean bukatu nuelarik.

Nori zuzendurik idatzita dagoen azaltzea komeni da, zeintzu helbururekin abiatu nintzen adierazteko. Ene ustez eta asmoz, lana egokia izan daiteke nagusiki, lauzpabost pertsona-talde desberdinentzat:

- Zientzi Fakultatean (eta bereziki Fisika Sailean) ari diren ikasleentzat, bertan programa ofizialen osagarritzat antola daitezkeen mintegietarako, horrela, ikasten ari diren zientziaren oinarriez gogoeta egin dezaten. Berez, holako gairik ez dago gaur eguneko programa ofizialetan, baina, ene ustez, behar-beharrezkoa da horrelako gogoetarik egitea, irakastaldi ofizialetan ez bada, mintegietan.
- Irakaskuntza ertaineko irakasleentzat, beren birtziklapenerako eta eguneratze-ikastaroetan erabilia izateko. Hain zuzen, hasieran esan dudan bezala, horrelako ikastaro batetan bizi izandakoak bultzatu ninduen liburua prestatzera.
- Zientziaren metodologia eta filosofia izeneko irakasgaiak ematen dituzten ikasle-irakasleentzat. Honelako irakasgaiak unibertsitateko fakultate desberdinetan ematen dira, eta horientzat informazio eta eztabaidarako materiala izan daiteke honakoa.
- Fakultate desberdinetan Euskara Zientifikoa irakasgaiak ematen dituzten ikasle-irakasleentzat. Izan ere, ardura berezi izan dut Fisikaren arloan erabili ohi diren hizkuntza-mota desberdinak lantzen, hots, hizkuntza mintzatu arrunta, hizkuntza zientifikoa eta hizkuntza matematikoa.

Iruzkin berezia egin nahi nuke, Fisikaren oinarriei buruzko gogoetak bai ikasleentzat eta bai irakasleentzat izan dezakeen garrantziaz. Izan ere, ikasketak egitean izaten den formazioari dagokionez esan dezakegu, normalean unibertsitatean lege fisikoak bere hutsean aztertzen direla, gauza emanak bailiren. Horrekin batera teknikak landu ohi dira, problemak ebazteko gehienbat. Ordea, gutxitan egiten da gaiari berari eta teorien oinarriei buruzko gogoetarik.

Bestalde, irakaskuntza ertainean dauden irakasleek ere arazo larriak izaten dituzte, beren buruak eta beren ikasleenak, Fisikaren kontzeptu teorikoak errealitate fisikoarekin eta praktikarekin duten lotura adierazteko. Ez ohi da azzimarratzen eta aipatzen Matematikak Fisikaren

hizkuntza modura duen garrantzia, ez eta hizkuntza-izate horrek eredu teorikoak adierazteko duen baliagarritasuna eta dituen limitazioak ere. Harritzekoa ez dena berau, beraien irakasle-prestakuntza hori behin baino gehiagotan alboratua izan baita.

Ene eritzian, bai ikasketan eta bai ikerkuntzan aurreratu ahal izateko, gogoeta sakonak egin behar dira tartean diren kontzeptu eta teknikiei buruz, teoria bakoitzaren bertuteak, akatsak eta mugak zeintzu diren argi edukitzen saiatuz. Eta gogoeta hori irakasle eta ikertzaile bakoitzak egin beharko du. Lan honen helburua gogoeta horren garrantzia azpimarratzera zuzendu nahi nuke, aldi berean gogoetaren bidetik abiatzeko tresna lagungarria izango delakoan.

Neurri batez, bederen, lan honetan literatur arloko saio bat egiteko asmoa ere izan dut. Aldez aurretik ba dakit jakin, saio hau ez da “literatur saio” hitzez normalki ulertzen dena, gehienetan uste izaten baita, literatura eta zientzia elkarren aurka diharduten bi jakintza direla. Zer saio-mota den definitzerako orduan ere ez nintzateke bataioa egitera ausartuko. Nolanahi dela, literaturatik ere zerbait ba duela uste dut, nahiz eta gaia nobelagintzan, poesian edota antzekoetan erabili ohi direnetatik oso urrunekoa izan.

Nire eritziz, gaur eguneko gizarte teknologiko-zientifikoan nahitaez bizi garela, teknikak eta zientziak gure bizitzaren arlorik txikienak ere kutsatzen ditu, literatura barne. Eta jakintza-arloen arteko mugak gero eta difusagoak gertatzen dira, kontzeptu tekniko-zientifikoak edozein narraziotan ager baitaitezke, zientzia fikziozko elaberrietara joan beharrik eduki gabe.

Egia da, oztopo teknikoak ager daitezkeela zenbaitetan hitz zientifikoaren esangura zehatza ulertzeko, eta horrek literaturazaleak urrundu egiten dituela mota honetako lanetatik; baina oztopo horietako asko irakurleak gai espezializatu hauetaz duen ezjakintasunetik datoz sarri eta ez hizkuntzaren beraren zailtasunetatik. Bidenabar diogun, edozein literatur saio espezializatutan (linguistikari buruzkoa dela,

arkeologiari buruzkoa dela, historiari buruzkoa dela,...) holakorik gerta daitekeela.

Bestelako oztopo larriak, hizkuntza arruntean termino zientifikoak erabiltzeaz gainekoak, Fisikaren arloan erabili ohi den hizkuntza sinboliko bereziaren erabilpenetik datoz, matematikaren erabilpenetik prezeski, izan ere, Fisikari buruz lan egitean hizkuntza mintzatu arruntak æuskara, gaztelania, frantsesa, ingelesa,...æ bezainbeste eta gehiago erabili behar baita hizkuntza matematikoa.

Alde batetik, hizkuntza matematikoa ulertezina gerta daiteke horretan jakitun ez direnentzat, eta hori desabantailatzat har dezakete zenbaitzuk, baina bestetik unibertsala da, izaera horrek mundu guztiko zientzilarien arteko komunikaziorako dituen abantailekin. Gainera, maila logikoan egin daitezkeen kalkulu eta aldaketei esker, ondorio berriak atera daitezke holako “esaldi” matematikoetatik, hizkuntza arruntaren bidez lor ez daitekeena berau. Hain zuzen, saio honen atal luzeenetakoa, hizkuntza edo formulazio matematikoaren garrantziaz eta ulerpenaz arituko da. Edozertara, atal bat baino ez da izango, bestelakoetan Fisikaren oinarrien funtsa hizkuntza arruntaren bidez æesan nahi baita, formulazio matematikorik gabekoazæ eraturik baitator.

Nolanahi ere, kontzeptu nagusiak ulertzeko, formulazio matematikoa ulertzea ez da beti erabat beharrezkoa izaten, eta gomendio modura, lehenengo irakurketaldian bederen, hizkuntza matematikoan datozen adierazpenak jauzi batez pasatzekoa da, hizkuntza arruntaz datozen kontzeptuetan geratuz. Egia esan, garapen matematikoak ulertzea guztiz beharrezkoa da Fisikaren beraren garapen logikoa ondo ulertu ahal izateko eta ikerkuntzako aurrerapenak nola egiten diren hausnartzeko, baina kontzeptuak hizkuntza arruntaren bidez ulertu behar dira azkenean, zeren Fisikaren helburua Naturaren konportalmoldearen azalpena lortzea eta konportamolde horren aurrikuspenak egitea baita. Eta bai azalpena eta bai aurrikuspenak hizkuntza arruntaz eman ohi dira, nahiz eta espezializatu samarra izan.

Lanaren edukiari dagokionez, hona hemen aztertu diren gaien laburpena. Lehenengo atalean Fisikaren beraren definizioaz arituko gara, gaian barneratzeko bide modura bertako metodoaren eta teoria fisikoen izaera aipatuz. Hurrengo atalean sakonago arituko gara, fisikarien pentsamoldearen ezaugarriak azpimarratuz eta abiapunturako Fisikaz kanpoko zenbait kontsiderazio filosofiko eginez. Bide horretatik segituz, experimentuen emaitzetan oinarriturik, eta lege-mota desberdinak aipatuz, teoria fisikoen matematizaziorako eskema egingo da, horrela legeei eskatzen zaizkien betebeharrak finkatuz.

Hirugarren atalean deskripzio fisikoaren oinarrian dauden “espazioa” eta “denbora” kontzeptuak aztertuko dira, horrelakoetan dauden goi- eta behe-mugak azpimarratuz, eta denboraren kasuko itzulezintasuna aztertuz, gaur eguneko terminologian “denboraren gezia” deritzon kontzeptua analizatuz.

Laugarren atalean espazio-denboraz gainerako beste oinarritzko kontzeptuaz arituko da saioa, materiaz hain zuzen. “Partikula” eta “uhin/eremu” kontzeptu klasikoetatik abiaturik, Mekanika Kuantikoaren sorrerarekin bi kontzeptu horien berrikuspena egin da, gaur egun oinarritzko partikulen kontzeptuekin bukatzeko.

Aurreko atalak oso kualitatiboak izanik, bostgarren atalean Matematikaren eta Fisikaren arteko erlazioa aztertu da, Fisikaren eredu matematikoen aipamena eginez. Amaitzeko, seigarrenean, Fisikaren teoriei buruzko zenbait arazo filosofiko aztertu dira, borondate askearen eta determinismoaren artean egon daitekeen kontraesanaren aipamenarekin amaitzeko.

Hizkuntza arruntaren arloko hitzei buruzko zenbait gogoeta egiteko aukera ere probetxatu nahi nuke aitzinsolas honetan.

Zientzian orohar, eta Matematikan eta Fisikan bereziki, erabili ohi den hizkera, artifizial samarra gerta dakioke, arlo horretan ez diharduenari. Azken batez, etengabe sortzen ari diren kontzeptu berriak izendatzeko, metodo desberdinak egon daitezke, apeta hutsetik

datozenekin hasi (*quark* edo *quark-mota* desberdinen izenak adibidez), siglen bidez sorturikoekin segituz (*laser*, *maser*,...), edo lehenagoko hitz arrunten espezializaziotik datozenekin (*indarra*, *abiadura*,...) edo beste edozein bide artifizialetatik sorturikoekin amaituz. Horregatik, gai zientifikoa lantzean kontutan izan behar da zientzilarien hizkera edo “argota”, arlo horretako hitzak zientzilariak erabiltzen dituzten moduan ulertu behar direlarik, eta ez hitzen esangura literal edo arrunta besterik gabe hartuz. Eta antzeko zerbait esan daiteke hitzak lotzeko moduei buruz ere, alegia perpausak osatzeko era bitxiak buruz. Baina hemen ez gara horretaz luzatuko, hitzen arazoari buruzko ohar batzu egitera mugatuko garelarik, adibide modura.

Hizkuntza zientifikoaren espezifikotasunak aztertu dituzten lanen aipamenera sartu gabe, hemen adibide batzu jarriko ditugu, Fisikari eta Matematikari dagokienez sor daitezkeen zenbait gaizkiulertu ekiditeko, eta “zehatz”-fama duten zientzietan erabiltzen den hizkerak dituen zehazkabetasunak edo bitxitasunak nolakoak izan daitezkeen adierazteko.

Aipa ditzagun, kasurako, Matematikan zenbaki-mota desberdinak adierazteko erabilitako adjektiboak: “osoak”, “naturalak”, “errealak”, “razionalak”, “irrazionalak”, “irudikariak”, “konplexuak”. Zer esan nahi ote du horrek? Batak besteak baino “logikoagoak” edo “benetakoagoak” direla? Ez, noski. Izendapen horiek guztiz artifizialak dira, eta arrazoi historikoak tartean direla hartu ziren, zein bere garaian. Nolanahi dela, gaur egun matematikari guztiak ados daude horrelaxe erabiltzeko; eta bakoitzarekin zer esan nahi den definizioz edota hitzarmenez ezartzen eta azaltzen delarik, esangura zehatzekoak dira. Baina horrelakoak erabiltzean ez da kontutan hartu behar nahitaez, bestelako arlo batzutan —psikologian, filosofian edota ekonomian, adibidez— eduki dezaketen esangura. Esate baterako, razional / irrazional kontzeptuak ez daude loturik arrazoizkotasun logikoarekin, *zatiketa* edo *ratio* (= erlazio matematikoa) kontzeptuarekin baizik. Alegia, zenbaki razionalak Q

multzokoak dira, m/n erlazio edo zatidura batez adieraz daitezkeenak, zenbaki frakzionarioak alegia, non m eta n direlakoak zenbaki osoak diren.

Kontutan hartu beharreko beste ezaugarri bat, hizkera zientifikoaren konturatu gabeko antropozentrismoa da. Zientzilariak pertsonak izanik, hizkera arrunta darabilte eta hizkera arruntaz “kutsaturik” daude. Horregatik ez da harritzekoa, historikoki hitz arruntak zientziarako ere erabiltzea, nahiz eta denborarekin kontzeptua zehaztuz eta finkatuz joan den eta hitzaren erabilpen zientifikoari dagokion eremu semantikoa murriztuz (edo zabalduz) joan den. Esate baterako, demagun “*indarra*” hitza. Jatorriz, muskuluen bidez egindakoa esan nahi zuen. Muskuluen bidez bultzatuz edo tiratuz, ukipen edo kontaktuaren bidez egiten zen indarra, pertsonak edo animaliek eginiko kontaktuz. Indarra egiteko mekanismoak ere asmatu ziren, baina beti ere ukipena bitartean zegoelarik. Newton-ek aurrerapauso itzela egin zuen “*distantziarako indarra*” postulatzean. Jadanik ukipena ez zen beharrezkoa. Zer esan, bestalde, inertzi indarretan edota sistema birakorretan ageri den Coriolis-en indarrak? Nola zabaldu honen esangura hasierako ukipen kasuetara? Edota gehiago oraindik, nolako jauzi semantikoa ez ote dago, hasierako indar kontzeptutik Fisikaren teorien ikuspuntutik Newton-en bigarren legean ematen den indar kontzeptuaren definiziora, hots, indarra momentu linealaren denborarekiko deribatua dela dioen horretara?

Normalean gauza zientifiko konkretua adierazteko, hitz arrunta izatetik kontzeptu abstraktua adieraztera pasatzen den hitza, zientzilarien argotean laster espezializatzen da, gero jatorrizkotik oso desberdinak diren zirkunstantziak erabil daitekeelarik, ohituraren bidez. Kasurako, demagun *eremu* hitza, liburu honetako zenbait ataletan ardura handiz aztertzen dena. Bistakoa denez, Fisikan darabilgunean galdua du ia erabat hitz arruntak duen esangura, edota, alderantziz esanda, hitz arruntak duen esangurarekin piperrik ezin uler daiteke Fisikaren teorietako eremuez. Dena den, hitz honi dagokionez, gauza berbera gertatzen da beste hizkuntzetan ere (*field, campo, champ,...*).

Espezializazio-prozesua pixka bat desberdinki gertatzen da, termino greziar edo latindarren kasuan, hauek ez baitira gehienetan hizkera arruntan erabiltzen direnetakoak, eta orduan definiziotik bertatik zehaztu ohi baita berauen eremu semantikoa.

Beste adibide asko eman ditzakegu, jatorriz hitz arruntak izandakoez eta gero espezializatutakoez. Lan honetan aipatzen diren asko eta asko mota horretakoak dira, hala nola, abiadura, azelerazioa ($\neq$ abiadura), momentua, erlatibitatea eta abar luzea. Horregatik Fisikan adituak ez direnek kontuz ibili beharko dute, lekuz kanpoko ondorioz atera ez dezaten, nahiz eta Fisikan dihardutenentzat eginiko oharra alferrikakoa ia suertatuko den.

Liburu hau oso baldintza berezietan idatzita dago, izan ere parterik handiena unibertsitateko agintarien jarreraren aurkako protestaldiko hertsialdia Leioako neure bulegoan burutzen ari nintzela prestatu bainuen. Hertsialdi luzea izan zen —denetara ehun eta laurogeita hamazazpi egun eta gau, 1992.eko irailaren 16an hasi eta 1993.eko apirilaren 1ean bukatua— eta bertako asperralditik ihes egiteko lagungarri suertatu zitzaidan.

Hemen azaltzea merezi ez duen historia luzea tarteko, 1992.eko martxoaren 31n despeditu egin ninduten UPV/EHU unibertsitatetik. Egun hartan bederatzi irakasle despediturik geratu ginen, inposatu nahi ziguten kontratu-mota ez onartzeagatik. Ene ikuspuntutik despido ideologikoa izan zen hark sorturiko egoera konpontzeko, elkarriketan oinarrituriko akordioa zen eta da irtenbide egoki bakarra.

Gure jarreraren oinarria *autonomia unibertsitarioaren alde* agertzea izan da, kanpotiko oztopoak gaindituz *euskal unibertsitatea* eratzeke ahalmena aldarrikatuz, eta unibertsitateak *irakaslego propioa* antolatzeke duen eskubidea gauzatzeko ahalegin eginez. Gizartean eta unibertsitatean asko dira ideia eta asmo hauen alde daudenak, eta ziur nago denboraren harian gauzatuz joango direla.

Edozertara, gaur egun sei irakasle gara kalean gaudenak, arazoa konpontzeko itxaropena oraindik bizirik dugunak, eta asmo horrekin ahaleginean dihardugunak.

Ez dut aitzinsolasa amaitu nahi, eskerrik eman gabe, oztopoak izan ditudan modu berean laguntza ezin hobeak ere izan baititut.

Laguntza teknikoari dagokionez, bereziki aipatu nahi dut Joseba Tobar-Arbulu adiskideak emanikoa. Pazientzia eta ardura handiz irakurri zuen liburua eta hainbat ohar egin zizkidan, textua zuzentzen eta bertatik hainbat akats desagertarazten lagundu didatenak. Berak emandako erreferentzia bibliografikoak ere argigarriak suertatu zaizkit.

Hertsialdiko egotaldi luzean bisitatzera etorritako guztiak eskertu nahi ditut, izenak aipatu ez arren barkatuko didatelakoan, asko eta asko izan baitziren, eta seguruen ezin ahal izango baintuzke guztien izenak gogora ekarri, memorian ezeze bihotzean ongi itsatsita ditudan arren. Zer esanik ez, nirekiko elkartasuna adieraziz Deustuan eta Donostian hertsirik egondako Josu eta Koldoren izenak ez ditut inoiz ahantziko, edota egunero Leioako Herriko Tabernako bazkari beroa ekartzen zidaten geologoenak. A! Eta Santutxuko adiskide guztienak. Mila esker guztioi.

Edozertara, aitzinsolas hau Leioako kanpusetik desterraturik idatzi behar dudalarik, neure eskerrik ematerik eta eskaintzarik bihozkorrena, neguko goizetako hotza eta elur, txingor eta eurijasen eraso unibertsitateko ate ondoan nirekin egunero jasaten duten adiskideei egin nahi diet. Enrike, Antxon, Pepelu, Jexuxmari, Nikolas, zuei eskaini nahi dizuet liburuko lana, hitzik esan gabe ere eskertuko didazuelakoan.

Bilbon, 1994.eko urtarilaren 21ean

1 . FISIKA ZER DEN.

TEORIA FISIKOAK

Sarrera gisako gai honetan, Fisika zientziaren arloaren aurkezpen orokorra egingo dugu, zer den, zeintzu fenomeno aztertzen dituen, zer metodo erabiltzen duen, zeintzu helburu dituen eta bestelakoak laburpen modura adierazirik.

1.1. FISIKA ZER DEN

Etimologiatik abiatuz gero (grezierazko $\phi\psi\sigma\iota\sigma = physis = natura$), Fisika Naturan gertatzen diren fenomenoak jakintza edo zientzia dela esan dezakegu. Esangura zabal horretan harturik, Natur Zientzia guztiak bilduko lituzke (Kimika, Biologia, Geologia,...), baina gaur egun eremu murriztuagori buruz mintzatzen gara Fisika zientzia aipatzean, hasteko, bizidunekin zerikusirik duten fenomenoak Biologian aztertuz eta Lurrean gertatzen diren fenomenoak Geologian aztertuz. Dena den, hauek guztiok Kimika eta Fisikaren oinarritzko hizkuntzan adieraz daitezke, nahiz eta beren garapen propioa duten (bestalde Biofisika eta Geofisika atalak ere kontsidera daitezke).

Materian gertatzen diren fenomenoak aztertzen ditu Fisikak, gorputzen egitura molekularra eta egitura horren aldaketak alde batetara utzirik, azken hauek Kimikan aztertzen direlarik (adibidez, erreakzio kimikoak agertzen direneko fenomenoak). Edozelan ere, Fisikaren eta Kimikaren arteko mugak ez dira oso argiak, eta materia sakonki aztertzean, zenbait kasutan batera doaz, izenez ere Kimika Fisikoa deritzon arloan ikus daitekeenez, esate baterako. Bestetik, Fisika

atomiko-nuklearraren kasuan, erreakzio nuklearrak ere aztertzen dira, horietan gorputzen izaera kimikoa aldatzen delarik.

1.2. FISIKAREN METODOA

Ezer bada, Fisika zientzia experimental da. Horregatik, fenomenoen behaketatik hasten da, neurketak eginez segitzeko; eta neurketetako emaitzak ulertzeko hipotesiak eginez, legeen aurkikuntzara zuzentzen du bere ikerkuntza (*). Itxura desberdinez ageri diren milaka gertaera, ahalik eta elementu gutxien bidez azaltzera saiatzen da. Adibidez, Lurrean beha daitekeen gorputzen erorkera eta planetek eguzkiaren inguruan duten higidura edota Ilargiak Lurraren inguruan duena, azken batez gorputz guztien arteko erakarpen-indarraren ondorioak direla adierazi zuen Newton-ek, itxuraz oso desberdinak diren fenomenoak lege bakarrean bilduz eta lege hori unibertsala zela jakin eraziz. Horrela eginik, teoria fisiko sendoa eraiki zuen.

Interesgarria da, historian zehar Fisikaren teoriak eraikitzeke eraman den metodologia nolakoa izan den aipatzea, izan ere, gizateriaren historiaren hasieratik, gizonak beti egin izan baitu “zientzia” (askotan teknikaren berrikuntzekin nahasturik), nolabait, nahiz eta, Fisikari dagokionez, aurrerapen gehienak azken lau mendeetan gertatu izan diren, Galileo eta Newton izan baitziren, Fisikarako ikerketa sistematikoaren oinarriak ezarri zituztenak, jarraian aipatuko ditugunak, hain zuzen. Konkretuki esan dezakegu, Galileo neurketa experimental kuantitatiboak sistematikoki egiten hasi zen lehena izan zela, eta Newton eredu matematikoak eratzen abiatu zen lehena.

Eskema batetan laburbilduz esan dezakegun (UZ 79), ikerkuntza sistematikoaren urratsak ondoko hauexek izan dira —oharrean diogun

* Izatez, hauxe izan zen XX. mendearen hasierararte fisikariek nagusiki erabili zuten metodoa. Gure mendean ugariak izan dira bestelako metodologian oinarrituriko teoriak eta aurrerapausoak.

bezala, XIX. mendearen bukaerarte, batez ere—, nahiz eta ikerketa konkretuetan ordena honetan suertatu beharrik ez dagoen:

- Naturan gertatzen den fenomeno baten aurrean, hura behatzea eta neurtzea dira lehenik eman ohi diren pausoak. Behaketan fenomeno fisikoaren “kualitateak” aztertzen dira arduraz, eta gero, neurgailu egokien bidez, neurtu egiten dira “kuantitatiboki”, hau da, neurtu egiten dira magnitude fisikoak. Kontutan eduki behar da, erlazio kuantitatiboak direla Fisikaren bihotza.
- Behaketaren arabera, hipotesiak egiten dira, magnitude horien izaera eta konportamoldea nolabait ulertzeko. Eta hipotesi horien araberrako ondorioak aurrikusten dira.
- Egindako hipotesiak frogatu egin behar dira, noski. Horretarako experimentuak prestatzen dira, Naturaren izaera “imitatzen” duten egoera sinplifikatuetan oinarriturik.
- Experimentuetan zenbait datu biltzen dira, gero hipotesiaren argipean analizatu, konparatu eta interpretatu beharrekoak, eta hipotesiak egiaztatzeko edo baztertzeko bidea emango dutenak.
- Egiaztaturiko hipotesiak, orokorrak badira, lege enpiriko edo printzipioetara eramango dituzte fisikariak.
- Lege eta fenomeno desberdinak elkarren artean erlazionatzeko, teoria fisikoa eraki ohi da, errealitatearen eredu teorikoa alegia. Eredu teorikoak ezagututako fenomenoak azalduko ditu (ondo eginda badago), eta, era berean, hurrengo ikerketatetarako beste hipotesi eta bide berriak egiteko aukera eskainiko du.

Dena den, Fisikaren arloa garatuz joan den neurrian gero eta ugariagoak izan dira eskema induktibo horretatik aparte geratu diren prozesuak. Honetaz argigarria izan daitezke, teoria eta experimentuen arteko erlazioari buruz Weinberg-ek aipatzen dituen adibideak (WE 93). Kasurako, mende honetako hiru teoria oso garrantzizkoren sortze-prozesuak aztertzean —hain zuzen ere, Einstein-en Grabitazioaren Teoria, Elektrodinamika Kuantikoa eta Indar Elektroahularen Teoria (indar elektromagnetikoaren eta indar nuklear ahularen bateraketa azaltzen duen teoria)— ikus daitekeenez, experimentuen emaitza fidagarriak eduki baino lehenagoko teorien onarpenean fisikariengan sorturiko erreakzioek, bestelako metodologiarik ere erabiltzen dela —eta oso emankorra izan daitekeela— frogatzen dute.

Nolanahi dela, salbuespenak salbuespen, aipaturiko pausoak behin eta berriro eman ohi dira Naturaren eredu teorikoak eraikitzeko. Bilaketa horretan, batzutan fenomeno berriek zaharkiturik utzi dituzte zientziaren ereduak, eta beste batzutan, ordea, ereduak izan dira Naturan fenomeno berriak aurkitzen lagundu dutenak. Laburbilduz, Fisikaren metodoari loturiko helburua, gertakizunak auresateko ahalmena emango diguten legeak formulatzera zuzenduko da, hots, eredu edo teoria fisikoak eraikitza.

1.3. FISIKAREN ARLOKO TEORIAK

Oinarritzko Fisika Naturan dauden oinarritzko lege horiek aurkitza zuzendurik dago, alegia, Naturako “jokoaren arauak” bilatzera, Feynman-en hitzetan (FY 89, I). Jokoaren arauak Fisikaren legeak dira azken batez, eta horien inguruan eraiki ohi dira teoria fisikoak, fenomeno konkretuen izaera kualitatiboki eta kuantitatiboki azaltzeko, ahal den neurrian.

Historian zehar zientzilariak teoria fisikoak eraikiz joan dira. Denborarekin, experimentuen galbahetik pasatuz, lege batzu oker zeudela ikusi da praktikan, eta horiek zuzendu beharra egon da,

experimentuen emaitzetara egokituz joateko. Nolanahi ere, teoriak errealitatea ulertzeko hurbilketak direla esan behar da, eta ez, beraz, errealitatea bera. Horregatik, emaitza experimentaletara egokitzen diren neurrian esan ohi da, teoriak “zuzenak” direla. Eta, alderantziz, fisikarien ikerkuntzarako tokirik, baldintzarik edo abagadunerik interesgarrienak, ordurarte zuzentzat harturiko arau eta legeak baliagarriak ez direnekoak dira, legeek ondo funtzionatzen ez dutenekoak. Hain zuzen, lege ezagunek porrot egiten duteneko experimentuek, bidea ematen dute legea zuzentzeko eta zabaltzeko, edo lege berria aurkitzeko. Bestalde esan behar da ezen, nahiz eta fenomeno ezagun gehienen portaera ulertzeko teoria fisiko on samarrak ba ditugun, oraindik Naturaren portaera arautzen duten lege guztiak ezagutzen ez ditugula, eta inoiz zeintzu diren jakingo ote dugun ere ez dakigula.

Esandakoaren arabera, lege berrien bilaketa honetan gero eta lege gehiago aurkitu dira. Dena dela, aldi berean, lege ezberdin horien metaketaz batera, teoria bateratzaileen bila abiatu ohi dira fisikariak, historia osoan zehar teoriak bateratzeko joera ere nabarmena izan delarik. Kasurako, lehenengo bateraketa bat Beroa eta, orohar, Termodinamika, Mekanikaren bidez azaltzean gertatu zen, geroago Mekanika Estatistikoaren garapenarekin eta materiaren osagarri oinarritzekoak diren atomoen izaerarekin finkatuko zena. Beste bateraketa bat Maxwell-en lanarekin gertatu zen, fenomeno elektriko eta magnetikoak errealitate berberaren osagarriak zirela agertzean, hots, Elektromagnetikaren teoria ezartzean.

XX. mendean sarturik, Erlatibitate Orokorraren teoria plazaratu eta gero, Einstein-ek ahalegin berezia egin zuen, orduan ezagunak ziren oinarritzeko bi indarrak —grabitatorioa eta elektromagnetikoa— indar bakarrean bateratzeko. Berak emaitza egokirik lortu ez arren, geroago aurkitu diren indar-mota berriak —elkarrekintza nuklear bortitza eta ahula— bateratzeko ahaleginak ugariak izan dira, eta azkenean fruiturik ere eman dute. Hain zuzen, Weinberg-ek, Glashow-ek eta Salam-ek

elkarrekintza ahularen eta elkarrekintza elektromagnetikoaren arteko bateraketarako teoria eraiki zuten, hori zela eta 1979. urtean Nobel Saria berenganatu zutelarik. Bestetik, arrakasta horren ondoren, elkarrekintza bortitza beste bi horiekin bateratzeko ahaleginak ere gauzatu dira Bateraketa Handiko Teorien (BHT) bidez (ingelesez GUT, “Great Unification Theories” izenaz deritzenak). Edozertara, Einstein-en bateraketa-ahaleginen hasieran jadanik ezaguna zen elkarrekintza grabitatorioa, berezi gertatzen ari da, elkarrekintza-mota hori bateratzeko ahaleginek porrot egin dutelarik, oraingoz.

Indar-mota guztiak indar bakarraren bidez bateratu egin ahal izango direnentz, hori galdegai dagoen puntua da oraindik, baina fisikariak azalpen bateragarrien bila abiatuak dira jadanik, “supersoken” teoriak tartean direlarik. Ez da aiantzi behar, ordea, gaur eguneko fisikari handi asko “azken teoria” izango litzatekeenaren atzetik dabiltzala, frogarik argiena oraintsu argitaraturiko gogoeta-lanak izanik (PE 91, WE 93, PE 93), beti ere “grabitazio kuantikoa” azalduko lukeen teoriaren bila dabiltzalarik.

2 . FISIKAREN LEGEEI BURUZKO KONTSIDERAZIO OROKORRAK

Atal honetan zientzilarien jokamoldearen ezaugarrietako batzu aurkeztu nahi dira. Horietariko batzu ez dira normalean aipatu ere egiten Fisikazko liburuetan, esan gabe doazelakoan. Garrantziari dagokionez, maila desberdinetakoak dira eta, horregatik, atalka aztertuko ditugu.

2.1. ABIAPUNTURAKO KONTSIDERAZIO METAFISIKOAK

Bestelako zientzietan gertatzen denaren antzera, Fisikan ere ba dira frogatzeko zailak diren zenbait *printzipio*, normalean printzipio bezala aurkezten ez direnak, baina fisikarien lana gidatzen dutenak, eta teoriak egiterako orduan inplizituki erabiltzen direnak. Ez ditugu nahastu behar, geroago esplizituki *postulatu* gisa aurkeztuko ditugunekin, hala nola, Erlatibitate Berezian edota Mekanika Kuantikoan postulatu ditugunekin, azken hauek experimentuekin ados egoteko postulatu beharrekotzat aurkeztuko baitira.

Printzipio *metafisikoak* direla esan dezakegu eta, azken batez, inguruko errealitatea azaltzeko prozeduretan erabiltzen ditugu, “sinespen” inplizitu bezala, mendeetako saiakera zientifikoetan gidari onak direla frogatu baitute praktikan. Fisikariaren jarrera orokorra printzipio metafisiko horietan finkatzen da, sarri printzipio horien erabilpenari buruzko gogoetarik egin ez badu ere. Hona hemen horietariko batzu (MA 70):

- *Naturaren “koherentzia”*. Fisikariak uste du, Naturaren izaera arautzen duten lege batzu existitzen direla eta lege horien bidez Naturan gertatzen dena uler daitekeela. Beraz, ez dago mirarietarako lekuri Fisikan. Honen arabera, kasu konkretu batetan experientzian ordurarte ezagututakoetatik desbideraketa handiak ageri direnean, ordurarte ezagutu ez diren fenomeno berrien bila hasiko dira fisikariak, koherentzia berriaren bila. Koherentziarekiko sinespen hau arrazoiaren prozesuen oinarrian dago, bestela lege finkoen bila aritzeak ez bailuke zentzurik izango.
- Legeak hor daude, pertsonen eraginaren gainetik. Hots, *zientzilariak ezin ditzake legeak alda*, beraiek ulertzen eta zehazten eta, gero, legeak dituzten posibilitateak erabiltzen saia daitekeen arren. Alegia, dauden legeak aurkitzera zuzenduko da fisikarien lana, ez legeak “asmatzera”. Legeak ezin dira ez aldatu, ez “asmatu”, *aurkitu* eta *formulatu* baizik.
- *Printzipio kosmologikoak*. Modu desberdinetan eman ohi diren printzipio hauek, Naturaren koherentziarekin loturik doaz, izatez, eta gizona bizi deneko unibertsoaren atal txikiari dagozkion zenbait abiapuntu dira, ondoko ideien inguruan bil ditzakegunak. Fisikariak uste du, Lurrean lorturiko teorien bidez, eta bertan eginiko experimentuen zehaztapenarekin, Natura osoaren legeak defini ditzakeela, eta, hortik abiaturik, unibertso osoan gertatzen dena uler dezakeela. Alderantziz esanda, Fisikaren legeak unibertso osoan berberak direla uste du eta, teoriak eraikitzeko orduan, horrelaxe suposatzen du. Egia esan, oso abiapuntu indartsua da hau, gure ingurune txikia unibertso osoaren lagin on, zuzen eta nahikoa dela jotzean, agian inoiz iritsiko ez garen unibertso-atalen egitura ulertzera eramán gaitzakeena, eta beharbada, gehiegizko abiapuntua izan daiteke; baina, kontrara

esan daiteke, abiapuntu hau onartu gabe aurrerapen gutxi egin ahal izango litzatekeela Kosmologiaren arloan eta munduaren egituraren ulerpenean.

- Horrekin batera, Kosmologia egiterako orduan prezeski, lege horiek unibertsoaren historia osoan zehar *beti berberak* izan direla jotzen da, hots, denboraren arabera iraunkorrak izan direla eta direla. Hau da, Naturaren legeak lehen eta orain beti berberak izan direla eta etorkizunean ere berberak izango direla. Beharbada, hau ez dago hain argi eskala kosmologikoan hartuta, baina, edozertara, horrelaxe jotzen da gizonaren historiari dagokionez. Hots, denboran zehar unibertsoa aldatuz joan bada ere, aldaketen joera eta funtsa gaur egun aurki ditzakegun lege berberen arabera gertatu izan dela onartu ohi da.

Aurreko abiapuntu hori Naturako legeen *iraunkortasuna* onartzean datza. Legeak berak aldatu ez direla onartzen da; besterik da, fisikariek historian zehar Naturaren izaera ulertzeko eraiki dituzten teorien aldaketa, azken hauek Naturaren legeen izaera ulertzeko hurbilketak baino ez baitira, zientzilarien lanarekin eta denborarekin hobatuz joan direnak.

- Bestalde, Kosmologia lantzean, unibertsoa eskala handian kontsideraturik homogenoa eta isotropoa dela jo ohi da. Azken batez, oro har, *pertsonak Naturan “leku berezirik” edo “pribilegiaturik” betetzen ez duela* onartzen da, alegia, unibertsoan duten kokapenari dagokionez bederen, gizakia bizi deneko Lur planetak eta gure eguzki-sistemak eta galaxiak ezelako garrantzi berezirik ez dutela, aurreritzi antropozentrikoak alde batetara utzirik. Ez da hori Historia osoan zehar gizonek beti izan duten eritzia, Ptolomeo-ren eredu astronomiko geozentrikoa alde batetara uzteko izan ziren oztopo latzak gogoratzeari besterik ez dagoe-larik, Galileo-ren kasua lekuko.

Aipatu ditugun oinarri metafisikoen zerrenda, osoa ez dela esan behar dugu, eta, izatez, inplizituki darabiltzagun bestelako abiapuntu batzu ere aipa daitezke, hala nola, kausalitateari eta determinismoari buruzko puntuak edota legeen estetikari buruzkoak, baina oraingo gogoetarako nahikoa delakoan, ez dugu arazo hau gehiago sakonduko atal honetan, eta geroagoko ataletan itzuliko gara horretara.

2.2. FISIKAREN LEGEAK BILATZEKO METODOLOGIAZ OHAR BATZU

Fisikarien lana Naturaren behaketatik hasten da, zehatzago esanik, datuen bilketatik, horretarako mota desberdinetako tresnak erabilirik. Sailkatzen hasiz gero, diogun ezen, gero eta hedatuagoa den espezializazioaren ondorioz, fisikari “experimentalak” eta fisikari “teorikoak” daudela esan dezakegula, biak elkarren osagarri izanik, nahiz eta gehienetan fisikari bakoitzarengan bietariko zerbait ba dagoen. Metodo modura, experimentalki datuak bildu eta sailkatu egiten dira lehenik eta behin, eta gero datu horiek interpretatzeko balioko duen teoria eraikitzen saiatzen da (*). Edozertara, behin teoria eraiki ondoren, extrapolazioak egin ohi dira, oraindik egin gabeko experimentuen emaitzak auresateko, eta gero auresanen zuzentasunaren arabera juzkatzen da teoriaren egokitasuna. Dena den, hasierako informazioa biltzeko experimentuetara itzuliz, mota desberdinetako datuak bildu ohi dira, zehazki, aldeberean edo elkarren jarraian ageri diren fenomenoaren edo datuen arteko *koerlazioak* bilatu nahirik, eta hauek lortzeko, Estatistikaren teknikak erabili ohi dira.

* Egia esanda, metodo induktibo hau nagusia izan zen joan den mendearen bukaeraratik. Geroagoko aurrerapenentarako askoz ere konplexuagoa izan da metodologia. Honetaz, argibideak emango dira 2.2.3. atalean.

2.2.1. Neurketa experimentalak eta Estatistika.

Koerlazioa, azken batez, metodo estatistikoen bidez neurgarria den kontzeptu bat da, *koerlazio-koefizienteetan* finkatzen delarik. Horrekin adierazi nahi duguna azaltzeko, sarritan erabili ohi den metodoari buruzko oharra egingo ditugu, gero zenbait adibide jarririk.

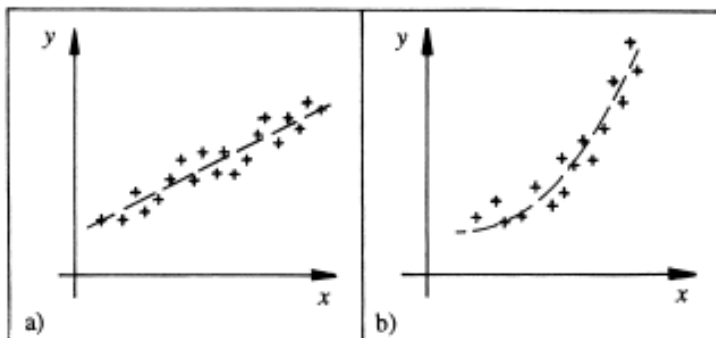
Zientzia desberdinetan, elkarrekin zerikusi kausala izan dezaketen magnitudeen arteko erlazioa lortzen saiatu ohi dira zientzilariak. Fisikaren arloko helburua legeak aurkitzea izaten da, lege-izate horrek matematikoki *erlazio funtzionala* adierazi nahi duelarik sarritan, nahiz eta, geroago ikusiko dugunez, mota desberdinetako legeak dauden eta horietariko guztiak erlazio funtzionalen bidez ager ezin daitezkeen (*). Esate baterako, demagun legearen bilaketaren lehenengo pausoak ematen ari garela, eta bi magnitudeen artean erlazio funtzionala edo antzeko zerbait dagoela susmatu dugula. Nola jakin dezakegu benetako erlazioak ote dagoen?

Horrelakoetan *erregresio-lerroa* deritzonaren kalkuluan oinarritu ohi dira zientzilariak (UR 91). Teknika estatistiko honen bidez, bi aldagairen artean menpekotasun estokastikoa ote dagoen jakin daiteke, edota erlazio funtzionaletik hurbil ote gauden. Jarraian teknika horren laburpena egingo dugu.

Erlazionaturik daudela sumatzen ditugun bi magnitudeek egoera konkretuetan dituzten balioak experimentu desberdinetan neurturik, emaitzak grafiko kartesiarrean adieraz ditzakegu, 2.1. irudietan ageri diren moduko *puntu-hodeiak* lor ditzakegarrik. Emaitzen arteko sakabanaketa lortuko dugu kasurik gehienetan, adibidez, erlazio funtzionalik ez dagoelako, edota errore experimentalak direla medio; hain zuzen, sakabanaketa horregatik ageri da “puntu-hodeia” eta ez erlazio matematiko zehatza. Dena dela, bi magnitudeen artean lege-

* Izatez, atal honetan aipatuko dena ez da Fisikaren legeen arlokoa, baina, historikoki eta metodologikoki, arlo berrietan abiatzean fisikariak ohizkoa duten metodo estatistikoa, nahitaezkoa izan da sarritan. Izan ere, joerak eta magnitudeen arteko koerlazioak legeak aurkitzeko eta teoriak formulatzeko lagungarri suertatu baitira askotan.

loturarik dagoenean, puntu-hodeiaren itxurak zenbait informazio eman diezaguke, erlazio funtzionalik egotekotan zer nolakoa izan daitekeenari buruz. Adibidez, erlazio hori lineala (2.1.a. irudiaren kasuan), koadratikoa (2.1.b. irudiaren kasuan) edota bestelakoa (hainbat kasutan ageri den erlazio exponentziala, kasu) izan daiteke, gutxi gorabehera. Alegia, *erregresio-lerro* zuzen, paraboliko edo exponentziala “doitu” ahal izango diogu puntu-hodeiari.



2.1. irudia. a) Puntu-hodeia itxura linealekoa da. b) Puntu-hodeiak itxura koadratikoa du.

Gehiegi ez luzatzearren, atal honetan erregresio linealari buruz bakarrik mintzatuko gara, erregresioa koadratikoa eta exponentziala deneko kasuak amarru matematiko sinpleen bidez erregresio linealaren kasura laburbil baitaitezke. Izan ere,

$$y = kx^2 \quad (2-1)$$

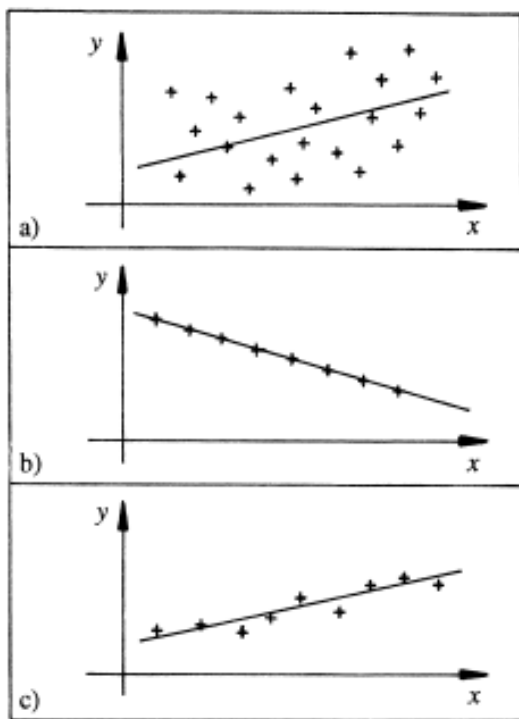
motako adierazpena, linealaki adieraz baitaiteke, $u = x^2$ aldagai-aldaketa eginez eta $y = ku$ adierazpena erabiliz. Edota

$$y = e^{kx} \quad (2-2)$$

motako adierazpen exponentziala ere linealdu egin dezakegu, eskala logaritmikoa hartuz, alegia,

$$\ln y = kx \quad (2-3)$$

eginez, eta $u = \ln y$ aldagai-aldaketa erabiliz, hots, “ u versus x ” motako adierazpen grafikoa eginez (beste hitz batzurekin esanik, y ardatzean eskala logaritmikoa erabiliz). Horregatik, hurrengo lerroetan erregresio linealaz mintzatuko gara soilik.



2.2. irudia. a) Koerlazio txikiko neurketak. b) Erlazio funtzionala. c) Erlazio funtzionala suposa daitekeen kasuko neurketa experimentalen emaitzak.

Puntu-hodeiari ondoen doituko zaion lerro zuzena kalkulatzeko, *minimo karratuen metodoa* deritzon metodo estatistikoa erabili ohi da (UR 91), horrela *erregresio-zuzena* kalkulatu ohi delarik. Dena den, metodo horren bidez, erregresio-zuzena kalkulatu ondoren, datu experimentalekiko zein mailaraino den egokia jakitea komeni zaigu, doikuntza-mailak benetan erlazio funtzionalik dagoen edota zorizko lotura dagoen adieraz baitiezaguke. Adibidez, 2.2. irudietako neurketak eta kasu bakoitzeko erregresio-zuzen desberdinak kontsidera ditzakegu. Bistakoa denez, 2.2.a. irudiko kasuan sakabanaketa oso handia da, eta doikuntza ezin izan daiteke handiegia. Ostera, 2.2.b. kasuan erlazio funtzionala erabatekoa dela esan dezakegu. 2.2. c. kasuan doiketa ona dugun arren, erlazioa ez da erabatekoa. Dena den, kasu honetan errore experimentalen azterketa egin beharko dugu.

Erregresio-zuzenaren egokipen-maila neurtzeko tresna matematikoa, *Pearson-en koerlazio linealaren koefizientea* da (UR 91). Koefiziente honen balio absolutuak $0 \leq |r| \leq 1$ tarteko balioak hartzen ditu. Hemen koefiziente hori zehazki nola kalkulatzeko den azalduko ez dugun arren, diogun ezen erabateko proportzionaltasunari dagokion koerlazio-koefizienteari 1 zenbakia dagokiola (alegia, erlazio funtzionala dagoenean), eta inolako proportzionaltasunik ez egoteari 0 zenbakia. Koefiziente hori erabilirik, hiru adibide aipatuko ditugu, erlazio funtzionala noiz egon daitekeen ulertzeko (MA 70).

Lehenengo adibidean, jolas matematikoa eginez, zutabe batetan 11 zenbakitik 30 zenbakira doazen zenbakiak idatziko ditugu. Beraren parean bigarren zutabe bat idatziko dugu, aurreko zenbakien karratuak jarriarik (guztiak izango dira hiru zifradunak). Hirugarren zutabea lehenengo zutabeko bigarren zifrekin osotuko dugu eta laugarren zutabea bigarren zutabeko erdiko zifrekin. Jolas honen emaitzak alboko 2.1. taulan ageri dira laburturik.

2.1. Taula

11	121	1	2
12	144	2	4
13	169	3	6
14	196	4	9
15	225	5	2
..	..	..	..
..	..	..	..
28	784	8	8
29	841	9	4
30	900	0	0

Hirugarren eta laugarren zutabetako zifren arteko koerlazioa neurtzean, 0,104 balioa lortzen da, oso balio txikia, 0-tik hurbil, proportzionaltasun-erlazio handirik ez dagoela argi erakutsirik, ia ezer ez, hobeto esanda.

Bigarren adibidean meteorologi datuak har ditzakegu. Demagun, meteorologi zentru batetan biltzen diren euri-uren kantitateen eta albotik pasatzen den ibaiaren kaudalaren neurketen arteko koerlazioa aztertzean, 0,812 balioa kalkulatu dugula, 1 baliotik hurbil (praktikan edozein balio lor dezakegu, baina hau adibide bat baino ez da, noski). Nolabaiteko proportzionaltasuna ba dagoela susmatuko dugu, izan ere erlazio bat baitago, nahiz guztiz zuzena ez izan, bestelako faktoreak ere kontutan hartu behar baitira.

Hirugarren adibidean gas baten kasua aipatuko dugu. Tenperatura konstantea mantendurik, batetik presioa (p) eta bestetik bolumenaren alderantzizkoa ($1/V$) neur ditzakegu, gero balio horien arteko koerlazio-koefizientea kalkulatzeko. 1 zenbakitik oso hurbil dagoen emaitza lortuko dugu (neurketen zehaztasunaren arabera), 0,9923 adibidez. Bi magnitude horien arteko proportzionaltasuna dagoela ondorioztatuko dugu, noski. Hain zuzen, Boyle-ren legeak horixe adierazten du,

$$pV = nRT. \quad (2-4)$$

Azken kasuan legea zehatza izanik, 1 balioa atera beharko litzatekeela pentsa daiteke. Haatik, praktikan ez da horrela gertatzen, tartean errore experimentalak baititugu.

2.2.2. Koerlazioetatik legeetara.

Zientziaren fase batzutan nahikoa izan daiteke koerlazioa erakustea, baina Fisikaren arloan gehienetan prozesua ez da horretan geratzen, aurrerapauso teorikoa eman nahi izaten delarik. Izan ere, aurreko adibide horietan ikus daitekeenez, koerlazioa oso handia denean, azpian *Naturaren lege* bat dagoela uste izaten du fisikariak eta orduan teoria bat eraiki nahi izaten du, koerlazio hori “azaldu” ahal izateko. Kontua haxe da: Nola eratorri koerlazioa printzipio teoriko batzutatik?

Honetaz esan behar da, fisikarientzat ez dela nahikoa erlazioa zehazki eman dezaketen formula enpirikoak lortzea, nahiz eta inoiz hasiera batetan pauso hori eman izan den. Esate baterako, Balmer-en zenbakien kasuan, zientzilari honek hidrogenoaren marra espektralaren maiztasunak auresateko formula erraz bat aurkitu zuen enpirikoki 1885. urtean, honakoa hain zuzen,

$$\nu = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (2-5)$$

non n direlakoak zenbaki naturalak diren. Formula hau oso baliagarria izan arren, fisikarientzat emaitza praktiko onak zituen amarru bat baino ez zen izan, harik eta 1913. urtean Bohr-ek bere eredu atomikoan oinarriturik —hortaz, teoria batetan— formula berbera ondorioztatu zuen arte. Azken batez, fisikaria printzipioak bilatzearen atzetik doa, aurreko kasuan adibidez, atomoaren teoriaren atzetik.

Behin teoria finkatu ondoren (gehienetan era matematikoan egingo duena), teoriaren barneko ondorioak bilatzen saiatuko da fisikaria, esperientzia hurbiletik urrun egon daitezkeenak, nahiz eta gero experimentuen bidez zuzenki edo zeharka “frogatu” eta “egiaztatu” beharko diren.

2.2.3. Experimentuak, lege teorikoen azken epaileak.

Koerlazioen bidez, edo bestelako metodo batez materiaren portaerari buruzko lege berriren bat aurkitzean, fisikariaren hurrengo pausoa, baldintza berrietan aldagairen batek izango duen portaera edo balioa aurrerata da, horretarako “lortutako” legeaz baliatuko delarik. Alegia, legeak aurkitu nahi dira, lege horien bidez aurreranak egiteko.

Edozelan ere, legeen bidezko aurreranak zuzenak edo okerrak izan daitezke, eta horrek legea bera “zuzena” edo “okerra” den erabakitzeke aukera emango digu. Izan ere, zientziaren oinarritzko printzipioa —ia-ia definizioa— honako esaldi honen inguruan jar baitaiteke: «*Ezagutza ororen testa, experimentua da. Experimentua da “egia” zientifikoaren epaile bakarra*» (FY 89, I).

Feynman-en azken baieztapen honi buruzko zenbait ñabardura egin daiteke arlo desberdinetan, hala nola Mekanika Kuantikoarenean. Izan ere, kasu honetan behaketa egitean ez da emaitza bakarra aurreraten, zenbait emaitza posibleri dagozkien probabilitateak baizik. Nolabait esateko, behaketa konkretuen aurrerankortasun-ahalmenerako muga bat ageri da, zorizko elementu bat. Horrek ez du esan nahi, experimentuekin ados ez egotea, emaitza experimentalak probabilitatearen arabera aztertu behar direla baizik. Edozertara, aurreko baieztapenak zutik dirau, azterketa-modu hori experimentuen emaitzetan oinarrituta baitago (HA 89).

Experimentuak teoriaren epailetzat aurkeztu arren ere, ez da ahanzi behar, mota desberdinetako anomalia experimentalak ager daitezkeela,

eta praktikan ageri ohi direla. Hala ere, horrek ez du halabeharrez adierazi nahi, teoria oker dagoenik. Esandakoa adibide batez azaltzeko, Einstein-en Grabitazioaren Teoriaren inguruko gorabeherak aipatuko ditugu (zehaztasun gehiagorako Weinberg-en azken liburua azter daiteke) (WE 93). 1916. urtean teoria jadanik plazaraturik zegoela, sistema eguzkitarreko gorputzen higidurari zegokionez, Merkurioren perihelioaren prezioio anomaliaz gain, ezagunak ziren bestelako anomaliak ere, hala nola zenbait kometaren higidurarenak eta ilargiarenak, adibidez. Gaur eguneko ikuspuntutik ba dakigu, Merkuriorena soilik zela teoriaren bidez azaltzeko modukoa, eta, izatez, oso test egokia zela teoriaren zuzentasuna “neurtzeko” edota adierazteko, Einstein-en teoriaren aldeko froga garrantzizkoa izanik. Beste anomaliak bestelako arrazoen bidez azaldu behar dira, arrazoi edo kausa horiek, kometen kasuan ihesi doazen gasen azterketan, eta ilargiaren kasuan beraren tamaina handiaren kausazko marea-indarren azterketan bilatu behar direlarik. Laburbilduz, esan nahi duguna ondokoa da, alegia, anomalia experimentalak egote hutsak ez duela halabeharrez teoriaren aurreanaren desegokitasuna adierazten; horregatik, experimentuen bidezko epaiketa horretan kontu handiz egin behar da juzkua, okerreko bidera ez iristeko.

Grabitazioaren Teoriaren kasuarekin segituz, oso famatua izan zen —eta diogunarentzako argigarria— argiak eguzkiaren albotik pasatzean pairatzen duen desbideraketaren aurreanaren inguruko prozesua. Jakina denez, Eddington-ek 1919. urtean eginiko experimentuaren emaitzak, “egiaztatu” egin zuen aurrean hori. Horrela onartu zen hasieran, behintzat. Hala ere, hurrengo hogeitahogeita hamar urteetan eginiko neurketen emaitzek, guztiz zalantzan jarri zuten experimentu haren zuzentasuna. Hasieran aipaturiko Feynman-en eritzian oinarrituta, experimentuaren epaiketa teoriaren aurka zegoela zirudien. Edozertara, fisikari gehienak teoria onartzearen alde agertu ziren, bestelako

argudioak erabiliz, teoriaren beraren “edertasuna” horietariko sendoena izan zelarik. Adibide honek adierazten duenez, teoriak garrantzia eta onarpena izan dezake, froga experimentalik gabe ere (nolabait itxuraz kontra egon arren). Eta horrela landu izan dira zenbait teoria behin baino gehiagotan, etorkizunean froga egokiak agertuko direlakoan.

Alderantzizko kasurik ere gertatu izan da Fiskaren historian, alegia, aurreanak experimentalki egiaztatu arren teoria bera onartu ez deneko kasurik. Weinberg-ek Elektrodinamika Kuantikoaren kasua aipatu du adibide modura (WE 93). Jadarik 1930eko hamarkadan, teoria honek bere baliagarritasuna agertua zuen mota desberdinetako prozesu fisikoak kalkulatzeko. Nolanahi dela, barnean zeuzkan zenbait kontraesan tarteko zirela —infinituen problema, konkretuki—, teoria desegokitzat hartu izan zen denbora luzez fisikari gehienek partetik. 1950. urterarte itxaron izan behar zuen onarpenerako, Feynman, Schwinger eta Tomonaga-ren kalkulu-metodoak agertu arte, hauek kontraesanik gabeko argitasun teorikoa ekarri zutelarik. Ez zen, hortaz, nahikoa izan experimentuen adostasuna, teoria egokia behar baitzen, barne-kontraesanik gabea.

Aipaturiko adibideak ikusi ondoren berriro hasierako oharra itzuliz, bere neurrian hartu behar dugu F. Bacon-engandik datorkigun eritzia, hots, Naturaren etengabeko eta aurreritzirik gabeko behaketatik soilik garatu behar ditugula hipotesi zientifikoak. Gauza ez da hain sinplea. Teoriak bestelako biderik har dezake experimentuen erabakirik gabe ere, nahiz eta behaketen bidez soilik egiaztatu ahal izango diren teoriak, test egokien bidez, sarri bestelako anomaliak alde batetara utzita.

Beraz, aurreko oharretan eginiko ñabardurak gorabehera, kasu gehienetan, hasierako experimentu eta neurketen interpretazioaren bidez legea —teorikoa, noski— aurkitu ondoren, fisikaria berriro itzuliko da experimentura, teorikoki eginiko auresana betetzen den ala ez

frogatzeko. Eta aurreanaren zuzentasunaren arabera, legearen adierazpena bere horretan onartu ala, bestela, zuzendu egingo du. Aipaturiko prozesu horretan laburbil daiteke metodo zientifikoaren egitura: *Behaketa*, *arrazonamendua* eta *experimentua*, horiexek dira behin eta berriro errepikatu behar diren pausoak.

2.2.4. Errore experimentalak.

Esandakoaren arabera, behaketa da zientziaren oinarritzko prozesua, edo behaketa baino areago, behaketan eginiko neurketa. Baina gehienetan neurketa bakarra egitea ez da nahikoa izaten, zeren emaitza erabiltzerakoan, norainoko “ona” den jakitea komeni baita.

Magnitude fisikoa neurtzerakoan, lortuko dugun balioa eta “egiazko” balioa berberak izango direnik ezin dezakegu espero, akatsik gabeko neurketa perfekturik ez baitago, eta beti ere errore experimentalak eduki behar baititugu kontutan.

Errore experimentalen arteko batzu ekidingarriak dira eta beste batzu ekidinezinak. Lehenengoen artean, tresnaren kalibrazio egokiaz edo experimentuko baldintzen kontrolaz ekidin daitezkeen *errore sistematikoak* ditugu. Ostera, errore sistematiko guztiak zuzendu arren ere, zenbait aldiz errepikaturiko neurketetan ez dira balio berberak lortzen, *zorizko errore*en kausaz. Errore hauen zergatikoak mota desberdinetakoak izan daitezke, hala nola, neurketa-baldintzen bapateko aldaketak (esate baterako, presio-, hezetasun- edo tenperatur baldintzen aldaketa ezustekoa) edota experimentatzailearen arreta-egoeraren aldaketak, edo bestelakoak. Zorizko errorearen eragina txikiagotzeko, neurketa-kopuru handia egin ohi da ahal den kasuetan, gero teknika estatistikoen bidez emaitzen estimaziorik onena egin ahal izateko, eta errorearen beraren neurria ere nolabait neurtzeko.

Teoria baten aurreanaren testak egiterakoan experimentatzaileak izan ditzaketen jarrera desberdinez, asko hitz egin da. Kasurako, Eddington-ek argiaren desbideraketa neurtzeko experimentuaren kasuan lorturiko emaitzen benekotasuna zalantzan jarri izan da —ondoren eginiko beste

experimentuetan hainbesteko zehaztasunik lortu ezinik ibili izan baitziren fisikari asko—, kontra zeudenak argudio modura erabili zutelarik, alde zurretik erantzuna ezaguturik nolabait emaitza horrekin ados zihoazten neurketak soilik hartu izan zituela kontutan. Egia esanda, ez dirudi horrela izan zenik, nahiz eta diotenez, auresanekin ondo lotzen ez zen plaka fotografikoren bat alde batetara utzi izan zuen. Edozelan ere, bigarren mundu-gerraren ondoko neurketek 1%-eko zehaztasunez konfirmatu izan dituzte orduko auresanak. Izan ere, ez da Fisikaren historian emaitzen faltsifikazio garrantzizkorik ezagutzen. Oso alderantziz, sarritan agertu izan dituzte espero ez zituzten datuak, nahiz eta horrek experimentuaren porrota nolabait adierazi (esaterako, Michelson-Morley-ren experimentuaren emaitza negatiboa aipa daiteke). Kontua da, experimentatzaileek auresan zuzenaren emaitza alde zurretik ezaguturik, beren bilaketa emaitzak auresanarekiko adostasun puntu egokian dauden unean buka dezaketela, eta horrek zenbait limitazio ekar ditzakeela errorean adierazpenaren mailan bertan.

2.2.5. Postulatuak egin beharra

Aurreko ataletan, neurketa experimentaletatik lortutako erlazio funtzionalen bilaketaz aritu izan gara. Baina fisikarientzat ez da nahikoa izaten erlazioak berak aurkitzea, horiek azalduko dituzten oinarrizko legeak baizik. Bilaketa horretan, logikoki froga ezin ditzaketen puntuetara iristen dira behin baino gehiagotan, eta zenbait kasutan *postulatuak* egin beharra izaten da. Horrelakoxeak baitira postulatuak, alegia, frogapenik gabe onartzen diren adierazpenak, hurrengo frogapenetarako beharrezkoak izango direnak.

Edozertara, zenbait kasutan Fisikaren teoriak eraikitzeko onarturiko postulatuak, experimentuen emaitzetan finkaturik daude zuzen-zuzenean; edo, alderantziz esanda, experimentuen emaitzak koherenteki ulertu ahal izateko ezarri ohi dira postulatuak. Adibide modura, argiaren aldaezintasunaren postulatuak aipa dezakegu, Michelson-Morley-ren experimentuaren emaitzekin ados. Beste zenbait kasutan, ordea,

postulatuak bestelako arrazoiengatik proposatu dira, hala nola eritzi estetiko edota matematikoengatik —ikus, adibidez, Dirac-en kasua— (WE 93).

Esan behar da, bestalde, kasu batzutan postulatu berri horiek ordurarteko beste postulatuetan oinarritutako teorien bidez projektaturiko experimentuen porrota gainditzeko eta ulerterazteko eman direla, Einstein-en Erlatibitate Bereziaren kasuan, adibidez. Izan ere, Michelson eta Morley-ren experimentuaren porrota ulertezina zen Galileo-ren transformazioa erabiliz gero, alegia, erreferentzi sistema desberdinetan argiaren abiaduraren balioa desberdina zela kontsideratuz. Hortik zetorren, eterea bilatzean izandako porrota (EI 84, FR 78, SR 83, EP 92). Experimentuen emaitzak zuzenki azaltzeko eta arazoa gainditzeko, Einstein-ek bere postulatu eman zuen: «*argiak espazio librean (hutsean) inerti sistema batekiko duen abiadurak beti balio berbera du, c , argi-iturria eta sistema inertziala direnak direla*». Horrekin batera, erlatibitate-printzipioa ere postulatu zuen, «*lege fisiko guztiak sistema inertzial guztietan modu berean adierazten direla*» postulatu. Eta bi postulatu horietan finkaturik eraiki zuen Erlatibitate Bereziaren Teoria deritzona.

Mekanika Kuantikoaren eraikuntzan ere zenbait postulatu egin behar izan dira, Mekanika Klasikoak finkaturiko mentalitatearen arabera ulertezina den portaera kuantikoa azaltzeko (CT 77, GP 78). Postulatu hauen arabera, sistema kuantikoaren egoera egoera-bektore berezi baten bidez definitzen da, neurgarri fisikoen deskribapena eragileen bidez egiten da, magnitude fisikoen neurketetan lorturiko emaitza posibleak eragileen autobalioak direla onartzen da, eta abar. Oinarrizko postulatu hauen bidez ulergarri egiten dira, mentalitate klasikoaz bitxiak eta ulertezinak diren efektu kuantikoak, experimentuetan behin eta berriro ageri direnak, horiek azaltzeko teoria baliagarria eraikiz, Mekanika Kuantikoa alegia. Zer esanik ez, metodo hori onartu bada, horren bidez lorturiko ondorioak praktikan egokiak suertatzen direlako da.

2.3. FISIKAREN LEGEEN MOTA DESBERDINAK

Aurreko puntua ikusi ondoren, Fisikaren “legeak” zer ote diren galde daiteke. Magnitudeen arteko erlazioen atzetik dauden printzipio teoriko horiek era matematikoan ematean, “lege baten adierazpen matematikoa” egin dugula esan ohi dugu, eta horixe izan ohi da, lortu nahi den helburua. Hots, “legea” magnitude fisikoei buruzko “aldagai” desberdinak modu matematiko (formula, ekuazio, inekuazio,...) batez erlazionatzean eginiko adierazpena da (*).

Kasu batzutan, aztertzen ari garen sistema fisikoaren (gasa dela, partikula-multzoa dela,..) egoera konkretu batetan dauden magnitude batzuren arteko erlazioa izaten da “lege” deritzogun hori. Beste batzutan, denbora pasahala magnitudeek duten eboluzioa adierazten da legeetan, magnitudeen “dinamika” aztertzen delarik. Bestelakorik ere izan daiteke, prozesuen itzulgarritasunari edota itzulezintasunari buruzko adierazpenak edo adierazpen probabilitistikoak, kasurako. Hori dela eta, mota edo maila desberdinetako legeak daudela esan dezakegu. Azter ditzagun banan-banan.

Batetik *lege kausalak* dei ditzakegunak ditugu. Hauetan, sistema fisiko baten eboluzioaren kasuan, elkarren jarraian doazen bi aldiune desberdinetan magnitude batek dituen (edo batzuk dituzten) balioen arteko erlazioak ematen dira, magnitude bat beste baten aldaketaren “kausa” delarik. Lege “dinamikoak” dira, hortaz, sistema definitzen duten magnitudeen eboluzio denborala adierazten digutenak. Adibide modura, Mekanikaren kasua aipa dezakegu, Newton-en legeen indarra abiaduraren aldaketaren —hots, azelerazioaren— sortzailea delarik. Holako legeetan sistema fisikoaren eboluzio denborala definitzen edo zehazten da, eta legea erabiliz, sistemak aldiune batetan duen egoera ezagututa (posizioa eta abiadura ezagututa, Newton-en legearen kasuan), etorkizunean izango duena aurrean daiteke. *Kausalitate-*

* Aldagai horietako batzu magnitude neurgarriak dira gehienetan, baina ez beti, zenbait teoriatan neurgarriak ez diren aldagaiak erabiltzen baitira.

printzipioa da hemen nagusi bere zentzurik hertsienean, egoera baten ondoren (*kausa*) beste egoera batek (*efektuak*) etorri behar duelarik.

Geroago ikusiko dugunez, mota honetako legeak era matematikoan azaltzerakoan, ekuazio diferentzialen bidez adierazi ahal izango ditugu, berorien integrazioz eta hasierako baldintzak emanik sistema fisikoaren eboluzio osoa (partikulen ibilbideak) erabat determinaturik egongo delarik, matematikoki. *Determinismoaren* problemaren aurrean aurkituko gara holakoetan. Iraganak erabat zehaztuko eta *determinatuko* du nolakoa izango den etorkizuna. Hala ere, horrekin ez dugu pentsatu behar, hasierako baldintzak (partikularen posizioak eta abiadurak) ezaguturik Naturaren ezagutza guztizkoa denik, praktikan horrek oso muga konkretuak baititu, unibertsoko partikula guztien hasierako baldintzen kopurua izugarria baita alde batetik (gure mailako unibertsoko zati txikia hartuta ere berdin litzateke) eta, bestetik, kaos deterministari buruzko atalean ikusiko dugunez, hasierako aldiuneko baldintzak zehaztasun infinituz ezagutu beharko baikenituzke, eta hori ezinezkoa baita (honetaz luze mintzatuko gara 6. atalean). Bestalde, Mekanika Kuantikoaren arloan posizioak eta abiadurak berek galduko dute esangura, tartean ziurgabetasun-printzipioa baitago.

Bestetik *egoera-legeak* dei ditzakegunak ditugu, horrelakoak Termodinamikaren arloan ugari direlarik. Honakoetan, sistema fisiko bat egoera egonkorrean egonik, bertan neur daitezkeen magnitudeen arteko erlazioak adierazi ohi dira, lehenago aipatu dugun Boyle-ren legean gertatu den bezala, zeinean, tenperatura finkaturik, presioak eta bolumenak erlazio finkoa bete behar duten, nahitaez. Hor ez zaigu ezer esaten sistemaren eboluzio denboralari buruz, eta ezin gara mintzatu kausa-efektu erlazioaz, lehenago egin dugun esangura berberaz behintzat. Ez dira, beraz, lege dinamikoak, orekako egoeran —hots, egoera makroskopiko egonkorrean— ageri diren magnitudeen arteko erlazioak baizik. Dena den, ez da pentsatu behar, oreka hori egonkortasunaren adierazle erabatekoa denik eta bertako egoeran ezer aldatzen ez denik, oreka hori modu estatistikoan (eta makroskopikoan)

ulertu behar baita, nahiz eta maila atomikoan aldaketa handiak gerta daitezkeen, eta, horien ondorioz, fluktuazio estatistikoak gertatzen diren. Izan ere, maila mikroskopikoan, edo, zehatzago esateko, maila atomikoan, aldaketak etengabe gertatzen ari baitira atomoetan.

Aipaturiko lege-motez gainera, Termodinamikaren arloan eboluzio denboraleko adierazpenak modu bitxian agertuko zaizkigu, Termodinamikaren bigarren printzipioa tartean dagoelarik. Horren arabera, magnitude makroskopikoen arteko erlazioak *inekuazio* modura agertuko zaizkigu. Inekuazio horiek Naturaren aldaketarako joera adieraziko dute, izaera horrek prozesu naturalen itzulezintasunarekin eta denboraren norantzarekin (denboraren gezi termodinamikoa) zerikusirik izango duelarik, hurrengo atal batetan ikusiko dugunez.

Beraz, laburbilduz, teoria fisikoei dagokien formalismo matematikoan, lege-mota desberdin horiek itxura matematiko desberdina dutela esan dezakegu.

Azken paragrafoetan esandakoa kontutan harturik, Fisikaren arlo batzutan berrikusi egin beharko dira hemen adierazitako zenbait kontzeptu, hala nola Erlatibitatean eta Mekanika Kuantikoan kausalitateaz gertatuko dena, tartean espazio-denboraren izaera edota maila atomikoan materiak duen konportamolde “probabilistikoa” kontutan izan beharko direlarik, hurrenez hurren, eta orduan zenbait zehaztasun egin beharko dira; baina aurkezpen honetan ez dugu aurrerago joko, geroagoko atal espezifikoetarako utzirik (ikus 6.2. eta 6.4. atalak).

Edoiztara, hemen aipatzen ari garen legeak —hau da, fisikariek Naturaren izaera ulertzeko eta azaltzeko erabiltzen dituzten legeak—, izatez, “lege teorikoak” dira, hots, teoria baten adierazpenak, teoria hori zenbait hipotesitan oinarritzen delarik. Zer esanik ez, Naturarekin lan egitean eta experimentuen emaitzak neurtzean hipotesi horiek desegokiak direla ikusiz gero, teoria bera aldatu behar izaten da. Baina puntu hau hurrengo atalean aztertuko dugu.

2.4. TEORIA FISIKOEN MATEMATIZAZIORAKO ESKEMA

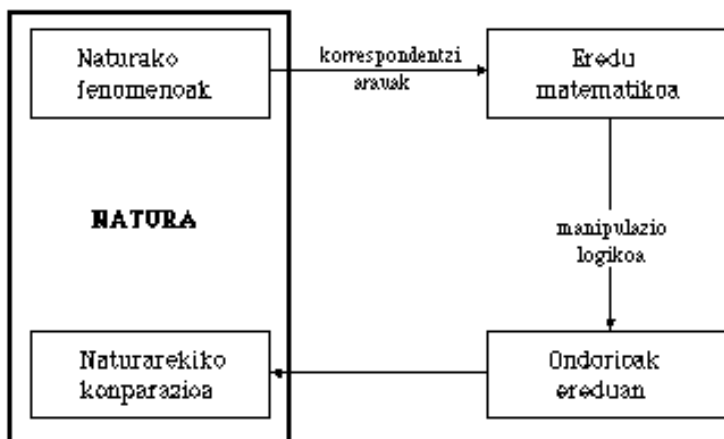
Fisikarien ikuspuntutik “Naturaren legea” esaten denean, “modu logikoan” erabiltzeko moduko deklarazio batetaz ari gara. Horixe da Fisika Teorikoaren lehenengo betebeharra, legeetan deklarazio orokor eta unibertsalak lortu nahi baititugu, eta ez soilik kasu berezi batetan aplikatzeko modukoak. Horretarako, Naturaren jokamoldearen eraiketa interpretatibo bat prestatu ohi da eta bertan kontzeptu orokorrak sartu ohi dira, kasu eta baldintza askotarako balio dezaketenak. Adibidez, “masa” edo “molekula” hitzak esatean, ez ditugu partikula bakar baten masa edo molekula bat bakarra gogoan, baizik edozein masa edo molekula adierazi nahi dugu, modu honetan kontzeptu horiek emankorrak direlarik, edozein kasutan erabiltzeko modukoak eta kasu berriak aztertzeko bidea eskaintzen dutenak.

Orohar, Fisikaren legearen deklarazio edo azalpena *Matematikaren* bidez gertatzen da, nahiz eta hori maila eta era desberdinez egiten den, geroago ikusiko dugunez. Fisikaren matematizazio-prozesua Newton-ekin hasi zela esan ohi da, Fisika Matematikoaren sortzailetzat bera hartzen delarik. Newton-ek lan handia egin zuen arlo horretan, aldi berean kalkulu diferentziala sortuz (garaikide izan zuen Leibnitz ahortzi gabe, noski), eta bestetik arrakasta handia izan zuen teknika matematikoen bidez fenomeno fisikoen eredu teorikoak erabiltzean. Izatez, horixe da Matematika Fisikaren “hizkuntza” modura hartzeko arrazoi nagusia, Fisikaren historian hizkuntza matematikoan oinarritutako eredu teorikoak behin eta berriro arrakastatsuak suertatu baitira. Horregatik, gaur egunean ezin uler daiteke teoria fisikorik egiterik, beraren matematizaziorik gabe (UE 90).

Fisikaren eta Matematikaren arteko harreman hori emankorra izan da bi zientzietarako. Fisikak ezinbesteko tresna du Matematika, eta aldi berean, berez erabilpen praktikoetarako zertan baliagarria izan behar ez duen Matematika, erabilgarri eta tresna praktiko bihurtu da.

Esandakoaren adibide modura, kasu asko aipa ditzakegu, bektore-analisitik hasita, tentsoreak, kurbadun espazioak, Hilbert-en espazioak, fraktalak eta abar luzearekin segituz.

Naturaren legeen teoria matematikoa eraikitzean, Naturako gertaerekiko *korrespondentzi arau* batzu jartzen dira, hots, hizkuntza matematikoan esaten denak errealitate fisikoan zer esangura duen argi adierazirik, eta alderantziz. Alegia, magnitude fisikoen adierazpen matematikorako arauak dira korrespondentzi arauak, kontzeptuak Fisikatik hizkuntza matematikora “itzultzeko” hiztegia. Hortik aurrera, Matematikaren hizkuntza erabili ahal izango dugu. Horregatik, hori egin ondoren, eta jadanik eredu matematikoa prest daukagularik, bertan *manipulazio logiko-matematikoa* egin ohi da, era horretan *ondorio* batzutara iritsirik. Orduan berriro erabili behar dira korrespondentzi arauak, hizkuntza matematikoan lortutakoak errealitatera “itzultzeko”. Une horretan teoriaren zuzentasuna norainokoa den egiaztatu behar da, ondorio teorikoak errealitateari nola hurbiltzen zaizkion aztertuz; eta hori experimentuen bidez egin ohi da. Prozesu osoa 2.3. irudian adierazi da eskematikoki (MA 70).



2.3. irudia. Fisikaren eta Matematikaren arteko lotura eskematikoa.

Eskema horri buruzko zenbait ohar egin ditzakegu. Lehenik eta behin, eskema hau batez ere mende honetara iritsi aurreko Fisikari dagokiola esan behar da, mende honetan matematizazio zuzeneko kasuak ere gertatu direlarik (WE 93). Eskuineko partea Fisika Teorikoari dagokio. Eredu matematikoaren multzoan teoria fisiko-matematikoak daude, hau da, lege fisikoaren adierazpen matematikoak, horietarako egin beharreko hipotesi eta postulatuak, eta abar. Manipulazio logikoak teknika matematikoen erabilpena adierazi nahi du, alegia, algebraren, analisiaren eta bestelakoaren erabilpena. Eta eremuan ateratako ondorioak, hasierako behaketetan nabariak ez diren ondorio matematikoak dira, hala nola ekuazio diferentzialen integrazioz lor daitezkeen kontserbazio-printzipioak eta beste. Zer esanik ez, azken hauek interpretatu beharra egongo da, korrespondentzi legeekin segituzko bidearen alderantzizkoa egiteko.

Irakaskuntzaren ikuspuntutik ere oso komenigarria gerta daiteke eskema honen egitura gogoan izatea. Normalean, unibertsitateko irakastaldi teorikoetan (eta liburuetan, orohar) eskemaren eskuin aldean ihardun ohi du irakasleak, bai irakastaldi teorikoetan eta bai ariketa-saioetan ere. Ariketa modura ageri ohi diren “problema”, enuntziatu baten bidez aurkeztu ohi zaizkie ikasleei. Enuntziatuan Naturan gerta daitezkeen edota experimentu sinplifikatuetan presta daitezkeen egoera hipotetikoaren deskribazioa egin ohi da. Enuntziatu horretatik ikasleek korrespondentzi legeak aurkitzera beharturik daude, problema ondo planteatuko badute, legeak kontutan edukiz enuntziatuaren idazkera matematikoa lortzeko. Enuntziatuan emandako datuak, ekuazio edo adierazpen matematikoen ebazpenerako baldintza nahikoak izaten dira. Ariketa horiek ikasleek teoria fisikoez duten ulermen-prozesuan baliagarriak izan daitezkeen, irakasleen lana enuntziatuak mota desberdinetan prestatzean datza, kasu bakoitzean datu-multzo desberdinak aukeratuz, baldintza nahikoak emateko posibilitate

desberdinak erabiliz. Labur esanda, ikageletan proposatu ohi diren ariketa teoriko horiek, eskemaren eskuineko atalari dagozkio.

2.5. FISIKAREN LEGEEI ESKATZEN ZAIZKIEN BETEBEHARRAK

Aurreko atalean esandakoaren arabera, teoria fisikoetako legeak era matematikoz aurkeztu ohi dira. Baina legeak ez dira edonolakoak, bata besteetatik erabat banatuta daudenak, guztien arteko batasun modukoa dagoelarik, Natura bakarra baita. Horrela, lege berriak bilatzeko prozesuan, fisikariek gidari modura baldintza batzu eskatzen dizkiete lege berriei.

Hasteko, lege bat baino gehiago azal daitezkeenez, berorien arteko erlazioa zaintzea eskatzen da bereziki, guztiak bateragarriak izateko moduan; esan nahi baita, ez dela kontraesanik sortu behar gauza bera bide desberdinetan adieraztean. Alegia, legeei *bateragarritasuna* eskatu behar zaie.

Lehenago ere esan dugunez, izatez, legeak beti berberak direla jotzen dugularik, lege horiek adierazteko historian zehar sortzen diren teoriak eboluzioa paira dezaketen arren, beti ere, eboluzio horretan azalpenaren eremua zabalduz joan beharko da. Holako zerbait gertatu izan da higiduraren eta gorputzen erorketaren azalpenean, Aristotele-rengandik hasi eta Galileo-Newton-engandik segiturik Einstein-engana iritsi arte. Teorien eremuak zabalduz joan dira, teoria berriak aurrekoak azaltzen zuena bere barnean harturik eta eremu zabalagoetara iritsirik. Prozesu horretan nolabaiteko *zabalgarritasuna* egon da (*).

Horretaz gainera, aurreko atalean aipatu dugun eran, denboraren araberrako magnitudeen eboluzioa aztertzean, fisikarien asmoa

* Izatez, mota desberdinetako kasu eta adibideak daude. Zenbaitetan teoria berriak aurreko teoria osorik hartu du bere barnean, baina ez beti. Bestetan teoria berriak atal berriak bereganatu ditu baina, aldi berean, teoria zaharrean azaldutako atal batzu kanpo utzirik. Bestelako kasuak ere ageri izan dira. Honetaz, eritzi desberdinak egon dira historiaren ikertzaileen artean (Popper, Feyerabend, Weinberg,...).

kausaltasunik ote dagoen bilatzera zuzentzen da askotan. Baina nola ulertzen da kausaltasun hori? Izatez, fisikariak sistema fisikoen egoeren arteko erlazioen bila iharduten du lanean. Prozesu fisikoetan egoera bati beste bat jarraikitzen zaio denboran, sistema berean magnitude neurgarriak aldatuz joaten direlarik. Magnitude neurgarri horien arteko erlazio kausalak lortu nahi dira “lege kausalen” bidez. Hortaz, *kausaltasuna* legeek bete behar duten propietate bat dela esan dezakegu.

Ba dira bestelako eskari bitxiago eta eztabaidagarriagoak ere, hala nola, adierazpen matematikoaren *sinpletasuna* eta *edertasunarena*. Bai bata eta bai bestea arrazoi estetikoengatik defendituak izan dira fisikari handi batzuren kasuan (Einstein-ek adibidez) eta eskari modura oso argiak ez badira ere, zenbaitetan teorien eboluzioak horrelako zerbait erakutsi duela esan daiteke. Esate baterako, Fisikaren arlori (edo Astronomiaren arlori, nahi bada) benetako iraultza ekarri zuen Kopernikg-en eredu heliozentrikoaren kasuan, sinpletasun handia gertatu zela esan daiteke (UE 90). Beraren aurrean Ptolomeo-k emandako eredu geozentrikoak 83 eplizikloren bidez azaltzen zituen Eguzkiaren eta planeten higidurak; ordea, berak 17ra jaitsi ahal izan zuen kopurua. Arrazoi hori oso garrantzizkoa izan zen eredu proposatzerako orduan. Egia esan, are sinpletasun handiagoa lortu zen geroago Kepler-en orbita eliptikoekin; baina hori beste kontu bat da.

Edozertara, edertasunari buruzko eritzi horretaz ñabardura bat baino gehiago egin daiteke. Kasurako, aipagarria dateke Weinberg-en eritzia: «*Edertasuna gure gidaria da fisika teorikoan, baina ez da paperean idatziriko ekuazioen edertasuna bilatzen ari garena, printzipioen edertasuna eta elkarrekin uztartzean dutena baizik. Ekidinezintasunaren izaera duten printzipioak nahi ditugu. Ez dio axolarik, ekuazioak berak politagoak edo itxusiagoak direnontz. Adibidez, Einstein-en Erlatibitate Orokorren teoria bigarren ordenako ekuazio diferentzialen multzo batetan oinarritzen da; eta gauza bera Newton-en grabitazioaren teoriaren kasuan. Ikuspuntu honetatik bi teoriak maila bereko edertasuna dute. Baina Einstein-en Erlatibitate Orokorren teoriak*

ekidinezintasunaren kualitate-maila handiagoa du. Einstein-en teorian ez zegoen biderik alderantzizko karratuaren arabera legea ekiditeko, alderantzizko karratuaren arabera legea aplikatzen deneko baldintzen menpean, alegia, distantzia handietan eta abiadura txikietan. Ezin dezakezu jolasik egin Einstein-en teoriarekin eta alderantzizko karratuaren legea ez den bestelakorik lor distantzia handietan, jolas osoak porrotik egin gabe. Newton-en teoriarekin, zuk nahi izandakoaren moduko alderantzizko potentziaren arabera legea lor dezakezu, eta, beraz, Einstein-en teoria ederragoa da, zurruntasun- edo ekidinezintasun-maila handiagoa duelako». (FW 87, 107 or.)

Edertasunarekiko aipamen hau etengabekoa da fisikari honen liburuetan, honako eritzia agertu duelarik: «Behin eta berriro, beren edertasun-zentzunez gidatuak izan dira fisikariak, ez soilik teoria berriak garatzerako orduan, baizik eta baita garatutako teorien baliagarritasuna epaitzerako orduan ere». (WE 93, 71. or). Azken eritzi honi dagokionez, Einstein-en Grabitazioaren Teoriaren onarpenaren adibidea aipatu digu, lehenago 2.2.3 atalean azaldutakoaren arabera.

Eztabaidarik sor daiteke, ordea, edertasuna bera definitzerako orduan, ez baita musikan edota bestelako arteetan erabiltzen diren parametroekin neurtzeko modukoa (hauek ere oso neurgaitzak izanik, eta heziketazko alde kulturala edukirik). Zenbait fisikarik zalantzan jartzen dituzte edertasun-erizpideak berak. Penrose-k kasurako, Weinberg-i eginiko kritikan (PE 93), nahiz eta oinarritzko printzipioa onartzen duen, hain zuzen «*edertasuna teoria fisiko arrakastatsuen nahitaezko osagarria*» dela dioenean, jarraian argi dio, desberdintasunak «*edertzat hartu behar diren egituren*» aukeran egon daitezkeela. Izan ere, Weinberg-ek simetria «*egitura dotoretzat*» agertzen duen bitartean, Penrose-k «*konplikazio itsusiztat*» hartua izan daitezkeela dio, gaineratuz ezen «*eredu estandarrean gutxienez determinatu gabeko hamazazpi parametro agertzeak, gainezkatu egiten duela simetriren bilduma osoak ekar dezakeen edozein edertasun*». Ez dago beraz adostasunik edertasun hitzaren esanguran bertan, hain baita definigaitza.

Dena den, aurreko kontsiderazioak ahanzi gabe, teoria baten bidez adierazitako “lege” batek Naturako lege bezala onartua izateko bete behar duen baldintzarik gogorrrena, experimentuen bidez frogatua izatearena da, dudarik gabe. Lehenago esan dugunez, experimentua izango baita praktikan teoria fisikoen (hots, legeen) azken epailea (FY 89). Edozertara, honi buruzko zehaztasunetarako, lehenagoko 2.2.3. atalean esandakoa berrikus daiteke.

2.6. LEGEEN ADIERAZPENEAN ERABILTZEN DIREN ZENBAIT KONTZEPTU

Fisikaren legeak aztertzerakoan eraiki ohi diren teorietan, hiru elementu-maila edo kontzeptu-ardatz erabiltzen dira: *sistemak*, *aldagaiak* (behagarriak edo ez) eta *egoerak*. Ezer baino lehenago kontzeptu hauek zehaztera eta definitzera saiatuko gara.

Ez da ahanzi behar, Naturaren legeak gizonaz kanpokoak izan arren, pertsona dela lege horiei buruzko teoriak eraikitzen dituen, gero lege modura aurkeztuko dituen. Legeak emateko lehenengo pausoa, kanpoko objektua identifikatzea da. Geure kasuan aztertuko ditugun kanpoko objektuei, *sistema fisikoak* deritzegu, edo soil-soilik esanda, *sistemak*. Kontuz ibili behar da *sistema* hitzarekin, erabat polisemikoa baita eta, berarekin batera doan izen, izenlagun edo adjektiboaren arabera (erreferentzi sistema, sistema soziala, partikula-sistema, sistema mekanikoa, harremanetarako sistema,..) oso gauza desberdinak adieraz baititzake; baina beraren esangura zehazteko hitza espreski adierazten ez den bitartean, guk sistema fisikoa aipatzeko erabiliko dugu hemen.

Sistema fisikoek zenbait propietate dituzte, behagarriak eta neurgarriak izan daitezkeenak, alegia, teknika desberdinen arabera pertsonak zuzenki edo zeharka behatzeko eta neurtzeko modukoak, hala nola, posizioak, momentu lineala, energia,.., eta horregatik, horrelaxe joko ditugu sistemak, alegia, propietate behagarriak eta neurgarriak dituzten objektu modura. Are gehiago, propietate behagarri horien bidez

lortuko dugu sistemaren izaerari buruzko informazioa, teknika experimentalen bidez, noski, gero legeak finkatzeko erabiliko duguna. Edozein kasutan, teoria fisikoak eraikitzean, behagarriak eta neurgarriak ez diren zenbait aldagai ere erabil daitezke, matematizazioaren elementu gisa.

Sistema fisikoen eta beraiei dagozkien propietate behagarrien zerrenda luzea eman dezakegu. Adibidez, puntu materiala sistema bat da, zenbait propietate behagarri dituelarik: masa, posizioa, abiadura, energia zinetikoa,... Elektroiak dituen propietateak, masa, karga, tamaina eta abar dira. Eta horrela.

Beraz, adibide hauek aipatu ondoren, zehatz dezagun pixka bat gehiago, sistema fisiko baten *behagarria* zer den. Izenak berak dioenez, beha daitekeena da, sistemaren kalitate bat alegia. Holakoak bat baino gehiago izan daitezkeenez, lehenengo arazo bat, sistemak zenbat behagarri dituen jakitean datza. Zer esanik ez, mota desberdinetakoak izan arren, gure kezka, sistema bera nola dagoen identifikatzeko, alegia, sistemaren *egoera* erabat zehazteko zenbat behagarri behar ditugun jakitera zuzentzen da. Gehiago oraindik, Fisikan nolabait *neurgarriak* diren behagarriak interesatzen zaizkigu, *magnitude* deritzegunak. Horixe adierazi nahi dugu magnitude hitzarekin: «*sistema fisikoaren kasuan neur daitekeen propietate behagarria*».

Magnitudeen balioa (neurgarriak baitira, beraien balioa neurketaren emaitza izanik) aldatuz joan daiteke denborarekin eta horrek adieraziko digu sistemaren egoeraren aldaketa, gehienetan legeen mamia izango dena. Aldatuz joan daitezkeen magnitudeak, *aldagaiak* izango dira eta sistemaren egoera zehazten duten magnitudeei, *egoera-aldagaiak* ere deritze. Horien artean elkarretik aparte defini daitezkeenak, *aldagai independenteak* izango dira. Mekanikan partikulen posizioa zehazteko aldagai independenteen multzoko bakoitzari *askatasun-gradu* deritzo.

Behaketa eta neurketa aipatu ditugunez, zenbait zehaztapen egin beharko ditugu. Lehenengoa, *erreferentzi sistema* deritzonari buruzkoa izango da, erlatibitate-printzipio desberdinak zehaztean berebiziko

garrantzia izango duena. Nondik eta nola neurtzen dugun esan nahi duen kontzeptu horrek, zehaztapenaren beharra du, baina oraingo atal honetan ez gara horretaz saiatuko, geroago baizik, erlatibitateaz hitz egitean. Bigarrena, behaketa egitean behatzaileak (*) sistemarekin duen elkarrekintzari dagokio, sistemaren egoera bera aldatzera ere eraman dezakeena, eta geroago Ziurgabetasun-Printzipioa azaltzean sakonago aztertuko duguna. Bukatzeko, neurketa bera ere hobeki aztertu beharko litzateke, neurketa-prozesuarekin lotuta doan errorearen problematikarekin batera, lehenagoko 2.2.1. atalean aipatu dugunez.

* “Behatzaile” hitzari dagokionez, zenbait zehaztasun egin beharko lirateke aldeztasunetik, hitz horrek daukan “pertsona” kontzeptu subjektiboarekin nahitaez zuzenki ez identifikatzeko. Esate baterako, Erlatibitate Bereziaren kasuan, erreferentzi sistemari dagokion “behatzailea” ez da pertsona bakar eta konkretua izango, sistemari dagozkion neurketa espazio-denboralak egingo dituzten behatzaileen multzoa baizik, zeintzuen artean erlojuen sinkronizaziorako metodologia finkaturik dagoen. Beraz, kontu handiz hartu behar da “behatzaile” hitza, nahasterik sor ez dadin.

3 . FISIKAREN

ESPAZIOA ETA DENBORA

Fisikaren arlo guztietan ageri diren bi oinarritzko kontzeptu, *espazioa* eta *denbora* dira. Izan ere, Fisika zientziaren ikuspuntutik, Naturan gertatzen diren *aldakuntzak* aztertzea da interesgarria, eta aldakuntzen arteko oinarritzkoena eta arruntena, gorputzen higidurarekin loturikoa dugu, gorputzen posizioen aldakuntza, alegia. Baina, bestalde, fisikarien lana ez da behaketa kualitatiboarekin bukatzen, oso alderantziz baizik, ahaleginik handiena behaketa kuantitatiboetan egiten baitu, hots, neurketetan. Bide horretatik abiatutik, higiduraren lehenengo neurketa kuantitatiboan, partikulak *non/noiz* dauden neurtu beharko da, ondorioz bietatik eratorritako magnitude erabilgarria lortzeko, abiadura hain zuzen.

Dena den, neurketa espazio-denboralak egiteko premia ez da soilik abiaduraren ondorioa lortzera mugatzen, eta, orohar, fenomeno fisikoak *non* eta *noiz* gertatzen diren deskribitu ohi da, beraien azalpena emango duen legea zehazteko orduan. Horregatik, lege horrek Fisikaren legeei eskatzen zaien zehaztasuna izan dezan, aldeztu aurretik ahalik eta zehatzen finkatu behar dira bi kontzeptu hauek: espazioa eta denbora.

3.1. DENBORAREN IZAERA ETA NEURKETA

Pentsamolde arruntan, intuitiboki edo, *denbora* etengabe aurrerantz doan magnitude bat dela kontsideratu ohi dugu. Fisikaren arloko legeetan ageri den aldagai independentea dela ere esan ohi dugu, fenomeno naturalak denboraren aldaketaren arabera definitzera saiatzeko baikara. Nolakait esateko, fisikariek intuitiboki ulertzen duten

magnitude “*naturaltzat*” hartu ohi dugu.

Baina zer ote da denbora? Nola defini daiteke? Egia esanda, ez da definitzeko erraza, nahiz eta intuitiboki uler dezakegun! Intuitiboki dugun ulerpena, geroagoko 3.1.4. atalean aipatuko dugun denboraren “gezi psikologikoa” deituko dugunaren azalpenarekin lot daiteke, zeinaren kausaz denbora etengabe aurrerantz doala sentitzen dugun. Hala ere, Fisikaren ikuspuntutik ardura diguna, ez da hainbeste nola defini dezakegun, gertaeren arteko denbora-tartea nola neur dezakegun baizik, hain zuzen, denbora-tarteak baitira, neur ditzakegun bakarrak.

Portaera errepikakorra duen edozein sistema fisiko erabil daiteke denbora neurtzeko, baldin eta ziklo bakoitza aurrekoaren errepikapena dela pentsatzeko arrazoirik badago. Ziklo osoa betetzeko behar den denborari, *periodoa* deritzo. Beraz, denbora neurtzeko metodo edo tresnak, fenomeno periodikoetan oinarritzen dira, eta edozein fenomeno periodiko erregularrek erloju modura joka dezake. Kasurako, gure zainetan zeharreko pultsazioak, penduluaren oszilazioak, egunaren errepikapenak eta abar, denak har daitezke erlojutzat, nahiz eta doitasun desberdinekoak izan.

3.1.1. Denbora-unitatearen definizioa.

Denboraren pasaketa natural hori, denbora neurtzeko unitate naturalak —alegia, fenomeno natural errepikakor ezagunetan oinarriturikoak— dei ditzakegunekin loturik dakusagu, abiapuntu gisa eguna eta urtea denboraren unitatetzat hartu ohi direlarik. Baina, zehaztasunaren izenean, aspaldidanik galdetu zuten filosofoek, ea egun guztiak luzera berekoak zirenentz, eta denbora-zati txikiagoak neurtzen ere saiatu ziren, egiptiarren klepsidretatik (ur-erlojuak) abiatuak (UE 90). Laster konturatu ziren, denboraren *txantilo*i finko eta zehatz bat eratzea espazioarena eraikitzea baino askoz ere zailagoa zela, benetako txantilo erregularra definitzeko zertan finkaturik ez baitzeukaten. Galileo-k penduluaren oszilazioen isokronismoa aurkitu zuenetik (1583. urtean) eta Huygens-ek erresorte-pendulua asmatu zuenetik,

ahaleginak erritmo finkodun erlojuen eraiketan jarri ziren eta asko aurreratu zen denboraren neurketan.

1960. urterarte, denboraren unitatea *batezbesteko egun eguzkitarra* deritzonaren arabera definitu ohi zen, zeina eguzkia bere zenitetik (punturik altuenetik) bi aldiz segidan pasatzearen arteko denbora den, baina urte osoan zehar balio horren batezbestekoa eginik. Denbora-tarte hori abiaburutzat harturik eta $24 \times 60 \times 60 = 86400$ zatitan banaturik, zati horietako bakoitzari *segundoa* (edo zehatzago esateko, *batezbesteko segundo eguzkitarra*) deritzo, zeina unitate modura aukeratua izan zen.

Edozelan ere, Lurraren biraketa-periodoak gorabeherak ditu eta urterik urte gehikuntza txiki bat gertatzen ari da periodo horretan, gutxi gorabehera 10^9 partetan 2-ko baliokoa dena (EL 84). Bestalde, erloju atomikoak ere fabrikatu dira, zesio atomoaren elektroien bibrazioak kontagailu elektroniko batekin mihizatuz (bestelako atomorik ere har zitekeen, noski). Erloju atomikoen arteko konparazio zehatzak eginez, zehaztasun handiz erritmo berekoak direla frogatu izan da, erloju desberdinen arteko doitasun-maila 10^{11} partetan 1-ekoa izanik. Eta, bestalde, ez da kausarik ezagutzen, elektroien atomikoen bibrazio-periodoaren aldaketa sortzeko. Horrexegatik, 1973. urtean zientzilariek birdefinitu egin zuten *segundoa*, zesio-133 atomoaren maila egonkor hiperfinen arteko trantsizioei dagozkien elektroien bibrazio-periodoaren arabera, esanez, «*segundoa era horretako 9192631770 periodori dagokion denbora-tartea dela*». Txantilo berria zehaztasun handikoa da, apurtezina eta errepikatzeko modukoa.

3.1.2. Denbora-tarte oso laburrak.

Denboraren definiziotik bertatik, oso denbora-tarte txikiak neur ditzakegula ikusi dugu, zesio atomoaren kasuan 10^{-10} s-tako mailara iritsi garelarik. Teknika elektroniko, tarte laburragoetara ere eraman dezakegu denboraren neurketa, 10^{-12} s ingurura.

Hori baino denbora-tarte txikiagoak neurtzeko, bestelako teknikak erabili behar dira, zeintzuen arabera pasatako denbora kalkula

daitekeen, zeharkako tekniken bidez. Izatez, denboraren bestelako definizioa erabili ohi da, ez higidura periodikoan oinarriturikoa, baina bi definizioak baliokideak direneko hipotesia eginez. Metodori erabiliena, higitzen ari den gorputzak ibilitako distantzian oinarriturikoa da. Adibidez, π° mesoiaren erdibizitzaren iraupenaren kalkulurako, mikroskopio bidez, sortuberriak izandako π° mesoiek emultsio fotografikoetan markaturiko bidea aztertu izan da, 10^{-7} m ingurukoa dela neurturik, batezbeste. Horretan oinarriturik, mesoi horren erdibizitza 10^{-16} s ingurukoa dela kalkulatu da (FY 89).

Teknika eta definizioak hedatuz, oinarritzko partikulen azterketarako azeleragailuetan egindako experimentuetan, nukleo bibrazioen periodoen iraupena neurtu da (10^{-22} s inguru), eta erresonantzia arraroena ($\sim 10^{-24}$ s) ere. Bestalde, diogun, argiaren abiaduraz hidrogenoaren nukleoaren (ezagutzen den txikiena) distantzia ibiltzeko 10^{-24} s inguru behar dela.

Hortik behera, ba ote du esangurarik denbora-tarte txikiagoez hitzegiterik? Denbora-tarteen kuanturik ote dago? Gaur egunean, bateraketarako teoretarako eginahalean, eta Big Bang deritzon hasierako leherketaren hipotesia onarturik, hasierako aldiunearen ondoren 10^{-40} s pasa eta gero aldiunea kontsideratu ohi da, zeinean unibertsoaren tamaina indarren bateraketarako neurrikoa zela kontsideratzen den (TI 90). Uste hori norainoko zuzena den ezin ziurta daiteke.

3.1.3. Denbora-tarte oso luzeak.

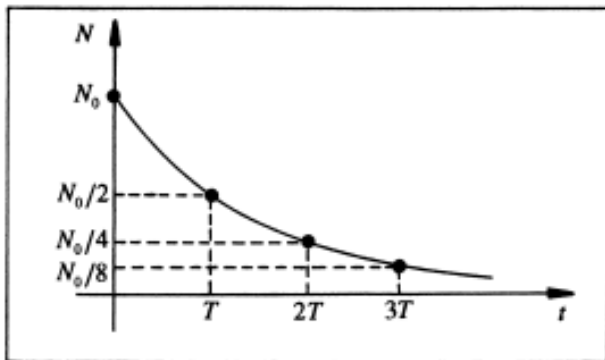
Segundoa baino luzeago diren denbora-tarteak neurtzea, erraz samarra da eskala antropozentrikoan gauden bitartean. Egunak 86400 s dituela eta urteak 365 egun (batezbesteko urteak 345.242 egun gutxi gorabehera).

Iraganeko gertaerei begira, Naturak berak eskaini digu urteak kontatzeko sistemarik, hala nola, zuhaitzen enborren eratzun-kopuruen bidezkoa. Historia liburuak ere betebeharrak berbera dute praktikan. Baina

jadanik aurrehistorian sartuz, bestelako teknikak erabili behar dira. Arrakastarik handienekoa, material erradioaktiboak erloju modura erabiltzetik dator. Kasu honetan ez da kontutan hartzen gertaera periodikoa, bestelako erregularitasun denborala baizik. Materia erradioaktiboaren erradioaktibitate-maila aztertuz experimentalki neurtu denez, erradioaktibotasunaren beherapena modu exponentzialean gertatzen da denborarekiko. Zehatzago esateko, materi mota erradioaktibo bakoitzaren kasuan, ba da konstante denboral bat, T , *erdibizitza* deritzona, zeina pasatzean erradioaktibitate-maila erdira jaisten den. Beraz, experimentalki neurtu denez, desintegrazio erradioaktiboaren adierazpen grafikoa, 3.1. irudian ageri den modukoa da eta, matematikoki, (3-1) adierazpenekoa,

$$N(t) = N_0 2^{-t/T}, \quad (3-1)$$

non N_0 delakoa hasierako aldiunean ($t = 0$ zenean) zegoen materia erradioaktiboaren kantitatea den, eta $N(t)$ delakoa, t aldiunean dagoena.



3.1. irudia. Nukleo erradioaktiboaren kopuruaren eboluzio denborala.

Desintegrazio erradioaktiboaren legea kontutan hartuz, eta zenbait

hipotesi gehigarri eginez, oso atzerantz egin dezakegu denboran. Adibidez, karbono-14 osagaiaren erdibizitza 5000 urtekoa da. Beraren bidez aspaldiko bizidunen hondakinen adina neur daiteke (noiz hil ziren, hobeto esateko), bizirik dauden bitartean karbono-isotopo desberdinen arteko proportzioa konstantea delako hipotesia onartuz. Behin hil eta gero karbono-14 erradioisotopoa berrornitu gabe desintegratuz doanez, denbora pasahala beraren proportzioa etengabe beheratuz doa. Erabili ohi diren tekniken bitartez, 20 bat erdibizitzatarainoko aztarnak neur daitezke. Horrela, metodo honen bidez duela 100000 urtetarainoko datazioa egin daiteke ($\sim 3 \times 10^{12}$ s).

Hortik gora, bestelako erradioisotopoak erabili behar dira. Esate baterako, oso denbora luzetarako erabil dezakeguna, U-238 delakoa da. Honen erdibizitza 4.51×10^9 urtekoa da. Desintegrazioaren ondorioz, beruna ageri da uranioa duten haitzetan. Uranio/beruna proportzioen azterketa eginik, haitz batzuren datazioa egin da uranio-238 isotopoaren erdibizitzaren mailaraino ($\sim 10^{17}$ s). Metodo honen hedapen batez, itsasoetako uranio/beruna proportzioen azterketak Lurraren beraren dataziora garamatza, zeina 5.5×10^9 urte ingurukoa den.

Aurrerago joanda, unibertsoaren sorrerarentz hurbil gaitzake. Dauden teoria kosmologikoen eta neurketa experimentalen arabera, unibertsoaren sorrera (*Big Bang* famatua) duela 1.5×10^{10} urte inguruan koka dezakegu ($\sim 4,7 \times 10^{17}$ s). Honaino iritsita ondoko motetako galderak egin ditzakegu. Hori baino lehenagoko denboraz hitz egin ote daiteke? Hori baino denbora-tarte luzeagoez hitz egin ote daiteke? Iraganerantz ote daitekeen, ez dago oso garbi; etorkizunerantz, ez dakigu.

Edozein kasutan Big Bang-eko uneaz aurreko denboretaz galdetzean, berez galdera horrek zertan erantzunik eduki beharrik ez duela esan daiteke, erantzunik gabeko erantzun berezi hori zenbait analogiaz azal daitekeelarik, Weinberg-en liburuan ageri den moduan (WE 93). Adibidez, tenperaturari dagokionez, eguneroko esperientzian oinarrituta

Urteak	Segundoak	Denbora-tarteak	Erdibizitzak
		?????	
10^9	10^{18}	Unibertsoaren adina	U^{238}
	10^{15}	Lurraren adina	
10^6	10^{12}	Lehen gizona	
10^3	10^9	Piramideen adina	Ra^{226}
1	10^6	Gizakien bizi-adina	H^3
	10^3	Eguna	
	1	Eguzkitik Lurrera argiak behar duena	Neutroia
	10^{-3}	Odol-taupada	
	10^{-6}	Soinu-uhinak	
	10^{-9}	Irrati-uhinak	Muoia π^+ mesoiak
	10^{-12}	Biraketa molekularra	
	10^{-15}	Bibrazio atomikoa	
	10^{-18}	Atomoa zeharkatzeko argiak behar duena	π^0 mesoia
	10^{-21}		
	10^{-24}	Bibrazio nuklearra Nukleoa zeharkatzeko argiak behar duena	Erresonantziak
		?????	

3.2. irudia. Denbora-tarteen eskala logaritmikoa.

ba dakigu, beti aurki ditzakegula hotzago dauden gauzak; baina azkenean ba da zero absolutua deritzon maila, zeinetik beheragoko tenperaturek esangurarik ez duten. Hawking-ek iparreranzko norantzaren analogia erabili ohi du azalpenean. Dioenez, Lurraren gainazaleko edozein puntutan gaudela, esangura konkretua du iparreranzko norantzak; baina Ipar Poloan gaudela, ez du zentzurik beraren iparraz galdetzeak. Aurreko analogiak nahiko argigarriak gerta daitezkeen arren, ene eritzian, erantzunik adierazgarriena eta argiena, laugarren eta bosgarren mendean bizi izan zen San Agustín-ek bere *Aitorkizunak* liburuan Jainkoaren izaerari buruzko gogoetetan emanikoa da. Problema honi buruzko pentsaketak egitean, honako ondorioa atera zuen, alegia, oker zegoela edo akatsa zela Jainkoak unibertsoa sortu aurretik zer zegoen galdetzea, izan ere, denboratik kanpo dagoen Jainkoak, denbora bera ere unibertsoarekin batera sortu baitzuen.

Azken batetan, ez dakigu benetan galdera zuzen eta egokia egiten ari garen. Ez gara esaten ari, unibertsoak adin finitua duenik, arrazoi hutsez horrela ez denik ezin esan dezakegunik.

Nolanahi dela, arlo horretan barenratu gabe, denborari buruzko ohar hauei amaiera emateko, 3.2. irudian zenbait denboraren adierazpen grafikoa egin da eskala logaritmikoa erabiliz (FY 89).

3.1.4. Denboraren gezia.

Edozertara, neurketa-prozesuarekin eta aldiberekotasunaren problematikarekin zerikusia duten ñabardurak hurrengo atalerako utzirik, lege fisikoen formulazioan erabili ohi den denbora matematikoaren ezaugarri batzuri buruz mintzatuko gara. Har dezagun, adibidez, Mekanikaren abiapuntua den Newton-en bigarren lege famatua, kasu unidimentsionalean honela eman dezakeguna,

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F(x). \quad (3-1)$$

Bertan ikus daitekeenez, posible dugu t aldagaiaren zeinua aldatzea, ekuazio dinamikokan inolako arazorik sortu gabe. Eta hori ez da soilik Newton-en legeaz gertatzen. Hamilton-en ekuazioak, Maxwell-en ekuazioak, Einstein-en Erlatibitate Orokorra, Dirac-en ekuazioa, Schrödinger-en ekuazioa,... guztiak aldaezinak dira denboraren norantzarekiko, hots, denboraren zeinuarekiko simetrikoak direla esan dezakegu. Hortik batek baino gehiagok pentsa dezake, denboraren ibilbidea atzerantz ere gerta daitekeela; baina gauzak ez dira horren sinpleak, gertaera naturaletan jarraian aipatuko dugun itzulezintasuna gertatzen baita. Modu berean, Grabitazioaren eta Mekanika Kuantikoaren arteko bateraketarako ahaleginak egitean, denbora “irudikorra” sartzeko asmoa agertu dute zenbait fisikaririk, zeina norabide espazialeetatik desberdintzeko ezina izango litzatekeen. Bertan ez legoke desberdintasunik, denboran aurrerantz edo atzerantz joatearen artean.

Eredu matematikoaren aldetik, aipaturiko legeen kasuan iraganaren eta etorkizunaren arteko desberdintasunik ez dagoela dirudi. Ordea, *denboraren gezi* bat dago Naturan, zeinaren arabera Fisikan denbora *etengabe aurrerantz doala* kontsideratu behar dugun. Denbora beti norantza positiborantz gertatzen da. Zergatik dago iraganaren eta etorkizunaren arteko desberdintasun hori? Zergatik gogoratzen gara iraganaz eta ez etorkizunaz?

Iraganetik etorkizuneranzko norantzaren arazora itzulirik, denboraren pasaketa itzulezinenaren zentzazioa funtsezkoa da konszientzi sentimenduetarako, eta pertsonen ezagupenen handipenerako. Beti ere, erabat zehazturik geratu den iraganetik, oraindik zehazkabea den etorkizunerantz higitzen ari garela dirudi. Tartean ba da galdera edo kezka bat, alegia, ea benetan etorkizun hori, orainean eginiko egintzen bidez geure nahien arabera bidera ote dezakegun, edota pertsonentzako etorkizuna moldatzeko “aukerabide askerik” ote dagoen, kontzeptu hauek “askatasun” ideiarekin lotuta egonik. Puntu hauek 6. ataleko kontsiderazio filosofikoen artean aztertzeko utziko ditugu oraingoz,

momentuz denboraren geziaren izaeraren azterketan oinarrituko garelarik.

Honelatan, ba, denboraren pasaketaren norantza zehazterakoan, S. W. Hawking-ek hiru gezi desberdintzen ditu denborari dagokionez, guztiak norantza berean apuntatzen dutelarik: gezi termodinamikoa, gezi psikologikoa eta gezi kosmologikoa (HA 89, PE 91).

Gezi termodinamikoa entropia haziz doaneko norantza markatzen duena da, Termodinamikaren bigarren printzipioan oinarriturikoa alegia, printzipio hau Naturan gertatzen diren esperientziaren ondorio enpirikoa delarik.

Termodinamikaren bigarren legearen arabera, edozein sistema itxiren kasuan, desordena (edo entropia, nahiago bada) handituz doa denborarekin. Azalpena Mekanika Estatistikoaren eremutik erator daiteke, izan ere, egoera desordenatuetarako probabilitatea egoera ordenatuetarakoa baino askoz ere handiagoa baita. Hori, askoz ere egoera desordenatu posible gehiago dagoelako da, eta horregatik sistemen eboluzioan joera hori dago. Denborarekin desordena hazteak, iraganaren eta etorkizunaren arteko desberdintasuna adierazten du. Hortik erator daiteke, denboraren norantza adierazten duen gezia, gezi termodinamikoa deritzoguna.

Gezi psikologikoa pertsonaren pentsamolde eta memoriari dagokio. Hauxe da denboraren pasaketaz guk sentitzen dugun denboraren gezia. Iraganeko gauzak ditugu memorian eta sekula ere ez etorkizunekoak, eta planak egiterakoan, etorkizunerako egiten ditugu eta sekula ere ez iraganerantz; «joanak joan» esango genuke. Psikologikoki oso desberdina da, beraz, iraganerantz edo etorkizunerantz abiatzea. Fisikaz ari garela, psikologia zertara datorren galde daiteke. Erantzuna eman daiteke laster, geure eraikuntzak geure burmuinaren arabera egiten baititugu.

Izatez, gezi psikologikoa eta termodinamikoa nahitaez doaz norantza berean. Ikus dezagun horren zergatikoa zein den. Esan dugunez, Termodinamikaren bigarren legea, berez, egoera desordenatuak egoteko

posibilitatea egoera ordenatuak egotearena baino askoz ere handiagoa izatearen ondorioa dela esan dugu. Beste aldetik, egia esan, ez dakigu zehazki gure zerebroak nola lan egiten duen, baina ordenadoreen antzera diharduela jorik, ordenadoreen memoriaren analogiaz azal dezakegu gezi psikologikoaren funtsa. Bertan erraz ikus daiteke ezen, ordenadoreak iragana “gogoratzen dueneko” denboraren norantza, unibertsoaren desordena haziz doaneko berbera dela.

Hara! Ordenadorearen memoriaren osagaiak bi egoeratan egon daitezke. Zenbaki bat bertan grabatu aurretik, memoria egoera desordenatuan dago, osagai bakoitzaren egoera posibleek probabilitate berbera dutelarik. Gogoratu behar den sistemarekin elkarrekintza izan ondoren, memoriako elementuak egoera konkretuan jarriko dira; baina horretarako energia gastatu beharko dugu, noski. Energia hori bero gisa iraungiko da, eta ordenadorearen ordena handitu arren, unibertsoaren desordena handituko du. Froga daitekeenez, desordenaren handipena ordenadorearen barneko ordenaren handipena baino handiagoa da, denetara, desordena etengabe handituko delarik. Ordenadorearen hozkailuak handitu egingo du unibertsoaren desordena. Hots, ordenadoreak iragana gogoratzeko duen denboraren norantza, unibertsoaren desordena handitzen denekoa da.

Egindako analogia zuzena bada (eta horrela dela dirudi), denboraren hazkuntzarako geure zerebroan dugun zentzun subjektiboa, denboraren gezi termodinamikoak zehazten duena da. Alegia, ordenadorearen kasuan bezala, nahitanahiez, entropiaren hazkuntzaren arabera gogoratzen ditugu gertaerak. Hortik, ba, esan dezakegu, gure zerebroaren barnean gezi termodinamikoak determinatzen duela denboraren gezi psikologikoa. Horregatik, hain zuzen, bien arteko baliokidetza. Alderantziz esanda, unibertsoaren desordena denborarekin hazten bada, guk geuk denbora bera desordena haziz doaneko norantzaz neurtzen dugulako da. Argiago, ura!

Dena den, bestelako galdera hau ere egin daiteke. Zergatik izan behar du gezi termodinamikorik unibertsoan? Alegia, zergatik iraganeko

denboretan unibertsoak ordena handiko egoera izan behar zuen eta etorkizunean gero eta desordena handiagoa, heriotze termikorantz eta erabateko desordenarantz abiatuz?

Hasieran erabateko desordenarik balego, desordenak ezingo luke denborarekin hazi, eta ondorioz ez legoke gezi termodinamiko definiturik, edo agian Naturak eboluzionatu egingo luke ordena handituz. Baina hau ez da behaketa experimentaletan ikus daitekeena, guztiz alderantzizkoa baizik.

Grabitazioaren teoria kuantikoan mugarik gabeko baldintza jarritz, denboraren hasiera puntu erregularra izango litzateke, eta unibertsoaren hasiera egoera leun eta ordenatua izan zatekeen, ez erabat uniformea, ordea, uniformetasuna ziurgabetasun-printzipioaren aurka bailegoke. Hasiera horrek gezi termodinamikoaren izaera azalduko luke.

Ba da bestelako gezi bat, *gezi kosmologikoa* deritzona, zeina unibertsoa hedatzen ari deneko denboraren norantzakoa den. Unibertsoaren hasiera expantsio-prozesuaz abiatu zelarik, hasieran bederen, gezi kosmologikoa eta gezi termodinamikoa norantza berekoak izan dira. Gaur eguneko neurketen arabera, oraindik ere fase expantsiboan gaude eta, beraz, gezien arteko akordioa gertatzen da. Baina zer gertatuko litzateke inoiz unibertsoaren fase uzkuertzailan sartzean?

Fase uzkuertzailan gezi kosmologikoa norantzaz aldatuko litzateke, noski, baina gauza bera gertatuko ote litzateke gezi termodinamikoaz? Galdera honi buruz, Hawking-ek arrazonamendu luzea adierazi du bere liburuan (HA 89), hasieran gezi termodinamikoa ere alderantzuko zela uste zuela azalduz, alegia unibertsoa berriro kolapsatzean ordena handituz joango zela. Azkenean, ordea, bestelakoa da beraren eritzia.

Beraren ustez, gu bezalako izaki inteligentek soilik existi daitezke unibertsoaren fase expantsiboan. Fase uzkuertzailako baldintzak ez lirateke egokiak izango, gure galdera egingo luketen izaki inteligenteentzat. Alegia, izaki inteligentek ezingo lukete galdera hau egin: zergatik handitzen da desordena, unibertsoa zabalduz doan

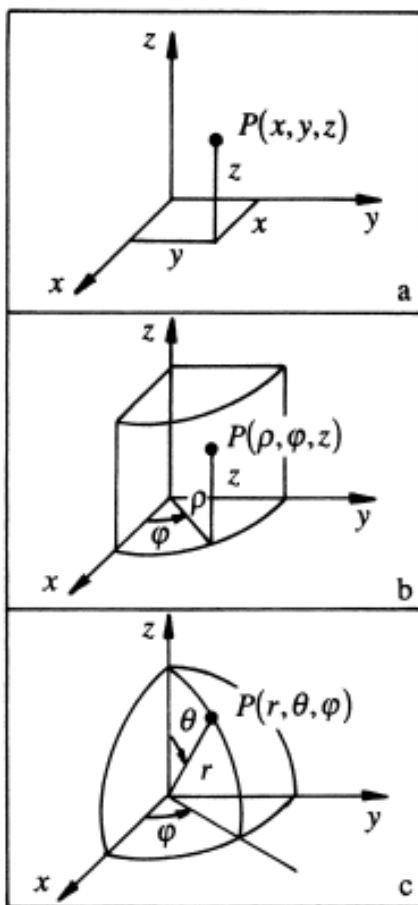
denboraren norantza berean? Eta hori, izaki intelighenterik fase horretan egongo ez litzateelako. Hain zuzen, oraingo fase expantsibo honen ostean fase uzkuurzailea badator, hori hemendik hamar mila miloi urtetara inguru gertatuko dela kalkulatu da, ordurako izar guztiak erabat erreta egongo direlarik eta unibertsoaren desordena-egoera ia erabatekoa izango delarik. Baldintza horietan ez da gezi termodinamiko argirik egongo, desordenak berak ere hazteko aukera handirik ez baitu izango. Baina bizitza inteligentea izateko baldintza beharrezkoa da gezi termodinamiko garbia izatea. Izaki intelighenteek energiaren berrantolaketa edo erabilketarako energia ordenatuaren beharra dute. Izan ere, izaki intelighenteek elikatu egin beharko lirатеke, alegia energiaren forma ordenatua kontsumitu beharko lukete eta berotan bihurtu. Ondorioz, unibertsoa uzkuurtuz lihoakeen fase horretan, ez litzateke bizitza intelighenterik gertatu ahal izango.

Laburbilduz, gezi psikologikoa eta termodinamiko nahitaez doaz norantza berean eta, ikus daitekeenez, unibertsoak mugarik ez duela onaturik, gezi termodinamiko eta kosmologiko definituek egon behar dute, eta berberak izan behar dute izaki intelighenteen garapena posible izan dadin, Hawking-en argumentazioaren arabera. Dena den, entropiaren hazkundeaz loturik dagoen gezi termodinamikoari buruz eta ordena/desordenaren arazoaz geroago ere mintzatuko gara beste ikuspuntu batetik, 6.5. atalean.

3.2. ESPAZIOAREN IZAERA ETA NEURKETA

Hasteko, diogun ezen espazioaren kontzeptua erreferentzi sistemaren idealizaziotik bideratu ohi dela. Erreferentzi sistema espaziala, behatzailearekin batera lotuta doan solido zurrun ideal bat da, izatez, zeinean *jatorria* deritzon puntu finkoa definitu den lehenengo, eta gero, beste puntuak jatorriarekiko definitzeko eta finkatzeko metodo bat, jatorriarekiko distantzietan oinarriturikoa. Beste edozein puntu finkoren posizioa definitzeko, hiru zenbaki hartuko ditugu, *koordinatuak*

deritzegunak eta modu askotara aukera ditzakegunak, geometriaren metodologia erabilirik. Adibide modura, 3.3. irudian puntu bati dagozkion koordinatu cartesianen, zilindrikoen eta esferikoen definizio geometrikoa ageri da.



3.3. irudia. a) Koordinatu cartesianak. b) Koordinatu zilindrikoak. c) Koordinatu esferikoak.

Demagun, adibidez, koordenatu kartesiarrek hartu ditugula. Esan bezala, solido zurrun batetako puntuan jatorria harturik, elkarren perpendikularak diren hiru ardatz definituko ditugu, hiruren artean triedroa osaturik, zenbait suposizio geometriko ideal eginik, alegia, ardatz koordenatuak “lerro zuzenak” direla, “ininituki luzeak” eta “etengabe zatigarriak”. Koordenatuek, ardatzek definituriko hiru norabideetako distantziak adierazten dituzte. Horrela, puntu matematiko idealen definiziotik abiatutik (puntuak neurri nulukoa izanik), puntu bakoitzaren kokapena hiru zenbakiren bidez eratuko da definiturik — (x, y, z) letrez adierazi ohi direnak—.

Ondorioz, kokapen geometriko horren arabera defini ditzakegun puntu matematiko ideal guztien multzoari, *espazioa* deritzogu. Eredu matematiko modura, definizio horrek ez digu arazorik sortzen, noski; kontua da, ordea, ea horrela definituriko espazioa “Fisikaren espazioari” dagokion eta horrek Natura egokiro deskribatzeko balio digun. Ikus dezagun, ba, ea espazioari atxeki dizkiogun propietateak benetako espazio fisiko errealearenak diren.

Hiru dimentsio aukeratu ditugu, geure inguruko esperientzian horrelaxe delako. Horren arabera, puntuak (0-dimentsiodunak), lerroak (1-dimentsiodunak), planoak eta gainazalak (2-dimentsiodunak) eta bolumenak (3-dimentsiodunak) imajina ditzakegu, hauetariko elementu bakoitza ininituki zatikagarria delarik, matematikoki bederen. Honetaz, ohar modura esan behar da, duela zenbait urte luzera minimo bat suposatu behar zela zioten teoriak izan direla, Mekanika Kuantikoaren aurrerapenak eta oinarritzko partikulen teoria kontsideraturik; luzera minimo horri, espazio-kuantuari, *hodoi* izena ere eman zioten hasiera batetan —geroago distantzia honi *fermi* izena eman zaio—, balioa 10^{-13} cm ingurukoa zela kalkulatu zelarik (MA 70). Geroztik asko aurreratu da oinarritzko partikulen teorian, interakzioen bateraketarako teoriak plazaratu direlarik. Horien arabera, gaur egun 10^{-33} cm -tako distantziaz ere hitz egiten da, zeinari *Planck-en distantzia* deritzon (1.6×10^{-35} m).

Dena den, aurreko kontsiderazioak oraingoz alde batetara utzirik,

zatikagarritasunean oinarriturik, ardatz koodenatu bakoitzean markatu egin ditzakegu jatorriarekiko *distantziak* eta, edonon gaudela, *geometria euklidearra* baliagarria dela joko dugu, lehenengo pausoan behintzat.

Geldialdi bat eginez, kontura gaitezen espazio fisikoari buruzko hainbeste suposizio egiten ari garela, jakintzan aurrera goazen neurrian behin eta berriro berrikusi eta berraztertu beharko ditugunak, Fisikaren historian zehar gertatu denaren antzera. Izan ere, Fisikaren garapenaren arabera, aipaturiko kontzeptu batzu birdefinitu egin behar izan baitira.

Horretaz konturatzeko, har dezagun *distantzia* kontzeptua, bi punturen arteko distantzia alegia. Lehenengo arazoa, nola neur daitekeen finkatzea da. Gure inguruan eta geldi dauden bi punturen arteko distantzia neurtzea, erraz samarra da: distantzia ezaguna (unitatea) markaturik duen txantiloiz zurrun bat hartu, lerro zuzenean behin eta berriro jarri, zenbat aldiz jarri behar den zenbatu, eta kito!, horrelaxe bi puntuen arteko distantziarik laburrena zein den neur dezakegu.

Lerro zuzena eta distantziarik laburrena aipatu ditugu eta hauek ere ez dira, izatez, hain gauza nabariak, kontzeptu horien egokitasunari buruzko eztabaida sor daitekeelarik.

Lerro zuzena erraz aipa daiteke idealizazio matematiko modura, baina fisikoki bi punturen arteko lerro zuzena “egitea” ez da hain erraza. Solido zurrunarekin lan eginez, erregela baten bidez marraz dezakegu, edota lur horizontalaren gainean soka bat tentsiopean jarriz. Baina puntuen artean solido zurrunik ez badago, ez da jadanik hain erreza izango. Adibidez, kalearen bi aldeetara dauden leihoen arteko lerro zuzena egiteko, soka ez zaigu baliagarria suertatuko, beraren pisuaren eraginez kurbatu egingo baita. Argi-izpiak erabiliz, arazorik ez dagoela pentsa dezakegu, laser-izpi batez adibidez. Horrela, agian distantzia arruntetako arazoa gaindi dezakegu, baina gaur egun ondo dakigu argiaren ibilbidea bera ere kurbatu egiten dela Eguzkiaren inguruan pasatzean, hain baita handia beraren eragin grabitatorioa. Beraz, fisikoki arazoak egongo dira zenbait kasutan “lerro zuzena” egiteko.

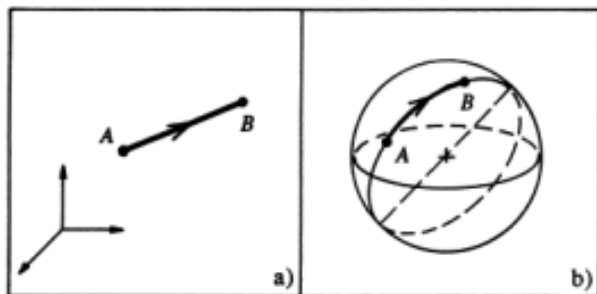
Bestetik, distantziarik laburrena lerro zuzenaren bidezkoa dela esatea, gehiegi esatea da, bestelako baldintzarik jartzen ez bada. Matematikoki, ba dakigu distantziarik laburrena definitzen duen bidea espazioaren metrikaren arabera zehaztu behar dela, eta metrika euklidearra onarturik —orduan bai!— distantzia hori lerro zuzenean zehar eginikoa dela. Hain zuzen, koordenatu kartesiarretan idatzirik, geometria euklidearrean infinitesimalki hurbil dauden bi punturen arteko distantziaren karratua honelaxe adieraz daiteke,

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2, \quad (3-2)$$

eta honen arabera, kalkulu bariazionala erabiliz, finituki banatuta dauden bi punturen arteko distantzia lerro zuzenaren bidezkoa dela frogatu daiteke. Baina gainazal esferiko batetako bi punturen arteko distantzia ezin daiteke modu berean adieraz. Hasteko, bi dimentsiotako espazio kurbatu horretan ezin erabil ditzakegu koordenatu kartesiarrak, bertako metrika aurreko modu berean adieraz ezin dezakegularik. Kasurako, esferaren zentruan jatorria duten koordenatu esferikoak erabilirik, bi punturen arteko distantzia infinitesimala —metrika, azken batez— honelaxe eman daiteke,

$$ds^2 = R^2 d\theta^2 + R^2 \sin \theta d\varphi^2, \quad (3-3)$$

eta hau (3-2) adierazpenaz bestelakoa da. Espazio hori —bi dimentsiotan kontsideraturiko gainazala— ez da euklidearra, kurbadura baitu. Eta kalkulu bariazionala erabiliz ikus daitekeenez, gainazal esferikoan dauden bi punturen arteko distantziarik laburrena bietatik pasatzen den zirkulu maximoaren bidezkoa da (alegia, esferaren erradio berbera duen zirkunferentziaren bidezkoa), 3.4. irudian adierazi denez.



3.4. irudia. a) Espazio euklidearrean, bi punturen arteko distantziarik laburrena, lerro zuzenaren bidezkoa da. b) Gainazal esferikoaren gainean, bi punturen arteko distantziarik laburrena, biak biltzen dituen zirkulu maximoaren bidezkoa da.

Zehaztasun handiagoz hitz eginez, edozein metrikaren kasuan, distantziarik laburrena (zenbaitetan luzeena) espazioko lerro geodesikoan barrenakoa dela dakigu (EP 92). Puntu horiek oso kontutan hartzekoak izango dira Erlatibitate Orokorren teorian sartzean, geroago ikusiko dugunez.

Dena den, zehaztasun horietan sartu aurretik, Fisika Klasiko ez-erlatibistaren arloan gaudela, eredu modura hartuko dugun espazioa *tridimentsionala* izango da, bertan *geometria euklidearra* erabiliko dugu (kontrakoa esan arte), materiari egon ez arren ere espazioa ba dagoela kontsideratuko dugu, materia bertan higitzen dela joko dugu, eta materiaren higidura horretaz espazioa *isotropoa* eta *homogenoa* dela joko dugu, espazioak higidurari inolako propietaterik ez inon ez inorako norabidean gehituko ez diolarik.

Hala ere, jarraian ikusiko dugunez, kontutan izan behar dugu, geometria hori onartu arren ere, higitzen ari diren puntuen arteko distantziak neurtzerakoan edota distantzia oso luze eta oso laburretan, arazoak izango ditugula.

3.2.1. Luzera-unitatearen definizioa.

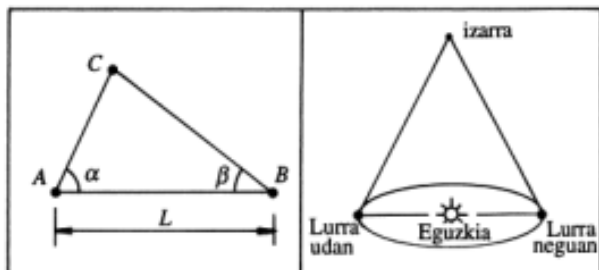
Modu eta helburu “zientifikoez” 1792. urtean Frantzian sistema metrikoa ezarri zenean, luzera-txantiloiei gisa *metroa* aukeratu zen, esanez Paris-eko meridianoaren luzeraren laurdenaren balioaren 10^{-7} balioa zuela. Ez zen oso definizio praktikoa eta zehatza. Horregatik XIX. mendearen bukaeran txantiloia fabrikatu egin zen eta Paris-en bertan gorde zen erreferentzia modura. Platino-iridiozko barra bat zen, sekzio-eite berezikoa, zeinean bi marra markaturik zeuden metro batetako distantziara, definizioz. Txantiloia hori onartua izan zen 1960. urterarte, eta arrazoi desberdinak tartean zirelarik, alde batera utzi zen, batez ere, gaur eguneko zientzia eta teknologiarako zehaztasun nahikorik ez zuelakoan.

Geroago modu bitxi honetan definitu zen: «*Kripton-86 lanparaz emitituriko argi gorri-laranjaren 1650763.73 uhin-luzera*». Dena den, azkenean, 1983. urrian bestelako definizio hau onartu zen zientzilarien artean: «*Metroa, argiak hutsean $1/299792458$ segundotako tartean egiten duen bidearen luzera da*». Alegia, bi gauza garrantzizko hartzen dira kontutan definizio horretan, biak Erlatibitatearen Teoriarekin zerikusia dutenak, hots, argiaren abiadura aldaezina dela eta espazioa eta denbora elkarrekin batera doazela; hain zuzen ere, horregatik espazioaren definizioa denboraren bidezkoa da.

3.2.2. Distantzia handiak neurtzeko metodoez.

Matematikoki distantziak infinituraino kontsidera daitezkeen arren, espazio fisiko errealean, pertsonaren mailako distantzietatik (~ 1 m) gorantz abiatutik, zailtasun praktikoak ageri direla ikus daiteke, zenbat eta distantzia handiagoa izan hainbat eta zailtasun handiagoak. Lur horizontalaren gaineko distantzia arruntetan (zenbait kilometro) ez dago arazo berezirik, metro unitatea behin eta berriro erabiliz. Baina zer gertatzen da distantzia neurtzerakoan bi puntuetako bat iristezina bada, mendigailur bat adibidez? Horretarako topografoek erabili ohi duten

triangelazio-metodoaz balia gaitezke, zeina eskematikoki 3.5.a. irudian adierazi den (FY 89).



3.5. irudia. a) Triangelazio-metodoa. b) Izar hurbil batetarako distantzia neurtzeko triangelazioa (Lurraren orbitaren diametroa oinarri modura hartu ohi da).

Triangeluaren alde bat ezagututa (L) eta bi puntu horietatik puntu iristezinera osoturiko angeluak neurturik, beste bi aldeen luzera kalkula daiteke, trigonometriaren arauak erabiliz. Egia esanda, jadanik ez da luzeraren neurketa zuzena egin, zeharkakoa baizik, kalkulu matematikoaren bidez, eta, gainera, trigonometrian hipotesi euklidearra mantendurik. Metodo hau bi puntu iristezinen arteko distantzia kalkulatzeko ere egoki daiteke, eta baita airean dagoen objektu baten altuera kalkulatzeko ere.

Triangelazio-metodoa erabiliz eta Lurreko bi puntu desberdinetan kokaturiko teleskopioen bidez, Lurretik Ilargirako distantzia kalkula daiteke, zeina $4 \times 10^8 \text{ m}$ ingurukoa den. Arazoak sortzen dira eguzkirainoko distantzia kalkulatzekoan ($1.5 \times 10^{11} \text{ m}$), baina hori ere antzeratsu kalkula daiteke beste zeharkako pausoren bat emanez.

Triangelazioarekin segituz, izar hurbilenetara dagoen distantzia ($\sim 10^{17} \text{ m}$) ere kalkula daiteke, horretarako triangeluaren oinarri modura, Lurra Eguzkiaren inguruko orbitan udan eta neguan dituen bi posizioak harturik (3.5.b. irudia). Dena den, kontutan izan behar da, triangelazioaren oinarria geometria euklidearrean hartu ohi dela, eta

jakin ba dakigula, maila handietan hori egokia ez dela. Edozertara, distantzien estimaziorako beste biderik ez da geratzen oraingoz, eta horregatik onartzen da.

Hortik aurrera, triangelazio-metodoak ez du zuzenean balio. Horregatik astrofisikariek bestelako metodoak asmatu behar izan dituzte, zenbait hipotesitan oinarriturik. Hemen teknika horien oinarria azalduko ez den arren, diogun ezen, izarren kolorea analizatuz, beraien tamaina eta argitasuna estima daitezkeela. Eta izar hurbilenetan eginiko neurketak kontutan harturik, kolorea ezagututa eta neurketetan ageri duen argitasunetik, urrun dagoen izarra zein distantziatara dagoen kalkula daiteke. Metodo hau eta Astrofisikan erabili ohi diren beste teknikak erabiliz (galaxien egiturarekin zerikusia dutenak, adibidez), gaur egunean unibertsoaren mugara ez bada ere, beraren erdirainoko bidean dauden objektuetarainoko distantziak neur daitezke, muga hori 10^{26} m-tara dagoela kalkulatu delarik. Sor dakiguken galdera, honakoa da: ba ote du zentzurik, hori baino handiagorik den distantziarik kontsideratzeak?

3.2.3. Distantzia txikiak.

Distantzia txikien neurketan ere arazoak sortzen dira. Erraza da metroa mila zatitan banatzea, milimetrotarako tarteak irudikatuz (10^{-3} m). Hortik aurrera, mikroskopioaren laguntzaz erraza da beste mila zati neurtzea (10^{-6} m). Baina mikroskopio optikoekin laster iristen gara argi ikuskorren uhin-luzeraren tamainak sortzen digun oztopo gaindiezina ($\sim 5 \times 10^{-7}$ m). Horregatik, hortik aurrera mikroskopio elektronikoaren premia dugu, horrela 10^{-8} m-taraino irits gaitezkeelarik. Prozesua aurrera eramanez, X-izpien bidezko isladapenez sorturiko irudien bitartez, kristalen egitura azter dezakegu, 10^{-10} m-tako distantziatara iritsirik, distantzia honi *angstrom* deritzolarik ($1 \text{ \AA} \equiv 10^{-10}$ m), zeina, gutxi gorabehera, atomoen diametroen tamainakoa den.

Hortik aurrera jauzi handi bat dago nukleoen tamainaraino, zeina 10^{-15} m ordenakoa dela kalkulatu den, zeharkako metodo batez. Metodo

hori materiaren xafla finen partikulen bidezko bonbardaketan partikula horiek pairatzen duten sakabanaketaren azterketan oinarrituta dago. *Sakabanaketaren sekzio eragilea* deritzon kontzeptu baten bidez (EP 92), nukleoaren “itxurazko azalera” kalkula daiteke eta hortik nukleoaren “itxurazko diametroa” estima daiteke (FY 89). Esan bezala, tamaina hori 10^{-15} m ingurukoa da, tamaina honetako unitateari *fermi* deritzolarik ($1 \text{ fermi} \equiv 10^{-13} \text{ m}$).

Azken urteotan garaturiko bateraketa-teorien arabera, ba dirudi distantzia txikiagoak ere kontsideratu behar direla. Horrela, interakzio elektromagnetikorako muga bezala, 10^{-16} cm distantzia hartu behar da, bertan interakzio ahularekiko bateraketa ageri delarik. Interakzio bortitzarekiko bateraketa 10^{-29} cm-tan ageri da. Eta kalkulatu denez, 10^{-33} cm inguruko distantzian grabitazioa beste indarrak bezain bortitz izaten hasten da (TI 90, PE 91). Distantzia honi *Planck-en distantzia* deritzo. Posiblea ote da hortik beherako distantzietaz hitz egitea? Oraingoz hemen utziko dugu eztabaida.

Dena dela, puntu hori argitu gabe utzirik, distantzien munduaren agerpena egin da 3.6. irudian, distantzietarako eskala logaritmikoa erabiliz, eta alboan distantzia tipikoak jarri, horrela eskalaren esangura ulertzeko. Distantziak adierazteko unitatearen parean, hots metroaren parean, *argi-urte* unitatea jarri da, berau oso erabilgarria baita astronomian. Argiak urtebetea egiten duen bideari dagokio eta metroan honako balioa du: $1 \text{ argi - urte} = 9.46070 \times 10^{15} \text{ m}$.

3.2.4. Higitzen ari diren puntuen arteko distantzia.

Arazoak sor daitezke, neurtu behar dugun solidoa higitzen ari bada, orduan ziur egon behar baitugu, muturreko bi puntuen posizioak aldi berean neurtu ditugula, eta horrek aldiberekotasunaren arazoa aztertzeraz garamatza. Erlatibitatearen Teorian ikus daitekeenez, aldiberekotasuna ez da kontzeptu absolutua, erreferentzi sistema bakoitzari dagokiona baizik, eta ondorioz, higitzen ari diren puntuen arteko distantzien kasuan, zein sistematik neurtu den adierazi behar da, gero interpretazio faltsuzko ondorioz ez ateratzeko.

Argi-urteak	Metroak	Distantzien zehaztapena
		?????
10^9	10^{27}	Unibertsoaren mugaraino
10^6	10^{24}	Galaxiarik hurbileneraino
10^3	10^{21}	Galaxiaren zentruraino
1	10^{18}	Izarrik hurbileneraino
	10^{15}	
	10^{12}	Plutonen orbita
	10^9	Eguzkiraino
	10^6	Ilargiraino
	10^3	Everest-en altuera
	1	Haurren altuera
	10^{-3}	
	10^{-6}	Gatz garaua
	10^{-9}	Birusen tamaina
	10^{-12}	Atomoaren erradioa
	10^{-15}	Nukleoen erradioa
	..	
	10^{-35}	Planck-en distantzia
		?????

3.6. irudia. Distantzien eskala logaritmikoa.

Kasurako, Erlatibitate Bereziari buruzko atalean ikusiko dugunez, *luzeraren uzkurdura* deritzona agertuko da. Edozertara, efektu hori abiadura oso handien kasuan soilik hartu beharko da kontutan, alegia, argiaren abiadurarekin konparagarriak diren abiaduren kasuan, eta, bestalde, abiadurak txikiak direnean, lehenengo hurbilketa batetan aldiberekotasuna kontzeptu absolututzat har dezakegu.

3.3. DENBORA ETA ESPAZIOAREN NEURKETAK ETA ZIURGABETASUN-PRINTZPIOA

Materiaren izaera kuantikoa tartean delarik, ez da posiblea distantzien eta denbora-tarteen aldibereko neurketa erabat zehatz eta perfekturik. Hain zuzen, ziurgabetasun-printzipioak adierazten digunez, objektu baten posizioaren neurketako errorea honelaxe erlazioa daiteke momentu linealaren ezagutzaren errorearekin,

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{\Delta p}, \quad (3-4)$$

non $\hbar$ delakoa balio oso txikia duen konstantea den eta *Planck-en konstantea* ($\hbar = 6.626196 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$) deritzon konstante unibertsalarekin erlazonaturik dagoen ($\hbar = h/2\pi$). Efektu hau oso nabarmenki ageri da oinarritzko partikulen munduan, eta, horregatik, distantzia oso laburren kasuan arazoak sortuko ditu.

Antzeko zerbait gertatzen da denbora-tarteei dagokienez, Erlatibitatearen Teoriaren ondorioz. Teoria kuantiko erlatibistan ziurgabetasun-printzipioak mugatu egiten du denbora-tarte txikien ezagutza objektuaren energiari buruzko ezagutzarekin,

$$\Delta t \geq \frac{\hbar}{\Delta E} \quad (3-5)$$

adierazpenaren bidez. Zerbait noiz gertatzen den zehaztasun handiagoz jakin nahi badugu, bertan gertatzen denaz (bertan inplikaturik dagoen energiaren) gutxiago jakin ahal izango dugu.

3.4. ESPAZIO ETA DENBORA ABSOLUTUAK?

Espazio absolutuaren eta denbora absolutuaren bilaketa eta, horrekin batera, erreferentzi sistema pribilegiatuarena, Fisikaren historiaren konstante bat izan zen, harik eta Einstein-ek bere Erlatibitate Bereziaren Teoria plazaratu zuen arte.

Espazio absolutuaren bilaketa edo, nahiago bada, erreferentzi sistema absolutuarena, “etere” zeritzon ingurunearen bilaketarekin lotuta joan zen, XIX. mendearen bigarren partean batez ere. Fisikariak argia uhin modura aztertzen zuten, ordurarte ongi samar ezagunak eta kontrolatuak ziren uhin mekanikoen gisa (soinua, fluidoetako gainazal-uhinak,..), argiak ere bere ingurune propioa zeukala uste zen, eta ustezko ingurune horri *etere* izena eman zitzaion. Espazio osoa betetzen zuelakoan, eterearen izaerari buruzko hipotesiak egiten hasi ziren fisikariak eta filosofoak, hipotesi horien arteko bat pausagune absolutuan zegokeen erreferentzi sistemari buruzkoa izan zelarik, “eterearen sistema absolutua” zeritzonari buruzkoa, nolabait esateko.

Garai hartako pentsakera ulertzeko, fisikari guztien ustez abiaduraren kontzeptua erreferentzi sistemetik erlatiboa zela hartu behar da kontutan, eta hori abiaduraren kasu guztietan, argiarenean barne. Izan ere, gure eguneroko esperientzian ikus dezakegunez, tren-geltokian begira gaudela, v abiaduraz higitzen ari den tren barruan trenarekiko u abiaduraz higitzen ari den pertsonak geltokiarekiko duen abiadura $u+v$ dela ba dakigu. Guztiz “naturalizat” daukagu abiaduren batura zinematik hori, eguneroko esperientzian oinarrituriko eragiketa “logikotzat” hartu ohi baitugu. Batura hori egokia dela onarturik, gure esperientziez kanpoko eremuetara heda daitekeela pentsa dezakegu intuitiboki, pasa den mendeko fisikariak egiten zuten bezala. Hain

zuzen, esperientziaren gaineko extrapolazioa eginez, argiaren kasurako ere aplikatu nahi izan zuten.

Bi extrapolazio intuitibo egin zituzten, izatez. Batetik, argia uhintzat harturik, uhin mekanikoen antzera bere ingurune propioa behar zuela jo zuten, eterea prezeski, eta hortik *ad hoc* erako hipotesi berezietara jo behar izan zuten, etereak hutsaren barnean ere egon behar baitzuen, argia hutsean ere hedatzen zen eta. Bestetik, abiaduren baturaren lege galilearra argiaren kasurako ere baliagarria zela kontsideratu zuten extrapolazioz. Horregatik uste zuten ezen, Lurra eterean higitzen ari bazen, argiaren abiadurak desberdina izan beharko zuela norabide desberdinetan.

Lehenago ere esana dugu, experimentua dela lege fisikoen epailea, eta teoretan oinarrituriko ondorioak experimentuen emaitzen galbahetik pasatu behar direla (ikus 2.2.3. atala). Horren adierazle garbia ikusteko, esandako extrapolazioen zuzentasunaz gertaturikoa aztertzea baino ez dago.

Orduko teoria optikoetan oinarriturik, lehenengo 1881. urtean berak bakarrik, eta gero 1887. urtean Morley-rekin batera, interferometro oso zehatz batez baliatuz, argiak norabide desberdinetan zeuzkan abiaduren arteko konparaketa egin zuen Michelson-ek (MO 87, ST 87, SW 87). Lortu behar zen ustezko emaitzari dagokionez, experimentuak emaitza nulua eman zuen, alegia, abiaduren baturaren legea onartzean lortu behar zen emaitza eta experimentuan lorturikoa, desberdinak izan ziren. Esan behar da, 1887. urteko experimentuan Michelson-ek eta Morley-ek eginiko neurketetan, argiaren abiadura berbera zela norabide guztietan 5 km/s-ko doitasunez. Berriki eginiko experimentuetan emaitza berbera lortu da 1 km/s-ko doitasunez (WE 72).

Hurrengo urteetan saio teoriko desberdinak egin ziren Michelson-Morley-ren experimentuaren emaitza negatiboa azaldu nahian, horien artean Lorentz, Fitzgerald, Poincaré eta besteren lanak aipa daitezkeelarik, arazoaren azalpen matematikoa lortu zutelarik. Baina arazoaren azalpen fisikoa eman zuena, Einstein izan zen,

experimentuaren emaitza bere hartan onartuz eta argiaren abiaduraren neurketan behin eta berriro agerturiko emaitza ulertezina postulatu mailara igonik. Zelan edo halan esateko, experimentu guztietan argiaren abiadura edozein norabidetan neurtzean beti emaitza berbera lortzen bazen, hori *argiaren abiadura norabide guztietan berbera delako* gertatzen zela ulertu zuen Einstein-ek, eta horrelaxe postulatu zuen (EI 84, ET 91).

Horrela, argiaren abiadura edozein behatzaile inertzialek neurtzean, beti ere emaitza berbera lortzen zela konturatzean eta postulatu mailara igotean, ordurarte gertaera desberdinen aldiberekotasunaz zegoen kontzeptua aldatu egin behar izan zen, neurtze-prozesuaren birdefinizioa egitera bultzatuz, denbora eta espazio absolutuak izan zitezkeeneko ideia bazterturik. Gehiago oraindik, ordutik aurrera, bai luzera zein denbora-tarteen neurketa-prozesuan aldiberekotasun-kontzeptua eta beraren erlatibotasuna tartean direlarik, Fisikaren espazioa eta denbora elkarrekin erlazionaturik agertuko dira, espazio-denbora izenaz adierazi ohi den espazio tetradimentsional batetan, *Minkowski-ren espazioa* deritzogun espazioan prezeski (FR 78, EP 92).

XX. mendearen hasieran, beraz, egoera berri baten aurrean aurkitu ziren fisikariak. Ordurarte Galileo-ren Erlatibitatean oinarriturik zeudenez, erreferentzi sistema inertzial guztiak baliokidetzat zeuzkaten Newton-en bigarren legea aplikatzeko, eta, sistema batetik bestera pasatzeko, Galileo-ren transformazioa erabiltzen zuten magnitude zinematikoak transformatzeko. Bertan distantziak eta denborak guztiz independenteki transformatzen ziren, bi gertaera puntual desberdinen arteko tarte espazial eta denboralak beti berberak zirelarik, edozein sistematatik neurturik, tarte horiek diferentzialki honelako bi adierazpen erabat independentez idatziz:

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 = dl'^2, \quad (3-6)$$

$$dt = dt'. \quad (3-7)$$

Gaur egunean, Einstein-en Erlatibitate Berezian oinarriturik eta bertako argiaren abiaduraren aldaezintasunean finkaturik, ordea, Galileo-ren transformazioaren ordezt Lorentz-ena jarri behar dugu, eta orduan batera ageri zaizkigu espazioa eta denbora, adierazpen bakarrean nahasturik:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - c^2 dt'^2 = ds'^2. \quad (3-8)$$

Jadanik espazioa eta denbora, zein bere aldetik kontsideraturik, ez dira berberak sistema guztietan. Ostera, bien arteko konbinazioa da sistema guztietan balio berbera duena, ds delakoa, *aldaezin espazio-denborala* deritzona.

Orain zehazki aztertuko ez ditugun arren, ezagunak dira, Lorentz-en transformazio horren ondorioz gertatzen diren aldiberekotasunaren erlatibotasuna, luzeraren uzkurdua, denboraren zabalkuntza eta abar (ikus, adibidez, EP 92). Hemen ardura diguna beste hau da: jadanik ezin gaitezke espazio eta denbora absolutuez mintza, kontzeptu horiek beren esangura galdu baitute.

3.5. MINKOWSKI-REN ESPAZIO-DENBORA

Aipatu bezala, erreferentzi sistema inertzialetaz ari garelarik, Fisikarako egokia den “espazioa”, (3–8) *metrikan* ageri den espazio-denbora da izatez, *Minkowski-ren espazio-denbora* deritzona. Dena dela, metrika honek aurreko (3–6) eta (3–7) adierazpenetatik duen desbideraketa, sistemen arteko abiadurak oso handiak direnean soilik da nabaria, hots, abiadura horiek argiarenarekin konparagarriak direnean. Ez da, beraz, harritzekoa, hainbeste mendetan aurreko bi adierazpenak egokitatzat joak izatea, horiek ontzat hartzean Naturaren fenomeno eta abiadura arrunten azalpenaren kasuan inolako arazorik ez baitago.

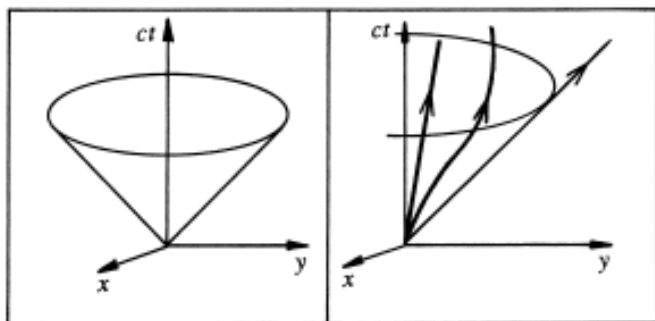
Minkowski-ren espazio-denborari dagokion metrika, euklidearra ez den arren, beraren parte espazialari dagokiona behintzat euklidearra dela esan behar dugu; hots, aldiune batetan unibertso osoa kontsideratzean,

erreferentzi sistema batetako puntuen arteko distantzia espazialak kalkulatzeko, (3–8) adierazpena erabili behar dugu. Eta bestetik, sistema bakoitzak ongi definiturik dauka bere aldiberekotasuna. Gauzak erreferentzi sistemaz aldatzean korapilatzen dira soilik. Hau da, erreferentzi sistema batetan gaudelarik, ez dugu arazorik bi punturen arteko distantzia metodo euklidearrak kalkulatzeko, eta distantzia espazial laburrena lerro zuzenean zeharrekoa dela esan dezakegu, lerro zuzen hori argiak daraman bidea dela azpimarraturik.

Dena den, gehiago sakonduz, Minkowski-ren espazioan bi punturen arteko distantzia espazio-denborala kontsideratzean, bitxikeria zenbait gertatzen dela ikus daiteke.

Bi koordenatu espazial (x,y) eta koordenatu denborala harturik —normalean t denbora hartu ordez, ct koordenatua hartu ohi da, koordenatu guztietan eskala berbera erabiltzeko—, Minkowski-ren espazioaren adierazpen grafikoa egin dezakegu (3.7. irudia).

Espazio horretan partikula puntualen historia adieraz dezakegu, *unibertso-lerroak* deritzen lerroen bidez. Modu berean, argi-izpien unibertso-lerroak ere marraz daitezke, edozein norabideri dagokion plano koordenatuan koadranteen erdikariak direlarik. Hori dela eta, 3.7.a. irudian koordenatuen jatorrian erpina duen kono bat adierazi da, *argi-konoa* deritzona. Kono horren lerro sortzaileak, $t = 0$ aldiunean jatorritik norabide desberdinetarantz abiatutako argi-izpien unibertso-lerroak dira, bakoitzaren historia kontatzen digutenak, alegia, aldiune bakoitzean non dauden azalduz. 3.7.b. irudian bestelako bi partikulen unibertso-lerroak ere adierazi dira. Erlatibitate Bereziaren arabera, partikula materialek argiak baino abiadura txikiagoa eduki behar dutenez, unibertso-lerro horien malda argi-izpiari dagokiona baino handiagoa izan beharko da eta, ondorioz, masadun partikulen unibertso-lerroak beti adierazi beharko dira argi-konoen barnean.



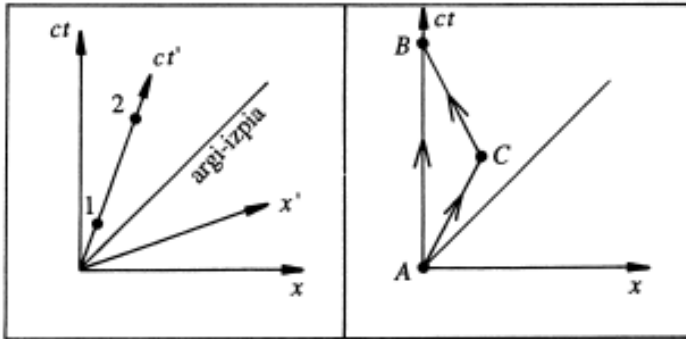
3.7. irudia a) Minkowski-ren espazioa eta jatorriko argi-konoa. b) Masadun partikulen unibertso-lerroak argi-konoen barnean daude.

Beste hitz batzuren bidez esanda, partikula baten unibertso-lerroko bi punturen arteko distantzia espazio-denborala, mota denboralekoa da beti, alegia, (3-8) adierazpenaren balioa negatiboa da:

$$ds^2 < 0. \quad (3-9)$$

Zer esanik ez, kasu horretan, bi puntu horiek argi-konoaren barneko lerro zuzen baten bidez lot daitezke, zeinak partikularekin loturik doan erreferentzi sistema inertziala adierazten duen (zehatzago esateko, sistema horri dagokion ct' ardatza, 3.8.a. irudian adierazi denez). Erreferentzi sistema horretan 1 eta 2 puntuen artean neurturiko denbora-tarteari, *denbora propioa* deritzo, eta 1 puntutik 2 puntura pasatzeko neur daitekeen denbora-tarterik *luzeena* da. Izan ere, lerro geodesiko hori distantziarik luzeenari dagokio.

Lehenago lerro geodesikoak aipatzean, distantziarik laburrenak edo luzeenak izan zitezkeela esan genuen, baina orain arte espazio euklidearrean distantzia txikienez ohiturik geunden. Oraingo emaitza hau, Minkowski-ren espazioa euklidearra ez delako gertatzen da eta adibide erraz batez azal daiteke.



3.8. irudia a) 1 eta 2 puntuen arteko lerro zuzenak partikularekin batera doan sistema inertzialaren ct' ardatza adieraz dezake. b) Minkowski-ren metrikaren arabera $AB > AC + CB$.

Adibide modura, 3.8.b. irudian ondoko koordenatuak dituzten hiru puntu kontsideratu dira:

$$A(0,0), \quad B(0,2), \quad C(0.5,1)$$

Erraz ikus daitekeenez, AB bidea zuzenean egitean, bidaiariak denbora luzeagoa behar du, lehenengo AC eta gero CB eginez baino:

$$AB = 4, \quad AC = 0.75, \quad CB = 0.75, \\ AB > AC + CB.$$

Geometria euklidearrean harrigarria gerta daiteke emaitza hau, normalean ABC triangeluaren kasuan

$$AB < AC + CB$$

erlaziora ohituta baikaude, eta hortik, Erlatibitatean gertatzen dena

paradoxikoa gerta baitakiguke. Izan ere, azaldutakoa *bikien paradoxa* izenaz da ezaguna, eta geometrikoki esan nahi duena honakoa da. Lerro zuzenean higitzen den partikulak denbora propioa neurtzen du bere sisteman, eta denbora-tarte propioa partikulareneko unibertso-lerroko bi punturen arteko *distantziarik luzeena* da Minkowski-ren espazio-denboran (bidenabar diogun ezen, espazio-denbora kurbatuetan ere, partikulen higidura askeei dagozkien unibertso-lerroak mota honetako lerro geodesikoak direla). Edozertara, Minkowski-ren espazioa den modukoa kontsideraturik, aipaturiko adibidean ez dago inolako paradoxarik.

3.6. ERLATIBITATE OROKORREKO ESPazio-DENBORA

Erlatibitate Bereziaren oinarria den aurreko baieztapen horrekin kontuz ibili behar dugu, ostera, tartean masa oso handia duten gorputzak daudenean, izarrek edo galaxiak kasu, orduan grabitazioaren eragina eduki behar baitugu kontutan. Horrelaxe denean, Erlatibitate Orokorren Teoria erabili ohi dugu, zeina unibertsoak eskala handian duen egitura eta konportamoldea azaltzeko ondoen egokitzen den.

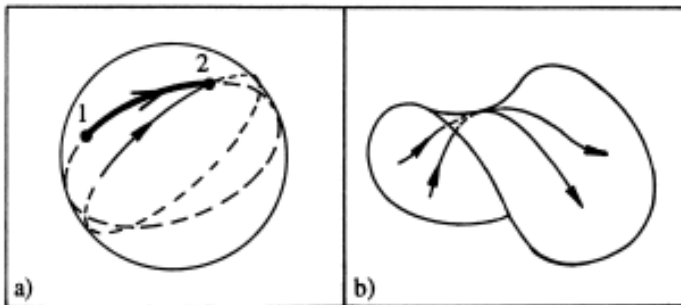
Kasu hauetan, Fisikaren legeak aztertzeko darabilgun espazio-denbora ez da Minkowski-rena. Jadanik ezin esan dezakegu espazio-denboraren metrika aurreko (3–8) hori denik,

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (3-10)$$

erakoa baizik, non x^μ direlakoak lau kordenatu orokor diren, kasurako hiru espazial eta bat denborala izan daitezkeenak (baina ez da horrela derrigorrez), eta $g_{\mu\nu}$ direlakoak metrikaren koefizienteak (WE 72). Espazio-denbora ez da euklidearra, rienmanndarra baizik, kurbadura duelarik. Alegia, Minkowski-ren espazioaren desberdina da, masen eraginez. Ondorioz, argiaren ibilbidea ez da lerro zuzena esangura

arruntean, ez eta parte espazial hutsari dagokionez ere, lerro geodesiko batetan barrenakoa baizik.

Ikus dezagun, horrek zer esan nahi duen, adibide modura, izar baten inguruko espazioaren geometria azterturik. Sinplifikaziorako, biraketa-higidurarik gabeko izar esferiko baten kasua aztertuko dugu, eta kurbadurari buruz dioguna ulertzeko, analogia grafiko batetatik abiatuko gara.

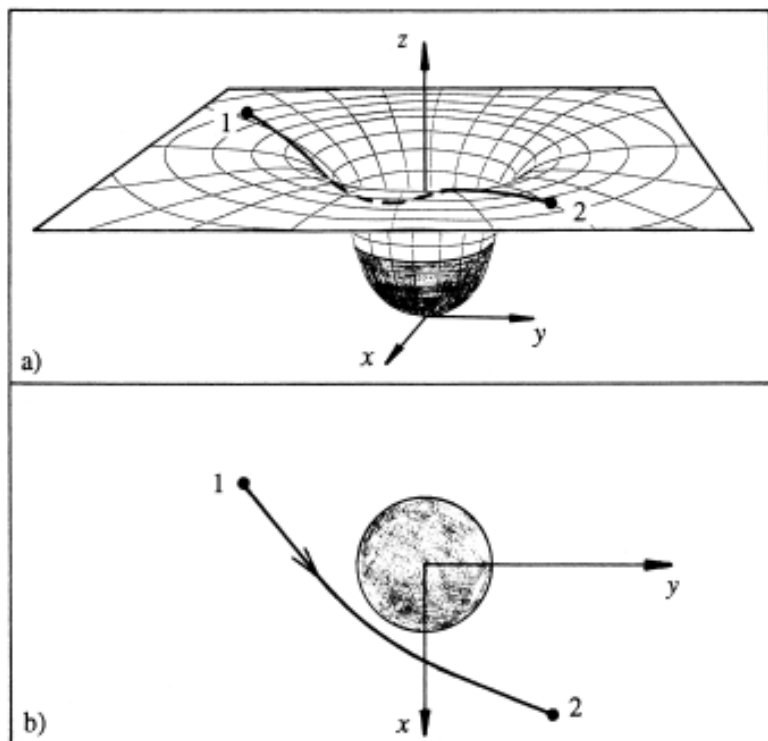


3.9. irudia. a) Gainazal esferikoaren gaineko bi punturen arteko geodesikoa (kurbadura positiboa). Lerro geodesikoak konbergenteak dira. b) Kurbadura negatibodun gainazaleko geodesikoak. Lerro geodesikoak dibergenteak dira.

Lurraren gainazalaren kurbadura intrintsekoa oso erraz uler daiteke grafikoki, gainazal hori bi dimentsioduna izanik, hiru dimentsiodun espazio euklidearrean sarturik adieraz baitaiteke perspektiban. Hori 3.9. irudian adierazi da. Kanpotik aztertuta (hiru dimentsiodun espaziotik, alegia), bi punturen arteko distantzia minimoa (edo maximoa)—geodesikoaren bidezkoa, zeina esferaren kasuan zirkulu maximoa den—kurbaturik dagoela ikus daiteke.

Lau dimentsiodun espazio-denboran ezin dezakegu koordinatu guztien adierazpen grafikorik batera egin, baina beraren irudi sinplifikatua presta dezakegu, aurrekoarekiko analogia bideratzeko. Horretarako, biraketa-higidurarik gabeko izar esferikoaren kasuan, beraren plano ekuatorialeko puntuak soilik kontsideraturik, denbora

konstantea eginik, espazio-denboraren azpiespazio bidimentsionala kontsidera dezakegu, r, ϕ koordinatu polarrez adieraz dezakeguna (MT 73). Dagokion geometria bidimentsionala honakoa da,



3.10. irudia. a) Izar esferikoaren inguruko espazio-denboraren kurbaduraren adierazpena, eta 1 eta 2 puntuen arteko lerro geodesikoa. b) 1etik 2ra doan argi-izpiaren ibilbidearen adierazpena espazioko planoan.

$$ds^2 = [1 - 2m(r)/r]^{-1} dr^2 + r^2 d\phi^2, \quad (3-11)$$

zeina 3.10.a. irudian hiru dimentsiodun espazio euklidearrean sarturik

(“embedded” ingelesezko hitzetan) aurkeztu den. Hiru dimentsiodun espazio honek beronek ez du esangura fisikorik, noski, horrelakorik bi dimentsiodun espazio kurbadunari dagokiolarik .

Bertan 1 eta 2 puntuen artean argiak egingo duen bidea, lerro geodesikoa batetan barrenakoa izango da. Ibilbide hori bi dimentsiotako espazio fisikoan aztertzean, 3.10.b. irudian ageri dena lortuko da; alegia, ibilbide kurbatua egingo du argi-izpiak. Hain zuzen ere, Einstein-en Erlatibitate Orokorren Teoriak aurrikusten duen emaitza da hori, experimentalki neurtu dena.

4 . ZER OTE DA MATERIA?

Materiaren izaera Fisikaren ikuspuntutik aztertzeak, Fisikak aztertu ohi dituen oinarritzko objektuak zeintzu diren analizatzen garamatza. Laburbilduz, behaketatik eta intuizio arruntetik abiaturik, Fisika Klasikoaren arloko teoriak bi oinarritzko kontzepturen inguruan eraiki zirela esan daiteke. Alde batetik *partikulak* ditugu eta bestetik *uhinak* —edo uhin-kontzeptuaren garapenaz gertatuko zenez, *eremuak*—.

Eguneroko esperientzian oinarriturik iritsi ziren fisikariak bi kontzeptu horien definiziora eta abstrakzioa, praktikan, bi kontzeptu horiek oso mota eta tamaina desberdinetako fenomenoak deskribatzeko eta azaltzeko baliagarriak baitira. Adibidez, grabitatearen eraginpean erortzen ari diren gorputzak, eguzkiaren inguruan biraka ari diren planetak, edo airean suspentsioan dauden hauts-partikulak, partikula modura kontsidera ditzakegu. Itsaso edo aintziretako uraren gainazal-uhinak edo hondartzako olatuak, eta soinu bera, edota irratia entzuteko posibilitatea demaiguten uhin elektromagnetikoak, uhin modura kontsidera ditzakegu. Labur esanez, Naturan gertatzen diren fenomeno arrunt gehienak (guztiak ez esatearren), edo partikula modura edo uhin modura uler ditzakegu, eta, izan ere, horretan saiatu ziren fisikariak XX. mendera iritsi arte.

Ordea, mendearen hasierako zenbait experimenturen emaitzak ulertezinak gertatu ziren, «uhin ala partikula» aukera egiterako orduan, teoria kuantikoaren sorrera bideratuz, eta bertan bestelako kontzeptu bateratzaile bakarra aztertu beharra erakarrit. Atal honetan ikusiko dugunez, arlo kuantikoaren arloan sartzean, eten garbia dago kontzeptuen bikoiztasun horretaz, eta zerbait berri kontsideratu beharko

da, “*kuantoi*” izenaz adieraziko duguna. Honelatan, ba, nahiz eta geroago eredu matematikoak aztertzean berriro aipatuko ditugun, jarraian hiru kontzeptu horien aurkezpen eta azterketa kualitatibo-kontzeptuala egingo dugu.

4.1. PARTIKULA KLASIKOAK

Kontzeptu intuitibo baten idealizaziotik dator “*partikula*” kontzeptua. Partikula materiala edonon dakusagun kontzeptua da, maila antropomorfikoan arrunta dena.

Beraren idealizazio-bidean, lehenik eta behin kontzeptu diskretua dela zehaztu behar da, alegia, leku definitua betetzen duela. Partikula dagoeneko lekuan, besterik ez dago partikula bera baizik. Nahi izanez gero, leku horren idealizazio matematikoa egin daiteke, leku hori puntutzat harturik, hots, partikula *puntu materialtzat* harturik. Puntu materialaren bidezko hurbilketa egokia da kalkuluetarako, beti ere tamaina finitua duten gorputzak puntu materialen bilketa modura har baitaitezke, solido zurrana kasurako. Beste hitz batzuez esateko, gorputz finituak partikula txikien bilketak dira, puntu materialen bilketak.

Behin puntu materialtzat hartuz gero, eta erreferentzi sistema egokia harturik (espazio-denborako erreferentzia), partikularen *posizioa* defini daiteke zehaztasunez,aldiune bakoitzean. Normalean, partikularen posizioa aldatuz doa denbora pasa ahala, eta beste abstrakzio matematiko bat eginez, partikularen *ibilbidea* defini daiteke, zeina aldiune desberdinetako posizioen leku geometrikoa den. Ibilbide hori hiru dimentsiotako espazioan denboraren arabera modu parametrikoki kontsidera daiteke, edota lau dimentsiotako espazio-denboran, azken kasu honetan partikularen *unibertso-lerroa* deritzolarik.

Bestalde, partikula bakoitzari propietate material intrintsekoak atxiki ohi zaizkio. Horien arteko nagusienak, *masa* eta *karga elektrikoa* dira.

Nahiz eta masari buruzko bi kontzeptu nahasten diren (masa inertziala eta masa grabitazionala) bien arteko baliokidetzaz-printzipioa onarturik, masak partikulak duen materia-kantitatea adierazten du, eta kargak, propietate elektrikoaren neurria edo kantitatea. Azken batez, masa eta karga bi elkarrakzio nagusiren neurriaren adierazleak dira, elkarrakzio grabitatorio eta elkarrakzio elektromagnetikoaren neurriaren adierazleak, hain zuzen.

Prezeski, partikularen posizioak denborarekin duen eboluzioa, bestelako kausa baten bidez aztertu ohi da, zeinari *indar* izena eman ohi zaion, edo zabalago adierazteko, *elkarrakzioa*. Fisika Klasikoaren helburua, elkarrakzioak partikularen eboluzioan duen eragina aztertzea da, alegia, partikularen *dinamika* aztertzea, horretarako eragin hori finkatzen duten legeak aurkitu nahi dituelarik (Newton-en legeak, kasurako). Dena den, espazioz banaturik dauden partikulen arteko elkarrakzioa nola gertatzen den ulertzeko, hurrengo atalean azalduko dugun *eremu* kontzeptua erabili beharko dugu.

Nolanahi dela, partikulari magnitude fisiko bereziak atxiki ohi zaizkio: *energia* (E), *momentu lineala* ($\mathbf{p}$) eta *momentu angeluarra* ($\mathbf{J}$). Hauen definizioan kontutan hartzen da partikulen izaera diskretua eta ibilbide konkretua egin izana. Esandako elkarrakzio eta lege dinamikoek zenbait simetria espazio-denbora dituzte, eta, partikula-sistema isolatuen kasuan, simetria horiek lotuta daude aipaturiko hiru magnitudeen kontserbazio-legeekin. Horrela, partikulen arteko talka aztertzean, talkaren aurretiko eta ondoko egoerak aztertuz, talka-prozesuan sistemaren energia, momentu lineala eta momentu angeluarra kontserbatu egiten direla frogatu da, orain arte egindako experimentu guztietan. Sakonago aztertuz, energiaren kontserbazioa denbora-translazioekiko simetriarekin lotuta dagoela ikus daiteke, momentu linealarena espazio-translazioekiko simetriarekin eta momentu angeluarrarena espazio-biraketekiko simetriarekin.

4.2. UHINAK ETA EREMU KLASIKOAK

Uhin kontzeptua ere zenbait fenomeno desberdinen abstrakzioetik sorturikoa da: soka batetako uhinak, gas-zutabe batetako presio-uhinak, soinua, itsasoko olatuak,... Abstrakzio horrek zerikusirik du perturbazio baten hedapenarekin. Izan ere, horixe baita uhin-fenomenoa: espazioko puntu batetan sorturiko perturbazioa beste puntuetara hedatzea.

Hasiera batetan, uhin mekanikoak soilik ezagun zirenean, nahitaezkozat hartzen zen ingurune fisiko materiala, uhinen hedapena posible izan zedin. Hedapena bera ingurunearen materiaren higidura-edota tentsio-mihiztaduraren bidez gertatzen zela ulertzen zen. Horregatik, soinuaren kasuan mihiztadura hori airearen bidez (edo beste ingurune materialaz) gertatzen zenez, ulergarria zen hutsean soinurik ez hedatzea. Modu berean, aipaturiko oinarriarekin argia uhin-fenomenotzat hartzean, uhin mekanikoen analogiagatik fisikariek beharrezkozat zeukaten argiaren hedapenerako ere ingurune egokia aurkitzea, *etere* izenaz bataiatu zutena. Gaur egunean ba dakigu etere beharrik ez dagoela, eta argia —eta, orohar, erradiazio elektromagnetikoa— hutsean ere hedatzen dela.

Gero, uhin-kontzeptuaren matematizazio-bidean, are kontzeptu abstraktuagoa sortu zen, *eremua* deritzona hain zuzen. Fluidoen deskripzioetik abiaturik, ingurune jarraien fenomenologia adierazteko kontzeptu egokia da eremuarena. Aurrerapauso bat emanez, ez soilik uhin-fenomeno mekanikoak, baizik eta elkarrakzioak berak ere adierazteko baliagarria suertatu zen eremu kontzeptua. Kasurako, elkarrakzio elektrostatikoa oso modu erosoan eta egokian adieraz daiteke eremu elektrostatikoa deritzon kontzeptuaren bidez. Dena dela, izaera matematikoari dagokionez, eremuak maila desberdinetako tentsoreak izan daitezke (eskalareak, bektoreak,..), eta espazio-denborako puntu bakoitzean balio konkretua dute. Beraz, eredu honetan

eremuaren *izaera jarraia* azpimarratu behar da, partikula kontzeptuaren izaera diskretuaz desberdina.

Gaur egunean, oinarrizko kontzeptua adierazi nahi denean, *eremu* hitza erabili ohi da, eta oster, *uhin* hitza perturbazioaren hedapenari lotu ohi zaio zuzenki, alegia, denborarekiko eboluzioari, hedapena grafikoki azaltzeko *uhin-frontea* deritzon leku geometrikoa erabili ohi delarik. Uhin-frontea, azken batez, aldiune konkretuan perturbazioa maila eta fase berekoa deneko puntuen leku geometrikoari dagokio.

Uhinaren propietateak partikulenez oso bestelakoak dira. Horrela, partikulak ibilbide bakarra duen bitartean, uhina norabide guztietan hedatzen da, heltzen deneko puntu bakoitza uhin-iturri modura kontsidera daitezkeelarik, Huygens-en printzipioaren arabera (UE 92). Horrekin batera, ba dira bestelako propietateak, uhinen kasuan bakarrik ageri direnak, horien artean *interferentzia*, *difrakzioa*, *polarizazioa* eta beste aipa daitezkeelarik. Hemen interferentzia eta difrakzioaren aipamena interesatzen zaigu bereziki, geroagoko adibideetan horiexek aipatuko baititugu, materiaren konportamoldea aztertzerako orduan. Bestalde, uhinen arteko interferentzia aipatzean, linealtasunaren hipotesia onartuko dugula esan behar dugu, lehenengo hurbilketan bederen, hipotesi honen oinarrian dagoen *gainezarmenaren printzipioa* onartuko dugularik (LB 90).

Interesgarria da, halaber, uhinen izaerarekin —eta ez partikulenekin— loturik doazen zenbait kontzeptu aurkeztea, hala nola pultsazioa eta ondulazioa. Uhinaren *pulstazioa* (ω ikurrak adierazi ohi da, eta *maiztasun angeluarra* ere deritzo) periodikotasun denboralarekin loturik dago. Uhin harmonikoen kasuan modu honetan erlazionatzen da *periodoarekin* (T) eta beronen alderantzizkoa den *maiztasunarekin* (ν):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \quad (4-1)$$

Labur esanda, pultsazioa simetria denboralarekin loturik dago. Modu berean, *ondulazioa* (**k** letraz adierazi ohi da eta *uhin-zenbakia* ere deritzo) periodikotasun espazialarekin lotuta dago uhin harmonikoen kasuan, eta modu honetan erlazionaturik dago λ *uhin-luzerarekin*:

$$k = |\mathbf{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (4-2)$$

Aurreko kasuan pultsazio eta simetria denboralarekin gertatzen zenaren antzera, ondulazioa simetria espazialarekin loturik dago.

Uhinaren aipamen honekin bukatzeko, diogun ezen, gainezarmen-printzipioa onarturik (linealtasuna onarturik, alegia) edozein formatako uhinak uhin harmonikoen gainezarmenaz lor daitezkeela, Fourier-en analisiak adierazten duenez (EP 92).

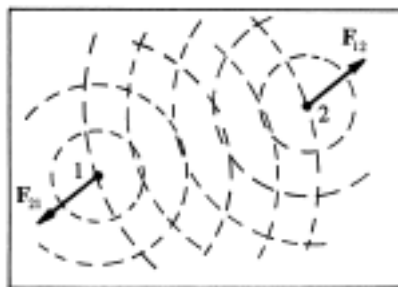
4.3. PARTIKULEN ETA EREMUEN ARTEKO ELKARRAKZIOA

Fisikan oso interesgarriak dira, bi objekturen arteko harremana gertatzen deneko prozesuak. Bi partikula elkarrekin harremanetan jartzean, distantziarako elkarrakzioa kontutan hartu behar ez denean, bien arteko *talka* kontsidera dezakegu modu klasikoan —karga elektrikorik ez duten bi partikula txikiren arteko talka adibidez—. Kasu honetan partikula bakoitzak ibilbide definitua du, talkaren aurretik eta ondoren, eta talka gertatu aurretiko eta talkaren ondoko magnitudeen arteko erlazioak, energiaren eta momentuaren kontserbazioaren legeetan bil ditzakegu, aurreko atal batetan esan dugunez. Dena den, prozesuan partikula bakoitzak bere izaera gordetzen du (oinarrizko partikulen birkonbinaketarik ez badago edo apurketarik ez badago, noski).

Uhinaren arteko “talka” beste modu batetara kontsideratu behar da. Teoria linealean, espazio-denborako puntu bakoitzean uhin bakarra sortzen da bi uhinaren baturaz. Baina uhin harmonikoen zehaztapenean

anplitudeaz gainera *fasea* ere kontutan hartu behar denez, batura hori egitean *interferentzien* fenomenoak oso nabarmena da, zenbait puntutan perturbazioen batuketak gertatzen delarik, eta bestetan kenketak gertaturik, ondorioz, uhinen ezaugarri diren interferentzi ararteak sorturik (argitasun/iluntasun-tarteak). Bistakoa denez, uhin-kontzeptua jarraia izanik, eskualde batetan hedaturikoa alegia, interferentzi efektuak ere mota berekoak dira. Horretan, ba, partikulen kasuarekin konparaturik, uhinen kasuan guztiz konportamolde desberdina nabari dela esan daiteke.

Gauzak korapilatu egiten dira, bi partikulen arteko *distantziarako elkarrakzioa* azaldu nahi denean. Orduan, distantziarako eragina ez da gauza zuzen eta bapatekotzat hartzen, horrek seinale-abiadura infinitua halabehartuko bailuke eta holako seinaleak Erlatibitatearen Teoriaren aurka baileudeke. Horren ordez, tarteko mekanismo bat kontsideratu ohi da, elkarrakzioa eremuaren bidezkoa dela kontsideraturik.



4.1. irudia. 1 eta 2 partikulen arteko elkarrakzioa ("indarra" deritzoguna) eremuen bidez gertatzen da. Bakoitzak sorturiko eremua uhin modura hedatzen da besterantz eta indarra sortzen du bestean.

Gauzak honelaxe adieraz daitezke eskematikoki. Lehenengo partikulak eremua sortzen du, zeina ingurunean zehar hedatzen den, eta horrela, eremuaren bidez, bigarren partikulan eragiten du. Zer esanik ez, bigarren partikulak gauza bera egiten du, alegia, eremua sortu, gero

eremuaren hedapenaz lehenengoan eragiten duelarik. Eskema honetan partikulak eremu-sortzaileak dira eta aldi berean eremuaren eraginaren pairatzaileak (ikus 4.1. irudia).

Beraz, Newton-ekin ohizkoa zenaren ordeez, alegia, indarren arteko erlazioetan oinarritu ordeez, fenomenoak deskribitzen dituzten legeek, eremuaren sorrera eta hedapena adierazten duten ekuazioak eman beharko dituzte alde batetik (adibidez, eremu elektromagnetikoaren kasuan, Maxwell-en ekuazioak), eta, eremuak partikularen gainean egiten duen indarra adierazten duen adierazpena bestetik (Lorentz-en indarra kasurako). Horixe da, beraz, distantziarako elkarrakzioa azaltzeko eskema teorikoa. Partikulak eremua sortzen du, eremu hori espazioan zehar hedatzen da eta eremuak beste partikularen gainean eragiten du, partikulek elkarrekiko duten jokamoldea simetrikoa delarik, hots, lenenengoak bigarrenarekiko duen prozesu beraren bidez eragiten du bigarrenak lehenengoarekin.

4.4. MUGAKO ZENBAIT KASU BITXI: ARGIA, ELEKTROIAK

Orain arte, Fisika Klasikoaren eremuan genbiltzala, uhin-partikula dikotomia aurkeztu dugu, bi gauza desberdin modura, objektu bakoitza bata ala bestea (uhina ala partikula) bailitzen.

Nolanahi dela, XX. mendearen hasieratik abiatutako experimentuetan ikusi denez, ordea, “uhintzat” hartuak ziren objektuek partikula gisako konportamoldeak dituzte, eta “partikulatzat” harturikoeak uhin gisako konportamoldeak. Nola gertatu ote dira konportamolde horiek?

Has gaitezen argiaren erabilpenean oinarritutako experimentu batekin. Einstein-ek 1905. urtean efektu fotoelektrikoa azaldu zuenetik, argiak, ordurarte ontzat hartua zen uhin-izaerarekin bateratzeko zaila zen partikula gisako portaera ere ba zuela susmatu zen. Hortik sortuko zen geroago *fotoi* kontzeptua. Puntu horri buruzko azterketan barneratzeko,

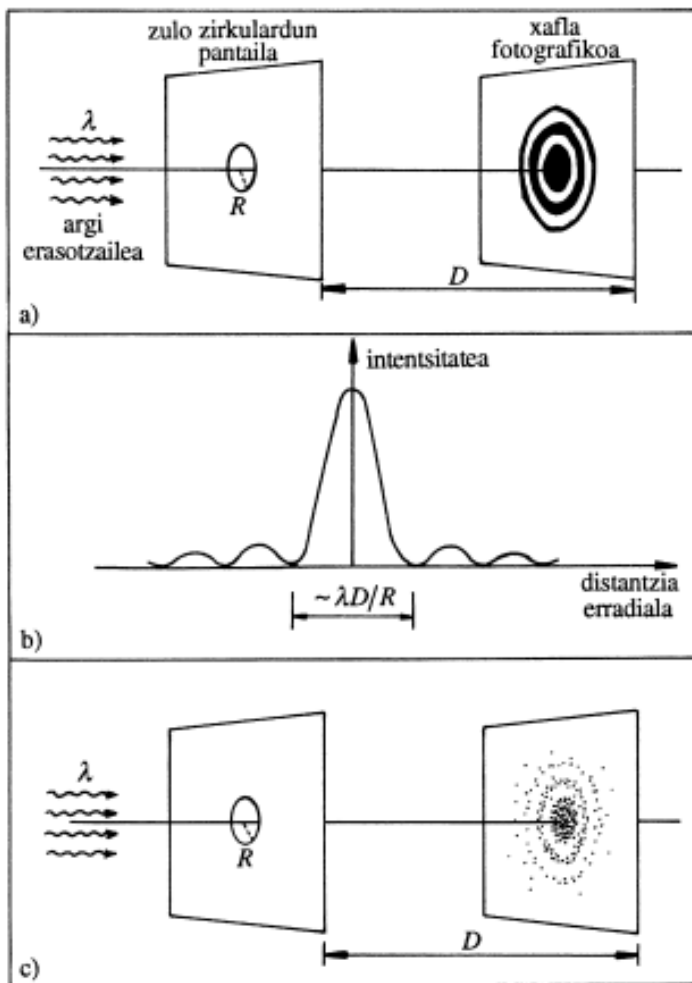
Naturak berak nola jokutzen duen aztertzeko metodorik onena experimentua delarik, azter dezagun argiaren konportamoldea uhin-izaeraren karakteristikoa den kasua, argiaren difrakzioaren kasua alegia (LB 90).

Horretarako, 4.2. irudian eskematikoki ageri den muntaia experimentalaz baliaturik, argiaren difrakzioa aztertuko dugu intentsitate desberdinen kasuan.

4.2.a. irudian ageri denez, λ uhin-luzeradun uhin monokromatikoaren S iturriak, argia bidaltzen du erdian R erradiodun zulo zirkularra duen pantaila opakorantz, eta pantaila horretatik D distantziara beste pantaila bat dago, zeinean plaka fotografikoa jarri den.

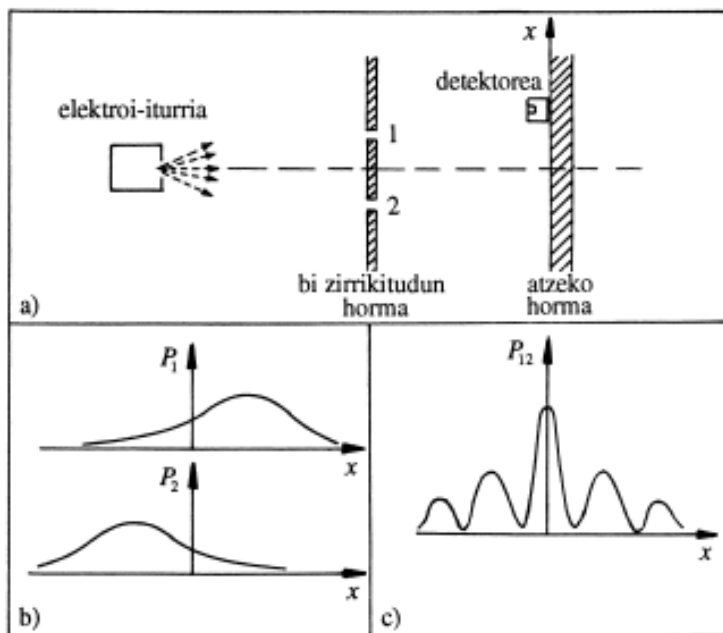
Argi-iturriaren intentsitatea normala bada, eta zuloaren erradioa uhin-luzeraren tamaina-ingurukoa, difrakzio-irudietan hain karakteristikokoak diren eratzun argi eta ilunak ageriko dira atzeko pantailan, 4.2.a. irudian bezala, erradioaren arabera intentsitatea 4.2.b. irudian ageri dena delarik, Fisika Klasikoaren ereduaz espero genezakeen modura.

Baina argi-iturriaren intentsitatea behar den beste motelduz, argiztapen-ararteak jarraiak ez direla ikus daiteke 4.2.c. irudian. Argazki-plaka arduraz aztertuz ikus daitekeenez, argi-puntu diskretuez osaturik dago. Puntu horiek azarean argituz doaz, eta pantailako edozein puntutara irits daitezke, nahiz eta alde batzutura iristeko probabilitatea bestetarakoa baino handiagoa den, hain zuzen ere, lehenagoko difrakzio-ararten intentsitatearen arabera. Denborarekin gero eta puntu gehiago argitzen direnez, itxura jarraia hartuz doa argiztaturiko plaka, eta azkenean difrakzio-ararte berberak ageri dira, lehenagoko 4.2.a. irudira hurbilduz, gero eta gehiago. Puntukako argiztapenaren azalpen posible bakarra ondokoa da, alegia, argia multzo diskretutan heltzen dela, fotoietan. Labur esanda, intentsitate baxuko experimentuan argiak partikula itxura gehiago du uhinarena baino, konportamoldeari dagokionez. Prezeski, konportamolde hori funtsezkoa da efektu fotoelektrikoa azaltzeko.



4.2. irudia. a) Intensitate maila arruntaz edo handiz difrakzio-experimentuari dagokion eskema: argiune eta ilunune jarraiak. b) Difrakzio-arateen intentsitatea erradioaren arabera. c) Intensitate txikiaz, ez da argiztaperen jarrairik ageri, puntukakoa baizik.

Bigarren adibide modura, aipa dezagun klasikoki partikulatzen hartuak diren elektroien kasuko “bi zirrikituen experimentua” (FY 89). Azaldu aurretik, ohar modura, diogun ezen experimentu hau “gogoeta-experimentu” modura aurkeztuta dagoela Feynman-en liburuan. Alegia, hurrengo lerroetan azalduko den eran egin nahi izanez gero, efektu interesgarriak agertzeko, oso eskala txikian egin beharko litzateke eta agian modu horretan ezinezkoa gertatuko litzaziguke praktikan muntaia eraikitzea. Dena den, bestelako moduetan eginiko experimentuek argiro dioskute, horrela egin ahal izanez gero, aipatuko ditugun emaitzak lortuko genituzkeela.



4.3. irudia. a) Bi zirrikituen experimentua elektroiekin. b) Elektroiak detektatzeko probabilitatea, x norabidearen arabera, zulo bakarra irekita dagoenean. c) Elektroiak detektatzeko probabilitatea, x norabidearen arabera, zulo biak irekita daudenean.

Bi zirrikituen experimentua honetan datza (ikus 4.3.a. irudia). Batetik S elektroi-iturri bat dugu, zeinak energia bereko elektroiak jaurtikiko dituen, bi zirrikitu txiki dituen horma mehe baten kontra (metalezkoa izan daitekeena). Horma horren atzean beste horma bat dago, zeinean x norabidearen arabera higi daitekeen kontagailu bat jarri den, bertara iristen diren elektroiak detektatzeko eta zenbatzeko. Lehenengo fasean, experimentua bi zuloetako bat bakarra irekita edukirik egin dezakegu. Aprobata asko eginez, elektroien kontaketa egin dezakegu, ondorioz, 4.3.b. irudian ageri diren bi probabilitate-banaketak lortuko ditugularik (P_1 eta P_2 , bakoitza zulo banari dagokiola), emaitza hau elektroiak “partikula” izatearekin guztiz ados egonik.

Baina, experimentua egitean ikus daitekeenez, bi zirrikituak irekita daudenean, atzeko horman elektroiak detektatzeko dagoen probabilitate-banaketa, P_{12} , 4.3.c. irudian adierazitakoa da. Bistakoa denez, hori ez da P_1 eta P_2 -ren batura algebrako arrunta, partikulen eredia erabiliz ondorioztatu beharko litzatekeena. Oso alderantziz, argi eta garbi ageri denez, uhinen kasuko interferentzien antzeko konportamoldea susma daiteke elektroien kasuan ere, hots, interferentzi arartean itxura duen egitura ageri zaigu, uhin gisako konportamoldea adieraziz.

Zertzu ondorio atera ditzakegu aurreko bi experimentuetatik? Argia “uhina” izateaz gainera “partikula” ere ba dela? Elektroiak “partikulak” izateaz gainera “uhinak” ere ba direla? Ez bata eta ez bestea. Erantzuna kontzeptu berrien bidez azaldu beharko dugu, teoria kuantikoaren arloan sarturik.

4.5. TEORIA KUANTIKOAN ERABILI OHI DIREN OINARRIZKO OBJEKTUAK: KUANTOIAK

Aurreko experimentuen emaitzak aztertuz, uhin-partikula dikotomiaz sortzen diren arazoez gain, eta eredu klasikoaz azaltzeko ezintasunaz gain, bi kasuen arteko antzekotasunaz ere kontura gaitezke. Izan ere,

teoria kuantikoan alde batetara utzi behar dugu, oinarritzko objektuak partikulak edo uhinak direneko banaketa hori. Zehatzago esanez, ez da zuzena esatea, arlo kuantikoan partikulak uhin gisa portatzen direla, edota uhinak partikula bihurtzen direla.

Gure ustez, Levy-Leblond-ekin eta Balibar-ekin batera (LB 90), aurreko experimentuetan izaera bereko objektuen aurrean aurkitzen garela esan behar dugu. Azken batez, argia “uhina” dela eta elektroia “partikula” dela esateko ohitura baldin badago ere, izatez, biak mota bereko oinarritzko objektuak dira. Nahiz eta izendapena ez den unibertsa, eta fisikari gehienek modu horretan ez darabilten, oso egoki deritzogu, oinarritzko objektu horiei *kuantoi* izena emateari, Levy-Leblond-ek proposatu duen modura.

Arlo kuantikoaren oinarritzko objektuez ari garelarik, kuantoi kontzeptuaren izaeraren garrantzia, beraren bakartasunean dago. Teoria kuantikoan ez dira bi objektu-mota desberdin aztertzen, bat bakarra baizik: kuantoiak. Bai argia (fotoiak) eta bai elektroiak mota bereko objektuak dira. Fenomeno konkretuetan ageri duten portaera, fenomenoak ezaugarritzen duen magnitudeak konstante batekin konparatzean duen balioaren arabera da. Konstante hori Planck-en konstantea da ($h = 6.63 \times 10^{-34}$ J s) edota honen proportzionala den $\hbar$ konstante kuantikoa ($\hbar \equiv h/2\pi = 1.05 \times 10^{-34}$ J s). Bidenabar diogun, azken konstante honen erabilpena proposatu zuena, Dirac izan zela. Baldintza berezietan, fenomenoaren akzio karakteristikoa $\hbar$ konstantea baino askoz handiagoa denean hain zuzen, kuantoi horien portaera Fisika Klasikoan partikulek edo uhinek duten portaeraren bidez adieraz daiteke, hurbilketa eginez. Baina fenomenoaren akzio karakteristikoa $\hbar$ konstantearekin konparagarria denean, orduan “uhin” eta “partikula” kontzeptuek ez dute zentzurik, eta, Feynman-ek zioenez (FY 83), elektroiak eta fotoiak modu berean portatzen dira, kuantoi modura, alegia. Fisikari klasikoek ikuspuntutik, oso modu bitxian portatu ere, baina zehazki modu berean (PE 90).

Behin kuantoi-izaera onartu ondoren, pentsatzekoa da lehenago partikula-izaerari atxikiriko magnitudeak (energia, momentu lineala eta momentu angeluarra) eta uhin-izaerari atxikirikoak (pultsazioa, ondulazioa), agian ez direla oso egokiak izango kuantoei atxikitzeko. Arrazoi historikoengatik, ordea, magnitude horiek iraun egin dute formulazioan, nahiz eta berorien esangurari buruzko zenbait ohar egin beharko diren, eta, bestalde, binaka erlazionaturik egongo direlarik.

Kuantoei buruzko magnitudeak adierazteko lehenengo pausoa, Planck-Einstein-en hipotesiarekin eman zen. Gorputz beltzaren erradiazioa eta efektu fotoelektrikoa azaltzeko asmoz, ω pultsaziozko argiari zegokion fotoi bakoitzak

$$E = \hbar\omega \quad (4-3)$$

energia daramala postulatu zuten. Sarri adierazpen hau $E = h\nu$ eran idazten da, baina hemen notazioaren batasunerako aukera egin dugu, geroago (4-6) eta (4-8) azaltzean ikusiko dugunez.

Gaur eguneko ikuspuntutik, Mekanika Kuantikoaren sorreratik menderdia pasa ondoren, eta teoria honen arrakasta ezagutu ondoren, adierazpen horren esanguraz zenbait gogoeta egin dezakegu. Bertan klasikoki partikula-izaerari atxikirik dagoen kontzeptu baten (E) eta uhin-izaerari atxikirik dagoen beste baten (ω) arteko erlazioa adierazi da, erabat kuantikoa den konstante baten bidez ($\hbar$). Erlazio hori erabat kuantikoa da, ez uhina ez partikula ez den objektu bati buruzkoa, kuantoi bati buruzkoa alegia.

Izatez, “*kuantoiaren energia-pultsazioa*” edo holako izen bikoitzen bat eman beharko genioke (edo izen berriagoa) aurreko adierazpenari, baina fisikari gehienek izendapen klasikoarekin segitzeko ohitura izan dute, energia eta pultsazioa banatuki aipatuz, nahiz eta horrek zenbait nahaste sor dezakeen. Izan ere, hurbilketa klasikoan soilik identifika dezakegu objektua klasikoki. Adibidez, hurbilketa klasikoan, hots, fotoi-kopuru oso handia dagoenean, fotoien energia-pultsazioaren

pultsazio atala fotoi guztiek batera osotzen duten uhin elektromagnetikoaren pultsazio-modura identifika daiteke. Baina (4-3) adierazpenean ageri den energia, ez da uhin elektromagnetikoaren intentsitateari dagokiona, uhin hori osotzen duten fotoietako bakoitzari dagokiona baino. Modu berean, elektroien kasuan elektroiei bakoitzari dagokion energiaz batera (klasikoki egingo genukeena), elektroiei asko aztertzean uhin-gisako portaerari dagokion pultsazioa da (4-3) adierazpenekoa, kasurako, bi zirrikituen experimentuan ageri diren interferentzi irudiak azaltzeko modukoa dena.

Deskripzio kuantikoa osatzeko, diogun ezen (4-3) adierazpeneko alde biak denbora-translazioekiko simetriarekin zerikusirik dutela. Denborarekiko lotura hori ikus daiteke, geroago aipatuko dugun Heisenberg-en ziurgabetasun-printzipioari dagozkion desberdintzetako batetan, honekoan prezeski,

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar, \quad (4-4)$$

non energia eta denbora magnitude konjokatutzat hartzen diren, eta zeina Mekanika Kuantikoa koherentea izan dadin funtsezkoa den.

Planck-Einstein-en hipotesiaren bidetik, 1924. urtean de Broglie-k antzeko erlazioa proposatu zuen momentu linealari dagokionez, “partikula” bakoitzari

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (4-5)$$

uhin-luzera atxekirik, zeinari *de Broglie-ren uhin-luzera* deritzon (LB 90, PE 90). Proposamen hori egin zuenean, oraindik Mekanika Kuantikoa sortu gabe zegoen gaur eguneko eran, baina guztiz modu egokian plazaratu zuen ideia, eta teoria berrian ere iraun egin du. Bide horretatik, kuantoi kontzeptuaren arabera, espazio-translazioekiko

loturak adierazteko modu baliokide honetan idatz dezakegu (4–5) adierazpena,

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}, \quad (4-6)$$

momentu linealaren ($\mathbf{p}$) eta ondulazioaren ($\mathbf{k}$) arteko erlazioa kontutan edukiz (izan ere $\hbar = h/2\pi$ eta $k = |\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda$ baitira). Era honetan lehenagoko (4–3) adierazpeneko itxura bera duen adierazpena lortu dugu, hurbilketa klasikoan partikulei dagokien magnitudea ($\mathbf{p}$) eta uhinei dagokiena ($\mathbf{k}$) loturik. Lehengo bidetik segituz, orain ere Heisenberg-en desberdintza bat dugu,

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar, \quad (4-7)$$

espazio-translazioekiko simetrian inplikaturik dauden magnitudeak erlazionatuz.

Kuantoiari dagozkion magnitudeen aipamenarekin bukatzeko, momentu angeluarrari dagokionez ere antzeko erlazio bat azal dezakegu,

$$J_z = \hbar m, \quad (4-8)$$

zeinak momentu angeluarraren osagaiak kuantizaturik daudela adierazten digun. Dena den, adierazpen hau Mekanika Klasikoan ordain zuzenik ez duen magnitude erabat kuantikoari buruzkoa da, zeinari *spin* izena eman zaion. (4–7) adierazpenean jarritako m hori analogikoki azaltzeko, “uhin-zenbaki angeluarra” edo holako zerbait izan daitekeela esan dezakegu analogia klasikoan, alegia, uhin harmoniko zilindriko bati legokiokkeen periodikotasun angeluarraren antzeko zerbait. Baina analogia hori ez da erabat zuzena, kuantoi askoren spina $1/2$ izanik (elektroiarena, adibidez), angeluutarako oinarritzko zikloa 4π baliokoa baita, Fisika Klasikoaren intuizio arruntaren arabera 2π baliokoa izan

ordez. Desberdintasuna espazio-biraketen taldearen ezaugarri matematikoetan datza, eta berezitasun hori teoria kuantikoan soilik ageri da.

Laburbilduz, kuantoei zuzenki dagozkien (4–3), (4–6) eta (4–8) erlazio kuantikoak, zenbait baldintzetan kontzeptu klasiko modura erabil daitezke, hurbilketa klasikoa eginez. Eta baldintza konkretuetan ageri den fenomenoaren izaeraren arabera, garrantzi handiagoa eman ohi zaio adierazpenen alde batari ala besteari. Horrela, batzuetan partikula-izaera nabaria delarik, lehenengo atalak hartu ohi dira kontutan, nolabait “materia” dugula esan ohi dugularik, eta orduan magnitude gorpuzkularrak azpimarratuko direlarik, E , $\mathbf{p}$ eta $\mathbf{J}$ alegia. Besteetan, ordea, uhin-izaera da nabaria, eta horrelakoetan “erradiazioa” dugula esan ohi da, uhinei dagozkien ezaugarriak azpimarrazten direlarik (ω eta $\mathbf{k}$ nagusiki). Edozertara, teoria kuantikoaren ikuspuntutik, objektu-mota bakarraz ari gara, nahiz eta hitzez, teoria klasikoan bi objektu-mota desberdini dagozkien izendapenak erabili.

4.6. OINARRIZKO PARTIKULAK/KUANTOIAK

Aurreko atalean esandakoa gorabehera, materia osotzen duten oinarritzko objektuei *oinarrizko partikula* deitzeko ohitura dago, eta beraien materi kantitatea adierazteko, energi unitateak erabili ohi dira, gehienetan MeV (megaelektronvolt) unitateak. Izendapen hori arrazoi historikoengatik hartu da eta fisikari guztien artean zabaldurik dago, nahiz eta, emandako azalpenaren arabera, zenbait nahaste sor dezakeen. Izatez, oinarritzko objektu horiek guztiok kuantoiak direla esan dezakegu hemen erabilitako nomenklaturaren arabera, eta guztien izaera eta konportamoldea teoria kuantikoaren arabera aztertu behar da.

Beraien sailkapenean abiatu baino lehen, oinarritzko kuantoi bikoiztasuna azpimarratuko dugu, alegia, *partikula-antipartikula* deritzen bikoteek nola egon behar duten. Zergatikoaren azalpen egoki eta interesgarria, antipartikulen existentzia auresan zuen Dirac-en

ohoretan Feynman-ek emaniko hitzaldian aurki daiteke («*The reason for antiparticles*» in FW 87), baina gaur egunean antipartikulen izaera experimentalki ere ontzat harturik dagoela, beste modu batetara abiatuko gara arrazoi pedagogikoengatik (LB 90).

4.6.1. Elkarrazkioa, kuantoi birtualen elkartrukea.

Oinarrizko partikulen arteko elkarrazkioa aztertzean, jadanik ezin dezakegu distantziarako indarra eremu kontzeptuaren bidez azaldu, kuantoiak bakarrik kontsidera baititzakegu. Fisika Klasikoan eremuen bidez planteiaturiko eskemaren antzeko prozeduraz (ikus 4.3. atala), A eta B kuantioen arteko elkarrazkioa C kuantoiaren bidez uler daiteke ondoko eskemaren arabera:

- a) A kuantoiak C kuantioa sorteraizten du

$$A \rightarrow A + C \quad (4-9)$$

prozesuaren bidez.

- b) C kuantioa B kuantioerantz higitzen da.

- c) B kuantoiak zurrupatu edo bereganatu egiten du C kuantioa

$$B + C \rightarrow B \quad (4-10)$$

prozesuaren bidez.

Eskema hau batera zein bestera planteatu daiteke, A-tik B-ra zein alderantziz. Zer esanik ez, kuantioen igorpen edo zurgapen bakoitzean, momentu linealaren aldaketa gertatuko da partikuletan, indarraren efektu baliokidea sortuz. Eta prozesua zenbatnahi aldiz eginez, era horretan distantziarako elkarrazkioa azal daiteke.

Dena den, Erlatibitatearen Teoria kontutan hartuz, Fisika Klasikoaren ikuspuntua gorderik, (4-9) eta (4-10) prozesuak ezinezkoak direla

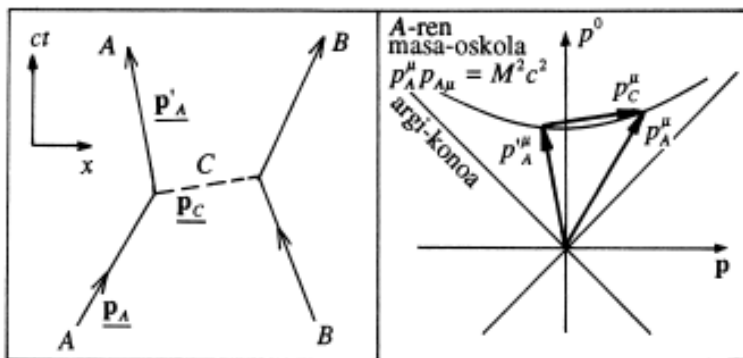
pentasa daiteke, ondoko arrazonamenduak ageri duenez. Adibidez, aplika dezagun energia-momentuaren (hots, tetramomentuaren) kontserbazioa (4-9) prozesuan (EP 92). Notazio tentsorialan,

$$p_A^\mu = p_A'^\mu + p_C^\mu. \quad (4-11)$$

Baina A partikula bai igorpenaren aurretik zein ondotik berbera denez, tetrabektorea denbora-motakoa eta modulu berekoa izango da, hots, Minkowski-ren metrikaren arabera, tetramomentuaren modulu positiboa izango da:

$$p_A^\mu p_{A\mu} = p_A'^\mu p_{A\mu}' = (m_A c^2)^2 > 0. \quad (4-12)$$

Ondorioz, C kuantoiari dagokion tetramomentuak mota espazialekoa izan beharko du nahitaez, 4.4. irudian ageri denez, alegia, argi-konotik kanpora egongo da.



4.4. irudia. a) Distantziarako elkarrekizioaren eskema Minkowski-ren diagraman. b) Lehenengo prozesuari dagozkien tetramomentuen eskema.

Fisika Klasikoaren arabera hori ezinezkoa da, partikularen pausaguneko masa nulua edo positiboa izanik, C-ri dagokion modulua nulu edo positiboa izan behar baita. Hemen ordea, kuantoiekin gabiltza eta, beraz, Mekanika Kuantikoa erabili behar dugu.

C kuantoiaren bizitza oso laburra dela kontutan edukiz (A-ren igorpenetik B-ren zurgapenera bitarteko Δt denbora-tartean bakarrik existitzen baita) Mekanika Kuantikoan funtsezkoa den Heisenberg-en ziurgabetasunaren arabera,

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq \hbar \quad (4-13)$$

izanik, beraren energiak ere ΔE ziurgabetasuna du. Horrela C kuantoiaren pausaguneko masa m_c izanik, baldin eta

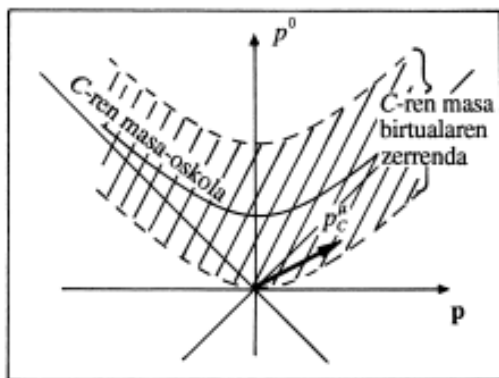
$$\Delta t \leq \frac{\hbar}{m_c c^2} \quad (4-14)$$

bada, orduan

$$\Delta E \geq m_c c^2 \quad (4-15)$$

izan daiteke, eta energia hori aski handia izan daiteke, bere barnean mota espazialekoa den p_c^μ tetrabektorea hartzeko, 4.5. irudian ageri denez. Bertan ikus daitekeenez, m_c masari Fisika Klasikoan dagokion tetramomentuaren muturretik gora eta behera, ΔE zabalerako tarte bat dago —*masa-oskola* deritzona—, Mekanika Kuantikoaren arloan posiblea dena, eta bertan koka daiteke p_c^μ tetrabektorea. Ondorioz, C kuantoiaren hedapeneko denbora-tartea, A-tik B-rakoa, $\Delta t \approx \hbar/m_c c^2$ baino handiagoa ez bada, posiblea izango da tetramomentuaren kontserbazio-legea betetzea, (4-9) alegia. Beraz, Mekanika Kuantikoa eta Erlatibitatearen Teoria konbinatuz, azalpen egokia aurki daiteke

distantziarako elkarrazioa nola gertatzen den azaltzeko, tarteko kuantioen bidez.



4.5. irudia. m_c masari dagokion oskolaren alde bietako zerrendan, mota espazialeko p_c'' tetramomentua sar daiteke.

Bestalde oso interesgarria da, distantziarako indar horiek izan dezaketen irispena aztertzea. Erlatibitatearen Teoriaren arabera dakigunez, Δt denbora-tarteari dagokion ezaugarri espaziala $\Delta r = c\Delta t$ delarik, aurreko kasuan

$$\Delta r \approx \frac{\hbar}{m_c c} \quad (4-16)$$

balioa lor dezakegu. Eraitza hau ados dago elkarrakzio elektromagnetikoaren kasuan edo elkarrakzio grabitatorioaren kasuan dakigunarekin, kasu horietan elkarrakzioaren eramaleak diren kuantioen (fotoia eta grabitoia, hurrenez hurren) pausaguneko masa nulua baita, ondorioz, irispena infiniturainokoa delarik, experimentalki dakigunez.

Bestalde, aurreko aurrikuspenarekin guztiz lotuta dagoen eraitza historiko bat aipatzea komeni da. Hain zuzen, indar nuklearren kasuan, arrazonomendu berberari jarraiturik eta irispena nukleoaren tamaina

ingurukoa zela kontutan harturik, 1935. urtean Yukawa-k elkarrakzio bortitza $m_c \approx \hbar/c\Delta r \approx 200 \text{ MeV}$ pausaguneko masadun kuantoi baten bidez bidera zitekeela postulatu zuen, hamar urte geroago antzeko masa duten π mesoiak aurkitu zirelarik.

Esan behar da, hala ere, beraien izaeragatik beragatik, elkarrakzioa daramaten kuantioen elkartruke hori behaezina dela, horrek $\Delta E' \ll m_c c^2$ balioko lukeen energiaren definizio-ahalmena eskatuko bailuke eta horretarako $\Delta t' \ll \hbar/m_c c^2$ denboraren definizio-ahalmena eduki beharko bailitzateke. Hain zuzen ere, fenomenoak irauten duena baino askoz ere denbora laburragoa. Horregatik kuantoi horiei “*partikula birtualak*” deritze, neurtu eta detektatu ezin ditzakegulakoan (HA 87).

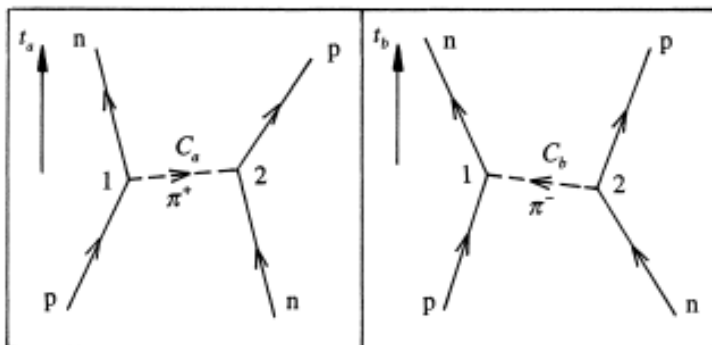
4.6.2. Partikula bakoitzak bere antipartikula du.

Kuantoi birtualen elkartrukearekin segituz, C kuantoiaren tetramomentua argi-konotik kanpora datzala gogoratu behar da, mota espazialekoa izanik. Horrek esan nahi du, kuantoi birtuala argiarena baino handiagoa den abiaduraz hedatu dela, harrigarria bada ere. Matematikoki horrek ez du inolako arazorik sortzen Erlatibitate Teorian, nahiz eta, ikuspuntu fisikotik argiarena baino handiagorik den abiadura teoria horren aurka ote doan eta horrekin batera kausalitate-printzipioa hausten ote den galdetzera eraman gaitzakeen. Oztopo hori gainditzeko, teoria kuantikoak berrinterpretatu egingo du prozesua, jarraian ikusiko dugunez; eta berrinterpretazioaren ondorioz, “antipartikula” kontzeptua sortuko dela ikusiko dugu.

Adibide batetatik abiatuko gara, bi nukleoien arteko elkarrakzioa aztertuz (LB 90), protoiaren eta neutroiaren artekoa, zeina mesoi birtual baten bidez gertatuko den, eta elkarrakzioaren ondorioz nukleoien izaeraren elkartrukea gertatuko delarik. Edozertara, mesoi birtualaren tetramomentua espazio-motakoa izanik, bi erreferentzi sistema egoki harturik, “igorpen” eta “zurgapen” dei ditzakegun gertaerak (1 eta 2

deritzegunak) ordena desberdinean gertatuko direla ikus dezakegu, 4.6. irudietan ikus daitekeenez.

4.6.a. irudiko erreferentzi sisteman 1 gertaera (C_a kuantoiaren igorpena) 2 gertaera (C_a kuantoiaren zurgapena) baino lehenago gertatu da. Informazioa osotzeko, diogun C_a kuantoa π^+ mesoia dela izatez, prozesuan ondoko pausoak eman direlarik:



4.6. irudia. Bi nukleoien arteko elkarrekizio bortitzaren azalpena kuantoi birtualen bidez.

$$\text{lehenengo 1: } p \rightarrow n + \pi^+ \quad (4-17a)$$

$$\text{gero 2: } n + \pi^+ \rightarrow p \quad (4-17b)$$

4.6.b. irudiko sisteman, oster, 2 gertaera 1 gertaera baino lehenagokoa da. Zer esan nahi ote du horrek? Kausaltasuna apurtu dela eta zurgapena igorpena baino lehenago gertatu dela? Kontraesana legoke horretan, eta teoria kuantikoak berrinterpretatu egiten du kontraesan hori, bigarren sisteman prozesua honelaxe ulerturik, alegia, 2 gertaera C_b kuantoiaren “igorpenzat” eta 1 gertaera C_b kuantoiaren “zurgapentzat” harturik. Ordea, prozesu osoaren izaera gorderik berrinterpretazioa posiblea izan dadin, C_b kuantoa lehenagoko C_a kuantoiak bestelakoa izan beharko da, π^- mesoia hain zuzen, bestela C_b

igorritako prozesuan neutroiak protoia ematea ez bailitzateke posiblea izango. π^- onarturik, oster, honelaxe idatziko genuke kuantoi birtualen bidezko prozesua bigarren sisteman,

$$\text{lehenengo 2: } n \rightarrow p + \pi^- \quad (4-18a)$$

$$\text{gero 1: } p + \pi^- \rightarrow n \quad (4-18b)$$

eta, horrela eginik, prozesua berbera litzateke osotasunean sistema bietan.

Nahiz eta hemen aurkeztutakoa adibide berezia baino izan ez den, emaitza hori orokortu egin daiteke esanez, kuantoi birtualen bidezko mekanismo kuantikoa Erlatibitatearen Teoriarekin bateragarria izan dadin, partikula bakoitzak bere antipartikula izan behar duela, biek masa berbera eduki arren bestelako propietateak aurkakoak dituztelarik, hala nola karga elektrikoa (FW 87). Esan behar da, halaber, partikula batzu neutroak izanik, aldi berean partikula eta antipartikula direla, hala nola fotoia, π^0 mesoia edo, baldin existitzen bada, grabitoia.

Antipartikulen izaeraren posibilitatea lehenengo aldiz aurrikusi zuena, Dirac izan zen, Mekanika Kuantiko sortu berria eta Erlatibitatearen Teoria “ezkondu” (bere hitzetan) nahirik zebilela prezeski, 1928. urtean. Geroago, 1933. urtean C. Anderson-ek antielektroia (gaur egun prositroia deritzona) detektatu zuen, izpi kosmikoek laino-ganbaran utzitako arrastoen azterketaz (AF 71). Gaur egunean ia partikula guztien antipartikulak detektatu izan dira.

4.6.3 Oinarritzko partikulen sailkapena.

Mende honetan zehar, atomoaren egiaztapena egin eta atomoa bera zatigarria zela frogatu ondoren, gero eta oinarritzko partikula gehiago detektatu dira, beroriek sailkatu beharra etorri delarik. Lan honetan puntu hau sakonduko ez den arren, oinarritzko partikulen sailkapen eskematikoa egingo dugu (FE 78, KA 87, CM 89, TI 90).

Lehenengo mailan diogun, oinarritzko partikulak bi multzo nagusitan bil ditzakegula, *fermioiak* eta *bosoiak* ditugularik. Fermioiak “materia” osotzen duten oinarritzko paketeak direla esan dezakegu. Batzu isolaturik ageri dira eta beste batzu bestelako partikulak eraturik, batera zein bestera lau elkarrakzio ezagunen eragina pairatzen dutelarik. Izena Enrico Fermi fisikariaren ohoretan jarri zen eta fermioien konportamoldea Pauli-ren *exklusio-printzipioaren* arabera da. Printzipio honen arabera, «*fermioien sistema batek ezin dezake inoiz izan, bi egoera indibidual berdin dituen egoera indibidualen konfiguraziorik*», edo beste modu sinpleagoz esanda, «*bi fermioik ezin dezakete egoera berbera izan aldi berean*» (LB 90). Izatez, N fermioiz osoturiko sistemaren probabilitate-anplitudea erabat antisimetrikoa dela esan nahi du horrek. Bestalde, azpimarratzekoa da, fermioien spinak $1/2$ balio duela.

Fermioirik oinarritzkoenak bi azpimultzotan sailka daitezke, *leptoi* eta *quark* deritzenak. Normalean leptoiak indibidualki ageri dira, eta izaera propioa dute beren artean edo bestelako partikulekin konbinatu gabe. Quarkak, ordea, beti ageri dira konbinaturik, hirunaka, bestelako oinarritzko partikulak osotuz (neutroiak, protoiak,..) Zer esanik ez, fermioi bakoitzak bere antipartikula du, masa berberaz, baina alderantzizko beste zenbait propietatez, hala nola, aurkako zeinudun karga elektrikoaz.

Leptoiak pausaguneko masa txikikoak dira (erlatiboki hitz eginez), eta sei motatakoak dira, horietako hiru kargadunak direlarik eta beste hirurak kargagabeak (ikus 4.1. taula). Karga elektrikodunak *elektroiak*, *muoiak* eta *tau-partikulak* dira. Kargarik gabekoak hiru motatako *neutrinoak* dira, bakoitza aurreko leptoi bati loturikoa, hots, *elektroi-neutrinoa*, *muoi-neutrinoa* eta *tau-neutrinoa*. Neutrinoen pausaguneko masa oso txikia da, eta fisikari askok uste dute nulua izan daitekeela. Bestalde, erdibizitzari dagokionez, elektroia egonkorra da eta gauza bera uste da neutrinoez. Ordea, muoia eta tau-partikula oso bizitza laburrekoak dira.

4.1. taula

Oinarrizko fermioiak

Leptoia	Ikurra	Karga (e)	Masa (GeV/c ²)
Elektroia	e ⁻	-1	5.1099905(15) × 10 ⁻⁴
e-Neutrinoa	ν _e	0	< 1.8 × 10 ⁻⁸
Muoia	μ ⁻	-1	0.10565839(6)
μ-Neutrinoa	ν _μ	0	< 2.5 × 10 ⁻⁴
Taua	τ ⁻	-1	1.7841(32)
τ-Neutrinoa	ν _τ	0	< 3.5 × 10 ⁻²

Quark zaporea	Ikurra	Karga (e)	Masa (GeV/c ²)
Down	d	-1/3	0.008
Up	u	2/3	0.004
Strange	s	-1/3	0.15
Charm	c	2/3	1.2
Bottom	b	-1/3	4.7
Top	t	2/3	≥ 40

Oharra: Taulako masak Partikulen Fisikan ohizkoak diren unitateetan eman dira:

$$1 \text{ GeV}/c^2 = 1.782662 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Quarkak leptoiak baino astunagoak dira eta ez dira bakarka ageri, baizik eta elkarrakzio nuklear bortitzaren eraginez neutroiak, protoiak eta bestelako partikulak osotuz ageri dira. Denetara sei quark-mota edo “zapore” daude eta hauetariko bakoitza hiru “koloretan” ageri da, zeintzuei “gorri”, “berde” eta “urdin” deritzen. Zer esanik ez, hemengo zapore eta kolore hitzek ez dute eskala arruntetan duten esangurarekin inolako zerikusirik, baizik eta izendapen erabat artifizialari dagozkio, koloreen kasuan, hiru koloretako quarkak batzen direlako, “zuria” emateko. Egindako oharra kontutan harturik, oinarritzko fermioien sailkapena 4.1. taulan adierazi da (CM 89).

Lehenago esandakoaren arabera, oinarritzko fermioiez gainera oinarritzko *bosoiak* ditugu. Hauek ez dute eksklusio-printzipiorik betetzen, spin osokoak dira (0, 1 edo 2) eta, izatez, fermioien arteko elkarrakzioetan parte hartzen dutenak dira, indar-mota desberdinen mezulariak edo eramaleak izanik. Bosoi izena Santyendra Bose fisikari indiarren ohoretan eman zaie, berorrek bosoi-estatistika aztertu baitzuen (ikus Bose-Einstein-en estatistika, 5.11. atalean).

Lau oinarritzko elkarrakzioek, zeinek bere bosoiak ditu. Horrela, *fotoiak* dira elkarrakzio elektromagnetikoaren eramaleak eta, uste denez, grabitoiak dirateke elkarrakzio grabitatorioarenak, nahiz eta hauek detektatu gabe dauden oraindik. Bi bosoi hauen pausaguneko masa nulua da, dagozkien indarren infiniturainoko irispenarekin ados. Bestalde, hiru motatakoak dira *bosoi bektorialak* (W^+, W^-, Z), elkarrakzio ahularen eramaleak. Hauen masa oso handia da. Elkarrakzio bortitza *gluoi* deritzen bosoi bidez gertatzen da, denetara zortzi gluoi-mota daudelarik ($g_1, g_2, \dots, g_8$). Bukatzeko, eredu estandarrean bostgarren indar-mota bat aurrezaten dela esan behar da, *Higgs* bosoiaren bidezkoa; dena den, puntu hau aurrez teorikoen mailan dago oraindik. 4.2. taulan oinarritzko bosoiaren propietate nagusiak ageri dira (CM 89).

Elkarrakzioa aztertzean bosoi hauek partikula birtualizat hartu behar dira eta, beraz, detektaezinak dira orduan, nahiz eta bestelako baldintza

egokietan askeki detektatzeko posibilitatea ba den, erradiazio elektromagnetikoaren fotoien kasuan adibidez.

4.2. taula

Oinarrizko bosoiak

Izena	Ikurra	Spina ($\hbar$)	Masa (GeV/c^2)	Karga (e)
Grabitoia	G	2	0	0
Fotoia	γ	1	0	0
Bosoi ahul kargatuak	W^+, W^-	1	81.2(1.3)	± 1
Bosoi ahul neutroa	Z	1	92.4(1.8)	0
Gluoiak	$g_1, \dots, g_8$	1	0	0
Higgs bosoa	H	0	?	0

Behin oinarrizko fermioiak eta bosoiak aurkezturik, quarken bilketaz sortzen diren partikulen aipamena egin dezakegu. Izan ere, quarkak ez dira askeki ageri, *hadroiak* osoturik biltzen direlarik, hadroien bilketaz nukleoak sortuz. Hadroiak osotzeko bilketa horretan, oso kontutan hartu behar da quarken kolorea, hadroiak “kolorgeak” direlarik. Bi modutara sor daitezke hadroi kolorgeak. Batetik, hiru kolore desberdinetako quarkak bilduz, orduan *barioiak* ditugularik, eta bestetik, kolore bateko quarka eta kolore osagarriko antiquarka bilduz, horrela *mesoiak* ditugularik. Spinaren balioa kontutan harturik, barioiak fermioiak direla esan dezakegu (hots, Pauli-ren eksklusio-printzipioa betetzen dute) eta mesoiak bosoiak direla, eksklusio-printzipiorik gabeak.

Hadroi desberdinen quark edukina eta beste zenbait propietate kontutan edukiz, hadroien sailkapena ageri da 4.3. taulan. Dena dela, taula osoa ez dela esan behar da, bertan barioirik astunenak adierazi ez direlarik.

4.3. taula

Hadroien sailkapena

a) Barioiak

	Spina $\frac{1}{2}$		Spina $\frac{3}{2}$	
Quark edukina	Partikula	Masa (GeV/c ²)	Partikula	Masa (GeV/c ²)
uuu			Δ^{++}	1.232
uud	p	0.9383	Δ^{+}	1.232
udd	n	0.9396	Δ^0	1.232
ddd			Δ^{-}	1.232
uus	Σ^{+}	1.1894	$\Sigma^{+}(1385)$	1.3828
uds	Σ^0	1.1925	$\Sigma^0(1385)$	1.3837
	Λ	1.1156		
dds	Σ^{-}	1.1973	$\Sigma^{-}(1385)$	1.3872
uss	Ξ^0	1.3149	$\Xi^0(1530)$	1.5318
dss	Ξ^{-}	1.3213	$\Xi^{-}(1530)$	1.5350
sss			Ω^{-}	1.6724

b) Mesoiak

	Spina $\frac{1}{2}$		Spina $\frac{3}{2}$	
Quark edukina	Partikula	Masa (GeV/c ²)	Partikula	Masa (GeV/c ²)
$u\bar{d}, d\bar{u}$	$\pi^{\pm}$	0.13957	$\rho^{\pm}$	0.770
$(u\bar{u} - d\bar{d}) \sqrt{2}$	π^0	0.13497	ρ^0	0.770
$u\bar{s}, s\bar{u}$	$K^{\pm}$	0.49365	$K^{*\pm}$	0.8921
$d\bar{s}, s\bar{d}$	$K^0, \bar{K}^0$	0.49767	$K^{*0}, \bar{K}^{*0}$	0.8921
$(u\bar{u} + d\bar{d}) \sqrt{2}$	$\left\{ \eta \right.$	0.5488	ω	0.782
	$\left. \eta' \right\}$	0.8575	ϕ	1.0194
$s\bar{s}$				
$c\bar{d}, d\bar{c}$	$D^{\pm}$	1.8693	$D^{*\pm}$	2.0101
$c\bar{u}, u\bar{c}$	$D^0, \bar{D}^0$	1.8645	$D^{*0}, \bar{D}^{*0}$	2.0072
$c\bar{s}, s\bar{c}$	$D_s^{\pm}$	1.969	$D_s^{*\pm}$	2.113
$c\bar{c}$	η_c	2.980	ψ	3.0969
$u\bar{b}, b\bar{u}$	$B^{\pm}$	5.278	$B^{*\pm}$	5.325
$d\bar{b}, b\bar{d}$	$B^0, \bar{B}^0$	5.279	$B^{*0}, \bar{B}^{*0}$	5.325
$s\bar{b}, b\bar{s}$	$B_s^0, \bar{B}_s^0$	?	$B_s^{*0}, \bar{B}_s^{*0}$	?
$b\bar{b}$	η_b	?	Y	9.4603

5. MATEMATIKA ETA FISIKA.

FORMALISMOAREN ULERPENA

Sistema fisikoen azterketa egiteko behaketa experimentalak burutzean, objektu fisikoen propietateen neurketak egin ohi dira. Neurketen ondorioz, propietate neurgarriak zenbakien bidez adieraz daitezke, era horretan magnitude fisikoen matematizaziorako bidea jarri. Horixe da, hain zuzen, *magnitude fisikoa* deritzon kontzeptuaren esangura, nolabait esateko, «neurtu egin daitekeen propietatea» esanez defini dezakegularik (UE 92), definizioan bertan *kualitatea* (gertaera-mota edo propietatea) eta *kantitatea* (neurtu egin daitekeena) bilduz. Magnitudeen gainean eraiki ohi dira teoria fisikoak modu matematikoan, izan ere, experimentuetako neurketaren bidez lorturiko zenbakiak, erlazio matematikoak eraikitze bidea eskaintzen baitute (*).

Honelatan, ba, magnitude behagarriak neurtu ditugularik, prest gaude magnitude horiek adierazpen matematiko egokietan sartzeko. Historiari dagokionez, Galileo Fisika Experimentalaren sortzailea izan bazen, Newton Fisika Matematikoaren sortzailea izan zela esan dezakegu. Matematika Fisikan erabiltzeko joera Grezia-tik bertatik ere ba zetorrela esan daiteke, baina Newton-ek Lurrak inguruko gorputz arruntak erakartzean eta Ilargia erakartzean egiten dituen indarrak lege matematiko bakar batez —grabitazio unibertsalaren legeaz— adieraz daitezkeela frogatzean, lehenengo teoria fisiko-matematiko arrakastatsua

* Lehenagoko 2.6. atalean azaldu denez, zenbait teoriatan neurgarriak ez diren aldagaiak ere erabil daitezke.

prestatu zuen, eta abiada handia eman zion Matematika Fisikaren hizkuntza bihurtzearen prozesuari (UE 90).

5.1. FISIKAREN EREDU MATEMATIKOAK. EGOERA DEFINITZEKO ALDAGAIK

Esan bezala, historiaren ildoak Fisikaren legeak Matematikaren bidez adieraztera eraman ditu fisikariak. Hori egiteko, fisikariek *eredu sinplifikatuak* eraikitzen joan ohi dute. Eredu sinplifikatu horiek *teorikoak* eta *matematikoak* izango dira, jarraian azalduko denez, baina ezer baino lehenago, sinplifikatuak direla esan behar dugu, Naturan gertatzen den guztia erabat deskribatu gabe, Naturaren izaera azaltzeko hurbilketa baitira.

Sinplifikazioa sistema fisikoen eredu matematikoa definitzean gertatzen da, eta horren inguruko teoria aurreratuz doan neurrian, eredu osotuz eta zehaztuz joan ohi da. Teoria matematikoa eraikitzeke prozesua nolakoa izan daitekeen ulertzeko, Fisikaren matematizazioaren lehenengo adibidea izan den Mekanikatik abiatuko gara.

Mekanikaren arloa lantzean, gauzak sinplifikatzeko, *puntu materialak* kontsideratzen dira hasieran (*partikula* deritzenak), eta lehen, horien matematizazioa egitean, maila batetan puntu matematikotzat har daitezke, egiturarik eta tamainarik ez baileukaten, *partikula puntualak* bailiren, alegia. Aurrera egitean, partikula-multzoak kontsideratzen dira, egituradunak, horien artean solido zurrunik (gorputz idealak, Naturan gorputz erabat zurrunik ez baitago) eta baita material deformagarriak eta jarraiak ere daudelarik.

Dena den, sistema oso sinpleak izan arren, zenbait propietate hartu beharko dira kontutan, matematikoki tratatuak izateko. Kasurako, demagun egiturarik gabeko partikula puntual bat. Batetik beraren *masa* (m) erabili behar dugu, eta horretaz gainera beraren *posizioa* (erreferentzi sistema batetan, espazioko posizioa adierazteko, hiru koordenatu eman behar dira, x , y , z edo beste edozein hirukote egoki

batetakoak izan daitezkeenak). Posizioari dagokionez, partikula puntual horrek hiru *askatasun-gradu* dituela esan ohi da, izen horrekin beraren posizioa erabat zehazteko behar den koordenatu-kopuru minimoa adierazi nahi dugularik.

Hala ere, partikula non dagoen jakin arren, informazio horrekin ez dakigu ezer beraren eboluzio denboralari buruz. Horretarako beraren abiadura erabili behar da (izatez, abiaduraren hiru osagaiak, v_x , v_y , v_z), abiadurak posizioaren denborarekiko aldaketa ematen baitu, definizioz. Lehenengo propietatea (masa) finkoa izango da —zenbait kasutan holako magnitudeei *parametro* deritze— eta beste seiak (posizioaren eta abiaduraren osagaiak) aldakorrak izango dira, sistemaren eboluzio denborala kontsideratuz gero.

Sei aldagai horien balioak ezaguturik, sistemaren egoera eta eboluzioa zein izango den jakiteko, informaziorik nahiko ba dugu. Horregatik, sei propietate horiek sistema mekanikoaren egoera definitzen dutela esan ohi da, eta *egoera-aldagaiak* deritze. Galde daiteke ea zergatik hartu ditugun sei magnitude aldakor eta bat finkoa, eta horiexek hain zuzen. Izatez, bestelako magnitude batzu ere erabil daitezke, hala nola, momentu lineala (zeinaren osagaiak mv_x , mv_y , mv_z diren) edo energia zinetikoa ($1/2 mv^2$), baina ikus daitekeenez, azken hauek aurrekoen konbinazioak dira. Kontua da, Mekanikaren legeek horretara garamatzatela, geroago horren arrazoi matematikoa ikusi ahal izango dugularik.

5.2. EREDUEN MANIPULAZIO MATEMATIKOA

Esandakoarekin nolabait zehazturik dauzkagu, partikularen dinamika azaltzeko geure eredu teorikoan erabiliko ditugun objektu matematikoak. Nolanahi dela, posizio eta abiadurarekin ikusi dugunez, magnitude batzu adierazteko, ez da nahikoa zenbaki bakarra ematea, bektoreak edo ordena desberdinetako tentsoreak agertzean zenbaki bat baino gehiago eman beharko delarik, magnitudeari dagokion izaera

matematikoaren arabera. Eskalareak adierazteko, ordea, aski izango da zenbaki bakarra.

Behin eredu teorikoa eraiki ondoren, orduan hasiko da manipulazio matematikoa. Manipulazio horren helburua aurrikuspenak lortzea da, formulazioan ageri diren magnitudeen arteko erlazio berrien bidez.

Erlazio horiek ekuazio matematikoen eran ager daitezke, formalismoaren arabera mota desberdinetako adierazpenak egon daitezkeelarik. Honelatan, ba, batzutan ekuazio diferentzial arruntak ageriko dira (partikularen dinamikan, adibidez), edo deribatu partzialetako ekuazioak (uhinen hedapenaren azterketan), edo ekuazio arruntak (egoera-ekuazioen kasuan), edo inekuazioak (esate baterako, Termodinamikaren bigarren printzipioa), edo bestelako zerbait. Nolanahi dela, holako adierazpenak idatzi ondoren, kalkuluak eginez ondorioak ateratzeko, teknika matematikoa erabiliko da, eredu teorikoaren araberrako aurrikuspenak egin ahal izateko.

Nola egin aurrikuspenak? Zer esanik ez, teoria fisikoaren eredu matematikoa onarturik, aurrikuspenak egiteko, ekuazioak ebatzi beharko ditugu. Dena dela, sarritan, fisikarientzat ebazpen matematiko hutsa baino egokiagoa eta interesgarriagoa da ekuazioak “ulertzea”. Feynman-en eritziz, horretan datza fisikarien eta matematikarien arteko desberdintasuna. Ekuazioak ikuspuntu matematiko hutsez ebatz daitezkeen arren —matematikariek egingo luketena—, horrek ez digu ikuspuntu fisikoa derrigorrez zabaltzen eta ulerterazten, horrekin batera benetako ulerpen fisikorik ez badago, alegia, ebazpen matematikoarekin batera Naturaren konportamoldearen ulerpene ez badator. Ekuazioen ulerpen fisiko intuitiboa lortu behar da, praktikan ekuazioak korapilatsuegiak gertatzen baitira sarri. Ekuazioen ulerpen fisiko horrek zer esan nahi duen, Dirac-en hurrengo esaldi honetan laburbil daiteke. Berak zioenez, *«ekuazioaren esangura ulertu egiten dut, baldin eta ekuazio hori ebatzi gabe beraren soluzioaren ezaugarriak imajinatzeko bideren bat badut»* (FE 89, Vol II, 2-1). Hots, bideren bat eduki behar du fisikariak, baldintza konkretuetan sistema fisikoak zer egingo duen

aurrikusteko. Fisikariak ondo ulerturik edukiko du ekuazioen esangura, horiek ebatzi beharrik gabe gertatuko dena auresateko gai denean, nola edo hala. Baina aurrikuspen zehatza egiteko, ekuazio matematikoaren ebazpenean oinarrituko da.

Aurrikuspen horien zuzentasuna egiaztatzea, maila experimentalari dagokio, azken batez, ereduaren egokitasunaren epaileak experimentuak baitira. Experimentuen eta aurrikuspenen arteko ezadostasuna agertzen bada, horrek ez du nahitaez adierazi nahi Matematikak balio ez duenik, eredia desegokia dela baizik (*).

Edozerlara, planteiatu egin daiteke, ea Fisikaren legeen deskribapena egiteko beti ere formalismo matematikoa erabili behar ote den. Erantzuna zuzenean eman gabe, gaur eguneko Fisikan bederen, sendo samar modura eraikita dauden teoria guztiek mota bateko edo besteko formalismo matematikoa dutela esan dezakegu. Formalismo matematiko hori oso zehatza da, gainera, emaitza experimentalei zehazki egokitzen zaielarik, eta zehaztasun hori zientziaren ahalmenaren adierazletzat hartu ohi delarik. Horregatik egiten dugu geurea, matematizazioa lortzeko helburua, azken batez, eredu matematikoak erabiltzearen arrazoia, praktikan izan duten arrakastan baitatza. Hala ere, jarraian ikusiko dugunez, erabiltzen den formalismo matematikoari dagokionez, legeak ez dira beti mota berekoak. Hain zuzen, hurrengo ataletan Fisikaren arlo desberdinetan ageri diren eredu matematikoak azaltzen saiatuko gara, bakoitzaren ezaugarri bereziak azpimarratuz.

5.3. DENBORAREKIKO EBOLUZIOA: SISTEMA MEKANIKOEN DINAMIKA

Sistema fisikoak espazioan kokaturik daudelarik, hala ere, denborarekin gorputzen kokapena aldatuz joan ohi da, eta sistemari buruzko etengabeko informazioa izateko, lehen aipaturiko propietate aldakorrek

* Honetaz ari garela, 2.3. eta 2.4. ataletan anomalia eta errore experimentaletaz esandakoa gogora ekartzea komeni da.

aldiune desberdinetan duten balioa ezagutu nahi genuke. Azken batez, *sistemaren dinamika* ezagutu nahi dugu, eta berori arautzen duten legeak aztertu.

Izan ere, Fisika matematikoaren sorkuntzarako hain garrantzizkoa izan zen XVII. mendean zientziari egin zitzaion ekarpenik handienetakoa, *higiduraren* ulerpenari buruzkoa izan zen. Greziarrek ba zuten, orekan dauden gorputzen Estatika ulertzeko teoria egokirik (geometrian oinarritua), baina beraien teoriak desegokiak ziren, higitzen ari diren gorputzen Dinamika azaltzeko. Horretarako, aldiune batetik besterako gorputzen leku-aldaketa nola gertatzen den ulertu behar zen, eta ongi desberdindu behar ziren “abiadura” eta “azelerazio” kontzeptuak. Galileo izan zen horretaz aurrerapausoak eman zituen lehena, indarra azelerazioarekin erlazionatu behar zela konturatzean, eta ez abiadurarekin, aintzina uste zenez (Aristotele-k zioenez, adibidez). Hortik etorri zen geroago Newton-en Dinamikaren sorrera, behin Fisikaren matematizaziorako pausoak eman ondoren.

Mekanikaren kasuan sistema fisikoaren dinamika arautzen duen legearen forma matematikoa, *ekuazio diferentziala* da —edo ekuazio diferentzialen multzoa—. Kontzeptu hau zehazteko, azter dezagun partikula puntual baten kasua, norabide bakarreko higidura duenean.

Higidura unidimentsionalaren kasuan bi magnitude zehaztu beharko ditugu (zergatik diren bi laster azalduko dugu), partikulari buruzko informazio guztia izateko, eta bi magnitude horiek posizioa (x) eta abiadura (v) dira. Dakigunez, Newton-en bigarren legearen arabera (experientzian zehaztasun handiz betetzen dena), honelaxe adieraz dezakegu magnitude horiek denbora joanahala duten konportamoldea:

$$m \frac{dv}{dt} = F(x). \quad (5-1)$$

Azter dezagun adierazpen hau. Hasteko, ohar modura diogun ezen, ekuazio hau ekuazio diferentzial modura aurkeztu zuen lehena Euler

izan zela; horregatik, Newton-Euler-en legea deritzote zenbaitzuk (RA 90). Bertan sistemaren propietate guztiak ageri dira: propietate finkoa, m masa alegia, eta propietate aldakorrak, x eta v . Posizioa *indarra* deritzon funtzio baten (F) barnean ageri da, eta abiadura, posizioaren denborarekiko deribatuen bidez. Bestalde, ez da ahortzi behar, definizioz, abiadura posizioaren denborarekiko deribatua dela,

$$v = \frac{dx}{dt}, \quad (5-2)$$

eta horrela, izatez, lehenengo ordenako bi ekuazio diferentzial ditugula —(5-1) eta (5-2)—, edota, gauza bera dena, posizioa soilik hartuta, bigarren ordenako ekuazio diferentzial bakarra, hots,

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F(x). \quad (5-3)$$

Edozertara, Naturaren konportamoldea adierazi nahi duen Newton-en bigarren lege famatuak, *ekuazio diferentzialen* itxura du eta ez dizkigu esplizituki ematen propietate aldakorren balioak, beraien aldaketen arteko erlazioak baizik. Aldiune bakoitzean posizioa eta abiadura zeintzu diren jakin nahi badugu, hau da, $x(t)$ eta $v(t)$ funtzioak ezagutu nahi baditugu, aurreko ekuazioak integratu egin beharko ditugu.

Matematikatik dakigunez, ekuazio diferentzial horien integrazioan hasierako baldintzen problema planteatzen zaigu, kasu honetan bi baldintza eman behar ditugularik, lehen ordenako bi ekuazio diferentzial arrunt baititugu. Aukera desberdinak ditugu, baina gehienetan erabili ohi dena, t_0 aldiuneari dagozkion posizioa, x_0 , eta abiadura, v_0 , ematea ohi da. Horrela eginik, ekuazio diferentzial horien soluzioa era honetara eman daiteke:

$$x = f(t; x_0, v_0). \quad (5-4)$$

Hauxe da, izatez, *higiduraren ekuazioa*, higidurari buruzko informazio guztia demaiguna. Bertan edozein aldiuneko posizioa —partikula non dagoen— ageri zaigu, denboraren funtzio modura, eta hasierako baldintzak —hots, (x_0, v_0) — parametro aldakor modura kontsidera ditzakegarrik. Partikulak zer abiadura duen jakiteko, (5–4) adierazpena denborarekiko deribatzea baino ez dugu, hau da,

$$v = \frac{d}{dt} [f(t; x_0, v_0)] = g(t; x_0, v_0), \quad (5-5)$$

kasu orokorrean berau ere denboraren funtzioa delarik. Zer esanik ez, gauzak koherenteak izan daitezten, (5–4) eta (5–5) adierazpenak hasierako aldiunean ere bete behar dira, hots,

$$x_0 = f(t_0; x_0, v_0) \quad \text{eta} \quad v_0 = g(t_0; x_0, v_0). \quad (5-6)$$

Aurreko kasuan, lehenago aipaturiko aukeraren justifikazio matematikoa ageri da, hau da, zergatik bi magnitude aski diren, sistemaren egoera osoa zehazteko. Dena dela, esan behar da, bestelako hasierako baldintzak ere har genitzakeela, hala nola, adibidez, bi aldiuneri (t_1 eta t_2) dagozkien posizioak (x_1 eta x_2), baina beti ere baldintzen kopurua (kasu honetan, bi) mantendurik.

Dena den, orain arte idatzitako adierazpenak, askatasun-gradu bakarreko kasurakoak izan dira, zehatzago esateko, partikula bakarraren higidura unidimentsionalari dagozkionak. Sistema mekanikoa korapilatsuagoa denean, koordenatu (edo askatasun-gradu) gehiago izango ditugu, baina, azken batez, sistema dinamiko bat izango dugu, hau da, ekuazio diferentzialen sistema bat, eta aurreko kontzeptuak orokortu egin beharko ditugu.

Prezeski, Mekanika Analitikoaren arloan sarturik, n askatasun-gradu dituzten sistemak azter ditzakegu. Horretarako n koordenatu orokortu

defini ditzakegu, hots, askatasun-graduak bezainbeste, eta gero Lagrange-ren formulazioa erabil dezakegu, zeinean bigarren ordenako n ekuazio diferentzialen ebazpena lortu behar den. Lagrange-ren formulazioan koordinatu orokortuen espazio abstraktua erabili ohi da, zeinari *konfigurazio-espazioa* deritzon. Espazio horretako puntu bakoitzak n baldintza definitzen ditu, eta horiek ez dira nahiko sistemaren eboluzioa finkatzeko. Edo beste hitz batzuren bidez esateko, konfigurazio-espazioko puntu bakoitzetik infinitu eboluzio desberdin gerta daitezke. Ordea, espazio horretako bi puntu definiturik, bietatik pasatzen den ibilbide bakarra dago, bien artean $2n$ baldintza jartzen dituztelarik (EP 92).

Aipaturiko azken arrazoi horregatik, sarri formulazio hamiltondarra erabiltzen da, zeinean $2n$ aldagai kontsideratzen diren (koordinatu orokortuak eta momentu orokortuak) eta horien bidez *fase-espazioa* definitzen den. Sistema mekanikoaren dinamika Hamilton-en ekuazio kanonikoek arautzen dute, berauek lehenengo ordenako $2n$ ekuazio diferentzial direlarik. Honelatan, ba, Picard-en existentzia eta bakartasunaren teoremaren arabera, fase-espazioko puntu bakoitzak hasierako baldintzak defini ditzake modu bakarrean, sistemaren eboluzioa erabat determinatuz. Alegia, sistemaren eboluzioa adierazten duten ibilbideak, fase-espazioko kurbak dira, zeintzuek elkar ebakitzen ez duten.

Dena dela, partikulen mekanikari dagokion eredu matematikoa $2n$ ekuazio diferentzial arrunten sistema izanik, hasierako baldintzak finkatuz —denetara $2n$ —, sistemaren eboluzioa unibokoki zehazturik geratuko dela azpimarratu nahi dugu. Alegia, sistema hauek *deterministak* dira, eta sistemak etorkizunean izango duen eboluzioa aurrikusteko, aski dugu, hasierako baldintzak finkatzea. Bestela esanda, hasierako baldintzek determinatzen dute sistema mekanikoaren higidura.

5.4. KONTSERBAZIO-PRINTZIPIOAK

Aurreko puntuan higidura-ekuazioei buruz esandakoaz, zenbait puntualizazio egin behar dira. Esan dugunez, ekuazio horretan sistema mekanikoari buruzko *informazio guztia* dugu, baina sarri, informazioa modu horretan edukitzea ez da oso baliagarria izaten, Naturaren konportamoldearen gorabehera batzu beren osotasunean ulertzeko. Higiduraren izaera hobeki antzemateko, oso baliagarriak suertatzen dira ordea, ekuazio diferentzialen integrazio batez lor daitezkeen *kontserbazio-printzipioak*.

Kontserbazio-printzipioak zer diren eta sistemen dinamika adierazten duten legeei buruz duten loturaz hobeto konturatzeko, abia gaitezen lehengo (5-1) ekuaziotik. Manipulazio matematikoaren arauetz baliaturik, dx gaiaz biderkatuz eta integratuz, ondokoa lor dezakegu,

$$m \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} - F(x)dx = mv \frac{dv}{dx} - F(x)dx = 0, \quad (5-7)$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2} mv^2 \right) dx - F(x)dx = 0, \quad (5-8)$$

$$\frac{1}{2} mv^2 - \int_0^x F(x)dx = K, \quad (5-9)$$

non K delakoa hasierako baldintza konkretuei dagokien integrazio-konstantea den. Dakigunez, energia zinetikoa (T) eta energia potentziala (V) definiturik,

$$T = \frac{1}{2} mv^2, \quad (5-10)$$

$$V = - \int_0^x F(x)dx, \quad (5-11)$$

azkenean energia mekaniko osoaren (E) kontserbazioaren printzipioa lor dezakegu:

$$E = T + V = K. \quad (5-12)$$

Ikusi dugunez, egindako arrazonamenduaren arabera, energia mekanikoaren kontserbazioa ez da eskari fisiko independentea, Newton-en lege dinamikoen ondorioa baizik, berorietatik abiatutik metodo matematikoaren bidez lor daitekeena. Bestalde, metodo horren emankortasuna agerian jarri zaigu.

Ohar pare bat egin behar dugu aurreko adierazpenaz. Lehenengoa energia potentzialari buruzkoa da. Edozein indarren kasuan ezin defini daiteke holako funtziorik, noski, (5-11) adierazpena —edo hobeto esanda, beraren baliokidea hiru dimentsiotan— indar kontserbakorren kasuan soilik da zuzena, alegia, bi punturen artean indarrak eginiko lana beti berbera denean, tarteko bidea edozein delarik ere. Holakoetan, indarraren eta energia potentzialaren arteko erlazioa honelaxe eman daiteke,

$$\mathbf{F} = -\nabla V, \quad (5-13)$$

hots, indarra energia potentzialaren gradientea da (zeinua aldatuta). Hemen ageri den zeinua, ohitura kontuko hitzarmena baino ez da, izatez, horrela eginik energia osoa zinetikoaren eta potentzialaren batura modura idatzi ahal izateko. Bistakoa denez, (5-13) adierazpena bateragarria da (5-11) adierazpenarekin, biak energia potentzialaren definizioaren adierazle izanik.

Bigarren oharra eskuin aldean ageri den K konstanteari buruzkoa da. Ez da esangura arrunteko konstante bat, alegia, sistema mekaniko konkretuaren kasuan beti balio berbera duena, sistemaren higidura bakoitzari dagokiona baizik. Hasierako baldintzen multzo bakoitzari K konstantearen balio bat dagokio, eta balio horrek bere horretan *konstante irauten du higidura osoan zehar*. Horregatik, *higidura-konstantea* deritzo, higidura konkretu bakoitzari baitagokio.

Higidura-konstanteak sistemaren dinamika analizatzeko tresna baliagarriak ohi dira, eboluzio denboralean bete behar diren kontserbazio-baldintzak ematen baitzikigute. Esan beharrik ez dago, energiaren problematikan izaera horrek duen garrantzia, horrela azkenean Fisika osorako printzipiotzat daukagun esaldi famatu hori jartzen baitugu gidari, hots, «*energia ez da ez sortzen ez deusezten, transformatzeko baizik*», baina orain teoriaren barruko eredu matematikoan ongi tinkaturik (energi mota guztiak kontsideratu behar dira, noski, garai batetan masaren kontserbazioaren printzipioarekin gertatu zen oztopoa gainditzeko).

Nolanahi ere, energiarena ez da kontserbazio-printzipio bakarra, sistemaren dinamika adierazten duten ekuazio diferentzialen bestelako integralek ere antzerako papera joka baitezakete. Kasurako, (5-1) ekuazio berbera denborarekiko integraturik (bertan indarrak denborarekiko duen menpekotasuna kontsideraturik),

$$m \frac{dv}{dt} dt - F(t) dt = 0, \quad (5-14)$$

$$mv - \int_0^t F(t) dt = K', \quad (5-15)$$

momentu linealari dagokion kontserbazioaren printzipioa lor dezakegu. Hemen,

$$I = \int_0^t F(t) dt \quad (5-16)$$

delakoari *inpultsua* edo *bulkada* deritza eta K' integrazio-konstante hori ere higidura-konstantea da, definitu berri dugun esangura berberarekin (nahiz dimentsionalki desberdina den). Bestelako higidura-konstanteak ere defini daitezke, momentu angeluarrari dagokiona kasu.

Edozertara, higidura-konstante horietako zenbat eta zeintzu diren elkarren independenteak galde dezakegu. Erantzuna Matematikaren eskutik dator, darabiltzagun ekuazio-motak kontutan harturik. Kasu orokorrean, n askatasun-gradu ditugularik, hots, bigarren ordenako n

ekuazio diferentzial ditugunez (edo formulazio hamiltondarrean, fase-espazioan lan eginez, lehenengo ordenako $2n$ ekuazio diferentzial), $2n$ higidura-konstante independente izango ditugu. Zer esanik ez, izatez, bestelako higidura-konstanteak ere aurki daitezke aurrekoen konbinazioak eginez, baina holakoek ez digute inolako informazio berririk adieraziko, aurrekoaren berrordenaketa ez bada. Bestalde, higidura-konstanteak sistemaren simetriekin loturik daude, Noether-en teorema tartean dela, nahiz eta hemen puntu horri buruzko azalpenekin luzatuko ez garen (horretaz, ikus adibidez, GA 70, AE 88).

5.5. PRINTZIOPIO INTEGRALAK

Sistema mekanikoen konportamoldea arautzen duten legeak, beste era matematiko baliokide batez ere azal daitezke, joan den mendearen hasieran (1834. urtean) Hamilton-ek bere printzipioa ematean frogatu zuen bezala.

Aurreko atalean partikularen (edo partikula-sistemaren) dinamika lege edo printzipio diferentzial batetan oinarritu dugu, Newton-en bigarren legea ekuazio diferentziala baita. Horrek esan nahi du, lege diferentzial horretan puntu baten inguruko aldaketa soilik planteatzen dela. Gero, puntu desberdinetako aldaketa guzti horien azterketa batera eginez, hots, ekuazio diferentziala integratuz, higidura osoa nolakoa den jakin daiteke.

Ostera, sistema mekanikoaren dinamika puntu (edo egoera konkretu) baten inguruko eboluzio diferentzialean oinarritu beharrean, Hamilton-ek bi punturen arteko higidura osoa kontsideratu zuen, prozesu osoa integraturik; alegia, higidura bere osotasunean kontsideratu zuen. Horretarako sistemaren propietate aldakorren (posizioa eta abiadura orain ere) funtzio berri bat definitu zuen, L , zeinari *lagrangearra* izena eman zion, konturatuz ezen, bi aldiuneren artean (t_1 eta t_2 aldiuneeen artean) sistemak duen higidura errealearen arabera ondoko integrala kalkulatzu gero,

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L dt, \quad (5-17)$$

integrazioa ibilbide posible desberdinen arabera egitean, emaitza desberdinak lor daitezkeela, baina, inguruko ibilbideen artean lorturiko balio minimoa (edo maximoa), sistemak duen higidura errealaren arabera dela. Integral horri *akzioa* edo *ekintza* deritzo.

Integral horren minimoaren (edo maximoaren) problema ebazteko, Matematikaren arloan garaturik dagoen teknika bat erabil daiteke, *bariazioen kalkuluarena* prezeski. Horretan oinarriturik, higiduran zehar (5-17) integralaren *bariazioa* (δ ikurraz adieraziko duguna) nulua dela, hots,

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = 0 \quad (5-18)$$

dela esanez azal dezakegu, *Hamilton-en printzipio integrala* deritzona.

Printzipio integral hau eman ondoren, lehenago azalduriko Newton-en bigarren legearekin duen loturaz galde dezakegu, konkretuki, ea biak baliokideak diren. Erantzuna Matematikaren bidez dator emanda, zeren, bariazioen kalkuluan frogatzen denez, integrala extremala izan dadin, Euler-Lagrange-ren ekuazioa bete behar baita, zeina dimentsio bakarreko kasuan honakoa den,

$$\frac{\partial L}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial v} = 0, \quad (5-19)$$

eta lagrangearra energia zinetikoaren eta energia potentzialaren arteko kendura modura definiturik,

$$L = T - V, \quad (5-20)$$

aurreko (5–19) ekuazioa lehengo (5–1) ekuazio berbera bihurtzen baita, hots, Newton-en legea. Horra, ba, Matematikaren eskutik, sistema mekanikoaren dinamika azaltzeko eredu diferentzialaren eta eredu integralaren arteko baliokidetza. Bestetik, esan behar da, bi formalismo hauek (diferentziala eta integrala) baliokideak izanik, bai bata eta bai bestea, biak baliagarriak direla, eta bien arteko abantailak problema konkretuetan ikusi beharko direla, kasu desberdinetan zeinek bereak eduki baititzaie.

Hamilton-en printzipioa ez da era horretako printzipio integral bakarra, ez lehena; izan ere, prozesu luze baten azken pausotzat har baitaiteke. Mekanikaren arloan holako printzipio bat aurkeztu zuen lehena, Maupertuis izan zen, 1747. urtean *ekintza minimoaren printzipioa* azaldu zuenean, L-ren antzeko beste funtzio bat erabiliz (egia esanda, egokia ez zena). Optikaren arloko *Fermat-en printzipioa* ere multzo honetan sar dezakegu —gainera, printzipio hau izan zen mota honetako lehena—, zeinak argiaren hedapenerako denbora minimoa eskatzen duen. Halaber, Einstein-en teoriako higadura geodesikoa ere mota bereko eredu dela esan dezakegu.

Maupertuis-i buruzko historia pixka bat egitea ere komeni da. Izatez, Fermat-en printzipioaren dotoretasunak eragin handia izan zuen beraren pentsamoldean, eta, ondorioz, Natura ulertzeko ikuspuntu bateratuaren atzetik abiatu zen, Mekanika ere ekintza minimoaren oinarriarekin azaldu nahian. Berak postulatu egin zuen, «*bere efektuak sortzean, Naturak bitartekorik sinpleenak erabiltzen dituela beti*», esanez ezen «*Naturan edozelako aldaketa dagoenean, aldaketa hori gerta dadin beharrezkoa den ekintza, ahalik eta txikiena dela*» (RA 90, 96. or).

Maupertuis-ek egin zuen formulazioa, ez zen guztiz zuzena izan, aukeratu zuen ekintza ez baitzen egokia, izan ere, gaur eguneko notazioaz esanda, berak $\int 2Tdt$ integrala hartu baitzuen. Dena den, geroago Euler-ek (1707-1783) eta Lagrange-k (1736-1813) modu zuzenean definitu zuten ekintza, oinarri matematiko sendoaz, nahiz eta

ekintza-integralaren zehaztapenera iritsi zena Hamilton (1805-1865) izan zen, eta historiarako beronen izena geratu den.

Esan behar da, halaber, XIX. mendearen bukaera aldera Poincaré-k (1854-1912) eginiko lana ere oso garrantzizkoa gertatu zela, fase-espazioan lan eginez, sistema mekanikoen dinamika arautzen duten bestelako printzipio integral baliokideak eman zituelarik (GA 70, UE 84).

Bestalde, Fisika eta Matematikatik aparte, printzipio integral hauen tartean dagoen minimoaren kontzeptuak, historian zehar zenbait kontsiderazio filosofiko egiteko bidea eman du, agertu nahi izan delarik, adibidez, Natura oso “jakintsua” dela, esfortzurik minimoa eskatzen duen aukera hautatzen duela beti, beraren izaera horixe dela eta abar argudiatu. Gu ez gara holako kontsiderazioetan sartuko, baina Naturan gertatzen dena azaltzeko, eredu hori ondo egokitzen dela azpimarratuko dugu.

5.6. INGURUNE JARRAIEN MEKANIKA

Fisikaren historian eztabaida luzea izan da materiaren jarraitasunari buruz. Gaur egun, eredu atomikoa nahiko finkatuta dagoela, beraren izaera ez-jarraia azpimarratzen da sarri, baina izatez ezin esan dezakegu, atomoaren azken osagaiak eredu jarrai bati dagozkion ala ez. Dena den, atal honetan ez gara horretaz gehiegi arduratuko, eta Fisika Klasikoan ohizkoa den eredu jarrai bat kontsideratuko dugu, Fluidoaren Mekanikan guztiz erabilgarria dena.

Materia jarraia dela joko dugu, beraz, ikuspuntu horrekin ateratako ondorioak oso egoki gertatzen direla azpimarraturik. Hori nolabait justifikatzeko, kontsideratuko ditugun oinarritzko elementuak, “oinarritzko partikulak” edo “fluido-partikulak” deritzenak, atomo edo molekula pilo batez osaturik daudela esan dezakegu, era horretara barruko ez-jarraitasunaren garrantzia somatzen ez delarik. Ohar modura diogun, “fluidoaren oinarritzko partikula” hauek ez dutela zerikusirik

4.6. atalean aipaturiko “oinarrizko partikulekin” (kuantoiekin, alegia), nahiz eta kasu bietan izen berbera erabili dugun. Kasu hartan maila kuantikoan ari ginen, noski, eta orain, maila klasikoan.

Oinarrizko partikula jarraiak erabiltzeaz esan behar da, aipatutakoa hurbilketa kontzientea dela, praktikan neurgarriak diren magnitudeak kontutan harturik. Adibidez, gasen kasuan, molekulen batezbesteko ibilbide askea 10^{-4} mm ingurukoa da baldintza normaletan, eta (10^{-3} mm) tamainuko kubo batetan 2.7×10^7 molekula daude. Beraz, aztertzen ari garen problemako eskala, hori baino askoz handiagoa bada, ingurune jarraien hurbilketa oso ona izango da. Zer esanik ez, Lurraren gaineko altuera oso handietan, atmosferako partikulen ibilbide askea satelite artifizialen tamainarekin konparagarria izan daiteke, eta orduan hurbilketa makroskopikoak ez du balio izango. Hortaz, hurbilketa egokiaren mugen barnean, fluidoak sistema fisiko modura hartzean, ingurune jarraia dugula kontsideratuko dugu, eta gure oraingo ardura, ingurune material horretako lege fisikoak aztertzeko erabili behar dugun tresneria matematikoa nolakoa den aipatzea izango da (EP 92).

Ingurune jarraiak aztertzeko, bertako materiaren propietateak espazioan banaturik daudela kontsideratu ohi da, aldiune bakoitzean eta puntu bakoitzean balio bat hartzen dutelarik. Horregatik lau aldagai independente behar dira (x,y,z,t) eta materiaren propietateak lau aldagai horien funtzio modura aurkeztu behar dira. Dena dela, bi mailatan banatu beharko ditugu magnitudeak: alde batetik partikulen zinematikari buruzkoak, alegia, abiadura eta azelerazioa definitzen dutenak, eta bestetik, fluidoaren propietate fisikoak definitzen dituzten propietate neurgarriak.

Fluidoaren higiduraren deskripzioa egiteko ere, aukera desberdinak daude matematikoki (eta kontzeptualki). Lehenengo metodo batetan oinarrizko partikula bat kontsideratu ohi da, beraren *ibilbide* osoa aztertuz. Fluidoak espazioan zabaldurik dagoela, hipotesi modura,

edozein aldiunetan fluidoaren partikula bakoitzak duen abiadura posizio-bektorearen eta denboraren funtziotzat har daiteke, hots,

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{r}, t), \quad (5-21)$$

eta ondorioz, partikularen ibilbideak ondoko ekuazio diferentzialak dira,

$$\frac{dx}{dt} = v_x(x, y, z, t), \quad (5-22a)$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y(x, y, z, t), \quad (5-22b)$$

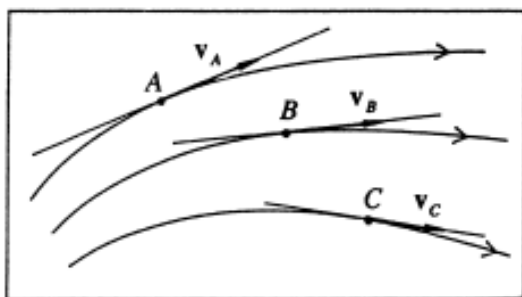
$$\frac{dz}{dt} = v_z(x, y, z, t), \quad (5-22c)$$

bertan t delakoa aldagai bat delarik, x, y, z diren moduan. Aurreko ekuazioak integratzean, hasierako baldintzak eman beharko ditugu, adibidez, $t = t_0$ aldiunean fluidoaren partikula konkretu baten posizioa emanez, $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0$ kasurako. Hasierako baldintza hauekin, t parametroaren bidez eman dezakegu partikula horren posizioa edozein aldiunetan,

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t; \mathbf{r}_0). \quad (5-23)$$

Zer esanik ez, $\mathbf{r}_0$ aldatuz, partikula guztien ibilbide parametrikoak (denboraren arabekoak) izango ditugu. Labur esanez, metodo honetan hasierako hipotesia onartuz, partikula bakoitzaren higidura lehenago partikula bakarraren higidura aztertzean erabili dugunaren antzera aztertzen da. Horretan ez da berritasunik, ingurune jarraietan erabilitako metodologiari dagokionez. Ordea, fluidoaren azterketa egiteko metodorik praktikoa ez da hori, gehienetan hurrengo lerroetan azalduko dugun metodo espezifikoa erabili ohi delarik.

Fluidoetarako berezia den bigarren metodoan, aldiune konkretu batetan fluidoaren partikula guztiek duten higidura adierazi nahi da, horretarako *korrante-lerroak* definituz, eta gehienetan horien adierazpen grafikoa eginez, horrela higidura bere osotasunean kontsideratuz, fluido osoaren argazkia baikenuen. Korrante-lerroak kurba bereziak dira, puntu bakoitzeko korrante-lerroaren tangenteak bertako puntuaren abiaduraren norabide berbera duelarik. Adierazpen grafikoa, korrante-lerroei geziak gehitzen zaizkie, higidura gertatzen deneko norantza agertzeko (ikus 5.1. irudia). Horrela eginik, fluidoaren higiduraren adierazpen intuikorra lor dezakegu, fluidoaren oinarritzko partikulak nola higitzen diren “ikus” dezakegularik, izan ere, korrante-lerroak aldiuneko “argazkiaren” ondorio baitira.



5.1. irudia. Fluidoaren higiduraren aldiune batetako “argazkian” ageri diren korrante-lerroak, puntu bakoitzeko abiaduraren tangenteak dira.

Beraz, korrante-lerroak ondoko sistema diferentzialaren integralak dira,

$$\frac{dx}{v_x(x, y, z; t)} = \frac{dy}{v_y(x, y, z; t)} = \frac{dz}{v_z(x, y, z; t)}, \quad (5-24)$$

non t aldagaiak balio finkoa duen, adierazi nahi den aldiuneari dagokiona. Aldiunea aldatzean, korrante-lerroak ere aldatu egiten dira,

kasurik orokorreanean. Hala ere, fluxua denborarekiko egonkorra denean (hau da, edozein magnitudearen kasuan denborarekiko deribatua nulua denean), korrante-lerro berberak lortuko ditugu aldiune guztietan, kasu horretan, korrante-lerroek partikulen ibilbideak adieraziko dituztelarik.

Edozertara, orain arte esandakoarekin fluidoaren azterketa zinematikoa baino ez dugu egin, alegia, higiduraren deskripzio hutsari dagokiona. Nola egin daiteke bestelako magnitudeen deskripzioa, eta garrantzizkoagoa dena, nola adieraz ditzakegu fluidoaren dinamika azalduko diguten legeak? Ingurune jarraien ereduaren azterketa dinamikoa egiteko darabilgun eredu matematikoa, bi era nagusitan bidera daiteke. Nahiz eta metodo biak Euler-ek XVIII. mendean proposaturikoak diren, bi izen desberdin eman ohi zaizkie praktikan (RY 85).

Lehenengo eta behin *deskripzio lagrangearra* dugu. Fluido-partikularen higidura aztertzen da bertan, beraren ibilbide osoa azterturik. Horretarako lehenago aipaturiko lehenengo metodoa erabiltzen da, partikula bakoitza (5–23) adierazpenean egin den modura identifikatuz. Metodo honetan parte zinematikoa soilik azal dezakegu zuzenki, eta ez zaigu dinamikarako baliagarriegia gertatzen; beraz, alde batetara utziko dugu.

Praktikan fluidoaren *deskripzio eulertarra* erabiliko dugu. Metodo honetan fluxuari dagozkion magnitude fisiko guztiak ($\mathbf{v}$ abiadura, ρ dentsitatea, p presioa, T tenperatura,...) posizio-bektorearen eta denboraren funtzio modura azaltzen dira, hots,

$$f(\mathbf{r}, t) \quad \text{edo} \quad f(x, y, z, t) \quad (5-25)$$

eran. Deskripzio eulertarra da gehienetan egokiena, bertan espazioko puntu batetan kontzentra baitaiteke azterketa, printzipio dinamiko diferentzialak emanez (eta horien bidez, integralak). Dena den, eredu matematikoari dagokionez, deskripzio honetan arduraz aztertu beharko

ditugu magnitude fisikoak eta beraien aldaketaren adierazpenak, hurrengo lerroetan egingo dugun modura.

Deskripzio eulertarrean gaudela, demagun edozein magnitude (5–25) eran dugula, zeina lau aldagairen funtzio modura emanda dagoen, eta beraren aldaketa —deribatua, azken batez— aztertu nahi dugula. Bistakoa denez, deribatu-mota desberdinak egin ditzakegu. Denborarekiko partzialki deribatuz,

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} [f(x, y, z, t)]_p. \quad (5-26)$$

f magnitudeak puntu konkretuan duen aldaketa-tasa denborala adierazten da, hau da, *aldaketa-tasa lokala*. Baina fluidoaren oinarritzko partikularen higidura kontutan harturik, magnitudearen *aldaketa-tasa osoa* ere kalkula dezakegu, horretarako lehenik diferentzial osoa kalkula dezakegarik,

$$df = \frac{\partial f}{\partial t} dt + \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz \quad (5-27)$$

eginez. Izatez, espazio-denborako bi punturen arteko aldakuntzari dagokio df hori, (x, y, z, t) eta $(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt)$ puntuen artekoari. *Bi puntu horiek fluidoaren partikula berberaren bi aldiune desberdini dagozkiola* jorik, alegia, fluidoaren partikula baten ibilbideko elkarren alboko bi puntu direla, bien arteko tarte denborala dt izanik, aurreko diferentzialetik denborarekiko deribatu “oso” hau lortuko dugu,

$$\frac{Df}{Dt} \equiv \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f. \quad (5-28)$$

Deribatu hau partikulari bere higiduran segituz f -ren aldaketa aztertzean lortzen dena da, aurreko adierazpeneko $\mathbf{v}$ hori oinarritzko partikulari

dagokion abiadura izanik. Izaera hori azpimarratzeko, deribatuaren notazioan ere letra handiak erabili dira. Zenbait liburutan deribatu honi *deribatu partikularra* deritzote (hemengo *partikular* adjektiboa “partikula” hitzetik dator eta ez du “berezi” esangurarik, noski). Deribatua eragile modura adieraztean, honelaxe eman dezakegu,

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla, \quad (5-29)$$

eta deskripzio eulertarrean aldagai eskalar zein bektoriale (edo nahiago bada, berauen osagai cartesiarrei) aplika dakieke.

Behin ingurune jarraiari dagozkion magnitudeen aldaketak eredu matematikoan nola adieraz daitezkeen ikusi ondoren, prest gaude fluidoaren dinamika arautzen duten legeak zeintzu diren eta nola adieraz daitezkeen ulertzeko.

Materiaren higidurarekin zerikusirik duen atala erabat newtondar klasikoa delarik, ingurunearen egoera definitzeko erabili beharreko magnitude neurgarriak, dentsitatea (azken batez oinarritzko partikularen masarekin lotua) eta oinarritzko partikulan eragiten duten indarrak besterik ez dira. Lehenengoa magnitude eskalarra da, puntu bakoitzean zenbaki bakar batez adieraz daitekeena, eta puntu guztietakoa posizio eta denboraren funtzio eskalar modura ager daitekeena, hots, $\rho(\mathbf{r}, t)$ eran. Bigarrena tentsoriala da (bigarren ordenako tentsore simetrikoa), puntu bakoitzean *esfertzuen tentsorea* deritzon magnitudearen bidez adieraziko delarik. Hots, denetara puntu bakoitzean lau aldagai independenteren zazpi funtzio definitu behar ditugu (dentsitatea eta esfertzuen tentsore simetrikoaren sei osagai desberdinak). Ikus daitekeenez, ingurune jarraiaren erdua partikula puntualarena baino askoz ere korapilatsuagoa da, itxuraz bederen.

Fluidoaren eboluzioari dagokionez, lehenengo lege garrantzizkoa materiaren kontserbazioarekin loturik doa eta *jarraitasunaren ekuazioa* deritzo. Modu diferentzialean adierazita, era honetara azal daiteke,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (5-30)$$

edo lehenagoko deribatu partikularren notazioa erabilirik,

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho(\nabla \cdot \mathbf{v}) = 0. \quad (5-31)$$

Zer esanik ez, adierazpen hauek modu integral baliokidean ere adieraz daitezke, kalkulu diferentzialaren teorema erabiliz ikus daitekeenez, eta horretarako eredu matematiko berebean jarraiturik; baina hemen ez gara gehiago horretaz arduratuko.

Jarraitasunari dagokion deribatu partzialetako ekuazio diferentzial horrek ez du besterik adierazten, fluidoaren jariapena gertatzen ari den bitartean masaren kontserbazioaren printzipioa etengabe betetzen dela baizik. Horixe da ekuazio matematiko horren edukin edo esangura fisikoa. Edozertara, ez digu ezer esaten, fluidoa zergatik higitzen den planteatzen duen galderari buruz, higiduran zehar masaren kantitateari dagokionez bete behar diren baldintzen adierazpen soila izanik.

Fluidoaren oinarritzko partikulen dinamika zehazteko, indarrak nolakoak diren jakin behar dugu, noski, azken batez, ingurune jarraietan ari bagara ere, Mekanika Newtondarra egiten ari baikara, eta puntu bakoitzean Newton-en legeak bete behar baitira.

Indarren sailkapenarekin hasirik, ingurune jarraien oinarritzko partikulek jasaten dituztenak, bi multzotan bil ditzakegu: *indar masikoak* eta *gainazal-indarrak* (RY 85). Indar masikoak materiaren distantziarako elkarrakzioagatik gertatzen direnak dira, bolumen osoan eragiten dute eta masaren proportzionalak dira, hala nola, grabitazio-indarrak eta indar elektromagnetikoak. Indar masikoak masa-unitatean sorteraizten duten azelerazioa $\mathbf{f}$ ikurraz agertuz, honelaxe azal dezakegu $\mathbf{V}$ bolumenean duten indar erresultantea:

$$\mathbf{F}_M = \int_V \rho \mathbf{f} dV, \quad (5-32)$$

Laburki esanez, indar masikoak partikula puntualaren kasuan kontsideratu behar direnak bezalakoak dira.

Bestalde, higitzen ari den fluidoaren kasuan (eta orekan egonda ere, noski, nahiz orduan gauzak errazten diren), puntu batetan edozein norabidez orientaturiko gainazal txiki bat kontsideratzean, bertan eragiten ari diren indar normala eta indar tangenziala hartu behar dira kontutan. Horiexek dira gainazal-indarrak. Kasu orokorrean, gainazalaren norabidearen arabera, desberdinak dira indar horiek. Norabide guztiak objektu geometriko bakarraz adieraz daitezke, *esfortzuen tentsorea* deritzon bigarren ordenako tentsore simetrikoaren bidez hain zuzen, zeina erreferentzi sistema kartesiarrean ondoko sei osagaiez (bederatzietako batzu berdinak dira simetriaren kausaz) adieraz daitekeen:

$$\overline{\mathbf{P}} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}. \quad (5-33)$$

Esfortzuen tentsorearen bidez, V bolumena inguratzen duen S gainazalean eragiten ari den gainazal-indarra kalkula daiteke modu honetan,

$$\mathbf{F}_S = \int_S \mathbf{n} \cdot \overline{\mathbf{P}} dS. \quad (5-34)$$

Eta aipaturiko elementuen bidez, indar guztiak kontutan hartuz, ingurune jarraien kasuan Newton-en legearen ordaina den ondoko lege dinamiko integrala idatz daiteke,

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{v}) dV + \int_S (\rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{v} dS = \int_V \rho \mathbf{f} dV + \int_S \mathbf{n} \cdot \overline{\mathbf{P}} dS, \quad (5-35)$$

zeinari *higidura-kantitatearen ekuazioa* deritzon. Modu integralean idatzi dugun arren, modu diferentzial baliokidean ere idatz dezakegu, nahiz eta hemen egingo ez dugun.

Ekuazio hau jarraitasunaren ekuazioarekin konbinatu behar dugu aldi berean, deformazioen tentsorea tartean dela. Dena den, xehetasunetan hasi gabe, diogun ezen azkeneko konbinaketetatik sortzen diren ekuazioetan, fluidoaren p presioa, fluidoaren abiadura, abiaduraren deribatua eta biskositate koefizienteak (μ biskositate-koefiziente dinamikoa eta ξ bigarren biskositate-koefizientea) ageri direla kasu orokorrean. Ekuazio horiek Navier-Stokes-en ekuazioak dira, deribatu partzialetako ekuazio diferentzial ez-linealak, oso korapilatsuak edonola ere. Zer esanik ez, azterketa errazteko, bestelako hurbilketak egin daitezke, hala nola barne-marruskadura arbuaituz (hots, biskositate nulua kontsideratuz), edo bestelako hipotesi sinplifikatzaileak hartuz (RY 85).

Edozertara, partikula puntualaren kasuko ekuazio diferentzial arruntekin konparaturik, ingurune jarraitako ekuazio horiek arazo berriak sortzen dizkigute hasierako baldintzen problema planteatzerakoan. Hain zuzen ere, partikula puntualaren kasuan ez bezala, orain ez da nahikoa, hasierako aldiunean propietate batzuren balioa adierazten duten zenbaki batzu ematearekin. Oraingoan propietate bakoitzari dagokion funtzio bat eman beharko dugu, aldiune horretan propietate horrek espazioko puntu guztietan duen balioa adierazirik, $\rho(x, y, z, t_0)$ erara adibidez. Puntu materialaren mekanikan posizioa eta abiadura eman behar genituen. Orain ez dugu abiadura eman behar (eta alde horretatik sinpletu egin dela esan dezakegu) baina ρ magnitudeak espazio osoan duen balioa eman behar dugu, aurrikuspena egin ahal izateko. Dena dela, hemen ere esan behar dugu, batzutan informaziorik interesgarriena ez dela ekuazioen ebazpen osoa, beste zenbait ezaugarri

baizik, hala nola kontserbazio-teoremak eta beste. Halaber aipatu behar da, adierazitako metodoarekin ingurune deformagarriak, uhin mekanikoak, fluidoak eta abar azter daitezkeela.

Atal honekin bukatzeko, ohar laburra egingo dugu, fluidoaren termodinamikari dagokionez. Azterketa mekanikoaz gainera, barne-marruskaduraren kausaz, maila makroskopikoan fluidoaren *termodinamika* ere aztertu behar da. Azterketa horretan fluidoaren partikula bakoitzari tenperatura bat atxeki ahal izango diogu, zeina egoera-ekuazio baten bidez presioarekin eta dentsitatearekin lotuta egongo den (5.7. atalean hitz egingo dugu horretaz), eta orekaren termodinamikaren hurbilketa, tenperatura espazioaren eta denboraren funtzio bat izango da, lehenagoko (5–25) adierazpenean esan dugunez, hots, $T(\mathbf{r}, t)$ erakoa. Baina arazoak ez dira hor bukatzen, marruskaduraren kausaz sorturiko beroaren transferentzia ere aztertu behar baita, eta hortik eroankortasuna eta konbekzioa analizatu beharko baititugu. Gainera, esandakoa gutxi bailitzen, fluidoaren beraren beroarekiko izaera izan beharko dugu kontutan, bero-ahalmen espezifikoa alegia.

Laburbilduz, prozesuen izaera fisiko kualitatiboa nahiko ondo ulertzen dugun arren, analisi matematikoa zaildu egiten dela azpimarratu behar da, lehenago aipaturiko ekuazio mekanikoei bestelako ekuazio termodinamiko batzu gehitu beharko baitizkiogu fluido errealeen kasuan, hots, biskositatea dutenen kasuan. Horregatik eredu matematikoa prestatzean problema horiek ekiditeko, gehienetan ingurune idealak kontsideratu ohi dira, marruskadurarik gabeak, eta, horietan oinarriturik, barne-marruskadurak dakartzan aldaketak aztertu ohi dira ondoren.

5.7. EREMU KONTZEPTUA.

EREMUETAKO EREDU MATEMATIKOA

Ingurune jarraiak aztertzean, espazioko puntu bakoitzean balio konkretua daukaten magnitudeak kontsideratu ditugu: $\sigma(\mathbf{r},t)$, $T(\mathbf{r},t)$, $\mathbf{v}(\mathbf{r},t)$. Abstrakzio matematikoz, magnitude horiek eremutzat jo ditzakegu, horretarako, definizioz, *eremua* espazioko puntu bakoitzean balio konkretua duen magnitude fisikoa dela esanik. Magnitude hori eskalarra bada, eremua eskalarra izango da, hala nola, aurreko kasuko tenperatura, $T(x,y,z)$, eta bektoriala bada, eremu bektoriala, fluidoaren abiadurari dagokiona adibidez, $\mathbf{v}(x,y,z)$. Zer esanik ez, magnitude horiek denborarekiko aldakorrak izan daitezke, eta orduan $T(x,y,z)$ edo $\mathbf{v}(x,y,z)$ idatziko dugu.

Sarri, prozesu fisikoak intuitiboki ulertu ahal izateko, eremuen adierazpen grafikoa egin ohi da, eremuen izaera nolabait “ikusteko” edo bisualizatzeko, nahiz eta hori oso zehatza izaten ez den. Metodo zehatza askoz ere abstraktuagoa da, eta funtzioen bidez egin behar da, kalkulu diferentzialaren teknika matematikoak erabiliz.

Edonola ere, eremu bektorialen kasuan, eta ingurune jarraien edo, hobeto esateko, fluidoaren partikulen abiaduren analogiaz, eremuak puntu bakoitzean duen norabidea eta norantza adieraz daitezke, paperean marrazturiko lerro berezien bidez. Honelatan, ba, *eremu-lerroak* eremu bektorialeko dagozkien kongruentzi kurbak dira edo, bestela esanda, eremu-lerroen tangenteek eremu bektorialaren norabide berbera dute puntu bakoitzean. Hain zuzen, hori 5.6. atalean fluidoaren korrante-lerroak definitzean esandakoaren antzekoa da, izan ere, definizio hura abiadura-eremuaren kontzeptu intuitibotik abiatutik sortu baitzen; baina ba da egin beharreko ñabardura bat. Orduan materiaren higidura kontsideratu genuen, ingurune material batez ari baikin; orain, ordea, matematikoki kontzeptu berbera darabilgun arren, ez gara materiaren higiduraz ari, puntu guztietan definitutako funtzio bektorialaz baizik.

Eremu eskalarren kasuan ere adierazpen grafiko intuikorra egiteko ohitura dago. Horretarako, eremu eskalarra puntu bakoitzean magnitude fisikoaren balio batez adierazten denez, magnitude horrek balio berbera hartzen dueneko puntuen leku geometrikoak kontsideratu ohi dira, zeintzuek aldiune bakoitzean

$$f(x, y, z) = k \text{ tea} \quad (5-35)$$

motako gainazalak diren, eta zeintzuei *gainazal ekipotentzialak* deritzen. Multzoan kontsideraturik, eremu eskalarraren egiturari buruzko informazioa demaigute, eta bai puntutik punturako aldaketarena ere. Planoan adierazterakoan, azken batez *sestra-lerroak* ageri dira, plano kartografikoetan ageri direnen antzera, sestra-lerro bakoitzari magnitude eskalarraren balio bat dagokiolarik.

Eremuaren aldaketaz mintzatu garelarik, oso interesgarria da, eremuak —eskalarrak zein bektorialak— puntutik puntura nola aldatzen diren aztertzea, alegia, eremuen aldaketa diferentziala aztertzea, lege fisikoak aldaketa horien zergatikoez ari baitira. Hurrengo lerroetan laburpen gisara aipatuko dugunez, ba dira aldaketa horiek definitzeko egokiak diren eragile diferentzialak, eta berorien formalismo matematikoa ulertzea funtsezkoa da, geroagoko printzipio fisikoak ulertzeko, izan ere, tarteko teorema matematikoak daudelarik, ikuspegi lokala (diferentziala) ikuspegi globalarekin (integrala) lotzeko bidea egitura matematikoaren bidez egingo baita.

Eremu eskalarren kasuan, magnitudearen puntutik punturako aldaketa $\partial/\partial x$, $\partial/\partial y$, $\partial/\partial z$ eragiketen bidez egin daitekeelarik, hiru horiek eragile bektorial baten bidez bil daitezke, zeinari ∇ *eragilea* deritzon eta koordenatu kartesiarretan honelaxe adieraz daitekeen:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}. \quad (5-36)$$

Eragile honen bidez ψ eremu eskalarrean eraginez, eremu bektorial berria defini daiteke, *gradientea* deritzona, eta era honetara adieraz daitekeena:

$$\mathbf{grad} \psi = \nabla \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \mathbf{k}. \quad (5-37)$$

Definizioetik bertatik ikus daitekeenez, *gradienteak* eremu eskalarraren aldaketa lokalaren informazioa dauka, eta lehenago esan dugunez, ba da teorema integral bat, bi puntu ez-hurbilen arteko aldaketa ematen diguna, honakoa hain zuzen,

$$\psi(2) - \psi(1) = \int_1^2 \nabla \psi \cdot d\mathbf{r}. \quad (5-38)$$

Honek dioscunez, eremu eskalarrak bi puntu desberdinetan dituen balioen arteko desberdintasuna, bi puntuon artean *gradientearen* lerro-integralak duen balio berekoa da, lerro-integrala edozein lerrotan barrena kalkula daitekeelarik. Bestela esanda, *gradientea* eremu bektorial kontserbakorra dela esan nahi du horrek.

Bestalde, aldaketa diferentziala eremu bektorialaren kasuan aztertzean, aurreko ∇ eragilea erabiliz, bi aukera ditugu, eremu eskalarra edo eremu bektoriala sortzekoak prezeski. Lehenengo kasuan *dibergentzia* deritzon eremu eskalarra lor dezakegu, zeina ondoko eran adierazi ohi den koordenatu cartesianarretan:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \text{div} \mathbf{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}, \quad (5-39)$$

Bigarreanean *errotazionala* deritzon eremu bektoriala lor daiteke, honako eragiketak eginez:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &\equiv \text{rot} \mathbf{E} \equiv \text{curl} \mathbf{E} = \\ &\equiv \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \mathbf{i} + \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \mathbf{j} + \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \mathbf{k}. \end{aligned} \quad (5-40)$$

Zer esangura fisikoa ote dute eremu berriok eta nola lot daitezke aldaketa diferentzial hauek aldaketa globalarekin? Galdera hauei erantzuteko, fluidoaren abiadura-eremuaren kontzeptu intuitiborretik abiatuko gara, bi teorema erabilgarriren aipamenarekin bukatzeko.

Demagun fluidoaren kasuan bere barnean bolumena daukan gainazal itxi bat daukagula (S deritzoguna), eta bertatik kanporantz fluidorik ateratzen ote den jakin nahi dugula, hots, kanporantzko materiaren kaudal netorik edo “jariorik” dagoenentz. Esangura fisiko zehatza duen

$$\Phi = \oiint_S \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} \quad (5-41)$$

magnitudea defini dezakegu, zeinari *fluxu* deritzon, kanporantz doan materiarekin erlazioaturik dagoelarik. Horren arabera, denetara denbora-unitatean zenbat materia ateratzen den finka dezakegu.

Modu berean, matematikoki, kontzeptu hori edozein eremu bektorialen kasura ere heda daiteke, $\mathbf{E}$ eremuaren kanporantzko *fluxua* honelaxe definituz,

$$\Phi_E = \oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}, \quad (5-42)$$

nahiz eta fluxu honek materiaren jarioarekin zerikusirik ez duen, eta kontzeptu matematiko soilizat hartu behar den, erabat abstraktua. Hala ere, praktikan, magnitude fisiko konkretuen kasuan, formalismo matematiko honen interpretazio fisikoak egin ahal izango dira.

Eremu bektorialeki atxekiriko fluxu kontzeptua, oso emankorra da erlazio diferentzialak erlazio integral bihurtzeko, tartean oso teorema matematiko garrantzizkoa baitago, egitura matematikoaren koherentzia

eta batasunaren adierazle. Teorema hori *Gauss-Ostrogadski-ren teorema* da eta gainazal itxien kasuan era honetan azaltzen da,

$$\oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \nabla \cdot \mathbf{E} dV, \quad (5-43)$$

non S delakoa gainazal itxia den eta V delakoa beraren barnean harrapaturiko bolumena. Ikus daitekeenez, teorema honek fluxuaren eta dibergentzia kontzeptuaren arteko lotura ematen digu, azken batez, dibergentziak puntuan (edo elementu diferentzialean) sortzen den “fluxua” adierazten duela esanik. Konkretuki, fluidoaren kasuan “iturri” kontzeptua adierazten du, edo, nahiago bada, iturriak sortzen duen jario puntuala.

Errotazionalaren esangura ulertuz hasteko ere, fluidoaren adibidetik abiatuko gara, egoera hori abiaduren eremuaz defini daitekeelarik. Nola erantzun diezaiokegu honako galdera honi? Bigizta erako ibilbide itxia kontsideratuz, bertan barrenako zirkulaziorik ote dago? Esangura fisikoari dagokionez, galdera hori hurrengo galderaren planteamenduari dagokionaren baliokidea da. Demagun ibilbide itxi hori hodi bat dela, eta hodiaren barneko higidura soilik kontsideratzen dugula. Kasu horretan hodi barneko fluidoaren bigiztan barrena biraka ari ote da? Erantzuna Matematikaren eskutik eman dezakegu, ibilbide osoan barrenako zirkulazioa ondoko lerro-integralaren bidez kalkulatzuz,

$$C = \oint_L \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r}, \quad (5-44)$$

non L delakoa ibilbide itxia den, eta adierazpen horri *ibilbide itxian barrenako zirkulazioa* deritzolarik.

Fluidoaren kasuan egin dugunaren antzera, orain ere orokortu egin dezakegu zirkulazio kontzeptua modu matematikoan, edozein eremu bektorialen kasuan ere beraren *zirkulazioa* definituz, hots,

$$C_{\varepsilon} = \oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \quad (5-45)$$

eginez. Oraingo honek jadanik ez du materiaren higidurarekin zerikusirik, noski, eta matematikoki definituriko kontzeptu abstraktua besterik ez da.

Halaber, eremu bektorialeko loturiko zirkulazio kontzeptua emankorra da adierazpen diferentzialak eta integralak erlazionatzeko, tartean *Stokes-en teorema* dagoelarik. Honen arabera,

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \iint_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S} \quad (5-46)$$

dugu, alegia, L ibilbide itxian barrenako zirkulazioa, mugatzat ibilbide hori duen S gainazal irekian zehar errotazionalak duen fluxua da.

Eremu kontzeptuaren izaera matematikoa aipatu ondoren, aipa dezagun zerbait berorrek izan dezakeen esangura eta betebeharrak fisikoaz, izan ere, lehenago 4.3. atalean azaldu denez, Fisika Klasikoan ari garelarik, eremu kontzeptua partikulen arteko distantziarako indarrak azaltzeko erabiltzen baita. Orduan ikusi genuenez, diogun berriz ezen, Fisika Klasikoaren ikuspuntutik, partikula puntualak eremua sortzen duela bere inguruan, zeina espazioan zehar hedatzen den, eta urrun dagoen beste partikulara heltzean, eremuaren eraginez, indar bat sortzen dela bigarren partikulan. Horixe besterik ez da, distantziarako indarraren funtzionamenduaren azalpen klasikoa. Prozesu hori gehiago konkretatzeko, eta bi elkarrakzio nagusien adierazle diren eremuen propietateak adierazteko, indarrekin zerikusirik duten bi eremu klasikoaren aipamena egingo dugu.

5.8. EREMU GRABITATORIOA

Lehenengo adibide modura, eremu grabitatorioaren kasua dugu. Dakigunez, indar grabitatorioa beti ere erakarlea da, eta, beraren izaera

fisikoa kontutan hartuz, ba dakigu kontserbakorra dela, edo gauza baliokidea dena, eremu eskalar baten gradientetzat har daitekeela. Eremu eskalar horri *potentzial grabitatorioa* deritzo (V letraz adieraziko dugu) eta, ondorioz, $\mathbf{G}$ eremu grabitatorioa

$$\mathbf{G} = -\nabla V \quad (5-47)$$

eginez lortzen den eremu bektoriala da. V eremu eskalarrak puntu bakoitzean duen balioa, Newton-en erakarpen unibertsalaren legetik atera daiteke. Zehatzago esanez, m masadun partikula bakarrak bere inguruan sorturiko eremu eskalarra, r distantziara prezeski, honakoa dela ba dakigu,

$$V = -\gamma \frac{m}{r}, \quad (5-48)$$

non γ delakoa elkarrekizko grabitazioaren intentsitatea finkatzen duen konstante unibertsala den ($\gamma = 6.672 \times 10^{-11} \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$). Aurreko adierazpena eta gainezarmenaren printzipioa erabiliz, edozein partikula-multzok sorturiko eremu grabitatorioa lor daiteke.

Bestalde, espazioko puntu konkretuan eremu grabitatorioak duen esangura fisikoa, puntuan jarritako masa-unitatedun partikulak jasandako indarra da, horrela definizioan bertan indarraren bidezko lege dinamikoa ematen delarik, hau da,

$$\mathbf{F} = m\mathbf{G}. \quad (5-49)$$

Era horretan distantziarako indarraren azalpena eman da, lehenengo partikularen kausazko eremuaren sorrera zehaztuz eta eremu horrek bigarren partikulan duen eragina definituz. Bertan ikus daitekeenez, mekanismo honetan, batetik masa da eremuaren sortzailea eta bestetik masa da eremuaren eraginaren pairatzailea.

aukeraturiko bolumen itxiaren barneko masak ageriko dira bigarren atalean, hots,

$$\Phi_G = \iiint_S \mathbf{G} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V \nabla \cdot \mathbf{G} dV = -4\pi\gamma m_s, \quad (5-50)$$

non m_s gainazal itxiaren barneko masa den. Arrazoi horregatik, eremuaren dibergentzia ez da nulua izango masa dagoeneko puntuetan. Bestalde, eremua grabitatorioa kontserbakorra izanik, beraren zirkulazioa nulua izango da kurba itxietan barrena, hots,

$$\oint_L \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r} = 0, \quad (5-51)$$

edo, bestela esanda, eremu grabitatorioaren errotazionala nulua da,

$$\nabla \times \mathbf{G} = 0, \quad (5-52)$$

lehenago azaldutako Stokes-en teoremaren bidez egiazta daitekeenez (ikus (5-46) adierazpena).

5.9. ELEKTROMAGNETIKA

Eremuaren aipamenarekin jarraiturik, bigarren adibidea eremu elektromagnetikoari dagokiona da. Hasteko, planteamenduari buruzko ohar historiko batekin hasiko gara, kontzeptuen eboluzioaren gaineko informazioa emango baitigu.

Joan den mendeko Fisikaren kontzepzio mekanizistatik abiatuturik, ingurune jarraien azterketa mekanikoa Elektromagnetikaren arlora ere hedatu nahi izan zen, horretarako ingurune berezi bat bilatu nahirik, ingurune materiala premiazkoa ikusten baitzen. Ezagutzen ez zen ingurune material horri *etere* izena eman zitzaion. Hainbat experimentu egin ziren eterea bilatzeko asmoz edota eterearen existentziaren

hipotesian oinarriturik, baina porrotean amaitu ziren guztiak, lehenago 3.4. atalean aipaturiko Michelson-Morley-ren experimentuaren kasuan bezala, adibidez. Gero, teorien eboluzioarekin, eta Einstein-en Erlatibitatearen Teoriarekin batez ere, kontzeptu hori beharrezkoa ez zela ikusi zen, eta baztertu egin zen eterearen ideia. Hala ere, beste kontzeptu berri bat finkatu zen, ingurune jarraien arlotik zetorrena, *eremu* kontzeptua hain zuzen, nahiz eta, ikusiko dugunez, kasu honetan bi eremuez hitz egin beharko den.

Elektromagnetikaren kasuan, eremuen iturriei eta eremuaren eraginaren pairatzaileei dagokienez, gauza bitxi samarra gertatzen da, eremu grabitatorioarekin konparaturik. Eremu elektromagnetikoaren iturri sortzaileak bi motatako “materia elektriko” dira, zeintzuei *karga elektriko positibo eta negatibo* izena eman zaien, horrela eginik oso praktikoa eta intuikorra gertatzen baita. Izen horiek aukeratu direlarik, ba dakigu mota berekoak diren kargek elkar aldaratzen dutela eta mota desberdinekoek elkar erakartzen. “Positibo” eta “negatibo” kontzeptuak oso erabilgarriak dira, bi mota desberdinetako kopuru berdinen bilketak karga neto nulua eragiten baitu.

Karga elektriko netoa duten gorputzek, grabitateaz bestelako indarrak pairatzen dituzte, haiekin konparaturik erlatiboki oso bortitzak direnak (grabitatearenak baino 10^{36} bider handiagoak). Experimentuetatik ikusi denez, indar horiek adierazteko, bi eremu bektorial kontsideratu behar dira: **E** *eremu elektrikoa* eta **B** *eremu magnetikoa*. Beraz, puntu eta aldiune bakoitzean, eremuon osagaiak diren sei magnitudek definitzen dute eragin elektromagnetikoa,

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) \text{ eta } \mathbf{B}(x, y, z, t), \quad (5-53)$$

alegia, espazio-denborako lau aldagai independenteren bidez, (x, y, z, t) , adierazten direnak, baina sostengurako ingurune materialaren premiarik gabe. Behin eremu horiek puntu konkretuan duten balioa ezagutuz,

experimentuetan oinarrituz ba dakigu zein den partikula kargatuaren gainean eragingo duen indarra:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (5-54)$$

Indar honi *Lorentz-en indarra* deritzo, eta argi dagoenez, eremuok karga gainean duten eragina modu desberdinez sortzen da, prezeski, eremu elektrikoaren kasuan karga izateagatik soilik gertatzen den bitartean, eremu magnetikoaren eragina karga higitzen denean soilik ageri da.

Nolanahi dela, kontua da ezen, indarren bidezko formulazioa emanaz, Elektrodinamikaren legeak ez direla beren formulaziorik sinpleenean agertzen, horretarako eremuen bidezko formulazioa erabiltzea komeni delarik. Gainera, oso interesgarria izango da, eremuen bidezko formulazioan ageri den eredu matematikoa.

Joan den mendearen erdialdean, J. C. Maxwell-ek (1831-1879) finkatu egin zituen, eremu elektrikoa eta eremu magnetikoaren portaera eta beraien eboluzio espazio-denborala bateraturik adierazten duten ekuazioak. Fisikari eta matematikari eskoziar haren ohoretan, eremu elektromagnetikoaren “dinamika” definitzen duten ekuazioei *Maxwell-en ekuazioak* deritze, zeintzuek era diferentzialean zein era integralean idatz daitezkeen. Hona hemen, adibidez, era diferentzialean:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho, \quad (5-55a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (5-55b)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (5-55c)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right). \quad (5-55d)$$

Ekuazio hauetan $\mathbf{E}$ eta $\mathbf{B}$ eremuez gain ageri den magnitutea, *karga-dentsitatea* da, $\rho(x,y,z,t)$ delakoa, karga elektrikoa nola banaturik

dagoen adierazten duena, izan ere, horixe baita eremuaren iturria. Bestetik, ϵ_0 eta μ_0 direlakoak konstanteak dira, *hutsaren permitibitate elektrikoa* eta *hutsaren iragazkortasun magnetikoa*, hurrenez hurren, kasu honetan hutseko ekuazioak eman baititugu. Bi konstante hauek erlazonaturik daude konstante unibertsal baten balioarekin, argiak hutsean duen abiadurarekin, hain zuen, $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ izanik. Bestalde, $\mathbf{j}$ delakoa korrante-dentsitatea da.

Ekuazio horiek eta Lorentz-en indarra konbinaturik, partikula puntual kargatuen dinamika defini dezakegu. Modu horretan osoturik geratzen da Elektromagnetikaren eredu matematikoa, Fisikaren garapenerako arrakasta harrigarria izan duena.

Ekuazio horiei buruzko iruzkina eginez, diogun, ezen Maxwell-en ekuazioetan ageri diren eremuen izaera “fisikoa” ahantzi ezinekoka dela. Ez dira amarru matematiko huts-tzat hartu behar, beraiekin atxekiriko energia ere kontutan hartu behar baita, uhin elektromagnetikoen hedapenean ageri denez.

Bestetik, ekuazioen izaera matematikoa aztertuz ikus daitekeenez, kasu honetan ere deribatu partzialetako ekuazio diferentzialen sistema dugu, lehenago ingurune jarraien kasua aztertzean gertatu den bezala. Beraz, hasierako baldintzen problema orduan eginiko moduaren antzera ebatzi beharko dugu. Eta beste ikuspuntu batetatik aztertuta, Maxwell-en ekuazioak Hamilton-en ekuazioekin pareka ditzakegu, $\mathbf{E}$ eta $\mathbf{B}$ magnitudeen denborarekiko aldaketa adierazten baitute, aldiune konkretuan duten balioaren arabera. Ikuspuntu honetatik, ekuazio *deterministak* direla esan dezakegu. Desberdintasuna ondokoan datza, alegia, Maxwell-en ekuazioak eremu-ekuazioak direla eta ez partikularenak, eta horrela, sistemaren egoera osoa deskribatzeko infinitu parametro behar ditugula, hots, eremuek espazioko puntu guztietan aldiune batetan dituzten balioak.

Dena den, kezkatzen gaituena ez da hainbeste ebazpen osoa, ereduaren esangura fisikoa bera baizik. Beraz, eredu matematiko horren ulerketarako, zenbait ohar egingo ditugu Maxwell-en ekuazioei buruz.

Lehenengo eta behin ekuazio-multzo osoaren edertasuna eta koherentzia aipatu behar da. Edertasuna, duten konkretzio eta trinkotasuna kontutan harturik, eta koherentzia, eredu matematikoan ekuazio guztiak elkargarriak direlako, tartean kontserbazio-printzipio fisiko bat onartuz gero. Printzipio hau *karga elektrikoaren kontserbazioaren printzipioa* da, eginiko experimentuen emaitzez bermaturik dagoena, oraingoz bederen. Printzipio hau beteko ez balitz, arazoak sortuko lirateke ekuazioetan, noski. Honelatan, ba, ikus dezagun, nola ekuazioen koherentzia matematikotik kargaren kontserbazioa ondorioztatzen den.

(5–55d) ekuazioaren gaien dibergentzia kalkulatzuz, eta, bestetik, errotazionalaren dibergentzia beti nulua dela kontutan hartuz —hots, beti $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) = 0$ dela—, honakoa lor dezakegu,

$$\nabla \cdot \mathbf{j} + \epsilon_0 \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0, \quad (5-56)$$

eta bigarren gaian deribatuen ordena aldatuz, eta bertan (5–55a) ekuazioa ordezkatuz, emaitza hau lor dezakegu,

$$\nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad (5-57)$$

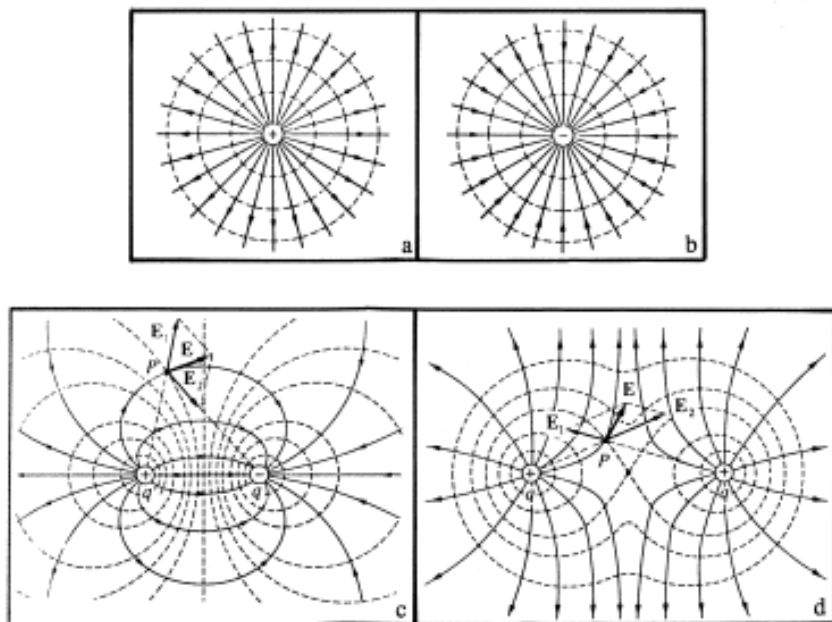
zeina kargaren kontserbazioaren adierazpen diferentziala den. Honetaz, lehenago fluiden kasuan lorturiko jarraitasunaren ekuazio berbera lortu dugula ikus dezakegu, (5–30) delakoa, orduan masaren kontserbazioaren printzipioa adierazi genuelarik.

Prezeski, oso interesgarria da azaldutako prozesu matematikoa aipatzea, izan ere, arrazonamendu horretan oinarriturik proposatu baitzuen Maxwell-ek, oinarri experimentalik gabe, (5–55d) ekuazioan $\partial \mathbf{E} / \partial t$ gaia sartzea, bestela koherentzia matematikotik ez baitzegoen. Izan ere, Maxwell konturatu egin zen, ezen, nolabait esateko, eremu

elektrikoak eta eremu magnetikoak elkar “bultzatzen” edo heda erazten zutela espazio hutsean. Eremu magnetiko oszilakorrak eremu elektriko oszilakorra sortzen zuela konturatzean (berau Faraday-en aurkikuntza experimentaletan agerikoa zen), ekuazioen koherentziarako, eremu elektriko oszilakorrak ere eremu magnetikoa oszilakorra sortu behar zuela pentsatu zuen Maxwell-ek inferentzia teorikoz, eta horrela, ekuazioetan gai hori sartzen ausartu zen. Behin gai hori sartuz, eremu elektriko eta magnetiko oszilakorren arteko efektu hori zein abiaduraz hedatuko zen kalkulatu zuen, eta argiaren abiaduraz gertatu behar zela aurkitu zuen bere harridurarako. Modu honetan, aipaturiko proposamen matematikoen bidez, uhin elektromagnetikoen existentzia auresanda zegoen 1864. urte ingururako, nahiz eta uhin horien aurkikuntza experimentalak 1888. urtean etorri zen, Heinrich Hertz-en eskutik. Hor daukagu, beraz, beste adibide historiko bat, eredu matematiko koherenteen garrantzia azpimarratzeko (FY 89, PE 91).

Bigarren ohar bat, ekuazioen linealtasunari buruzkoa da. Agerikoa denez, Maxwell-en ekuazioetan ageri diren eragiketa guztiak linealak dira, eta horrek ondorio praktiko garrantzizkoak ditu. Horren arabera, karga-multzo batek $\mathbf{E}_1$ eta $\mathbf{B}_1$ eremu elektriko eta magnetikoak sortzen baditu, eta beste karga-multzo batek $\mathbf{E}_2$ eta $\mathbf{B}_2$ eremuak, bi karga-multzoek batera sorturikoak $\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$ eta $\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$ izango dira. Portaera horri eremuen *gainezarmenaren printzipioa* deritzo eta azterketa teorikoa erraztu egiten du erabat.

Hirugarren ohar bat egin daiteke, hemen zerbait desberdintzat aurkeztu diren $\mathbf{E}$ eta $\mathbf{B}$ eremuei dagokienez; egia esanda, neurri batez soilik desberdintzat, zeren (5–55) ekuazioetan erabat erlazionaturik ageri baitira. Dena den, hemen horretaz sakonduko ez dugun arren, bakarrik esan, aurreko ekuazioak Minkowski-ren espazioan notazio kobariantez idatziz, bi eremu horiek *eremu elektromagnetiko tentsorearen* osagaiak besterik ez direla.

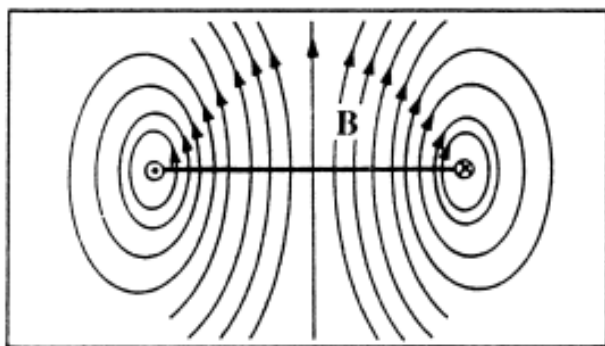


5.3. irudia. a) Karga positiboaren inguruko eremu elektrikoaren lerroak. b) Karga negatiboaren ingurukoak. c) Karga positiboa eta negatiboa. d) Bi karga positiboren kasua.

Hurrengo oharra eremu elektriko eta magnetikoari dagozkien eremu-lerroei buruzkoa da. Eremu elektrikoaren kasuan, eremu-lerroak karga positiboetan hasi eta karga negatiboetan amaitzen diren lerroak dira, 5.3. irudietan ikus daitekeen bezala. 5.3.a. eta 5.3.b. irudietan karga bakarraren inguruko eremu erradiala ageri den bitartean, 5.3.c. eta 5.3.d. irudietan karga-bikoteen artean ageri direnak ikus daitezke. Kasu guztietan, lerroetan jarritako geziek ageri dutenez, karga positiboen ingurukoak kanporanzkoak dira, izan ere, eremu elektrikoaren definizioa karga positiboaren unitatearen gaineko indarra baita,

hitzarmen gisa. Arrazoi beragatik, karga negatiboaren inguruko lerroek daukaten norantza, barruranzkoa da, orduan karga positiboan erakarpenezko indarra agertuko bailitzateke.

Eremu magnetikoaren kasuan, ordea, lerroek ez dute ez hasierarik ez amaierarik, hots, lerro itxiak dira, 5.4. irudian ageri den bezala, lerroen barnean osotzen duten gainazalean zehar korrante elektrikoaren fluxu netoa dagoelarik. Azken batez, izaera hori $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ izatearen ondorioa da, zeina (5–55b) ekuazioa baino ez den.



5.4. irudia. Eremu magnetikoaren eremu-lerroak lerro itxiak dira, inguraturiko gainazaletik korrante elektrikoaren fluxu netoa pasatzen delarik.

Bukatzeko, ohar bat egin beharko litzateke singularitateen problemari buruz, eremu elektromagnetikoaren iturriei buruz hain zuzen ere. Maxwell-en ekuazioetan, binaka harturik, nolabaiteko asimetria dagoela ikus daiteke, konkretuki eremu elektrikoaren eta eremu magnetikoaren dibergentzia kalkulatzeko —alegia (5–55a) eta (5–55b) ekuazioetan—, lehenengo kasuan karga-dentsitatearen proportzionala den bitartean, bigarreanean nulua baita. Kontua da, eremu elektrikoaren iturri zuzenak kargak —*monopolo elektrikoak*— diren bitartean (eremu magnetiko aldakorrek ere eremu elektrikoaren iturriak dira, noski, baina ez gara horretaz ari), ahalegin asko egin den arren ez dela oraingoz *monopolo magnetikorik* aurkitu, hots, eremu magnetikoaren sortzaile zuzenik

—hots, “karga magnetikorik”— ez dela aurkitu, eremu magnetikoaren sortzaileak korronteak eta eremu elektriko aldakorrek direlarik.

Laburbilduz, karga elektriko puntualak eremu elektrikoaren puntu singularrak dira, eremu-lerroak bertatik irten (karga positiboan kasuan) edo bertara sartu (karga negatiboenean) egiten direlarik, beraien bidea kargetan hasi eta amaitzen delarik. Ordea, eremu magnetikoaren kasuan ez dago puntu singularrik eta eremu-lerroak kiribildu egiten dira, hasiera- eta amaiera-punturik gabe.

5.10. TERMODINAMIKAKO EGOERA-EKUAZIOAK. TERMODINAMIKAREN PRINTZPIOAK

Termodinamikaren arloan aztertzen diren sistemak, gorputz arruntak dira, beroriek berotzean edo hoztean gertatzen diren fenomenoak aztertzen direlarik. Sistema horiek osagai desberdinak (gai desberdinak, ura eta bertan disolbaturiko gatza, adibidez) edo fase desberdinak (gai beraren agerpen desberdinak, kasurako, ur likidoa, izotza eta lurruna) eduki ditzakete, baina, atal honetan esango dugunerako, osagai eta fase bakarreko sistema hartuko dugu abiapuntutzat, sinpletasunaren izenean; esate baterako, sistema hori gas bat dela jo dezakegu.

Sistema termodinamikoko mikroskopikoki aztertzean, elementu txiki askoz osaturik daudela eduki behar dugu kontutan (atomoak edo molekulak), eta elementu bakoitzaren portaera zehatza definitzeko ahaleginik ez dugu egingo, alferreko lana bailitzateke (mol bakoitzak 6.023×10^{23} molekula ditu, Avogadro-ren zenbakiaz adierazten denez). Ostera, partikula-multzo edo sistema osoari dagozkion magnitude makroskopikoak definituko ditugu.

Aukera desberdinak ditugu azterketarako, Fisikaren ikuspuntutik. Historikoki lehenengo garatu zena, Termodinamika deritzon atala izan zen, XVIII. eta XIX. mendeetan hain zuzen, lurrun-makinaren eta bestelako makina termikoen garapenarekin batera, eredu matematiko

dotorea osoturik eta aplikazio tekniko ugarirekin. Izatez, Termodinamika modu enpirikoan garatu zen lehenik, fisikoki oso ongi ulertzen ez ziren magnitude makroskopiko behagarrietan oinarriturik hasieran. Geroago, XIX. mendearen bukaera aldera, Maxwell, Boltzmann eta Gibbs-en lanei esker, metodo estatistikoak sartu ziren, Termodinamikako kontzeptuen ulerpena eta zehaztapena ekarriko zutenak, metodo matematiko boteretsuen laguntzarekin Mekanika Estatistikoa garatuz. Atal honetan Termodinamikari dagokion eredu matematikoa aztertuko dugu, Mekanika Estatistikoari dagokiona hurrengo atalerako utzirik.

Orain arteko eskemari jarraituz, zenbait magnitude behagarri har ditzakegu kontutan, sistemaren egoera definitzeko. Horretaz kontutan hartu behar dugu, sistema termodinamikoaren *oreka-egoera makroskopikoa* definitu behar dugula lehenengo eta behin. Zer esan nahi dugu sistemaren *oreka termodinamikoa* aipatzean? Labur esanda, oreka termodinamikoan kanpotik makroskopikoki neur daitezkeen magnitudeen balioek konstante irauten dutela denboran zehar. Horrek ez du esan nahi, maila mikroskopikoan aldaketarik ez dagoenik, izan ere, barneko atomoak etengabe higitzen eta elkarrekin talkak egiten ari baitira, maila mikroskopikoan ondorio nabarmenak izanik, higidura brownarra horien agerpen nabaria delarik. Baina maila makroskopikoan dena orekan dagoela eta ezer aldatzen ez dela dirudi.

Oreka termodinamikoan dagoen sistema ezaugarritzeko magnitude neurgarriak, mota desberdinetakoak izan daitezke, hala nola, presioa (p), bolumena (V), tenperatura (T), barne-energia (U), entropia (S),..., horien bidez oreka termodinamikoan sistemak duen izaera eta egoera defini daitekeelarik. Aipaturiko magnitude edo parametro hauen sailkapena egitean, Fisikaren bestelako arloetan ageri ez den motako sailkapena egin dezakegu, parametro *intentsiboak* eta *extentsiboak* kontsideratuz. Orekan dagoen sistemaren kasuan, parametro intentsiboek balio konkretua dute, sistemaren handitasunaz aparte, eta parametro extentsiboak handiagotu egiten dira sistema handitzean.

Horrekin zer esan nahi dugun azaltzeko, adibide modura, presioa parametro intentsiboa dela esango dugu, bolumena extentsiboa den bitartean. Orekan dagoen gas baten presioak, adibidez, balio konkretua du edozein puntutan, eta zer esanik ez, ez dira batzen puntutik punturako presioak. Eta gauza bera gertatzen da tenperaturarekin edo bolumen molarrekin. Ordea, ez da gauza bera gertatzen bolumenarekin. Sistema baten bolumen txikiak batu egiten dira, sistema osoaren bolumena lortzeko. Barne-energia, bolumena, entropia eta antzekoak parametro extentsiboak dira. Bidenabar, diogun ezen, notazioari dagokionez, parametro intentsiboak letra minuskulaz idazten direla eta extentsiboak majuskulaz, nahiz eta tenperaturaren kasuan, intentsiboa izan arren letra majuskulaz idazten den (T), Fisikaren arlo guztietan erabili ohi den denboraren ikurarekin (t) nahasterik ez sortzeko. (MA 70, EO 91, FO 92).

Aipaturiko magnitude horiek ez dira guztiak elkarren independenteak, eta horietako bi ezagutzea nahikoa da, oreka termodinamikoko egoera erabat determinatzeko; gainera, bi magnitude independente horien funtzioan besteak lor daitezke, jarraian aipatuko ditugun egoera-ekuazioen bidez. Edozertara, azpimarratu egin behar da, behagarri horien neurketak elkarretik independenteki egin daitezkeela. Horretan ez da gertatzen Mekanikaren arloan bezala, non, adibidez, momentu lineala masa eta abiaduraren bidez zuzenki definitzen den, edota momentu anguluarra masa, posizio eta abiaduraren bidez.

Gure helburua Fisikan erabili ohi diren eredu matematikoak aztertzea denez, aipa dezagun oreka termodinamiko definitzen duten parametroen arteko erlazio matematikoen izaera. Enpirikoki frogaturik dagoenez, magnitude horien balioak elkarrekin erlazioa daitezke orekako egoera bakoitzean, matematikoki “lotura-ekuazio” modura jokatzeko duen ekuazio arrunt baten bidez, zeinari *egoera-ekuazioa* deritzon. Adibidez, era honetakoa izan daiteke,

$$f(p, V, T) = 0, \quad (5-58)$$

zeinak, gas idealen kasuan, ezaguna den

$$pV = nRT \quad (5-59)$$

forma hartzen duen. Azken hau adibide bat baino ez delarik, diogun bidenabar, bestelako hiru egoera-aldagaien arteko erlazioak ere ba daudela, eta egoera-ekuazio desberdinak (eta baliokideak) atera daitezkeela,

$$g(V, U, S) = 0 \quad (5-60)$$

erakoak adibidez. Zer esanik ez, sistemaren arabera, f eta g funtzioak desberdinak izan daitezke; eta horrelaxe dira kasu orokorrean.

Matematikoki esanez, sistema termodinamikoa orekan dagoela, V, U, S espazio tridimentsionala kontsideratuko bagenu, (5-60) ekuazioak gainazal bat adieraziko luke bertan, *gainazal termodinamiko* izenaz deritzoguna. Gainazal horretako puntu bakoitzak egoera makroskopiko bat adierazten du, eta puntu bakoitza definitzeko, aski da bi parametro finkatzea.

Ikus daitekeenez, Termodinamikan ageri diren lege hauek —egoera-ekuazioak, alegia— ez dira ekuazio diferentzialak, eta berorietan denbora ez da ezertarako agertzen. Izan ere, puntu honetan Termodinamika ez dago interesaturik *aurrikuspen denboralak* egitean, egoera-ekuazioak *oreka termodinamikoan* dauden sistemei buruzkoak baitira, hots, orekako sistema ez-aldakorrei buruzkoak.

Zer esanik ez, ingurune-baldintzak aldatzean sistema berbera oreka-egoera desberdinetan egon daiteke, eta orduan batetik bestera pasatzean gertatzen den prozesuan sistemaren definizioko parametroak nola eta zergatik aldatzen diren jakin nahi izaten da. Alegia, egoera-ekuazioez gainera, prozesuetan dauden aldakuntzei buruzko legeak aztertzean eta

adieraztean gaude interesaturik. Holako legeei *Termodinamikaren printzipioak* deritze eta, ikusiko dugunez, lege horien egitura matematikoa oso bestelakoa da.

Ba da, lehenik eta behin, *zero printzipioa* deritzona, zeinak elkarrekin harremanetan dauden bi sistemen arteko oreka definitzen duen. Printzipio horren arabera, «*beren arteko elkarrakzioan egonik oreka termodinamikoan dauden bi sistemek, tenperatura berbera dute*» (AL 71). Dena dela, ikus daitekeenez, lege honekin ez gara oraindik oreka termodinamikotik aldendu.

Termodinamikaren lehenengo printzipioa energiaren aldaketaz ari da, sistemaren bi egoera desberdinetako barne-energien arteko erlazioaz honakoa dioelarik: «*Sistema hasierako egoeratik bukaerako egoerara pasatzean buruturiko lanak eta transferituriko beroak, hasierako eta bukaerako egoeren menpekotasuna izateaz gain bitarteko egoeren menpekotasuna ere izan ohi duen arren, bien arteko baturak hasierako eta bukaerako egoeren menpekotasuna baino ez du*». Beraz, bi osagai horien batura hasierako eta bukaerako aldagai termodinamikoaren funtzioa izango da, eta sistemak prozesu osoan pairatzen duen energi aldaketa adieraziko digu. Aldaketa finituen kasuan, honelaxe idatz dezakegu matematikoki,

$$\Delta U = Q + W, \quad (5-61)$$

non U barne-energia den (egoera-aldagaia), Q sistemak harturiko beroa eta W sistemaren gainean eginiko lana. Liburu askotan alderantzizko lana kontsideratu ohi da, hots, sistemak eginikoa, eta horregatik $-W$ ipini ohi da, baina horrek ez du eredu matematikoa aldatzen, noski, hitzarmen-kontu hutsa izanik.

Hemen azpimarratu egin behar da, U barne-energia egoera-aldagaia dela, egoera bakoitzean (orekakoa izan zein izan ez) balio konkretua duena. Oreka termodinamikoan sistema definitzen duten beste aldagai termodinamikoekin erlazioa daiteke. Beroa eta lana, ordea, sistema

termodinamikoak kanpoko ingurunearekin duen harremanaren ondorioak dira, eta edonola molda daitezke, aldaketa-prozesuaren baldintzen arabera. Horregatik, modu infinitesimalean idaztean,

$$dU = \delta Q + \delta W, \quad (5-62)$$

dU diferentzial zehatza den bitartean, beste biak diferentzial zehatzak ez direla azpimarratu behar da (horregatik δ idatzi dugu), hasierako eta bukaerako egoeren menpekotasuna izateaz gain, bitarteko egoeren menpekotasuna ere baitute.

Lehenengo printzipioa energiaren kontserbazioarena da, azken batez, Mekanikan ageri den berbera. Desberdintasuna, Termodinamikan aipatzen diren magnitudeetan dago, sistemaren egoera magnitude makroskopikoen bidez adierazi behar baita. Partikula asko ditugularik, partikula bakoitzaren energi aldaketa ezin daiteke banan-banan eman, eta, horregatik, multzo osoari buruzko kontzeptu biltzaile modura, *lana* eta *beroa* kontzeptuak zehaztu eta definitu behar dira, izaera estatistikoa dutelarik.

Bi kontzeptu horiei buruzko ideiak pixka bat konkretatzeko, expantsioan dagoen gasaren adibidean arituko gara. Gasak expantsioan egingo duen *lana* (pistoi bat bultzatuz, adibidez), azkenean efektu makroskopiko ikusgarriak/neurgarriak dituelarik (bolumen-aldaketa),

$$W = \int_{V_0}^{V} p dV \quad (5-63)$$

adierazpenaren bidez adierazi ahal izango da. Adierazpen honetan «*indarra* $\times$ *desplazamendua*» eran bil daitezkeen lan indibidual guztiak bildu ohi dira. Zer esanik ez, p eta V parametroen arteko erlazioa prozesuan jarritako baldintzen arabera finkatuko da.

Bero kontzeptua, ordea, makroskopikoki ulertzeko zailagoa da. Beroa ere *lana* da azken batez, sistemako molekulen eta inguruko

mugetako molekulen arteko talken energi trukaketari dagokiona, baina muga horiek makroskopikoki finkoak direlarik, lan hori molekulen bibrazio mikroskopikoari dagokio eta ezin azal daiteke «indarra ∞ desplazamendua» eran. Dena den, sistemaren gainean mota honetako lana egitean, sistemak beroa zurgatu duela esan ohi da, eta alderantziz denean, beroa ematen duela. Baina, lan hori ezin dezakegu (5–63) eran adieraz, eta horregatik erabiltzen da bero kontzeptua, energiaren kontserbazioa bermatzeko.

Edozertara, lehenengo printzipioak aldaketa termodinamikoetako erlazio kuantitatiboa ematen digun arren, ez du ezer esaten aldaketaren *norantzas*. Emandako (5–61) ekuazioan zeinu guztiak aldatuko bagenitu, ekuazio modura baliagarria izango litzateke; baina ez dakiguna da, prozesu hori benetan gertatuko ote litzatekeen. Arazo hau planteatzean, beraz, prozesuen itzulgarritasunaz ari gara, Mekanikaren arloan holako arazorik agertu ez zaigun arren. (Gogoratu hemen, denboraren gezi termodinamikoaz 3.1.4. atalean esandakoaz).

Bigarren printzipioak norantza horren esangura ulertzeko giltza emango digu, *prozesu itzulgarri* eta *prozesu itzulezinen* arteko zehaztasunak emanez eta Naturan orohar prozesu itzulezinak gertatzen direla enuntziatuz, horrela zenbait muga jarriarik. Labur esanda, bigarren printzipioak *Naturaren konportamoldea* adierazten digu, den modukoa, adibidez esanez, *beroaren fluxua iturri berotik iturri hotzera doala beti eta ez alderantziz*. Bigarren printzipio hori modu desberdinez formulatu izan ohi da, eta horrelako batzu aipatuko ditugu hemen, *entropia* kontzeptuan oinarriturikoarekin bukatzeko, horren bidez Mekanika Estatistikoarekiko lotura egingo baitugu geroago.

Experientziak frogatu duenez, posiblea da lana erabat bero bihurtzea. Termodinamikaren lehenengo printzipioa kontutan harturik, pentsa daiteke alderantziz ere egin daitekeela, hots, *prozesu zikliko* bati jarraituz sistemak zurgatzen duen bero guztia etengabe bihur litekeela lan. Ordea, ez da sistema fisikoari holako prozesu ziklikorik jarrai erazten dion muntaiarik aurkitu, hamaika saio egin den arren, hain

zuzen ere *bigarren motako higikari iraunkorra* deitu ohi zuten dispositiboa aurkitu nahian. Are gehiago, ba dirudi Naturaren izaerak berak holakorik egiteko ahalbidea ukatzen duela eta, ondorioz, lan guztia etengabe bero bihurtzeko prozesua *itzulezina* dela. Emaita experimental horretan oinarriturik, Kelvin-ek eta Planck-ek honelaxe enuntziatu zuten Termodinamikaren bigarren printzipioa: «*Sistemak era ziklikoan zurgatzen duen bero guztia lan bilakatzea ezinezkoa da, hots, bigarren motako higikari iraunkorra eraikitzea, ezinezkoa da*». Antzerako bidetik Clausius-ek beste era honetara azaldu zuen: «*Prozesu zikliko bati jarraituz eta lanik burutzeke beroa iturri hotzetik iturri berora pasa eratzen duen dispositiborik eraikitzea, ezinezkoa da*». Zer esanik ez, bi enuntziatuak baliokideak dira.

Ikus daitekeenez, printzipio honek ez dauka orain arte ohituta gauden printzipioen itxura matematikorik. *Ezinezkotasuna* azpimarratzen da bertan, esperientzian eginiko ahaleginek adierazi bezala eta Naturaren konportamoldean oinarriturik. Beste hitz batzuren bidez adierazteko, denboraren gezi termodinamikoa alde bakarrera orientaturik dago, etorkizunerantz alegia.

Modu matematikoan hori idazterik ba ote dagoen galde dezakegu, erantzuna baiezkoa delarik, nahiz eta bertan, orain arte ez bezala, *inekuazio* bat ageriko zaigun. Hain zuzen, edozein prozesu zikliko kontsideraturik, aurreko printzipioen adierazpenetan esandakoaren ondorioz, haxe idatz dezakegu,

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0, \quad (5-64)$$

non δQ delakoa prozesu infinitesimal bakoitzean transferitutako bero-kantitatea den (CA 60, FO 92, SV 89). Emaita hau Clausius-en teoremaren ondorioa da eta bi modutara kontsideratu behar da, zikloa itzulgarria (IG) edo itzulezina (IE) izan arau, honako adierazpenak ditugularik:

$$\oint_{\text{IG}} \frac{\delta Q}{T} = 0, \quad (5-65a)$$

$$\oint_{\text{IR}} \frac{\delta Q}{T} < 0, \quad (5-65b)$$

Ziklo itzulgarrietan sistema termodinamikoa hasierako egoerara itzultzen delarik, (5-65a) adierazpena egoera-aldagai garrantzizkoa definitzeko erabil dezakegu, *entropia* izeneko alegia (S ikurraz adierazi ohi dena). Hain zuzen ere, magnitude horrek sistemaren bi egoeraren artean (a eta b deritzegunak) duen aldaketa,

$$S_b - S_a = \int_{a(b)}^b \frac{\delta Q}{T} \quad (5-66)$$

da. Kontura gaitzen aldaketa hori prozesu itzulgarrietarako soilik definitu dela. Bestalde, sistemaren egoera bati entropiaren balio arbitrarioa egoki eraziz (definizioa aldagetekiko eman baitugu), sistema termodinamikoaren edozein egoeraren entropia guztiz definiturik geratuko da. Geroago, Mekanika Estatistikoaren arloan esangura estatistiko konkretua atxekiko zaio entropia kontzeptuari (ikus 5.11. atala) eta, ikusiko dugunez, ordena-desordena kontzeptuekin loturik agertuko zaigu (ikus 6.5. atala).

Entropiaren bidez, Termodinamikaren bigarren printzipioa *entropiaren gehikuntzaren printzipio* modura enuntzia dezakegu sistema isolatuen kasuan, esanik ezen «*edozein sistema isolaturen entropia ez dela inoiz gutxituko*», alegia, sistema isolatuetan entropiaren aldaketei dagokienez ondoko ezberdintza betetzen dela:

$$\Delta S \geq 0. \quad (5-67)$$

Harrigarria bada ere, hain enuntziatu sinpleak prozesu itzulgarri eta itzulezin guztiak biltzen ditu bere barnean. Bestalde, Termodinamikaren bi printzipioen konbinaketaz hainbeste informazio erabilgarri lor daiteke, sistemen portaera makroskopikoari buruz.

Puntu honetara iritsirik, eredu matematikoaren ikuspuntutik Mekanika eta Termodinamikaren legeen artean dagoen desberdintasuna, nabari geratu dela dirudi. Mekanikakoek “*zehatzak*” diruditen bitartean, Termodinamikakoak maila “*eskasagokoak*” bailiren hartzeko joera ere somatu da inoiz. Fisikariak aspaldi konturatu ziren horretaz, eta Naturaren barneko itxurazko koherentzi falta hori gainditzeko asmoz, ahaleginak egin zituzten Termodinamikaren printzipioak Mekanikaren legeen ondorio modura ateratzeko. Baina hori Mekanika Estatistikoaren arloan aztertuko dugu.

5.11. SISTEMA PROBABILISTIKOAK. MEKANIKA ESTATISTIKOA

Aurreko atalean ikusitakoaren arabera, Termodinamikako behagarriak ez dira Mekanikakoak bezain intuitiborik eta zuzenak. Termodinamikako legeak behagarrien arteko erlazio enpirikoak dira, baina ez digute esaten *zergatik* diren horrela, Newton-en legearen kasuan gertatzen zen bezala.

Bestalde, sistema termodinamikoak partikula txikiez osaturik daudelarik (oso kopuru handian, zer esanik ez), maila mikroskopikoan aztertzean, sistema mekanikoak dira azken batez. Hortik etorri zen Termodinamikaren legeak Mekanikaren bidez ulertzeko eta azaltzeko ahalegina. Baina behagarri termodinamikoak mekanikoekiko oso desberdinak direnez, interpretazio-arazoak sor daitezke azken hauen bidez azaldu nahi izaterakoan. Adibidez, nola interpreta daiteke tenperatura termino mekanikoetan? Jarraian azalduko dugunez, metodo estatistikoak erabiliko ditugu horretarako, azkenean, tenperatura molekulen batezbesteko energiarekin erlazionaturik, edota presioa molekulek talken bidez azalera-unitateko egiten den indarrarekin. Hori

egiten duen Fisikaren atala, Mekanika Estatistikoa da. Dena den, hemen interesatzen zaiguna, bertan erabiltzen den eredu matematikoa da, eta horri buruzko iruzkinak egingo ditugu, nagusiki.

Formalismo matematikoari dagokionez, orain arte erabili ez dugun elementu berri bat sartuko dugu: *probabilitatea*. Eta kontzeptu probabilistikoa metodo estatistikoaren bidez landuz, Mekanikaren eta Termodinamikaren arteko zubia eraiki ahal izango dugu (AF 71).

Demagun, esate baterako, gas baten molekulen kasua. Partikula-kopuru oso handia dugularik, bakoitzak abiadura desberdina eduki dezake (moduluz eta norabidez) eta abiadura horiei buruzko informazioa edukitzeko modua, abiadura desberdinen *probabilitateen banaketa* ematea da. Probabilitate-banaketa hori modu desberdinetan eman daiteke, egindako hipotesien arabera. Gero, probabilitate-banaketa horretan oinarriturik eta teknika estatistikoak erabiliz, magnitude fisiko makroskopikoen balioak kalkulatu dira, Termodinamikan lorturikoekin konparatzeko.

Lehenago Termodinamikan oreka-egoerak definitzean egin denaren antzera, Mekanika Estatistikoan ere oreka estatistikozko egoerak definituko dira lehenik eta behin. Zer esan nahi dugu honekin? Sistema osotzen duten partikulak egoera dinamiko desberdinetan egon daitezke indibidualki kontsideraturik, denborarekin egoera batetik bestera pasatzen ari direlarik etengabe. Baina partikula bakoitzaren egoera kontutan hartu beharrean, partikula guztien egoerak kontutan hartzen dituen *banaketa* kontsidera dezakegu, aldiune konkretuan egoera posible bakoitzean zenbat partikula dauden adierazirik.

Egoera makroskopiko konkretu bakoitzerako, ba da besteak baino probableago den banaketa bat eta, beraz, banaketa hori izateko joera izango dugu. Bestalde, partikula-kopuru oso handia dugularik (kontutan har, 10^{23} partikula inguru izan ditzakegula), banaketa horretatik asko urruntzen direnek, oso probabilitate txikia izango dute agertzeko. Honelatan, ba, probabilitate handieneko banaketa lortzean, sistema *oreka estatistikoan* dagoela esango dugu (AF 71). Zer esanik

ez, oreka estatistikoan dagoen sistema ez da banaketa probabileenetik askorik aldenduko, maila makroskopikoan kontutan ez ditugun fluktuazio estatistikoaren kausaz izan ezik. Hala ere, fluktuazio horiek oso garrantzizkoak izan daitezke maila mikroskopikoan, kasurako, higidura brownarra era horretara azal daitekeelarik, Einstein-ek egin zuen modura (PA 84).

Mekanika Estatistikoaren oinarrizko problema sistema isolatuaren banaketarik probabileena aurkitzearena da. Horretarako, hipotesi desberdinak egin beharko dira, aztertuko den sistemaren izaera eta propietate fisikoak kontutan edukiz. Gaur egunean, hiru estatistika desberdin erabili ohi dira, guztiak arrakasta handiz, zein bere arloan.

Fisika Klasikoaren arloan *Maxwell-Boltzmann-en estatistika* erabiltzen da, oreka estatistikoan dauden sistemen kasuan izen bereko banaketa-legea erabiltzen delarik. Estatistika kuantikoan bi banaketa-lege desberdin erabiltzen dira, *Fermi-Dirac*-ena fermioiekin eta *Bose-Einstein*-ena bosoiekin. Geroago aipatuko dugunez, estatistika klasikoa beste bien mugako hurbilketa modura kontsidera daiteke.

Has gaitezen, bada, Maxwell-Boltzmann-en banaketa-legearen inguruko eredu matematikoa aipatzen. Banaketa-legea bilatzeko, zenbait hipotesi egin behar dira partikulen egoera eta portaerari buruz, ondokoak hain zuzen:

- Partikulak energi egoera desberdinetan egon daitezke, kasu bakoitzean E_i energia dutelarik. Denetara N partikula ditugularik, egoera bakoitzean dauden partikulen kopurua n_i izanik ($\sum n_i = N$ da noski), banaketa konkretuaren probabilitatea, partikulek banaketa horretan era desberdinez antolatzeke dituzten modu posibleen kopuruaren proportzionala dela onartuko da.
- Bestalde, egoera bakoitzak probabilitate intrintsekoa duela joko da — E_i egoerak g_i probabilitate intrintsekoa —, egoera batzu beste baino eskuragarriagoak izan daitezkeela onarturik, alegia.

- Bukatzeko, partikula guztiak berdinak eta elkarretik bereiztezinak direla onartuko da.

Galde daiteke ea zergatik hipotesi hauek eta ez bestelakoak. Kontua da, ikuspuntu fisikotik egokiak direla eta, gainera, horrela eginez lorturiko emaitzak experimentuetan lorturikoekin bateragarriak direla.

Hipotesi hauekin eta probabilitate-kalkuluko teknikak erabiliz (AF 71), Maxwell-Boltzmann-en kasuan banaketa konkretuari dagokion probabilitatea ondokoa dela frogatu daiteke:

$$P = \frac{g_1^{n_1} g_2^{n_2} g_3^{n_3} \dots}{n_1! n_2! n_3! \dots} = \prod_i \frac{g_i^{n_i}}{n_i!} \quad (5-68)$$

Dena den, lehenago esan dugunez, oreka estatistikoan interesaturik gaudelarik, probabilitate hori maximoa deneko banaketa aurkitzea da interesatzen zaiguna. Teknika matematiko arruntaz (partikulen berrantolaketaz n_i horiek aldatzean dP aldaketa nulua eginez), partikula-sistema isolatuari dagozkion baldintza fisikoak jarriarik (partikula-kopuru konstantea eta barne-energia konstantea), banaketa-lege hau lor daiteke:

$$n_i = g_i e^{-\alpha - \beta \varepsilon_i}, \quad (5-69)$$

bertan ageri diren α eta β parametroak sistemaren propietate fisikoekin erlazionaturik daudelarik. Edozertara, zenbait aldaketa eginez, eta

$$Z = \sum_i g_i e^{-\beta \varepsilon_i} \quad (5-70)$$

funtzioa definiturik, zeinari *banaketa-funtzioa* deritzon, *Maxwell-Boltzmann-en banaketa-legea* era honetara idatz daiteke:

$$n_i = \frac{N}{Z} g_i e^{-\beta \epsilon_i}. \quad (5-71)$$

Banaketa hau funtsezkoa da funtzio makroskopikoak definitzeko eta bai edozein propietate fisikoren batezbesteko balioa estimatzeko ere. Adibidez, energiaren funtzioa den $F(E)$ propietatearen batezbesteko balioa hauxe izango da:

$$\bar{F} = \frac{1}{N} \left[\sum_i n_i F(E_i) \right] = \frac{1}{Z} \sum_i g_i F(E_i) e^{-\beta \epsilon_i}. \quad (5-72)$$

Esan behar da, adierazpen horietan ageri den β parametroa sistemaren barne-energiatz erlaziozaturik dagoela, honakoa idatz daitekeelarik:

$$U = -N \frac{d}{d\beta} (\ln Z). \quad (5-73)$$

Dena dela, kontzeptu hau erabili beharrean, askoz ere egokiago eta emankorragoa suertatu da, kantitate hori sistemaren tenperatura absolutuarekin erlazionatzea, era honetan prezeski,

$$kT = \frac{1}{\beta}, \quad (5-74)$$

non k delakoa konstante bat den,

$$k = 1.3805 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} = 8.6178 \times 10^{-5} \text{ eV K}^{-1}, \quad (5-75)$$

zeinari *Boltzmann-en konstantea* deritzon. Esan behar da ezen, modu estatistiko honetan definituriko tenperatura kontzeptua, lehenago

Termodinamikan definiturikoarekin ados dagoela, nahiz eta azalpena eta metodologia matematikoa erabat desberdinak izan diren. Halaber, azpimarratu egin behar da ezen, partikulen batezbesteko energia horrela definituriko tenperaturarekin erlaziona daitekeela, era honetan,

$$\bar{E} = \frac{U}{N} = kT^2 \frac{d}{dT}(\ln Z), \quad (5-76)$$

horrela, oreka estatistikoan dagoen sistemaren kasuan *temperatura* kontzeptuari esangura fisikoa atxekirik, hots, *partikulen batezbesteko energiarekin loturik*.

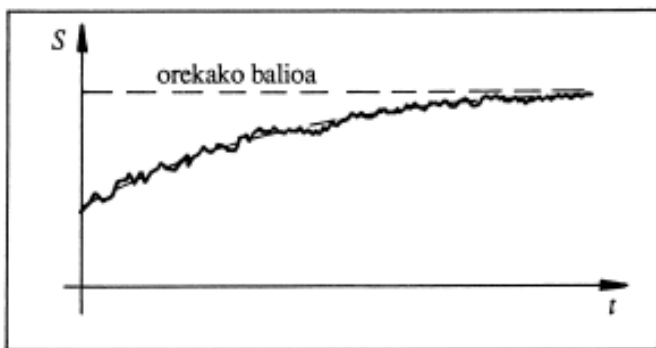
Bestalde, Mekanika Estatistikoak bidea ematen digu *entropia* kontzeptua ulertzeko. Izan ere, oreka estatistikoa lortzeko joera probabilitate handieneko banaketaranzkoa delarik, entropia ondoko era honetara defini daiteke, banaketaren (5-68) adierazpeneko P probabilitatearen eta Boltzmann-en konstantearen bidez:

$$S = k \ln P. \quad (5-77)$$

Entropiaren definizio hau edozein banaketaren kasuan aplikatzen da, orekakoa izan zein izan ez. Horren arabera, Termodinamikaren bigarren legea modu honetan adieraz daiteke: «*Sistema isolatuan gerta daitezkeen prozesuen artean, probabilitaterik handiena dutenak, entropia handitzen denekoak dira*». Zer esanik ez, enuntziatu hau modu estatistikoan interpretatu behar da, eta banaketa molekularren fluktuazioen arabera, entropiaren fluktuazioak ere ba daude, horien kausaz entropia txikiagotu egin daitekeelarik. Baina sistema estatistikoetan aztertu ohi diren sistemen partikula-kopurua hain handia izanik, fluktuazio horiek oso txikiak dira erlatiboki, edo, bestela esanda, fluktuazio mikroskopiko horiek ez dira neurgarriak maila makroskopikoan.

Prozesua nolabait adierazteko, 5.5. irudian orekaranzko eboluzioan dagoen sistemaren entropiaren aldaketa adierazi da, nahiz eta fluktuazio estatistikoen eskala oso handiturik irudikatu den.

Ikus daitekeenez, Mekanika Estatistikoak bide egokia eskaintzen du Termodinamikako kontzeptuak ulertzeko, baina ohar bat egin behar da honetaz, kasu bietan zein bide desberdinetik abiatu garen kontutan izanik.

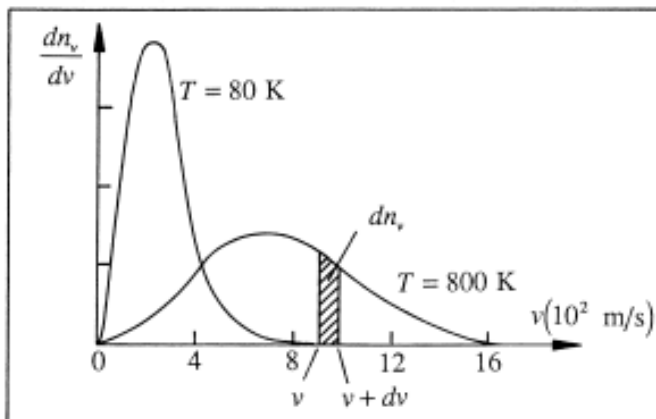


5.5. irudia. Sistema isolatuaren entropiaren aldaketa, orekaranzko bidean, joera nagusiaren inguruko fluktuazioekin.

Gauza bat da *aldagai termodinamikoa* eta beste gauza bat da beraren *analogo estatistikoa*. Azken hau eredu mekanikoan ongi aukeraturiko aldagai dinamiko bat izango da, zeinaren batezbesteko balioa aldagai termodinamikoarekiko korrespondentzia ipini ahal izango dugun. Beraz, bi kontzeptu desberdin horiek korrespondentzia jarritz, baliokidetzat hartuko ditugu. Kontua da, metodoa oso ondo dabilela, ondorio baliagarrietara iritsirik.

Bestalde, orain arte Maxwell-Boltzmann-en estatistika gauza teoriko modura aurkeztu dugu, baina experimentuen emaitzek dioskute, gas gehienek nahiko ondo betetzen dutela banaketa-lege hori temperaturen tarte oso zabalean. Molekula monoatomikoz osaturiko gas idealaren kasuan banaketa-lege horretatik partikulen abiaduren banaketa-legea lor dezakegu, Maxwell-ek bere garaian lorturikoa bestalde, era honetan adieraz daitekeena,

$$dn_v = N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2 dv, \quad (5-78)$$



5.6. irudia. Oxigenoaren molekulen abiaduraaren banaketa-legea 80 eta 800 K tenperaturetan.

Bertan dn_v delakoak, molekulen abiadura absolutuaren (v) arauera, v eta $v + dv$ tartean zenbat molekula dauden adierazten digularik. Ageri diren parametroak, molekularen masa (m), tenperatura absolutua (T) eta Boltzmann-en konstantea (k) dira. 5.6. irudiak bi tenperatura desberdini dagozkien banaketa-legeen itxura grafikoa ageri du. Esan behar da, metodo desberdinez eginiko neurketek egitura hori konfirmatu egin dutela.

Mekanika Estatistikoaren eredu matematikoaren aipamenarekin bukatzeko, arlo kuantikoan erabili ohi diren banaketa-legeei buruzko ohar batzu egingo ditugu.

Fermioien kasuan (elektroiak, protoiak,...), azterketa estatistikoa egiteko oinarritzko hipotesien artean, Pauli-ren eksklusio-printzipioa nahitanahiez eduki behar dugu kontutan, eta horrek lehenago Maxwell-Boltzmann-en kasuan erabilitako probabilitate intrintsekoen (g_i direlakoan) kontzeptua berrikustera eta aldatzera behartzen gaitu. Orain

g_i idaztean, energi maila bakoitzean eksklusio-printzipioaren aurka joan gabe jar daitezkeen fermioien kopuru maximoa adieraziko dugu. Beste hipotesiak mantenduz, banaketa konketuaren probabilitatea modu honetan adieraziko dela frogatu daiteke:

$$P = \prod_i \frac{g_i!}{n_i!(g_i - n_i)!} \quad (5-79)$$

Emaitza hau (5-68) adierazpenarekin konparatuz, bien arteko desberdintasunak ikus daitezke. Orduan bezala, probabilitate maximoko banaketa kalkulatu daiteke matematikoki, ondorioz, hau ere dela ikus daitekeelarik,

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha + \beta \varepsilon_i} + 1}, \quad (5-80)$$

zeinari *Fermi-Dirac-en banaketa-legea* deritzen. Hemen ere, fermioi-sistemaren tenperatura definitu daiteke, lehenago (5-70) adierazpenean egin genuenaren antzera, tenperatura hori

$$kT = \frac{1}{\beta} \quad (5-81)$$

eran definiturik.

Bosoiaren kasuan (fotoiak eta spin osodun partikulak, orohar) ez da Pauli-ren eksklusio-printzipiorik bete beharrik, eta g_i direlakoek energi maila bakoitzaren degenerazioa adierazten dute. Hipotesi horrekin banaketa konkretu bakoitzerako lortzen den probabilitatea,

$$P = \prod_i \frac{(n_i + g_i - 1)!}{n_i!(g_i - 1)!} \quad (5-82)$$

da, eta oreka estatistikoari dagokion probabilitate handieneko banaketa-legea,

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha + \beta E_i} - 1} \quad (5-83)$$

da, zeinari *Bose-Einstein-en banaketa-legea* deritzon.

Eredu matematikoaren ikuspuntutik, interesgarria da banaketa-lege desberdinen hiru adierazpenak (hots, (5-69), (5-80) eta (5-83)) adierazpen bakarrean biltzea, honelaxe prezeski,

$$\frac{g_i}{n_i} + \delta = e^{\alpha + E_i/kT}, \quad (5-84)$$

non δ parametroa, Maxwell-Boltzmann-en kasuan $\delta = 0$ den, Fermi-Dirac-en kasuan $\delta = -1$, eta Bose-Einstein-en kasuan $\delta = +1$. Zer esanik ez, $g_i/n_i \gg 1$ denean, hiru kasuak oso antzekoak dira, ia baliokideak. Azken batez, kasu hau sistema arrarotuei dagokie, hots, tenperatura altuetan daudenei, baldintza horietan banaketarako jarritako hipotesi gehigarriek garrantzirik ez dutelarik. Efektu kuantikoak nabariak dira, ordea, oso tenperatura baxuetan (helioaren superfluidotasuna, adibidez).

Beraz, Mekanika Estatistikoan erabili ohi diren eredu matematikoen laburpena eginez, azpimarra dezagun zenbaki handiei dagokien tratamendu estatistikoan funtsezkoak direla banaketa-legeak, eta esangura fisiko makroskopikoa duten magnitudeak, batezbesteko balioak direla. Banaketa-legeak ezagutuz gero, Mekanikaren legeak erabiliz, behagarri termodinamikoen analogoak *batezbesteko balio egokiak* kalkulaturik lortuko dira.

5.12. ALDAEZINTASUNA TEORIA FISIKOETAN. ERLATIBITATEAREN PRINTZPIOA.

Lehenago ere aipatu dugunez, lege fisikoak adierazteko magnitude behagarriak neurtzean, erreferentzi sistema bat erabili behar dugu. Erreferentzi sistema guztiak baliokideak ote diren galde dezakegu, edo ea sistema berezi eta pribilegiaturik dagoen, sistema “absolutua” deritzokeguna. Kezka hori aspalditokoa izan zen zientzilarien artean, lehenengo aldiz argiro aipatu zuena, Galileo izan zelarik. Jarraian ikusiko dugunez, arazoa Matematikaren ikuspuntutik aztertzean, sistemen arteko transformazioen egitura oso garrantzizkoa dela ikus daiteke, hain zuzen ere magnitudeen “aldaezintasuna” aztertu beharko baitugu. Eta hemen berriro agertuko zaigu formalismo matematikoaren ulerpenaren arazoa.

Fisikarien lanaren emaitza modura, historian zehar eginiko mota desberdinetako aurrerapausoetan frogatu denez, sistema absolutu edo pribilegiatu bakarrik ez dago, emaitza horrek *Erlatibitatearen Printzipioa* enuntziatzera eramán duelarik (edo printzipio desberdinak, aipatuko dugunez). Erlatibitatearen Printzipioaren arabera, ba da erreferentzi sistemen multzo bat, zeinean Fisikaren legeak modu berean ageri diren. Bestela esanda, Erlatibitatearen Printzipioak dioenez, sistema batzu baliokideak dira Fisikaren legeak formulatzeko. Goazen ideia hori pixka bat zehaztera.

Sistema baliokide horietako behatzaile desberdinek neurketa desberdinak egingo dituzte, baina neurketa horiek elkarrekin erlazionatzeko metodo bat lortu ahal izango dute, sistema batetik bestera pasatzeko *transformazio-ekuazioak* erabiliz. Alegia, transformazio-ekuazio horiek bi behatzaileen espazio eta denboraren neurketak elkarrekin erlazionatzeko balioko dute (EP 92).

Beraz, behatzaile desberdinek neurketa zinematiko desberdinak egingo dituzte, eta, transformazio-ekuazioen bidez, bataren neurketak besteren neurketetara “itzuli” ahal izango dira. Kontua da “itzulpen”

horretan magnitude batzu aldatu gabe geratuko direla, sistema bietan modu berean eta balio berberaz azalduko direlarik; horiei magnitude *aldaezinak* deritzegu. Fisikaren legeak magnitude horien bidez ematean, legeok itxura berbera izango dute bi sistemetan: horra hor Erlatibitatearen Printzipioa. Horrela, ba, printzipio hau *aldaezintasunari* lotuta doa, edo bestelako hitzetan esanda, *simetriari*, azken batez, simetria eragiketa batzurekiko aldaezintasuna baino ez baita.

Matematikaren ikuspuntutik, erreferentzi sistema baliokideen arteko transformazio-ekuazioek *talde* bat osotzen dute. Talde-mota bakoitzari erlatibitate-printzipio bat dagokio. Historian zehar aldaketak egon dira Erlatibitatearen Printzipioaren adierazpenean, baina, azken batetan, hemen azaldutako eskemarekin lotuta, aldatu izan dena, onartutako transformazio-taldea izan da. Ikus dezagun pausoka prozesu historikoa.

1632. urtean argitaraturiko «*Munduaren bi sistema nagusiei buruzko elkarrizketak*» izenburuko liburuan, Galileo-k argi planteatu zuen, elkarrekiko higidura uniformeaz higitzen ari diren sistemen baliokidetasuna. Adibide modura, harriak itsasuntziaren mastatik erortzean osotzen duen ibilbidea aipatu zuen, edota itsasuntzi barneko ganbarako gorputzen dinamika, kasurako, ura botilatik edalontzira botatzeko modua. Itsasuntzia geldi egon zein uniformeki higitu, itsasuntziko sisteman harriaren ibilbidea bertikala dela ikus daiteke, edota itsasuntzia geldi bailegoen isuri behar dela botilatik ura. Hortik ondorioztatu zuen, erorketaren legeari dagokionez, itsasuntziaren higidura uniformea erabakitzailea ez dela, eta holako higidura erlatiboan duten sistemak elkarren baliokideak direla. Ba dakigu, bestalde, harriaren higidura parabolikoa ikusiko dela portutik ikustean, baina bi behatzaileek ikusten dituzten bi higiduren arteko lotura, *Galileo-ren transformazioa* deritzen erlazio zinematikoen bidez lor daiteke. Kasurako, elkarrekiko paraleloki eta x ardatzaren norabideko v abiadura konstanteaz higitzen ari diren S eta S' sistema cartesiarren arteko erlazioak, honelaxe eman daitezke:

$$x' = x - vt, \quad (5-85a)$$

$$y' = y, \quad (5-85b)$$

$$z' = z, \quad (5-85c)$$

$$t' = t. \quad (5-85d)$$

Transformazio hauek taldea osotzen dute (*Galileo-ren taldea*), eta Fisikaren legeak bi sistemetan berberak direla dioen printzipioari, *Galileo-ren Erlatibitatea* deritzo. Zenbaitek *Newton-en Erlatibitatea* izena ere eman diote, hain zuzen ere Newton-en hiru legeak transformazio horrekiko aldaezinak baitira. Horren arrazoia, alde batetik, partikulen masa parametroa aldaezintzat hartzean datza, eta bestetik, (5-85) transformazioaren arabera legeetan ageri den azelerazioa magnitude aldaezina izatean, hots,

$$m' = m, \quad \mathbf{a}' = \mathbf{a}. \quad (5-86)$$

Ondorioz, S sistema inertziala bada, S' sistema ere inertziala izango da, eta bietan modu berean aplikatu ahal izango dira Newton-en legeak.

Newton-en ekuazioek *erreferentzi sistema inertzialetan* soilik aplikatu daitezkeela azpimarratu behar da. Puntu horrek oso kezkatuak zeukan Newton bera, eta, horregatik, espazio absoluturen bat egon beharko zela pentsatzera eramane zuen. Horren arabera, sistema inertzialak sistema absolutuarekiko higidura uniformean zebiltzanak zirakeen. Beraren hitzetan (WE 72, 15. or): «*Espazio absolutuak beti dirau modu berean, eta aldaezina da, bai bere izaera propioan eta bai kanpoko edozertaz. Espazio erlatiboa espazio absolutuaren dimentsio higikorra edo beraren neurketa da, espazio erlatibo hori gure zentzuek beste gorputzekiko duten posizioaren bidez determinatzen delarik, nahiz eta normalki espazio absolututzat hartua den*».

Azalpenarekin aurrera segitu baino lehen, ohar modura diogun, ezen Galileo-ren transformazioa bere modurik sinpleenean hartu dugula, espazio euklidearraren biraketa espazialak eta translazio espazialak

(hauek Euklides-en taldea osotzen dute) eta translazio denboralak (erlojuen aurreratze edo atzeratzeak) alde batetara utzi ditugularik. Izatez, aldaketa posible guztiak kontutan hartuz, Galileo-ren taldeak hamar parametro ditu: hiru, sistemen arteko abiadura-bektorearen hiru osagaiak definitzeko; hiru, sistemen ardatzen arteko biraketa definitzeko (Euler-en hiru angeluak, adibidez); beste hiru, translazio espaziala definitzeko (hasierako aldiunekoa); eta bat, translazioa denboralerako. Baina azalpen kontzeptualerako, aski dugu v abiadura erlatiboaren modulua soilik kontsideratzea, eta horrela egin dugu (5–85) adierazpenak ematean, bultzada hori x ardatzaren norabidean hartu dugularik.

Nahiz eta Newton-en garaian ere Leibniz espazio absolutuaren ideiaaren aurka agertu, Newton-en prestigioaren indarraz, Galileo-ren Erlatibitatearekin batera Newton-en espazio absolutuaren ideiak tinko eta nagusi iraun zuen, Fisikaren eredu mekanikoak (Newton-en legeak) Fisikaren arlo ezagun guztietarako balio izan zuen bitartean, Mekanikarako konkretuki. Baina Elektromagnetikaren legeak ezagutuz joan ziren neurrian, arazo berriak sortu ziren, Maxwell-en ekuazioak ez baitira (5–85) transformazioarekiko aldaezinak. Hala ere, Maxwell-ek berak ere uste zuen, uhin elektromagnetikoak ingurune berezian hedatzen zirela, *etere luminiferoa* zeritzon hartan, zeina espazio absolutuaren sisteman zegoela uste zen. Nolanahi dela, 1888. urtean eterearekiko argiaren abiadura neurtzeko Michelson-Morley-ren experimentuaren porrotak utzi zuen irtenbide bakarra, sistema absolutua ez egotearena zen. Horretarako, ordea, Erlatibitatearen Printzipio “berria” onartu behar zen.

Honelatan, ba, XIX. mendean eginiko hainbeste saioren ondoren, XX. mendean hasieran zeuden kontraesanak gainditu zituen Einstein-ek, Erlatibitatearen Printzipioa Mekanikatik Fisikaren arlo guztietara hedaturik, beti ere sistema inertzialen ideia eutsirik. Horrelaxe lorturiko emaitza, Erlatibitate Berezia (1905. urtea) izan zen (EI 81, EG 77, FR 78). Experimentuek emaniko informazioa kontutan edukirik, Einstein-ek *argiaren abiaduraren aldaezintasuna* onartu zuen postulatu modura, ordutik aurrera c argiaren abiadura konstante unibertsaltzat

harturik, eta lehen aipaturiko S eta S' sistemetako neurketa zinatikoak erlazionatzeko, postulatu horrekin bateragarria den ondoko transformazio hau lorturik,

$$x' = \gamma(x - vt), \quad (5-87a)$$

$$y' = y, \quad (5-87b)$$

$$z' = z, \quad (5-87c)$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right), \quad (5-87d)$$

$$\text{non} \quad \gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \quad \text{den.}$$

Transformazio honi *Lorentz-en transformazioa* deritzo eta era honetakoek ere taldea osotzen dute, *Lorentz-en taldea*. Ohar modura diogun, biraketa eta translazio espazialak ere kontutan harturik talde zabalago bat har dezakegula, *Poincaré-ren taldea* hain zuen. Izatez, Galileo-ren taldeak bezala, talde honek ere hamar parametro ditu, baina ez gara horretaz luzatuko, hemen abiadura soilik kontsideratuko baitugu. Bidenabar diogun ezen, 1898-1905 urteen bitartean Henri Poincaré matematikari frantsesak Erlatibitate Bereziko transformazio-ekuazioak aztertu zituela eta Einstein-engandik independenteki aurkitu zuela (Lorentz-ek egin zuen aldi berean), Maxwell-en ekuazioek erlatibitate printzipio bat betetzen dutela, nahiz eta propietate matematiko horren azalpen fisiko zuzena Einstein-ek eman zuen lehenik (PA 84, PE 91, WE 72). Edozertara, transformazio hauen arabera, partikularen azelerazioa ez da aldaezina, bestelako magnitude aldaezinak ageri direlarik, hala nola bi gertaeren (gertaera espazio-denboralak) arteko *tarte espazio-denboral aldaezina*, ondoko eran definitzen dena:

$$\begin{aligned} \Delta s'^2 &= c^2(t'_2 - t'_1)^2 - (x'_2 - x'_1)^2 - (y'_2 - y'_1)^2 - (z'_2 - z'_1)^2 = \\ &= c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 = \Delta s^2. \end{aligned} \quad (5-88)$$

Aldaezintasun honetatik abiaturik, *Minkowski-ren espazio-denbora* defini daiteke, bertan lau dimentsiotako bektoreak definiturik, zeintzuei *tetrabektore* deritzen. Bi sistema inertzialen arteko Lorentz-en transformazioak egitean, bektore horiek bi sistemetan dituzten osagaiak, lehenago koordenatu espazio-denboralak transformatu diren eran transformatzen dira, alegia, (5–87) adierazpenetan bezala. Transformazio horietan bestelako magnitude aldaezinak ere defini daitezke, zeintzuek azkenean tetrabektorearen moduluekin zerikusirik duten. Horrela, kasurako, *tetramomentua* deritzonaren modulua aldaezintasunetik, energiaren eta masaren arteko baliokidetzaren ondoriozta daiteke, zeina

$$E = mc^2 \quad (5 - 89)$$

adierazpen famatuaren oinarrian dagoen, nolabait Erlatibitate Bereziaren arrakastaren sinbolo bihurtu dena.

Esan beharra dago, aurreko adierazpenaz gainera, Einstein-en Erlatibitate Berezia oso arrakastatsua suertatu dela, abiadura oso handiak azaltzen direneko experimentuetan agerturiko hainbat fenomeno ulertzeko eta azaltzeko.

Edozelan ere, argi utzi behar da, praktikan Lorentz-en transformazioak Galileo-renaz dituen desberdintasunak abiadura oso handien kasuan soilik direla nabariak, abiadura txikien kasuan Galileo-ren transformazioa guztiz egokia gertatzen delarik. Bestetik, lehenago esan dugun bezala, Poincaré-ren taldea ez da Galileo-rena baino zabalagoa, parametro-kopuru berbera duelarik (hamar prezeski).

Erlatibitate Bereziaren printzipioa ez zen, izatez, Lorentz-en transformazioan asmatu, zuzenago hitz eginez, berrezarria izan baitzen orduan. Maxwell-en lanaren aurretik ere existitzen zen printzipioa, nahiz eta Mekanikarako soilik izan, Galileo-ren transformazioaren bitartekoa zelarik. Maxwell-en ekuazioak transformazio horrekiko aldaezinak ez izatean, ordurarteko erlatibitate-printzipiotik kanpo geratu zen

Elektrodinamika. Baina Einstein-en ondoren lege guztietarako berrezarrita geratu zen printzipio hori, Elektrodinamikarako ere noski.

Nolanahi dela, ordea, Erlatibitate Bereziaren ondoren ere, Fisikaren legeak sistema inertzialetara mugaturik zeuden, eta horregatik Einstein ez zen lasai geratu bere lehenengo lorpenarekin eta aurrerago jo nahi izan zuen. Arazoa grabitazioan zegoen, grabitazioaren teoria erlatibista oraindik eraiki gabe baitzegoen. Horretarako lehenengo pausoa 1907. urtean eman zuen Einstein-ek, masa grabitazionalaren eta masa inertzialaren arteko Baliokidetza-Printzipioa postulatzean. Haatik, printzipio horrek grabitazioaren efektuak zehazten bazituen ere, berez ez zuen eremu grabitatorioa bera zehazten.

Baliokidetza-Printzipioa postulatzean, Einstein-ek adierazi zuen ezen erorketa askean dagoen sisteman (igogailu itxia beraren aurkezpenean) ezin zitekeela kanpo-eremu grabitatorio homogeno-estatikorik detektatu. Kontuan izan, erorketa askekoa *sistema ez-inertziala* dela, eta bertan kanpo-grabitatearen eragina somatuko ez dela. Nola uler daiteke hori?

Planteamenduaren funtsa modu errazean uler daiteke, jarraian azalduko dugun adibidearen bidez (WE 72). Demagun N partikulaz osaturiko sistema bat dugula, abiadura ez-erlatibistaz higitzen (argiarenarekin konparaturik oso txikiak), $\mathbf{F}_{ji}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$ barne-indarren eraginpean (indar grabitatorio eta elektrostatikoak, adibidez) eta, halaber, $\mathbf{g}$ kanpo-eremu grabitatorio baten eraginpean dagoela, hau guztiau Newton-en Mekanikan gabiltzalarik. Partikula bakoitzaren higidura-ekuazioa honakoa da,

$$m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = m_i \mathbf{g} + \sum_j \mathbf{F}_{ji}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j), \quad (5-90)$$

edozein sistema inertzialetan.

Sistema ez-inertzial berrira (erorketa askeko sistema izango dena) pasa gaitezke, espazio-denboran transformazio hau eginez,

$$\mathbf{r}'_i = \mathbf{r}_i - \frac{1}{2} \mathbf{g} t^2, \quad (5-91a)$$

$$t' = t, \quad (5-91b)$$

eta bertan, masa grabitazionalaren eta masa inertzialaren arteko Baliokidetza-Printzipioa onarturik, hasierako kanpo-eremu grabitatorioa ezeztatu egingo da inertzia indarren kausaz (EP 92), higidura-ekuazioa honelaxe eratuko delarik,

$$m_i \frac{d^2 \mathbf{r}'_i}{dt'^2} = \sum_j \mathbf{F}_{ji}(\mathbf{r}'_i - \mathbf{r}'_j), \quad (5-92)$$

hots, itxuraz kanpo-eremu grabitatoriorik gabe.

Gehiago oraindik, Baliokidetza-Printzipioak diosku, aurreko adibideko ezeztapen hori bestelako kasuetan ere gertatuko dela erorketa askeko edozein sistematari. Hain zuzen, adibidean emaniko definizioa orokortu egin daiteke, esanez ezen «*edonolako eremu grabitatorioko espazio-denborako edozein puntutan, beti dela posiblea "lokalki inertziala den koordinatu-sistema" bat aukeratzea, zeinean puntu horren inguruko eskualde txikian Naturaren legeek hartzen duten forma, grabitaterik gabeko sistema inertzialean hartuko luketen forma berbera den*». Alegia, Baliokidetza-Printzipioak dio, espazio-denborako edozein puntutan sistema inertzial lokala defini dezakegula, non Erlatibitate Berezikoko legeak betetzen diren. Are gehiago, geometria gausstarraren analogiaz esan dezakegu, inertzia sistema lokaletik laborategiko sistemara pasatzeko, transformazio-ekuazioetan ageri diren funtzioen deribatuen bidez defini daitekeela eremu grabitatorioa.

Esandakoan oinarriturik, Einstein-ek Erlatibitate Orokorren Teoria (1915. urtean) nola planteatu zuen uler dezakegu. Berak Erlatibitate Orokorra eta Grabitazioa txanpon berberaren bi aurpegiak zirela agertu zuen, elkarrekin erabat loturik. Erlatibitate Orokorren printzipioak

honakoa dio: «Koordenatu orokorren sistema guztiak baliokideak dira Naturaren lege orokorrak formulatzeko».

Erlatibitate Bereziko printzipioarekin konparaturik diogun, orduan sistema galilear inertzialak kontsideratu genituela soilik, sistema inertzial horiek elkarren artean Lorentz-en transformazioaz erlazionaturik zeudelarik, espazio-denboraren aldaezintasuna (5–88) adierazpenaren bidez eman genuelarik. Erlatibitate Orokorrean gertaera puntualak lau koordenatu orokor arbitrarioren bidez definitzen dira, x^μ notazioaz adierazi ohi direnak ($\mu = 0, 1, 2, 3$), definizioarako unibokotasun-baldintzak jartzen direlarik. Honelatan, ba, edonolako $x^\mu \rightarrow x'^\alpha$ koordenatu-aldaketa onartzen da (ez soilik Lorentz-ena), transformazioa egitean espazio-denborako distantzia aldaezina honelaxe transformatuko delarik,

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = g'_{\alpha\beta} dx'^\alpha dx'^\beta = ds'^2, \quad (5-93)$$

$g_{\mu\nu}$ horiek metrikaren koefizienteak izanik. Azken adierazpen honen aldaezintasunak Naturako legee jartzen dien murrizketan datza Erlatibitate Orokorraren kontzeptuaren sakontasuna. Erlatibitate Bereziaren kasuan metrikaren koefizienteak berberak dira sistema guztietan, azken batez sistema inertzial guztietan Minkowski-ren espaziokoari dagozkionak hartzen baitira —kasu honetan $g_{\mu\nu}$ idatzi ordez $\eta_{\alpha\beta}$ notazioaz adierazi ohi dira, (5–88) adierazpenean $\eta_{00} = +1$, $\eta_{11} = \eta_{22} = \eta_{33} = -1$ eta beste guztiak nuluak izanik; honetaz esan behar da, zenbait liburutuan zeinu guzti horiek alderantziz hartzen direla, hori aukera kontua baita—. Baina (5–93) adierazpenean metrikaren koefizienteak edonolakoak izan daitezke, eta sistema-aldaketa egitean aldatu egin daitezke. Hain zuzen, metrikaren koefizienteekin batera espazio-denborari buruzko informazioa doa.

Gorbitazioaren funtsa Baliokidetza-Printzipioaren bidez eta Erlatibitate Orokorraren bidez ulertzeko, honako metodoa segi dezakegu. Hasieran Galileo-ren sistema batetatik abiatuko gara, zeina,

lokalki konkretatzeko, erorketa askean dagoen gorputzari loturikoa izan daitekeen. Sistema horretan grabitaterik ez dago eta bestelako fenomenoak arautzen dituzten legeak ezagunak dira, Erlatibitate Bereziko berberak baitira. Erreferentzi sistema horretatik, koordenatuen aldaketa orokorra kontsideraturik, beste edonolako sistema orokorretara pasa gaitezke. Zer esanik ez, sistema orokor horretan eremu grabitatorioa izango dugu. Koordenatuen aldaketaz espazio-denboraren aldaketa zein den ba dakigu. Puntu honetan hipotesi gehigarri bat sartuko dugu, hauxe alegia, edozein eremu grabitatoriorik erloju eta erregeletan duen eragina aurreko kasuaren era berekoa dela, eta hori kasu galilearretik koordenatuen aldaketaren bidez lor ez badaiteke ere.

Esandakoen eta orain aipatuko ez ditugun bestelako arrazonomenduen bidez (horretaz sakontzeko, ikus WE 72, MT 73), Einstein eremu grabitatorioaren konportamoldea arautzen duen adierazpen famatu honetara iritsi zen,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = -8\pi G T_{\mu\nu}, \quad (5-94)$$

non $R_{\mu\nu}$ eta R , espazio-denboraren metrikaz lor daitezkeen magnitudeak diren (Ricci-ren tentsorea eta Riemann-en kurbatura eskalarra, hurrenez hurren) eta $T_{\mu\nu}$ delakoa (masa-bulkada tentsorea) masaren (edo gauza bera dena, energiaren) banaketari dagokion magnitudea den.

Aurreko adierazpenetatik soma daitekeenez, formalismo matematikoaren ikuspuntutik, Erlatibitate Orokorrari dagokionez analisi tentsorialaren eta geometria diferentzialaren garrantzia azpimarratu behar da. Izan ere, 1913. urtean Marcel Grossman matematikariarekin izandako kolaborazioak eraman baitzuen Einstein, eremu grabitazionala Riemann-en geometriadun espazio-denborako tentsore-metrikokoaren bidez adieraztera. Dena den, arazo honen aipamena besterik ez dugu egingo, bestela luze joko bailiguke.

5.13. MEKANIKA KUANTIKOAREN METODOLOGIA

Fisikaren arlo desberdinen formalismo matematikoaren ulerpenaz ari garelarik, Mekanika Kuantikoaren arloan abiatzean, bertako metodologiak Mekanika Klasikoarenaz dituen zenbait desberdintasun azpimarratuko ditugu. Hasteko, azterketaren maila klasikoaz eta maila kuantikoaz mintzatuko gara, edo, nahiago bada, suposatu egingo dugu, fenomeno baten deskripzio fisikoa egiterakoan bi maila posible daudela, klasikoa eta kuantikoa, elkarretik desberdinak direnak (PE 91). Orain arteko deskripzioetan maila klasikoaz aritu izan garenez, maila kuantikoari buruzko oharra egingo ditugu nagusiki.

Maila kuantikoa lehenago aipaturiko “*kuantoiei*” dagokiena da (ikus 4.5. atala) eta, orohar, molekula, atomo eta oinarritzko partikulei dagokiena. Bestela esanda, energi desberdintasun oso txikiak ageri direnean, maila kuantikoan egin behar da lan. Maila horretan, batetik probabilitateak erabili beharko dira, eta bestetik, probabilitate kontzeptua modu bitxiaz deskribatu beharko da, jarraian aipatuko denez.

Maila kuantikoaren berezitasunak ulertuz joateko, experimentuen emaitzen ulerpenetik abiatu behar da. Horretarako, lehenik eta behin “experimentu idealak” defini ditzakegu, honelaxe prezeski: «*Experimentu idealean hasierako eta amaierako baldintza guztiak erabat finkaturik daude*» (FY 89). Eta holako batetan hasierako eta amaierako baldintza konkretuen sail bakoitzari “*gertaera*” deritzogu. Honelatan, bada, egindako experimentuen emaitzetatik ondoriozta daitekeenez, kuantioekin dihardugularik, experimentu idealetan ezinezkoa da jazoko den gertaera aldeztu aurretik auresatea, mota desberdinetakoak azarean agertuko baitira. Eta experimentalki aprobak eginez ikusi denez, experimentua errepikatuz, gertaera desberdinak probabilitate desberdinez agertuko dira.

Mekanika Kuantikoan ageri diren probabilitateak modu berezian aztertu behar dira. Konkretuki, probabilitate hauen izaera ulertzeko balio duen eredu matematikoak, honako berezitasunak ditu:

1. Experimentu idealean jazotako gertaera baten probabilitatea, **probabilitate-anplitudea** deritzon zenbaki konplexuaren moduluaren karratuaz adieraz daiteke:

$$\phi = \text{probabilitate - anplitudea (zenbaki konplexua)}. \quad (5-95)$$

$$P = |\phi|^2 = \text{probabilitatea (zenbaki erreala)}. \quad (5-96)$$

2. Gertaera konkretua bide alternatibo desberdinez gerta daitekeen kasuetan, edonolako bidetatik jazoriko gertaerari denetara dagokion probabilitate-anplitudea (ϕ), bide desberdin posibleei dagozkien probabilitate-anplitudeen ($\phi_1, \phi_2, \dots$) batura da, zenbaki konplexu hauen batura egitean interferentzia gertatzen delarik, hots,

$$\phi = \phi_1 + \phi_2, \quad (5-97)$$

eta probabilitatea baturaren moduluaren karratuaren bidez lortu behar delarik:

$$P = |\phi_1 + \phi_2|^2. \quad (5-98)$$

3. Experimentua egitean, esandako bide alternatiboetako zein hartu den zehaztea posiblea bada, orduan, gertaeraren probabilitatea alternatiba desberdinei dagozkien probabilitateen batura da, interferentzia galdu delarik, hots,

$$P_1 = |\phi_1|^2, \quad P_2 = |\phi_2|^2, \quad (5-99a)$$

$$P = P_1 + P_2. \quad (5-99b)$$

Bitxia gerta daiteke portaera hau, baina gauzak horrelaxe gertatzen dira. Aurreko ereduaren arabera, argi eta garbi azal daitezke 4.4. atalean aipaturiko experimentuak, kuantioen portaera bitxia ezaugarritzen dutenak hain zuzen.

Labur esanda, beraz, Mekanika Kuantikoaren arloan abiatzean matematikoki aurkitu dugun lehenengo berezitasuna, zenbaki konplexuak erabiltzearena da. Dena den, galdera asko egin ditzakegu horien jatorriaz. Zergatik ageri dira? Zer lotura daukate kuantioen izaera edo egoera fisikoarekin? Zenbaki konplexu horiek probabilitateak kalkulatzeko amarru hutsa ote dira, hots, kalkulu-metodo hutsa, ala bestelako esangura fisikorik ote dute? Mekanika Kuantikoa azare hutsa ote da, probabilitate hutsa, ala hori bestelako errealitate izkutuago baten agerpena baino ez da?

Galdera hauei eta besteri erantzuteko ahaleginean, azterketa fisikoagoa egin daiteke, sistema kuantikoaren *egoera kuantikoa* deritzon kontzeptuan oinarrituz. Eta, ikusiko dugunez, kontzeptu horren inguruan eredu matematiko berezi eta bikaina erabiliko da.

Egoera kuantikoaren errealtasunaz eritzi desberdinak egon arren (ikus, adibidez, TO 93 eta bertan ageri diren erreferentziak), hemen R. Penrose-ren bidetik abiatuko gara. Hasteko diogun ezen, Bohr-en bidetik abiatutako fisikari batzuren eritziz, egoera kuantikoan ezer objektiborik ez dagoela. Hauen arabera, maila kuantikoan ezer “errealik” ez dago, errealtasuna neurketak egitean soilik azaleratzen delarik; horrela, teoria kuantikoa kalkulu-metodoa baino ez litzateke, eta bertan ez litzateke saiorik egingo, gauzak benetan nolakoak diren deskribatzeko. Esan bezala, gu ez gara interpretazio horretan finkatuko, eta, Penrose-ren bidetik, deskripzio kuantikoari errealitate fisiko objektiboa atxekiko diogu, egoera kuantikoaren bidezkoa hain zuen ere (PE 91).

Sistema kuantikoaren egoera fisikoa adierazten duen objektu matematikoari *egoera kuantikoa* deritza eta *Hilbert-en espazio* bateko puntu bat da; nolabait esateko, fase-espazioko puntu bakoitzak sistema klasikoaren egoera dinamiko osoa deskribatzen duen moduaren antzera.

Hilbert-en espazioa, izatez, *espazio bektorial konplexua* da. Bertako elementu bakoitzak egoera kuantiko bat adierazten du, beraz Dirac-ek asmatutako $|\psi\rangle$ notazioaz agertuko dugularik, eta *egoera-bektorea* deritzolarik. Elementu hauekin *gainezarmen lineal kuantikoari* dagozkion eragiketa guztiak egin ahal dira, hots,

$$|\psi\rangle + |\chi\rangle = |\chi\rangle + |\psi\rangle, \quad (5-100a)$$

$$|\psi\rangle + (|\chi\rangle + |\varphi\rangle) = (|\chi\rangle + |\psi\rangle) + |\varphi\rangle, \quad (5-100b)$$

$$\forall z, w \in \mathbb{C}, \quad (z + w)|\psi\rangle = z|\psi\rangle + w|\psi\rangle, \quad (5-100c)$$

$$z(|\psi\rangle + |\chi\rangle) = z|\psi\rangle + z|\chi\rangle, \quad (5-100d)$$

$$z(w|\psi\rangle) = (zw)|\psi\rangle, \quad (5-100e)$$

$$1|\psi\rangle = |\psi\rangle, \quad (5-100f)$$

$$|\psi\rangle + \mathbf{0} = |\psi\rangle, \quad 0|\psi\rangle = \mathbf{0}, \quad z\mathbf{0} = \mathbf{0}. \quad (5-100g)$$

Nolanahi ere, egoera-bektore konkretu bat edozein zenbaki konplexuz biderkatuz lortzen den egoera-bektoreak, aurrekoaren egoera fisiko berbera adierazten du. Hots, z delakoa zenbaki konplexua eta ez-nulua izanik ($z \neq 0$), $|\psi\rangle$ eta $z|\psi\rangle$ egoera-bektoreek egoera fisiko berbera adierazten dute.

Hilbert-en espazioan oinarritzko egoeren sail desberdinak aukera daitezke, oinarritzko bektore horiek elkarren artean ortogonalak direlarik, eta saila osoa izanik edozein egoera-bektore oinarritzko bektoreen konbinazio lineal modura adieraz daitekeelarik (osagaiak konplexuak izanik). Azken batez, espazio bektorial arruntan orokorpene dela kontsidera dezakegu (CT 77, GP 78).

Denborarekin egoera kuantikoa aldatuz doa. Mekanika Kuantikoaren arabera, sistemaren gainean “neurketarik” (“behaketarik”) egiten ez den bitartean, eboluzio denboral hori *Schrödinger-en ekuazioaren* bidez ageri dena da, zeina egoera-bektoreen bidez honelaxe adieraz daitekeen:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = \hat{H} |\psi\rangle, \quad (5-101)$$

Hemen ageri den $\hbar$ konstantea, Planck-en konstante laburtua da ($\hbar = h/2\pi$, h delakoa Planck-en konstantea izanik) et $\hat{H}$ delakoa, eragile hamiltondarra. Ekuazio hau funtsezkoa da Mekanika Kuantikoan, Newton-en legea Mekanika Klasikoan den modura. Dena den, orain ez gara horren esanguraz luzatuko, ekuazio honetara geroago itzuliko baikara. Soilik esan, lineala dela eta, beraz, $|\psi\rangle$ eta $|\chi\rangle$ bi egoera-bektoreek ekuazio hori betetzen badute, berorien edozein gainezarmen lineal konplexuk ($z|\psi\rangle + w|\chi\rangle$ delakoak) ere beteko duela, lehenagoko (5-100) adierazpenekin ados.

Nolako lotura dute oraingo egoera-bektore hauek lehenago definituriko probabilitate-anplitudeekin? Puntu honetan *neurketa* (edo *behaketa*) kontzeptua sartu behar dugu. Sistemak duen egoera kuantikotik, neurketa egitean maila klasikoan identifikatuko dugun beste egoera batetara pasatzean (neurketaren muina dena), “*jauzi kuantikoa*” gertatzen da. Jauzi honetaz esan behar da, sistemak hartuko duen egoera zein izango den aurretateko legerik ez dagoela. Neurketaren ondoko egoeraren hautaketa modu aleatorioan gertatzen da, egoera bat edo beste probabilitate-anplitudeen moduluen karratuen bidez kalkulaturiko probabilitateen arabera agertuko delarik. Esandakoa matematikoki azaltzeko, Dirac-en notazioa erabiliz, sistema kuantikoa hasieran $|\psi\rangle$ egoera kuantikoan egonik neurketaren ondoren $|\chi\rangle$ egoeran geratzeko duen probabilitate-anplitudea, honelaxe adieraz dezakegu,

$$\phi = \langle \chi | \psi \rangle, \quad (5-102)$$

eta gertaera horren probabilitatea,

$$P = |\langle \chi | \psi \rangle|^2 \quad (5-103)$$

eran. Ohar modura diogun ezen (5-102) adierazpeneko $\langle \chi | \psi \rangle$ hori, Hilbert-en espazioko bi egoera-bektoreen arteko biderkadura eskalarra dela, zeinak zenbaki konplexua ematen duen, probabilitate-anplitudea prezeski (*).

(5-102) adierazpeneko anplitudean lehenago aipaturiko interferentziak nola ager daitezkeen galde daiteke. Azalpena oso erraz eman daiteke Hilbert-en espazioko propietateetaz baliatuz, izan ere, bide alternatiboek oinarritzko egoera-bektoreen multzoa osotzen baitute (multzo horretako bektoreak $|i\rangle$ eran ager ditzakegularik), eta orduan aurreko anplitudea honelaxe eman baitaiteke,

$$\phi = \sum_i \langle \chi | i \rangle \langle i | \psi \rangle, \quad (5-104)$$

interferentziaren (5-97) adierazpenarekin ados dagoena, azken batez.

Beharbada, egoera-bektoreen aurreko agerpenean oso planteamendu orokorra egotean, konkretzioa falta izan zaigu. Horregatik, kontzeptu berri bat sartu ohi da, *uhin-funtzioa* deritzona, lehenagoko Fisika Klasikoan definituetarikoak kontutan hartuz askoz ere intuikorragoa gertatu ohi dena. Goazen, bada, kontzeptu horren oinarritzko azalpena egitera.

Demagun kuantoi aske batek espazioan duen higidura deskribatu nahi dugula (dimentsio bakarreko kasua aipatuko dugu, gauzak errazteko). Ezin ahal izango dugu Fisika Klasikoan bezala egin,hots, posizioa eta

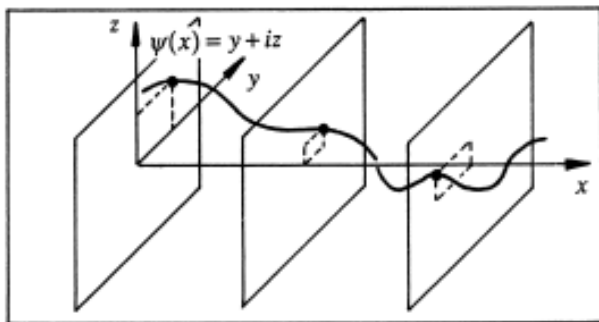
* Balioak normalizatzeaz ez gara hemen arduraturiko.

abiadura (edo momentu lineala) emanaz. Hasteko, $|\chi\rangle$ notazioaz kuantioa zehazki x puntuan kokaturik egoteari dagokion egoera kuantikoa adieraziko dugu. $|\chi\rangle$ egoera horiek oinarritzko egoera-bektoreak dira, eta lerroko puntu guztiak harturik, sail osoa izango dugu. Demagun, bada, kuantioa $|\psi\rangle$ egoera kuantikoan dagoela. Nola zehatz dezakegu non dagoen? x puntuan dagoela jakiteko behaketa egitean, probabilitate-anplitude bat izango dugu. Definizioz, x puntuari dagokion anplitudeari *uhin-funtzioa* deritzo, eta honelaxe adierazi ohi da:

$$\psi(x) \equiv \langle x | \psi \rangle. \quad (5-105)$$

Ikus daitekeenez, uhin-funtzioa puntuaren funtzio konplexua da. Izatez, $|\psi\rangle$ egoera-bektoreak $|\chi\rangle$ oinarritzko bektorean duen proiektzioa da.

$\psi(x)$ funtzio konplexuaren adierazpen grafikoa egin dezakegu Horretarako, 5.7. irudian ikus daitekeenez, x norabidearen plano perpendikularra irudika dezakegu, plano horrek zenbaki konplexuak adierazteko balio dezakeelarik (Argand-en plano).



5.7. irudia. Uhin-funtzioaren adierazpen grafikoa.

Zer esanik ez, anplitudearen moduluaren karratua eginez, experimentua egitean kuantuoa x puntuan aurkitzeko probabilitatea kalkula dezakegu, aurreko (5–103) delakoaren arabera. Edozertara, puntu konkretuan aurkitzeko probabilitatea nulua da, infinitu puntu baititugu. Horren ordez, *probabilitate-banaketa* eman dezakegu, tarte desberdinetan aurkitua izateko probabilitate erlatiboak emanez. Nolabait esateko, uhin-funtzioak “*probabilitate-anplitudeen dentsitatea*” adieraziko digu. Honelatan, ba, x puntuaren inguruko Δx tartean aurkitzeko probabilitatea honelaxe adieraz daiteke,

$$\text{prob}(x, \Delta x) = |\langle x | \psi \rangle|^2 \Delta x = |\psi(x)|^2 \Delta x = \psi^* \psi \Delta x, \quad (5-106)$$

non esplizituki $\psi(x)$ konplexua dela adierazi den, ψ^* delakoa beraren konplexu konjugatua delarik (ohar modura diogun, hemen ez garela normalizazioaz arduratuko). Uhin-funtzioaren *koordinatuen bidezko adierazpen* hau oso erabilgarria gertatzen da kasu askotan, baina ez beti, eta bestelakoak ere egin daitezke, geroago ikusiko dugunez. Edozertara, uhin-funtzioa aldakorra izan daiteke denborarekin, eta bestalde, hiru dimentsio espazialak kontsideratzean, kasu orokorrean $\psi(x, y, z, t)$ funtzio konplexua kontsidera dezakegu.

Denborarekiko aldakortasuna aipatu dugularik, lehenago egoera kuantikoen eboluzio denboralerako emaniko Schrödinger-en ekuazioa kontsideratuko dugu. Zehazki azalduko ez ditugun kalkuluak tartean direla, koordinatuen bidezko adierazpena pasatuz eta uhin-funtzioa erabiliz, $V(x, y, z, t)$ eremu potentzialean higitzen ari den m masadun kuantuoiaren kasuan, Schrödinger-en ekuazioa honelaxe idatz daiteke,

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V \psi, \quad (5-107)$$

non ∇^2 delakoa eragile laplacetarra den. Ekuazio hau Mekanika Kuantikoaren arloan azaldutako lehena izan zen (1926. urtean) eta, ikus

daitekeenez, berez, materiaren deskripzio mekaniko-kuantikoaren jaiotza aldarrikatu zuen ekuazio kuantiko hau, *deribatu partzialetako ekuazio diferentzial lineala* da. Uhin-funtzioarekiko lineala izatean, gainezarmen lineal kuantikoa erabil daiteke bertan. Bestalde, ekuazio erabat *determinista* dela esan behar da, hasierako baldintzak egokiro emanik eboluzioa finka daitekeelarik. Ekuazio honek arrakasta handia izan du fenomeno atomiko gehienak azaltzeko, hala nola atomoen energi mailak. Egia esanda, forma horretan ez ditu kontutan hartzen efektu magnetikoak, baina hori egokitu egin daiteke gai gehigarriak sartuz. Modu berean, efektu erlatibistak ere hartu behar dira kontutan. Izatez, elektroari dagokion ekuazio erlatibista, Dirac-ek aurkitu zuen Schrödinger-ek baino urte bete beranduago, baina ez dugu hemen aztertuko, gure helburuetatik kanpo geratzen baita.

Mekanika Kuantikoaren eredu matematikoaz ari garelarik, Hilbert-en espazioaren propietateak kontutan harturik, bestelako iruzkinak ere egin daitezke uhin-funtzioari dagokionez. Horien artean momentuen bidezko adierazpenaren aipamena egitea komeni da.

Kuantoi askearen kasuan egin duguna gogoratuz, adibidez, $|\psi\rangle$ egoeran dagoen kuantioa x puntuan aurkitzeko probabilitateaz galdetu ordez, p momentu linealaz aurkitzeko probabilitateaz galde dezakegu. Horri dagokion anplitudea

$$\tilde{\psi}(p) \equiv \langle p | \psi \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \langle p | x \rangle \langle x | \psi \rangle dx \quad (5-108)$$

eran azal dezakegu. Froga daitekeenez,

$$\langle p | x \rangle = e^{-ipx/\hbar} \quad (5-109)$$

ipin dezakegu (normalizazio egokia eginez), azkenean bi adierazpen-mota desberdinetako funtzioak honelaxe erlazionaturik geratuko direlarik:

$$\tilde{\psi}(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ipx/\hbar} \psi(x) dx. \quad (5-110)$$

Horrekin, azken batez, $\psi(x)$ uhin-funtzioaren *Fourier-en transformatua* egin dugu, momentuen bidezko adierazpenari dagokion uhin-funtzioa lorturik (EP 92). Teknika matematikoa erabiliz ikus daitekeenez, alderantzizko transformatua eginez,

$$\psi(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{+ipx/\hbar} \tilde{\psi}(p) dp, \quad (5-111)$$

koordinatuen bidezko adierazpeneko uhin-funtzioa lor dezakegu.

Aurreko emaitza guztiak, (5-109) delakoa prezeski, *Heisenberg-en ziurgabetasun-printzipioarekin* loturik daude. Printzipio honen arabera, ez da posible zehaztasun osoz eta aldi berean partikula baten posizioa eta momentua neurtzerik, eta, zehatzago esanik, muga bat dago kasu bakoitzean lor daitezkeen zehaztasunen biderkadurarako, ondokoa hain zuzen:

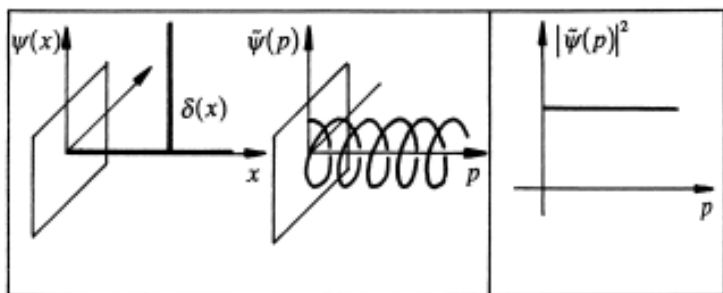
$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar. \quad (5-112)$$

Zer esan nahi du honek uhin-funtzioen adierazpenen bidez?

Ziurgabetasunaren printzipioaren esangura ulertzeko, lehenago aipaturiko Fourier-en analisisiaz balia gaitzke. Gauzak konkretatzeko, dimentsio bakarrean aske dabilen kuantoiaren kasutik abia gaitzke. Demagun kuantoi hori x puntuan zehazki kokaturik dagoela adierazten duen $\psi(x)$ uhin-funtzioa dugula. Horrek esan nahi du, uhin-funtzioa Dirac-en delta funtzio bat dela (zehazki esanez, ez da funtzioa, “banaketa” baizik),

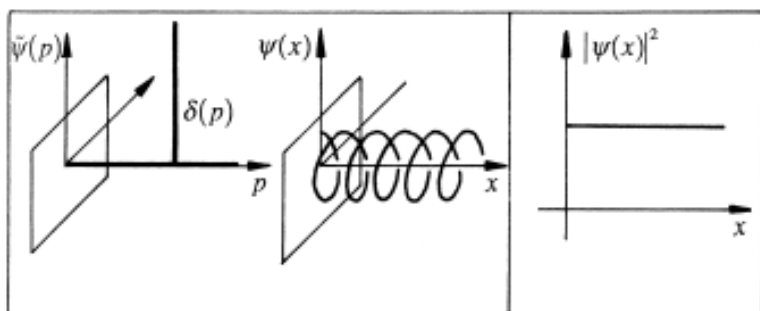
$$\psi(x) = \delta(x), \quad (5-113)$$

alegia, puntu guztietan zero balio duela, x puntuan izan ezik, non balio infinitua duen, puntu horretan aurkitzeko probabilitatea 1 izateko moduan. Fourier-en transformatua eginez, momentuen espazioko adierazpena lor dezakegu, zeinean $\psi(p)$ uhin-funtzioak erradio eta pauso konstanteko helizearen forma duen, 5.8.a. irudian ageri den moduan. $\psi(p)$ horren moduluaren karratuak (probabilitate-dentsitateak alegia) balio berbera du edozein momenturen kasuan (5.8.b. irudia). Laburbilduz, kuantoiak non dagoen zehazki jakitean, ez dugu inolako ideiarik momentuari dagokionez, momentuaren edozein baliok probabilitate berbera baitu.

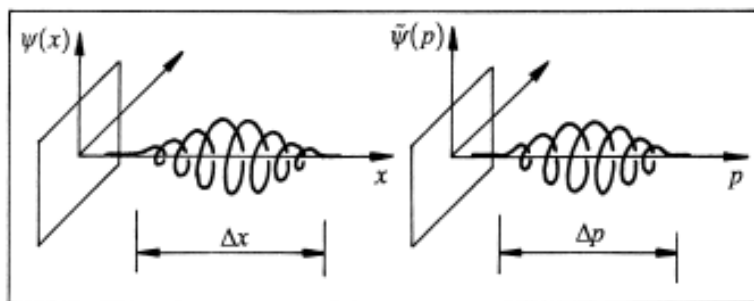


5.8. irudia. a) Posizioen espazioko δ motako uhin-funtzioari, erradio eta pauso konstanteko helizea dagokio momentuen espazioan. b) Probabilitate-dentsitateak balio berbera du edozein momenturen kasuan.

Modu berean, demagun momentuen espazioan erabat finkaturik dagoela partikularene momentua, $\psi(p)$ uhin-funtzioa Dirac-en delta bat delarik. Posizioen espazioan dagokion $\psi(x)$ uhin-funtzioak erradio eta pauso konstanteko helizearen itxura izango du (5.9.a. irudia) Honen moduluak puntu guztietan balio berbera duenez, edozein puntutan aurkitzeko probabilitate berbera dugu, edo, bestela esanda, partikula edozein puntutan aurki daiteke (5.9.b. irudia). Ideiarik ere ez dugu non dagoen.



5.9. irudia. a) Momentuen espazioko δ motako uhin-funtzioari, erradio eta pauso konstanteko helizea dagokio posizioen espazioan. b) Edozein puntutan arkitzeko, probabilitate berbera dugu.



5.10. irudia. Uhin-paketearen adierazpena, posizioen espazioan eta momentuen espazioan.

Aurreko kasu biak oso mugakoak izan dira eta horregatik ez oso argigarriak. Demagun tarteko beste kasu bat, zeinean bi uhin-funtzioak, $\psi(x)$ eta $\psi(p)$ direlakoak, espazio bakoitzeko tarte konkretuetan soilik mugaturik dauden (Δx eta Δp tarteak, hurrenez hurren). Biak dira elkarren Fourier-en transformatuak, eta adierazpen grafikoan ikus daitekeenez, tarte txiki batetan dauden erradio (beraz, modulu) eta pauso aldakorrek helizeak dira (5.10. irudia). Beraz, puntu edo momentu

konkretuan aurkitzeko probabilitateekin erlazionaturik dauden moduluen karratuek, tarte txikian baino ez dute baliorik, ez espazio osoan.

Nolabait esateko, partikula nahiko zehazki dago kokaturik espazioan, baina, hala ere, barreiatuta dago pixka bat, Δx tarteak prezeski. Modu berean, momentua ere nahiko finkaturik dago, baina barreiaketa txikia dago, Δp zabalerakoa hain zuzen.

Aurreko adierazpen grafikoari dagokion egoera kuantikoari, *uhin-paketea* deritzo sarritan, eta partikularen izaera ulertzeko hurbilketa modura hartu ohi da. Heisenberg-en ziurgabetasun-printzipioak bi barreiaketa horiek erlazionatzen ditu. Ezin egin daitezke batera, nahi bezain txikiak. Partikularen posizioa zehaztuagoa izatean, momentuen sakabanaketa handiagoa izango da; eta alderantziz.

Bukatzeko esan, Mekanika Kuantikoaren arloan bi eratako prozesuak kontsideratu direla. Batetik Hilbert-en espazioan egoera-bektoreak duen eboluzioa adierazten duena (zenbait liburutan **U** prozesua deritzona, “unitary” hitzetik), Schrödinger-en ekuazioak arautzen duena, zeina erabat determinista den, eta, bestetik, neurketa egitean aplikatzen den **R** prozesua (“reduction” hitzetik) zeina, azken batez, beste egoera batetarako jauzi kuantikoaren probabilitatearekin loturik dagoen. Atal probabilistikoa bigarren motako prozesuei soilik aplikatu dakieke.

Dena den, Mekanika Kuantikoaren interpretazioan dauden eritzi desberdinak ez ditugu hemen aipatuko, horretaz diharduten liburuak aztertzea komeni delarik (ikus adibidez bibliografian adierazitako TO 93 liburua eta bertako erreferentziak).

6. FISIKAREN TEORIEI BURUZKO ZENBAIT ARAZO FILOSOFIKO

Liburu osoan zehar fisikarien ikuspuntutik eta Fisikaren metodologiaren ikuspuntutik aurkeztu izan ditugu gaiak. Hala ere, hasierako gai batetan (ikus 2.1. eta 2.3. atalak) zenbait kontsiderazio “metafisiko” egin ditugu Fisikaren oinarriei buruz. Orain, egitura matematikoa ikusi ondoren, berriro itzuliko gara metodologiaren arlo filosofikora, ikuspuntu horretatik sor daitezkeen zenbait arazori buruzko iruzkina egiteko.

6.1. FISIKAREN KAUSALITATEAZ ETA DETERMINISMOAZ OHAR BATZU

Hasterakoan, lehenik eta behin zehaztu egin beharko genuke atal honetan erabiliko ditugun bi hitzen esangura; konkretuki, *kausalitatea* eta *determinismoa* hitzena.

Fisikaren arloan batera joango dira, eta biak galdera beraren erantzunaren inguruan eratuko dira. Honelaxe adieraz dezakegu galdera hori: Naturaren legeak kausalak ote dira? Edota, bestela esanik, kausalitate-printzipioa Naturaren oinarritzko printzipioa ote da? Ikusiko dugunez, horrek hasierako kausen edo hasierako baldintzen problemara eramango gaitu, horren arabera etorkizuna aurreratzeko edo determinatzeko asmoa agertuko dugularik, determinismoaren eremuan sarturik.

Kausalitate-printzipioaren definizioak arazo latzak ditu, “kausa” kontzeptua bera definitzetik hasten direnak. Printzipioaren lehenengo definizio ezaguna, Demokrito-rena dugu: *«Izan diren, diren eta izango diren gauza guztiak, halabeharrak aldeztatik ordenaturik daude»*. Orokorregia den definizio horrek, determinismoaren eta auresankortasunaren arazoak dauzka jadanik bere barnean. Halaber, jarraipen denboralaren aipamena egiten da bertan, kausak eta ondorioak denboralki elkarren ondotik etorri behar dutela adierazirik. Eta ekidinezintasuna ere azpimarratzen du, gauzak halabeharrez gertatu behar baitira, aldeztatik erabat determinaturik daudelarik. Horrek erabakitze askatasunaren printzipioa kinka larrian jarriko du, tartean pertsonen eta izaki kontzienteen kasua analizatzen denean, halabeharra legeen ondorio izanik, erabakiak hartzeko orduan “askatasun kontzientea” izan ote daitekeen planteatzen duena.

Demokrito-rengandik Laplace-renganainoko jauzia eginez, beronek oso modu errestriktibo zehatzean egin zuen definizioa, honelaxe hain zuzen (MA 70): *«Aldiune batetan Naturan eragiten ari diren indar guztiak nolakoak diren eta unibertsoa osotzen duten gauza guztien posizioak zeintzu diren jakingo lukeen izaki inteligenteak, formula bakarrean ulertu ahal izango litzuke gorputz handien eta txikien higidura guztiak, baldin eta datu horiek guztiok analizatzeko ahalmen nahikorik balu. Berarentzat ezer ez litzateke ziurgabea izango, eta bai etorkizuna eta bai iragana beraren begien aurrean presente leudeke»*. Zer esanik ez, inteligentzia hori pertsonen dagokiena baino handiagoa litzateke, eta horregatik deabruzat hartu zuen. Hortik Laplace-ren deabrua izena.

Ikus daitekeenez, Laplace-k bere deabrua matematikari ona izatea nahi zuen, zientzia horretako amarru guztietan trebe izanik. Erizpide horren arabera, kausalitate-printzipioa munduaren formula baten existentzia da azken batez, eta existentzia hori bere esangura matematikoan. Pentsa dezagun Laplace-k Mekanika newtondarra ezagutzen zuela, eta ikuspuntu horretatik idatzi zituela eritzi horiek 1820. urtean. Beraren ustez, unibertsoa puntu materialen bilduma zen,

eta deabruak behar zuen ezagutza, puntu material guztiek aldiune konkretuan zituzten posizioena eta abiadurena zen, horrela sistema mekanikoaren egoera ezagun zuelarik. Sistema mekanikoaren egoera aldiune batetan era horretara ezagutuz gero, Newton-en legeek sistemak beste edozein aldiunetan izango duen egoera zehaztea permititzen digute. Zentzu horretan, beraz, Mekanika guztiz kausala da, eta, zehatzago esanez, egoera konkretu baten “kausa” aurreko aldiune batetako egoera osoa da. Honelatan, bada, Laplace-ren interpretazioan, Mekanika kausalitate-printzipioaren eredua da.

Bide horri jarraituz, galde egin dezakegu ea Fisikaren beste arloek ere jokamolde hori duten. Munduaren interpretazio mekanizistan horrelaxe litzateke, nahiz eta horrek kezka eta arazo asko sortuko lituzkeen, izan ere, gaur egunean, sistema konplexuen arloan eta higidura kaotikoaren textuinguruan, hasierako baldintzen kontu hori zalantzan jar baitaiteke (ikus, adibidez, PS 90).

Dena dela, aurreko eritzi mekanizistarekin batera, kausalitatea determinismoarekin erabat loturik dago, edo, bestela esan nahi bada, gertaeren auresankortasunarekin, hots, zientzilariek gertaera konkretuak auresateko duten ahalmenarekin. Newton-en bigarren ordenako ekuazio diferentzialen kasuan, tartean *Picard-en teorema* matematikoa dagoelarik, alegia, soluzioen *existentziaren eta bakartasunaren teorema*, hasierako baldintzak (aldiune konkretuko egoera adierazten duten posizio eta abiadurak) emanaz (higiduraren “kausa” lirakeenak), sistemaren egoera auresan ahal izango genuke edozein aldiunetan. Beraz, kausen ezagutzak auresankortasunera garamatza zuzenean. Baina gauza bera ote dira kausalitatea eta auresankortasuna?

Dirudienez, kausalitatea auresankortasuna bera baino kontzeptu zabalagoa da. Eboluzio denborala adierazten duen ekuazioan oinarrituriko sistema kausalean, auresan egin dezakegu egoera berria, behin hasierako baldintzak ezagunak izanik. Hala ere, kausalitaterik auresankortasunera pasatzeko, denboran lege bera mantentzen dela ere

esan nahi dugu. Alegia, Newton-en ekuazioak honelaxe adieraz ditzakegu lehenengo pauso batetan,

$$f\left(\frac{d^2 x_i}{dt^2}, \frac{dx_i}{dt}, x_i, t\right) = 0, \quad (6-1)$$

baina lege horrek denboran zehar beti balio berbera izan dezan, denbora explizituki ez agertzea eskatuko dugu. Alegia, ekuazio diferentzial berbera izango da orain eta gero, edozein aldiunetan. Honek 2.1. atalean planteaturiko printzipio metafisikoetara garamatza: kausaltasunean sinesten badugu, legeek berek beren horretan iraun dutela onartzen dugulako da.

Printzipio hori onarturik, logikoa da “efektua” kausaren ondoren etorri beharra (hortik “ondorioa” hitza). Horrela eginik, esperientzia deskribatzeko metodo bat aukeratu dugu, analizatzen ari garen sistema fisikoaren bi egoera desberdinen artean denboran dagoen erlazioa modu bakarrez adierazteko. Metodo zientifikoaren beraren parte izanik, etengabe birsartua da bertan. Eta Naturan ageri diren fenomenoek deskripzioan ageri den erregulartasuna, printzipio orokorragora jasotzen da, kausalitate-printzipiora, hain zuzen. Horrek ez du esan nahi, Naturaren lege horiek seguruagoak edo egiazkoagoak direnik, kausalitate-printzipioaren bidezko metodoa emankorra dela dirudiela baizik. Laburbilduz, ba, kausalitate-printzipioa ulerpen zientifikorako darabilgun alde metodologikoaren partea dela esan dezakegu.

6.2. KAUSALITATEA ETA ERLATIBITATEAREN TEORIA

Aurreko atalean aipaturiko Mekanikaren eskema kausalean, aldiune konkretuko datuak emanik (denetara “kausa” deritzoguna), eboluzio denborala erabat determinaturik geratzen da, beste edozein aldiunetako datuen multzoa (“efektua” deritzoguna) guztiz finkaturik egonik.

Eskema horretan ez dago pertsonen “*borondate askea*” deritzon horrentzako lekurik, eta, berez, determinismo hori atzeranzko zein aurreranzko prozesu denboralari aplika dakioke, ekuazio mekanikoak denborarekiko simetrikoak baitira. Edozertara, pertsonok konszientzian dugun denboraren gezi psikologikoaren bidetik (ikus 3.1.4. atala), kausa beti efektua baino lehenago gertatzen dela kontsideratu ohi dugu. Hori dela eta, Erlatibitatearen Teoriaren arloan abiatzean, zenbait arazo ageri zaizkigu aldiberekotasunaren erlatibotasunaren zioz, horien artean kausatik efekturako lotura eraman dezaketen seinaleen abiadurak duen muga dagoelarik.

“Seinale” hitzaz erlazio kausala bideratzen duen lotura adierazi nahi dugu, hots, kausatik efekturako lotura, kasurako, ordena baten transmisioa izan daitekeelarik. Jarraian azalduko dugunez, seinale-abiadura ezin daiteke argiaren abiadura baino bizkorragoa izan, esandako erara moldatutako kausalitate-printzipioan kontraesanik izan nahi ez badugu behintzat.

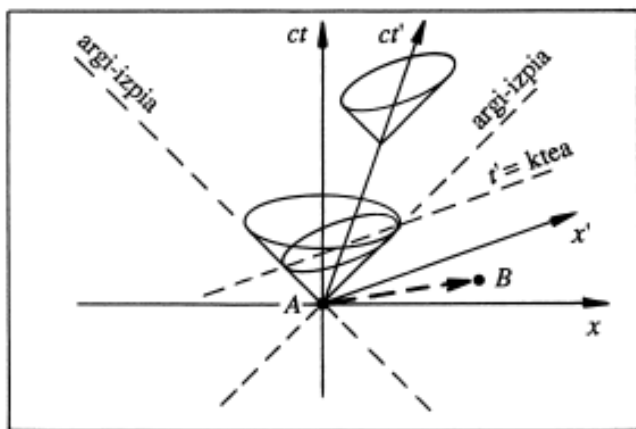
Kausalitate-printzipioa etorkizunerantz planteatuta dagoenez, gertaera puntualetatik irtendako seinaleen unibertso-lerroek beti gertaeraren argi-konoaren barruan egon beharko dute, bestela kausalitatearen kontzeptua (eta horrekin batera, kausa sortzeko erabil daitekeen “*borondate askea*”) kontraesanean jarriko bailitzateke. Minkowski-ren espazioko adierazpen grafikoa lagungarri gerta dakiguke horren zergatikoa ulertzeko.

Demagun, argiaren abiadura baino bizkorrago doan seinale bat bidaltzeko gai den aparaturen bat eraiki dugula, eta aparatu hori S sistema inertzialean dagoela, gertaera puntual desberdinak Minkowski-ren espazio denboran (x, ct) koordinatuez adieraziko ditugularik, sistema horretan. Jatorriari dagokion gertaera puntualean (A puntuan) seinalea bidaliko dugu x ardatzaren norabidean holako aparatu baten bidez, 6.1. irudiko AB unibertso-lerroaz, B gertaera puntualera iritsi arte, bertan automatikoki kontrako norantzan mota bereko seinalea sortzen duen aparatua dugularik. Analiza dezagun lehenik eta behin A

eta B gertaera puntualen koordinatuak bi behatzaile desberdinen ikuspuntutik.

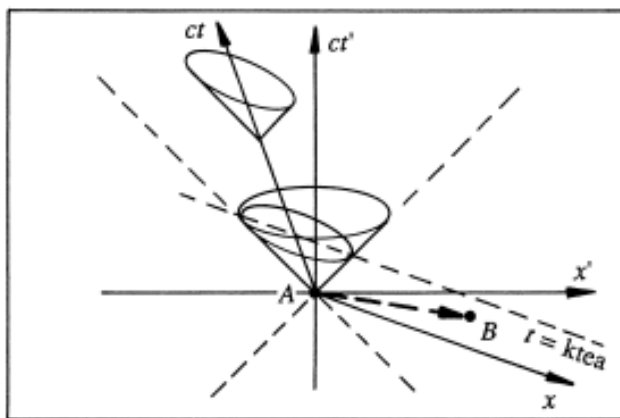
6.1. irudia, aparatu seinale-sortzaileari dagokion erreferentzi sistemako adierazpen grafikoa da. Agerikoa denez, B gertaera A gertaera baino beranduago jazotzen da sistema horretan, eta nolabait esan dezakegu, A seinalea dela geroago B puntuko aparatuak emango duen erantzunaren kausa sortzailea. Nolanahi dela, AB lerroa A puntuaren argi-konotik kanpo dago, zeren, esan bezala, seinalea argia baino bizkorrago joan baita.

Irudi berean beste erreferentzi sistema bati dagozkion koordinatu-ardatzak ere marraztu ditugu: (x', ct') . S' sistema inertzial hau, Minkowski-ren espazio-denborako errepresentazioan B gertaera puntuala x' ardatza baino beheago geratzeko moduan dago aukeraturik. Horretarako aski da, S' sistema inertziala eskuinerantz abiadura egokiz higitzea (AB unibertso-lerroa x' ardatzean izateko beharko litzatekeena baino abiadura handiagoz). Irudian S' sistemari dagozkion aldiberekotasun-lerroak ($t' = \text{ktea}$ egiteari dagozkionak) eta horren arabera mozturiko argi-konoak ere marraztu dira.



6.1. irudia. A aparatuarekin doan S sistemako adierazpena.

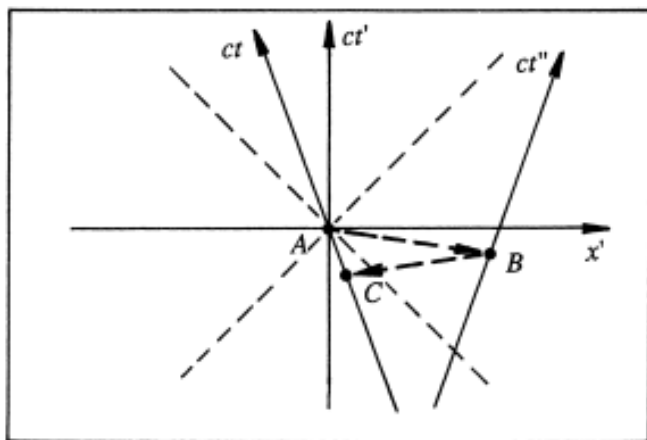
6.2. irudian aurreko gertaera eta seinale berberak marraztu dira, baina oraingoan oinarri modura S' sistemari dagozkion koordinatuak harturik. S sistemari dagozkion aldiberekotasun-lerroak ($t = \text{ktea}$ egiteari dagozkionak) eta horren arabera mozturiko argi-konoak ere marraztu dira. Oraingo eskeman argiro ikus daitekeenez, S' sistemako aldiberekotasunaren arabera, B gertaera A gertaera baino lehenago jazo da, gauza bitxi samarra berau, zeren, lehenago erabilitako arrazonomenduaren arabera, “kausa” “efektua” baino beranduagokoa bailitzateke. Arazoak sortzen hasi dira gure kausalitate-printzipioaren kontzepzio arrunterako. Dena dela, Mekanikaren legeen ikuspuntutik hori oraindik ez litzateke kontraesana, lehenago esan baitugu, lege horiek denborarekiko simetrikoak direla. Kontu bakarra, kausa eta efektu hitzen erabilpenean legoke.



6.2. irudia. S' sistemako adierazpena.

Nolanahi ere, aurreko prozesuarekin aurrera segi dezakegu, eta modu guztiz simetrikoz, B gertaeran dagoen B puntuko aparatuak aurreko seinalearen antzekoa bidaliko luke kontrako norantzan A aparaturantz. Uler daitekeenez, 6.3. irudiko BC unibertso-lerroak

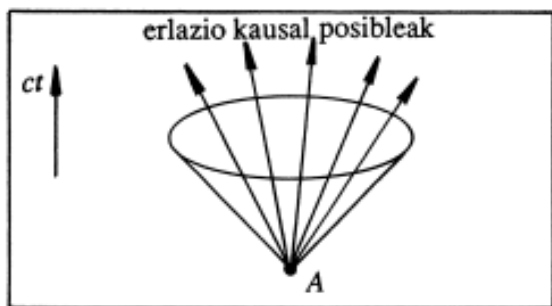
adieraziko liguke seinalea, eta berori A aparatura iristeko gertaera, C gertaera puntuala litzateke. Orain lehengo kontraesanak areagotu egingo lirateke, A gertaerako hasierako ordenaz sorturiko C gertaera, S sistema inertzialeko puntu berean jazo arren, A gertaera baino lehenagokoa bailitzateke.



6.3. irudia. C “efektua” A “kausa” baino lehenago gerta liteke, seinalearen abiadura argiarena baino bizkorragoa balitz.

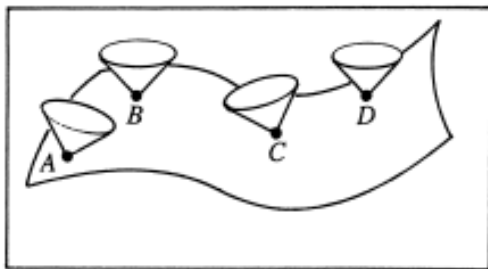
Aipaturiko prozesua egingarria balitz, gauza bitxiak gerta litezke. Zer esanik ez, A eta B aparatuen arteko distantzia espaziala handituz, C eta A gertaera puntualen arteko tarte denborala nahi adina zabal dezakegu. Bestalde, seinalearekin bidalitako agindua, nahi dugun modura molda dezakegu. Demagun, adibidez, A gertaera auto-istripua dela eta seinalearekin B puntura informazio hori bidali dela, bertan informazioa isladatu delarik, C puntura itzuliz. Gauzak horrela, A aparatuko behatzaileak gertatu aurretik izango luke istripuaren berri eta bere “borondate askearen” erabakiz, neurriak har litzake istripua ekiditeko. Baina dugun esperientziarekin eta kausalitate-printzipioaren kontzeptuaz, jokamolde horiek bateraezinak direla dirudi.

Alegia, argia baino bizkorragoak diren seinaleak Einstein-en erlatibitatearekin bateratzean, “kausalitatearen” eta “borondate askearen” kontzeptzio normalek kontraesanetara garamatzate. Ez dirudi, beraz, argia baino bizkorrago doazen seinaleak posibilitate fisiko on direnik. Horrek ez du ezer kentzen, fisikari batzuk argia baino bizkorragoko partikulen existentziaz espekulatzeko, holakoei izena ere eman dietelarik, *takioiak* hain zuzen. Takioien izaera matematikoa, berez, ez dago Erlatibitatearen Teoriaren aurka, baina holakoen onarpenak zenbait arazo sortzen ditu kausalitate-printzipioaren kontzeptzio arruntetan. Hala ere, ez dago inolako ebidentzia experimentalik halakoen existentziaz, eta momentuz espekulazio matematikoaren mailan geratu dira (RE 84, PI 87) .



6.4. irudia. A gertaeraren etorkizuneko argi-konoa. Barneko puntuetako gertaerak A-rekiko erlazio kausalean egon daitezke.

Seinaleen abiaduraren mugaren arazoa argiturik, aldiberekotasunaren erlatibotasunak ba du zerikusirik, hasierako baldintzak (“kausa”) aldiune konkretuan zehazterako orduan. Erlatibitate Berezian erreferentzi sistema bakoitzean aldiberekotasuna finka dezakegu, baina seinale-abiaduren muga dela eta, ez da beharrezkoa aldiuneko puntu guztien baldintzak zehaztea. Seinale-abiaduren muga kontutan harturik, espazio-denborako puntu baten eragina, bere etorkizuneko argi-konoaren barneko puntu guztietara hedatu daiteke soilik, hots, puntu horretako gertaera kono horren barneko gertaerekin soilik egon daiteke



6.6. irudia. Espazio-motako hipergainazala Erlatibitate Orokorrean. Puntu bakoitzaren inguruan, hipergainazaleko puntuak etorkizuneko argi-kono lokalak kanpo geratzen dira.

6.3. HIGIDURA KAOTIKOAREN ETA SENTIKORTASUN-ESKUALDEEN ARAZOA

Orain arte determinismoa eta auresankortasuna sinonimotzat hartu izan ditugu, hasierako baldintzak zehaztuz soluzioak erabat finkaturik geratzen diren kasuetan ekuazio diferentzialak deterministak direla onartu dugularik (RA 90). Hala ere, ikusiko dugunez, auresankortasunari buruzko zenbait arazo praktiko ager daitezke, “higidura kaotikoa” edo “sentikortasun-eskualdeak” deritzenak ageri direnean ebazpena zehaztea praktikan ezinezkoa izango delarik.

Izatez, zientzia fisikoen helburua legeak modu matematikoan finkatzea dela dirudi, gero, korrespondentzia egokiak tartean direlarik, legeen bidez ondorioak ateratzeko eta fenomenoak auresateko. Alegia, Naturak nola funtzionatzen duen aztertu, bere barruan konportamolde hori arautzen duten legeak asmatu, legeak matematikoki adierazi, matematikaren bidez manipulazioak egin, eta, horrela, baldintza konkretuetan zer pasatuko den asmatu eta auresan. Hots, kausalitatearen bidetik onartzen da auresankortasuna, lege fisikoen onarpenarekin “kausa” kontzeptua hasierako baldintzen multzora mugatzen delarik.

Pertsonen konszientziaren finkapenean denborak jokatzeko duen paperaren ondorioz, gehienetan sistema fisikoen eboluzio denborala

deskribatzen saiatu ohi dira fisikariak, horretarako ekuazioetan parametro berezia erabili ohi delarik, denbora hain zuzen. Denborarekin, hau da, denbora pasatzean, gauzak nola gertatzen diren jakitea da helburua. Eta inplizituki dagoen hipotesia, honakoa da, hots, hasierako aldiuneko baldintzak ezagutuz gero, beste edozein aldiunetan zer gertatuko den jakin daitekeela. Horixe da determinismoaren funtsa.

Sistema matematikoei dagozkien ekuazio diferentzialak linealak direnean, aurreko arrazonomenduak ez du arazo berezirik sortzen, izan ere, existentzia eta bakartasunaren teorema tartean dela, soluzioa beti existitzen baita eta bakarra baita. Gainera, behin hasierako baldintzak emanez, segurtaturik dago ebazpena, soluzioa erregularra delarik. Kasu horretan determinismoak ondo funtzionatzen du.

Hala ere, Fluidoan Mekanikatik etorri zen lehenengo arazoa, turbulentziaren azterketatik prezeski. Fluidoan kasuan, zenbait higidura oso korapilatsu edo irregularrak dira. Adibidez, erreka bati begiratzean, ura abiadura txikian badoa, ordenean doa, erregimen laminarrean; baina urak handi direnean, hots, abiadura handietan, erregimen turbulentua ageri da, erremolinoak eta zurrunbiloak gertatzen dira, gauza arraroak alegia, eta higidura oso nahastetsua da. Mota horretako higidurak aurrean ote daitezke?

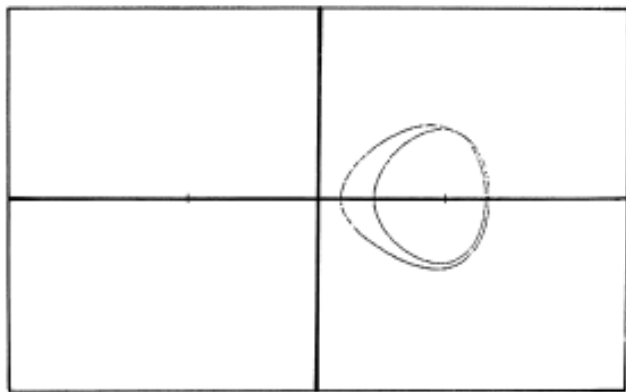
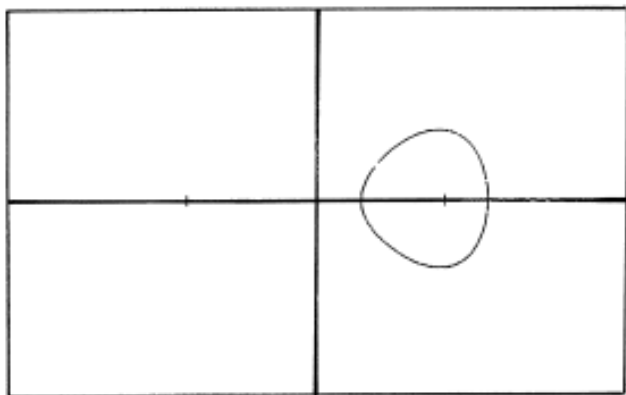
1963. urtean Lorenz izeneko ikerlari batek egindako ikerketen ondorioz ikusi zenez, hiru ekuazio diferentzietako sistema batetan higidura kaotikoak ager daitezke (LO 63, GH 83, CH 84). Ordurarte, holako higidurak agertzeko infinitu askatasun-gradu behar zirela uste zen, hau da, sistema dinamikoa oso korapilatsua izan behar zela, bestela hori ez zela posible. Lorenz-ek frogatu egin zuen, ordea, *sistema ez-lineala izanik*, hiru askatasun-gradurekin ere ager zitekeela higidura kaotikoa. Orduan hasi ziren garatzen, arazo ez-linealak dituzten zientzi arloak.

Ondoren, 1970.eko hamarkadan kaosaren agertoki edo agermodu desberdinak azaldu dira, eta gutxienez hiru agermodu daude sailkatutik (Feigenbaum, Ruelle-Takens eta Manneville-Pomeau) nahiz eta beste agermodu berriez ere hitz egin den (RT 71, FG 78, PM 80, BP 84, CI

84, HB 84, SC 84). Agermoduen kontzeptu horrek garrantzi handia dauka zeren, horren azpian, problema oso desberdinetan arazo kaotiko berberak eta era berean agertzen baitira, fenomeno-mota horien nolabaiteko unibertsaltasuna adieraziz. Arazo kaotikoak agertzen dituzteneko arlo batzu aipatzearren, Meteorologia, Optika, Astronomia, Medikuntza, Biologia, kantzerraren garapena, eta abar aipa ditzakegu. Arazoa oso aktualitatekoa da eta oso garrantzizkoa, ia edonon gertatzen den arren, orain arte azaldu ezin zen problema baten oinarrian dago eta. Esan behar da, bestalde, Matematikazko informazioa nahi duenarentzat, baldintza beharrezkoa dela ekuazioen ez-linealtasuna, baina hori ez dela baldintza nahikoa.

Besterik gabe, ba, has gaitezen higidura kaotikoa zer den azaltzen, adibide konkretuetatik abiatuz. Normalean sistema baten eboluzioa aurrerantz doanean, sistema hori *iraungikorra* bada (prozesu gehienetan nolabaiteko marruskadura edo iraungipena dago), iraungipenaren kausaz motelduz doan higidura iragankorra desagertzean, azkenean sistema hori egoera iraunkor (edo errepikakor) batetara heltzen da, azken “egoera asintotikoa” deritzon higidurara, zertan orekako izan beharrik ez duena, hots, zertan geldi geratu beharrik gabe. Kasu askotan, egoera hori oso erregularra izaten da, segidan ikusiko dugun bezala; baina beste kasu batzutan, azken egoera hori oso nahastetsua da eta ez da sekula erregularizatzen; eta hori ez modu iragankorrean, baizik eta denbora aurrera joan arren ere higidura korapilatsu hori etengabe gertatzen da. Horri deritzo, hain zuzen, *higidura kaotikoa*.

Adibide batzu ipiniko ditut (ET 87). Alboko 6.7. irudietan hiru parametrodun ekuazio determinista ez-lineala duen problema iraungikor konkretu batetan egoera asintotiko desberdinei dagozkien *erakarleak* adierazi dira, baina lehen esandako unibertsaltasuna dela eta, antzerako gauzak gertatzen dira oso problema desberdinetan. Irudiak fase-espazioan ageri dira, eta bakoitza parametroen balio desberdinen multzo bati dagokio. Higidura iragankorra pasa eta gero, erakarle horiek mugako egoera asintotikoan dagoen higidura iraunkorra adierazten dute.

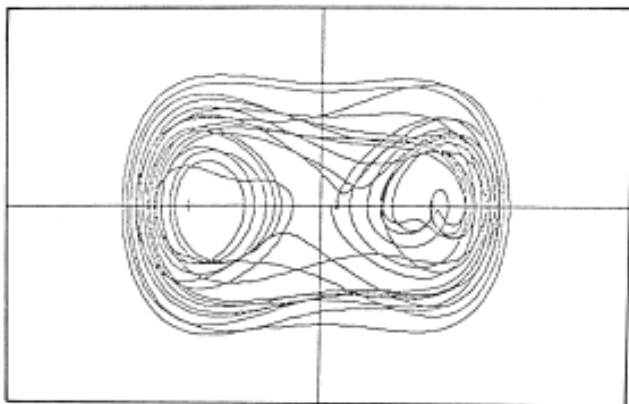


6.7. irudia. Bi erakarle erregularren adierazpena, fase-espazioan. Ez dago arazorik higidura asintotikoa aurreratzeko.

Ikus daitekeenez, forma “erregularrak” dituzte, ziklo-itxura dute, eta higiduraren parte iragankorra pasatu ondoren, sistemak behin eta berriro errepikatzen du higidura hori. Gainera, hasierako baldintza desberdinetatik abiatuta ere, sistemak egoera horretara eboluzionatzen du: horregatik deritzo erakarlea, nolabait hasierako baldintza desberdinak “erakartzen” dituelako, hasierako baldintza desberdinek

fase-espazioan duten bolumenaren uzkurdura gertatzen baita iraungipenaren ondorioz, denborarekin hasierako baldintza desberdinetatik egoera asintotiko berberera iritsirik. Beraz, alboko irudietan bi erakarle zikliko adierazten dira, mota desberdinetakoak, sistema dinamiko baten fase-espazioan (6.7. irudia). Baina kasu guztiotan, denbora pasatu ondoren, sistemaren higidura egonkortu egiten da holako erakarle batetan.

Ostera, hurrengo 6.8. irudiko kasuan, sistemaren eboluzioa ez da ziklo sinple batetan egonkortzen, eta denbora luzea pasatu arren, sistema etengabe ari da gauza arraroak egiten, “egonkortu” gabe. Ba dirudi, higidura “iragankorra” ez dela sekula amaitzen, higidura erregular “iraunkorrik” ez baita ageri. Holakoei *higidura kaotiko* deritze.



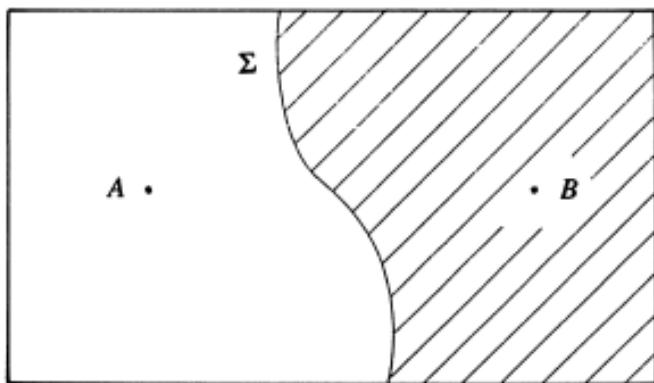
6.8. irudia. Higidura kaotiko baten adierazpena. Denbora pasatu arren, ez da inolako egoera asintotiko erregularrik ageri, etengabe higidura irregularra eta praktikan aurresateko ezina dugularik.

Zer ote dauka horrek zerikusirik determinismoarekin? Hain zuzen, denbora pasa ahala sistemak nola funtzionatuko duen ez badakigu, hots, aurreko kasuan bezala etengabe gauza “arraroak” egiten baditu, sistema berez determinista izan arren, determinismo horrek praktikan ez digu ezertarako balio. Hau da, ez digu balio sistemaren eboluzioa

aurreateko, eta hor nolabaiteko kontraesana dugu: determinista bai, baina praktikan aurreateko ezina. Ikus daitekeenez, arazoak higidura kaotikoa agertzen denean gertatzen dira, eta ez erakarle arruntak dauzkagunean, orduan aurreamenaren esangura argi geratzen baita.

Dena den, horrekin batera beste problema bat ere ba dugu. Hasierako baldintzak ematen direnean, sistema nondik nora joango den jakitea interesatzen zaigu eta, aukera desberdinak daudenean, zein aukera hartuko den aurreateka. Adibide bat jarriko dut. Eman dezagun mendi bat, Gorbeia kasu. Goiko tontor edo mendizerraren inguruan, ura Kantauri itsasorantz edo Mediterraneorantz joango da (bi “erakarleetako” batera), zein puntutan dagoen arau; alegia, goiko muga-inguru horretatik bi toki edo “osin” desberdinetara eramana edo erakarria izan daiteke.

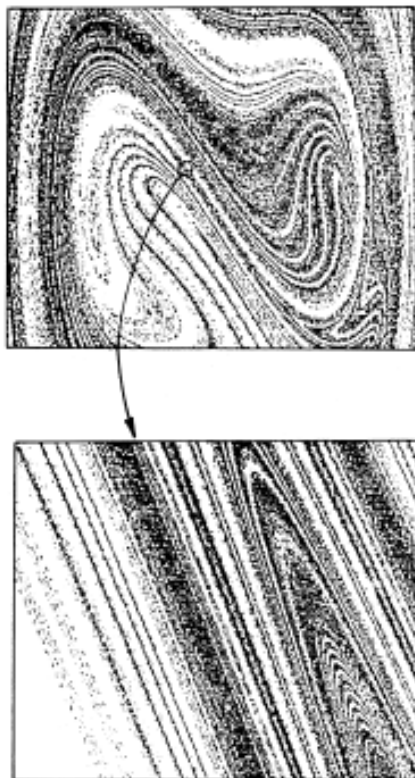
Mota horretako eskualde bakoitzari *erakarpen-osin* deritzogu, eta mendiaren adibidean argi ikusten da, ezen mendizerran lerro bat dagoela bi erakarpen-osinak banatzen dituenena. Hori eskema baten bidez adieraz dezakegu, 6.9. irudian egin den legez.



6.9. irudia. A eta B erakarleei dagozkien erakarpen-osinak, eta bien arteko osin-muga (Σ).

Jo dezagun geure problemari bi erakarle ditugula, A eta B . Zuritan dagoen parteko hasierako baldintzak ditugunean, sistema A erakarlera

joango da beti, eta, beraz, parte zuria A erakarlearen erakarpen-osina da; marraturik dagoen parteko hasierako baldintzekin sistemak B erakarlara eboluzionatuko du, eta, beraz, parte marratua B -ren erakarpen-osina da. Bi erakarpen-osinak banatuz, lerro bat dugu, Σ delakoa, *osin-muga* deituko dioguna.



6.10. irudia. Bi erakarleen arteko osin muga fraktalaren irudia.
b) irudia a) irudiaren zati txikia eskalaz handituz ageri dena da.

Lerro edo muga hori sinplea denean, kurba arrunta denean alegia, gauzak oso erraz ulertzen dira, osinen arteko banaketa argi ikusten

baita. Baina zer gertatuko da muga hori oso konplikatua denean, esate baterako, “kurba” hori 6.10. irudikoa bezalako *fraktala* bada?

Fraktalak dimentsio fraktal duten objektu geometriko korapilatsuak dira, dimentsioari dagokionez “lerro fraktalen” kasuan lerro arruntan eta planoaren arteko dimentsioa dutelarik (MN 77a, MN 77b). Kasu horretan muga infinituki luzea da eta behin eta berriro bere inguruan kiribiltzen da infinitu aldiz, planoaren eskualde zabalak definizio argirik gabe utziz, eta erakarpen-osinen banaketa ilunduz, praktikan ezinezkoa bihurtuz.

Ba, esan behar da, Mekanika Klasikoaren arlotik irten gabe ere, eta problema erabat deterministak izan arren, era horretako osin-muga *fraktalak* agertzen direla praktikan (ET 86, AE 87). Adibidez, bi erakarle arrunt (ez-kaotiko) dituen problema bati dagozkion erakarpen-osinak adierazi dira 6.10. irudietan osin-muga fraktalaz banaturik (AE 87). Ikus daitekeenez, muga fraktal horren egitura eskala desberdinetan behin eta berriro ageri da, eta horrek praktikan, hasierako baldintzak finkatzean puntuaren koordinatuak erabateko zehaztasun osoz ezagutzen ez baditugu, sistemak zein erakarlerantz eboluzionatuko duen ezin jakin dezakegula adierazten digu.

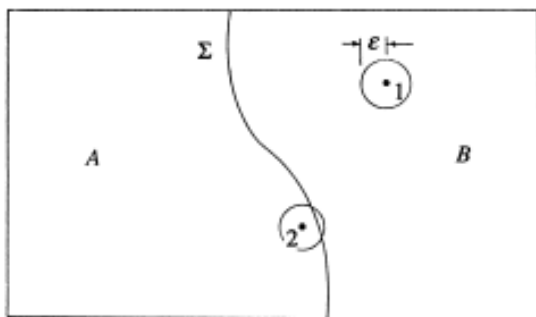
Lerro edo kurba fraktalak zer diren? Labur esanda, kurba arruntak unidimentsionalak direla esan ohi da, eta plano, berriz, bidimentsionala. Ordea, fraktalek tarteko dimentsioa dute (dimentsio fraktala alegia) eta 6.10. irudikoen kasuan, bat baino handiagoa eta bi baino txikiagoa delarik.

6.10. irudietara itzuliz, berriro har dezakegu lehenago Gorbeia mendiarekin egindako analogia. Beltzez dauden puntuak erakarle batera eboluzionatuko dutenak dira, Mediterraneora adibidez, eta zuriz daudenak bestera, Kantaurira kasu. Muga leuna denean (6.10.a. irudia) ez da oztopo berezirik izango, ura nora joango den jakiteko, mugatik pixka bat urrun bagaude behinipehin; baina muga fraktala denean bai, zeren orduan puntu zuri eta beltzak guztiz nahastekaturik baitaude azalera zabalean barrena. Gainera arazo hori ez da desagertzen irudiaren

handipena egitean, *egitura fraktala* behin eta berriro agertzen baita (6.10.b. irudia).

Beraz, oztopo praktikoa bat izango dugu hasierako baldintzen zehaztapenetik datorrena, zeren problema determinista izan arren, errore txiki baten kausaz, sistemaren eboluzioa aurresean oker ibiliko baikara; hau da, konkretuki muga fraktala dugunean, zein erakarlera joango den segurtasunez aurreseate ezinezkoa izango da. Arazo horrek *sentikortasun-eskualdeen* arazora garamatza. Azal dezagun laburki zertan datzan.

Demagun hasierako baldintzak ε doitasunez ezagutzen ditugula (ikus 6.11. irudia). Mugatik urrun samar bagabiltza, ez da arazorik agertuko; adibidez, hasierako baldintzak 1 puntuari dagozkionak badira, ε errorea egon arren sistemak beti joko du B erakarlera. Hala ere, mugaren inguruko puntuen kasuan, zalantzak eduki ditzakegu, zein erakarlera joko duen jakiteko; adibidez, 2 puntuaren finkapena ε doitasunez egiten badugu, sistemak A zein B erakarlera jo dezake. Horrelako baldintzetan, fase-espazioko eskualde ez-ziurraren bolumenak kontsideraturiko espazioaldearen bolumenarekiko duen frakzioa, f , azter dezakegu.



6.11. irudia. Sentikortasun-eskualdeak definitzeko modua.

Irudiko kasuari dagokionez, muga leuna delarik —alegia geometria arruntean erabili ohi den lerro kurbadun arrunta delarik—, argi dago

ezen $f \propto \varepsilon$ dela. Dena den, hau ez da beti horrela gertatzen, eta ez hori soilik, sistema dinamiko ez-linealetan bestelako erlazio hau agertzen da sarri: $f \propto \varepsilon^\alpha$ non $\alpha < 1$ den. Hain zuzen, horixe gertatzen da osin-muga fraktala denean. Esate baterako, 6.10. irudietako kasuan, puntu zuri eta beltzen artean ez dago muga arruntik, muga fraktala baizik. Horrelako kasuetan azken egoerarekiko *sentikortasun-eskualdea* dagoela esaten da, eta orduan, α unitatea baino nahiko txikiagoa denean adibidez, hasierako baldintzen doitasuna, ε , asko hobatu arren, ez da horrenbeste hobatzen azken erakarlearen ezagutzan dagoen ziurgabetasuna, berau f frakzioaren bidez nolabait adierazita dagoelarik. Bestalde diogun ezen α horrek lotura zuzena duela osin-mugaren dimentsioarekin (ET 86).

Dena dela, azpimarratu egin behar da, aipaturiko muga fraktal horiek sistema fisiko ez-linealaren parametroen balio batzutarako soilik agertzen direla, eta muga leunen kasuan, errorea kontrolatuz ez dagoela oztopo berezirik auresamenerako. Baina, ikusi dugunez, muga fraktalekin oztopoak izango ditugu praktikan, azken egoera asintotikoko erakarlea zein den auresateko.

Horregatik beren auresanetan asmatzen ez dutenean, batzutan bederen, barkatu egin behar zaie meteorologoei. Adibidez, *tximeleta efektua* aipatuko genuke meteorologian, higidura kaotikoaren eta osin-muga fraktalen kontextuan. Bi hasierako baldintza oso hurbil exponentzialki banatzen dira beren eboluzioan. Alegia, demagun meteorologoak datu guztiak dituela hartuta, oso ordenadore ahaltsua duela eta dena prest daukala simulazioaren bidez hurrengo egunetako eguraldia auresateko, jokabide deterministaren arabera. Bapatean tximeleta bat etorri eta hegoak higitu ditu, hasierako baldintzak pixkatxo bat aldatuz. Lehenago azalduko sentikortasun-eskualdeetako baldintzak badaude, hori nahikoa izan liteke, epe luzerako auresana okertzeko, izorratzeko. Exagerazio pittinarekin, horrexegatik deritzo “tximeleta” efektua.

Beraz, ondorio modura, bi oztopo praktiko azaldu ditugu determinismoaren arloan. Batetik higidura kaotikoaren kasuan gertatzen dena eta bestetik, higidura asintotikoa arrunta (alegia, kaotikoa ez dena) izan arren, erakarle desberdinen arteko osin-mugak fraktalak direnean gertatzen dena.

6.4. ZIURGABETASUN-PRINTZIPIOA ETA MEKANIKA KUANTIKOAREN ARLOKO DETERMINISMOA.

Sentikortasun-eskualdeei buruz esandakoa Mekanika Klasikoaren arloan esan izan den arren, kontzeptua Mekanika Kuantikoaren arlora eramango bagenu, arazoak benetako garrantzia izango lukeela ikus dezakegu, bertan ziurgabetasun-printzipioarekin egiten baitugu topo (PL 87, PE 91, TO 87).

Ziurgabetasun-printzipioaren arabera, ez da posiblea partikula baten posizioa eta momentu lineala erabateko doitasunez batera neurtzea, alegia, biak maila klasikora “anplifikatzea”. Printzipioak dioenez, muga bat dago neurketa bien doitasunen arteko biderkadurarako,

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar \quad (19-2)$$

eran adieraz daitekeena, lehenagoko 5.13. atalean azaldu dugunez. Adierazpen horren arabera, zenbat eta posizioa doitasun handiagoaz zehaztu, doitasun txikiagoa lortu ahal izango da momentu linealaren zehaztapenean. Aurreko atalean aipatu dugunez, ikuspuntu klasikotik ziurgabetasun horrek arazoak sortuko lituzke hasierako baldintzak finkatzerakoan sentikortasun-eskualde batetan bageunde, muga horrek auresankortasunerako ahalmen osoa deuseztatuko bailiguke, determinismo praktikoa kolokan jarriz.

Dena den, Mekanika Kuantikoaren arloan determinismoarekiko arazoak ez dira ziurgabetasun-printzipioarekin bukatzen. Beti entzun

izan da, Mekanika Kuantikoa probabilistikoa dela eta, beraz, determinismoaren arloaz kanpokoa dela. Baina eritzi horrek zenbait iruzkin merezi du.

Lehenago 5.13. atalean ikusi dugunez, sistema kuantikoaren egoera kuantikoaren eboluzio denborala erabat determinista da, eboluzio hori Schrödinger-en ekuazioak —(5–101) adierazpenekoak— definitzen duelarik. Ekuazio hau Fisika Klasikoan ageri direnen modura portatzen da determinismoari dagokionez, eta baliagarria da sistema kuantikoaren gainean neurketarik —hau da, behaketarik— egiten ez den bitartean. Honelatan, bada, ikuspuntu horretatik hitz eginez, $|\psi\rangle$ egoera kuantikoak errealitatea deskribatzen duela kontutan harturik, egoera kuantikoari dagokionez teoria kuantikoan ez dago inolako indeterminismorik. Prozesu honi **U** prozesua (“unitary”) deritzote zenbait autorek (Penrose-k adibidez, PE 91).

Arazoak neurketak egitean ageri dira, alegia, efektu kuantikoak maila klasikora anplifikatzean, orduan bestelako arauak erabili behar baitira. Une horretan jadanik ez da baliagarri Schrödinger-en ekuazioa eta emaitza zein izango den alde zuretik jakiteko, probabilitate-anplitude konplexuen karratuak kalkulatu, probabilitateak kalkulatu beharko ditugu. Une honetan sartzen da probabilitate kontzeptua teoria kuantikoan. Prozesu honi **R** (“reduction”) edota “*jauzi kuantikoa*” edo “*uhin-funtzioaren kolapsoa*” deritzo.

Hortaz, bi prozesu matematiko desberdin kontsideratu behar dira. Batetik, **U** delakoa arautzen duen legea, guztiz determinista da; gainera, lineala izanik, gainezarmen-printzipioa baliagarria da bertan, eta modu jarraian eragiten du. Ordea, **R** delakoa lege probabilistikoa da, bertan gainezarmenik ezin kontsidera daiteke, eta eten garbia sortzen du egoerari dagokionez. Hala ere, bi prozedurak beharrezkoak dira izaera kuantikoa ulertzeko, elkarren osagarri (*) direlarik, eta guztiz

* Kontuz “osagarri” hitzarekin. Hemen ez dugu erabili nahi Bohr-en osagarritasunaren printzipioan duen esangurarekin, Penrose-k ematen dion esangurarekin baizik (PE 91).

beharrezkoak teoria kuantikoaren eta experimentuen emaitzen artean dagoen adostasuna ulertzeko.

Ikusi denez, bada, neurketak egiterako orduan sartzen dira Heisenberg-en printzipioko ziurgabetasunak, ageri diren probabilitateak anplitudeen moduluen karratuen arabera izanik (*). Neurketarik ez dagoenean, determinismoak agintzen du. Arazoak “neurketak” egitean ageri dira, beraz. Eta neurketa “maila klasikorako anplifikaziotzat” hartu dugularik, maila klasiko mekaniko-kuantikoki uler ote daitekeen galde daiteke. Arazoa ez dago argi. Zenbait autorek uste dutenez, aurkezturiko dikotomiak bere horretan iraungo du betirako, materiarekiko inherentea dela onarturik, baina beste batzuren eritziz (Penrose tarteko), teoria sakonago batek etorri beharko du, aurreko prozedura biak bilduko dituen. Guri dagokigunez, jarrera desberdinen aipamen hutsarekin, puntu horretan utziko dugu hemengo eztabaida.

6.5. ENTROPIAREN ARAZOA.

MUNDUA DESORDENARANTZ OTE DOA?

Pertsonen konszientziaren ikuspuntutik, denbora etengabe aurrerantz doan magnitudea dela dirudi, iragan ezagunetik etorkizun ezezagunerantz. Hala ere, Fisikaren arloan ageri diren lege dinamikoak (Newton-en legea, Hamilton-en ekuazioak, Maxwell-en ekuazioak, Schrödinger-en ekuazioa,...) simetrikoak dira denborarekiko, alegia, ez dira aldatzen t jarri ordez $-t$ jartzean, edo, beste hitz batzutat esateko, berdin balio dute etorkizunerantz zein iraganerantz. Beraz, dirudienez, lege horiei dagokienez, ez dago desberdintasunik iraganaren eta etorkizunaren artean. Dena dela, Fisikaren lege guztiak ez dira mota horretakoak, eta horien artean ba da bat, denborarekiko asimetrikoa dena, *Termodinamikaren bigarren legea* hain zuzen, edo, beste hitzez, *entropiaren legea* deritzona, 5.10 atalean aztertutakoa. Jarraian azaltzera

* Hauxe izan zen Heisenberg-en planteamendua. Gero berak printzipio mailara igon zuen, baina horretaz interpretazio desberdinak daude (TO 93).

saiatuko garenez, lege horrek emango digu etorkizuneranzko eboluzio itzulezinaren berri.

Naturan ohiturik gaude *prozesu itzulezinak* ikustera. Bizitza bera prozesu itzulezina da: jaio, hazi eta hil egiten gara, eta prozesu horretan atzerantz egiterik ez dago. Itzulezintasun hori entropiaren legeaz adierazi nahi izan da, esanez, «*sistema isolatuaren entropia handitu egiten dela prozesu itzulezinetan*» (prozesu itzulgarrietan konstante mantentzen da). Bestalde, entropia “ordena nabarmenaren neurria” dela esan ohi da, alegia, ordena makroskopikoaren neurria. Ikusiko dugunez, zenbat eta entropia txikiagoa, ordena makroskopiko handiagoa egongo da sisteman, eta, ondorioz, entropiaren legea kontutan hartuz, «*denborarekin sistema fisiko isolatuen desordena handituz doala*» esan ohi da (*). Kontua hauxe da, ea “ordena” hitza zer esangurarekin erabiltzen den (CA 60, ZE 70, DE 85, SS 86).

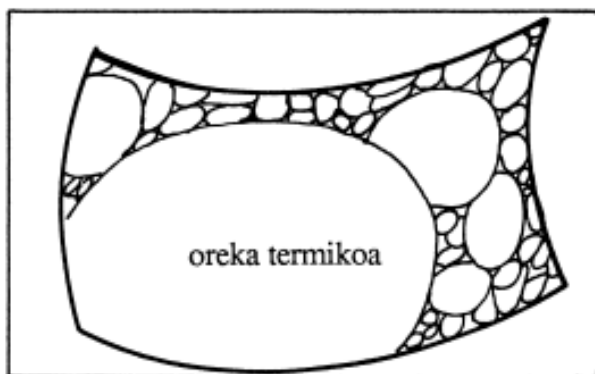
Fisikaren arloan ageri diren magnitudeen kasuan, definizio matematiko zehatza eman ohi da. Kasurako, momentu lineala, momentu angeluarra edo energia zinetikoa partikulen posizio eta abiaduren bidez definitzen dira. Baina nola defini ote daiteke “ordena”, eta horren bidez entropia neurtu? “Ordena” kontzeptua, bere esangura arruntan, berba egiten duenaren kontzeptzio estetiko subjektiboen arabera izan daiteke, eta horrek ez luke baliorik izango zientziarako. Normalki, gauza bakoitza dagokion lekuan egoteari ere esaten zaio “ordena”, eta definizio-mota hau hurbilago dago erabiliko dugunetik. Azken batez, jarraian ikusiko dugunez, erabiliko den definizioan, entropia definitzean ordenaren neurria emango digun magnitudea, egoera makroskopiko konkretuan partikulek har ditzaketen antolamendu baliokide desberdinen kopurua izango baita. Has gaitezen, ba, entropiarekin.

Entropiaren definiziorako, fase-espazioan definituriko kontzeptuetan oinarrituko gara. Dakigunez, sistema fisiko bati dagokion fase-

* Isolaturik ez dauden sistema irekietan bestelakorik gerta daiteke. Sistema irekien entropiaren problematikaz sakontzeko, oso interesgarria da Prigogine-ren lanak aztertzea (besteren artean, ikus LT 86, PS90).

espazioko puntu bakoitzak erabat determinatzen du sistemak aldiune konkretuan duen egoera (posizioak eta abiadurak edo momentuak). Demagun fase-espazioa multzoka antolatu dugula, ikuspuntu makroskopikotik berdinak diren puntu guztiak multzo berean bildurik. Alegia, multzo bereko puntuei dagozkien egoerak, partikula konkretuen higidura mikroskopikoak desberdinak izan arren, berdinak dira makroskopikoki behagarriak diren magnitudeen ikuspuntutik (honetaz Mekanika Estatistikoaren arloan esandakoak gogora ekar daitezke). Antolakuntza horri *garau lodiko* antolakuntza deritzo, multzo edo garau bakoitza egoera makroskopiko bati dagokiolarik (nahiz eta egoera mikroskopiko desberdin askoren adierazpena izan) (PE 91).

Fase-espazioa garau lodiko antolakuntzan eratzean, garau edo gela bakoitzeko egoerak makroskopikoki desberdintezinak dira. Gela desberdinak egoera makroskopiko desberdinei dagozkie eta bolumen desberdinekoak izango dira. Esate baterako, Mekanika Estatistikoari buruzko 5.11. atalean ikusi dugunez, gas arruntaren kasuan banaketarik probableena *banaketa maxwelldarra* da $-(5-71)$ adierazpenekoa—, eta *oreka termikoa* dagokio. Beraz, gelarik handiena, ia-ia fase-espazio osoa beteko duena, oreka termikoa dagokiona da (ikus 6.12. irudia).



6.12. irudia. Fase-espazioaren garau lodiko banaketan, gela bakoitza egoera makroskopiko bati dagokio. Gelarik handiena, oreka termikoa adierazten duten puntu guztien multzoak osotzen duena da.

Fase espazioko “garauen” bolumen desberdinen arteko erlazioa nolakoa den ulertu ahal izateko, adibide bat jarriko dugu (PE 91). Demagun, adibidez, metro kubikoa betetzen duen gasaren kasua. 5.11. atalean ikusi genuenez, oreka termikoari dagozkion egoera indibidual piloa dago; alegia, makroskopikoki berdinak diren milioika konfigurazio desberdin daude, bakoitzari fase-espazioko puntu bat dagokiolarik, eta guztiak oreka termikoari dagokion garau berean bil ditzakegularik. Demagun, fase-espazioko beste garau batetan, gas guztia (lehenago metro kubikoan kontsideratu duguna) kuboaren izkina batetan eta zentimetro kubiko batetan kontzentraturik egoteari dagozkion fase-espazioko puntu guztiak bildu ditugula. Esan bezala, bigarren egoera honi dagozkion konfigurazio guztiak beste garau batetan adieraz ditzakegu. Zer esanik ez, lehenengo egoerarekin konparatuz, askoz ere puntu gutxiago izango ditugu garau horretan, bigarrena oso antolakuntza bitxia izango baita, kubo osoko orekakoak baino aukera askoz gutxiago izango dituen. Pentsatzekoa denez, bigarren garauaren fase-espazioko bolumena lehenengo garauarena baino askoz txikiagoa izango da. Hain zuzen, kalkuluak eginez ikus daitekeenez, bi garau horien bolumenen arteko erlazioa $10^{10^{25}}$ mailakoa da. Ikaragarria benetan!

Lehenago esan dugunez, *entropia* kontzeptua fase-espazioko garauen bolumenarekin erlazonaturik dago. Baina bolumen desberdintasunak hain handiak izanik, eskala logaritmikoa hartu ohi da, entropiaren definizioa modu honetara zehaztuz,

$$\text{entropia} \equiv k \ln V \quad (6-3)$$

non V delakoa egoera makroskopikoari dagokion garauak fase-espazioan duen bolumena den, eta k delakoa *Boltzmann-en konstantea*, honako balioa duelarik,

$$k = 1.3805 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}, \quad (6-4)$$

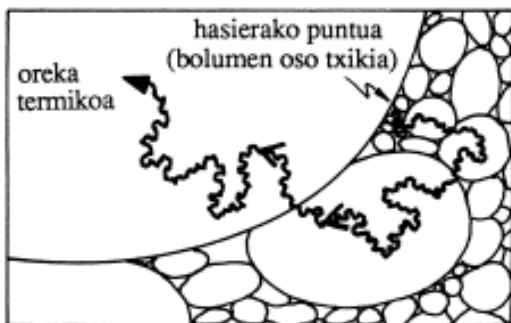
lehenagoko (5–75) adierazpenean azaldutako berbera.

Orain ordena eta entropia kontzeptuen erlazioaz mintza gaitzke. Fase-espazioko bolumena zenbat eta txikiagoa izan, egoera makroskopiko bera adierazteko konfigurazio baliokide gutxiago egongo dira, eta horrek esan nahi du, modu oso konketuetan antolatutik egon beharko dutela partikulek, edo, esangura horrekin, ordena handia egon beharko dela sisteman. Ostera, fase-espazioko bolumena handia bada, konfigurazio desberdin baliokide asko daudelako da, eta horrek partikulen disposizio desberdin posible asko esan nahi du, hots, ordena gutxiago edo desordena gehiago. Esandakoaren arabera, entropia sistemaren *desordenaren* neurriaren adierazlea da, desordena hitza hemen emandako esanguraz erabiliz.

Definizioa eman ondoren, itzul gaitzen Termodinamikaren bigarren legearen azalpen posibler. Zergatik du sistemaren entropiak handitzeko joera? Galdera horri nolabait erantzuteko, kutxaren izkinan kontzentraturiko gasaren adibidera itzuliko gara berriro. Demagun nola edo hala zentimetro kubikoan kontzentraturik eduki dugula gasa hasierako aldiunean (presiopean, noski; holtz edo trenkada baten bidez kasurako). Une batez aske utzi dugu gasa, metro kubiko osoan zehar hedatzeko moduan. Zer gertatu da hurrengo aldiunean? Experimentua egitean ikusi dugunez, holtza kendu eta berehala, gasa zabaldu eta hedatu egin da kutxa osoan barrena, eta denbora-tarte baten ondoren oreka termikora iritsi da, inguruko baldintzak aldatu arte bertan gelditu delarik. Ordutik aurrera, makroskopikoki ez da aldaketarik izan, nahiz eta mikroskopikoki etengabeko higidurak gertatu diren, zeintzuen adierazlerik garbiena higidura brownarra den.

Nola azal daiteke hori fase-espazioko hitzetan? Hasierako aldiunean, gasaren egoera adierazten zuen puntua, bolumen oso txikiko garau edo eskualdean zegoen. Gasa hedatuz joan den neurrian, bolumen handiagoko garaueetatik pasatu da –egoera makroskopiko desberdinetatik–, bolumen bakoitza aurrekoa baino askoz handiagoa

izanik (erlazio ikaragarriaz) (ikus 6.13. irudia). Azkenean, sistemaren egoera adierazten duen puntua oreka termikoari dagokion garauan sartu da, zeinaren bolumena dagoenik eta handiena den, diferentzia itzelaz, ia-ia fase-espazio osoa betetzen duelarik. Behin bertara sarturik, oso probabilitate txikia izango du (praktikoki nulua) denbora errealean garau horretatik irteteko. Horren arabera, bigarren legearen azalpena horrelako zerbait izango da: *«sistemaren adierazlea den puntua fase-espazioko bolumen txikiko garauetik abiatzen bada, bereziki probablea izango da, bolumen handiagoko garauetara pasatzea eta, ondorioz, entropia handitzea».*



6.13. irudia. Bolumen txikiko garauetik irtetean, fase-espazioan sistemaren egoera adierazten duen puntua, bere higidura ia-aleatorioan, gero eta bolumen handiagoko garauetara pasatuko da.

Aurreko azalpenarekin, izatez, desbideratu egin dugu genuen kezka eta galdera. Diogunez, unibertsoaren entropia handituz badoa, hasierako aldiunean entropia oso txikia izan duelako da. Kontua da, unibertsoaren historia entropia txikiaz zergatik hasi zen azaltzea. Eta eskala txikiagoan gorputz organizatuen kasuan dagoen entropia txikia mantentzeko behar den entropia txikiko iturria non dagoen. Zeren eta gure inguruan entropia txikiko multzoak baitaude. Adibidez, *gure gorputza bera erabat antolaturiko eta organizaturiko partikulen multzoa da*, beraz, *oso entropia txikikoa*. Egunero darabiltzagun erregaiak (egurra, petrolioia eta

bertatik eratorritakoak,..) entropia txikiko gorputzak dira, eta horregatik erabil ditzakegu energi iturri modura.

Bizitza bera entropia txikiko gorputzen etengabeko antolakuntza da. Horretarako entropia txikiko iturrietatik energia atereaz jotzen dute bizidunek —janaria arnasketako oxigenoaz errez, gure kasuan—, aldi berean ordena handiko eta entropia txikiko gorputz-atalak antolatuz.

Labur esanda, Lur planetaren bizitzarako behar den entropia txikiko iturria, zeruan dagoen tenperatura handiko puntu beroa da, eguzkia alegia. Bertatik datozen argi-izpien energia, landare berdeen fotosintesiaren bidez finkatzen da, entropia txikiko antolakuntzak sortuz (landareen hazkuntza, janaria, oxigenoaren berrantolaketa,...). Orohar, Lurrak energia handiko eta entropia txikiko fotoiak hartzen ditu eguzkitik, eta berriro erradiatzen du espaziora harturiko energia, baina energia txikiko eta entropia handiko fotoien bidez, berauek espektruan maiztasun txikiagoei dagozkielarik. Prozesu osoan unibertsoko energia kontserbatu eta entropia handitu egin da, baina, Lurraren antolakuntzari dagokionez, entropia bere horretan mantentzen da gutxi gorabehera. Azken batez, bizidunak edota Lurra bera ere sistema irekiak baikara, kanpoko iturrietaz elikatzen garenak, eta sistema itxi osoa (unibertsoa, kasurako) kontsideratzean entropia handituz doan arren, barneko sistema ireki lokaletan, posiblea baita entropia txikitzea edo aldatu gabe mantentzea. Beraz, Naturak desordenarantz eboluzionatzen duela esaten denean, esangura horrekin ulertu behar da, sistema ireki eta itxien arteko desberdintasuna kontutan izanik.

Ordenaren kontzeptzio lokal/orokor horretatik abiatuz, eta kosmologiaren arloan sartuz, zenbait iruzkin egitea komeni da. Erakarpen grabitatorioa prozesu naturala izanik, beraren bidezko eboluzioetan entropiak handitzeko joera duela frogatu daiteke. Ikuspuntu horretatik unibertsoaren historia entropikoa egin daiteke, gaur eguneko teoria ortodoxoaren arabera. Hasieran *Big Bang* deritzon leherketa gertatu zen, oso entropia txikiko egoera izan zelarik. Kalkulatu denez, fase-espazioko orduko egoerari dagokion garauaren bolumenaren eta

oraingoari dagokion garauaren bolumenaren arteko erlazioa $10^{10^{123}}$ motakoa da. Itzela benetan! Zifra hori idazteko, lehenengo 1 zenbakia eta beraren ostean 0 zenbakia 10^{123} aldiz jarri beharko genuke. Unibertsoko protoi bakoitzari 0 zenbaki bana itsatsita ere ez ginateke horretara iritsiko, ez eta hurrik eman ere!

Leherketa nagusiaren ondoren, denborarekin, gas difusoaren banaketa nahiko uniforme gertatu zen unibertsoan barrena, oraindik ere oso entropia txikiaz, harik eta grabitatearen eragina funtsezkoa gertatu zen arte. Dirudienez, gas difusoaren kontzentrazio grabitatorioaz sortu ziren galaxiak eta izarrak. Eguzkia bezalako izar tipikoetan, kontzentrazio grabitatorioaren eraginez berotutako gasean baldintza egokiak sortu ziren, bertan erreakzio termonuklearrak (hidrogenoaren fusioa nagusiki) abiarazteko, bi ondorio nabarmen izanik. Batetik grabitazioagatiko kontzentrazio-prozesua balaztatu egin zen, momentuz oreka-egoera sortuz eta gehiago kontzentratu gabe iraunez, eta bestetik, eguzkia “puntu bero” motako entropia txikiko iturri bihurtu zen.

Aurreko parrafoan esandakoaren arabera, izarrak sortzeko prozesuan materia “ordenatu” egiten delarik, itxuraz, ba dirudi materiaren “antolakuntza” edo “ordena” handituz doala, baina arazoa entropiaren ikuspuntutik analizatuz, Termodinamikaren bigarren legearen arabera doala dirudi.

Nolanahi dela, diogun ezen, prozesu osoa kontsideratuz, unibertsoaren entropia etengabe handitzen ari dela, eta horrela segituko duela, nahiz eta Big Bang-etik hona 10^{10} urte inguru iraun duen prozesuak beste horrenbeste eta gehiago iraungo duen, azkenean *Big Crunch* deituriko eztandan amaituko balitz ere, bertan entropia “maximora” iritsiko litzatekeelarik.

Laburbilduz, teoria fisikoetan ageri den simetria denborala, etengabe dago kontraesanean denboraren geziarekin. Natura den modukoa delako, unibertsoaren entropia handituz doa etengabe.

6.6. BORONDATE ASKEA ETA DETERMINISMOA

Aurreko ataletako iruzkinen ondoren, ba dirudi, Fisikaren oinarri-oinarrian lege deterministak daudela, eta fisikarien lana lege horiek aurkitzea dela. Sorreratik unibertsoak izan duen eboluzioa, lege determinista horien arabera izan bada, eta hasierako baldintzak (hasierarik egon bazen) konkretuak izan zirenez, historia osoan zehar gertatu diren aldaketak, horrela gertatu behar zirelako gertatu izan dira. Hala ere, bistakoa denez, planteamendu hori azken muturreraino eramanez, zenbait arazo eta kontraesan sor daitezke fisikariengan, beren eginbeharrei buruzkoak kasu, gainditzeko zailak direnak eta, berez, gainditu gabe daudenak. «Zertarako gaude hemen?», «geure etorkizuna antolatzekeko posibilitaterik ba ote dugu?», «“borondate askea” pertsonen ahalmena ote da ala ilusio hutsa?», «mundua aldatzeko aukerarik ba ote dago?», «predestinaturik ote gaude?» eta abar.

Gisa horretako galderak ez dira agian fisikarientzat eginak, nahiz eta filosofoek eta bestek maiz planteatzen dituzten; baina horietaz zerbait esaten saiatuko gara, eta, edozertara, kontraesan horien bidetik gogoeta fisiko-filosofiko honi bukaera emateko, pertsonen “*borondate askearen*” edo “*aukerarako askatasunaren*” problemarekin egiten dugu topo. Eta kasu horretan, teorikoki bederen, honako galderak egin ditzakegu: Etorkizuna nolabait aukera ote dezakegu? Eguneroko erabakiak hartzerakoan benetan libreak ote gara? Guk nahi modukoak izaten saiatzeak merezi al du?

Fisikaren munduan eta, hortaz, materiaren konportamoldearen munduan determinismoa nagusia bada, eta materiarekin zerikusirik duten aldaketa guztiak lege deterministen arabera izan badira, unibertsoaren historia guztia hasieratik bertatik determinaturik dagoela dirudi. Horren arabera, pertsonen (edo animalien eta, orohar, “bizidunen”) *borondate askea*, alegia, erabakiak hartzeko ahalmena, ilusio hutsa baino ez litzateke. Garen modukoak gara, garen modukoak izan behar dugulako, eta zernahi egiten edo aukeratzen dugularik ere,

izan behar dugun modukoak izango gara. Gertaera oro, pertsonen eraginpetik sorturikoak barne, aldez aurretik determinaturik balego, erabakia bera ere determinaturik legoke. Etorkizuna eta iragana, biak modu berean, guztiz determinaturik leudeke. Etorkizuna auresateko eta aldatzeko ahalegin guztiak alferrikakoak lirateke, dena aldez aurretik determinaturik bailegoke. Etsipen ikaragarria, mundua hoba daitekeela uste dugunontzat.

Arazoa, ea gauzak benetan horrela diren jakitean datza. Batzuren ustez, hutsuneak daude gure analisietan, eta, bestalde, Naturari buruz dugun ezagutza eta darabiltzagun teoriak ez dira osoak eta zuzenak, nahiz eta arlo askotan lorturiko hurbilketa teorikoa oso ona izan.

Beharbada, teoria fisikoen barneko determinismoa, arazoaren parte bat baino ez da. Fisikari batzuk uste dutenez (PE 91), mundua determinista izan arren ez-konputagarria izan daiteke, eta horrela, etorkizuna presenteak zehazturik eta finkaturik egon arren ere, ez da kalkulagarria. Sentikortasun-eskualdeen arazoaren antzeko zerbait litzateke. Holakoen eritzian, pertsonen borondate askea gure adimen konszienteen ekintza ez-algoritmiko (hots, ez-konputagarri) bati loturik legoke. Adibidez, Penrose-k uste du, teoria berri batek etorri beharko duela (berak “Grabitazio Kuantiko zuzena” izena eman diona), zeinean osagarri ez-algoritmikoren bat egongo den, nahiz eta teoria horrek ere “dena” azalduko ez duen.

1985. urteko udazkenean “azarea” gaitzat harturik eginiko bilkuran —bertako ponentzia eta eztabaiden berri izateko ikus LT 86—, eztabaida orokorra antolatu zen «determinismoa eta askatasuna» gaiaren inguruan, bertan arlo desberdinetako goi-mailako zientzilariek parte hartu zutelarik. Inork azalpen garbirik eman ez bazuen ere, ez dirudi inortxok ere kontraesanik planteatu zuenik, teoria fisikoen determinismoaren eta pertsonen borondate askearen artean. Bestetik, batek baino gehiagok zehazki adierazi zuen, Fisikan gauza guztiak ezin azal daitezkeela eredu deterministen bidez (G. Ludwig-ek kasu). Beste batzuk (R. Margalef-ek, adibidez) izaki bizidunen energiaren arazoa

materialen kontsiderazio hutsa baino transzendenteagoa delako zentzazioa azaldu zuten, baina dena galdera mailan utzirik. Izan ere, bizidunak sistema ireki modura kontsideraturik, ahaleginean dihardute etengabe entropiaren maila mantentzeko lehian, entropiaren handipenak beren heriotzea bailekarke.

Ausartagoek (Prigogine, adibidez) formalismo ez-deterministen egokitasunaz eta premiaz mintzatu ziren, eta borondateari dagokionez, zerebroa sistema oso ez-egonkor eta kaotiko modura ulertzen dutela adierazi zuten. “Askatasuna” zentzazio bat dela diotenen aurrean, “egintza” edo “gertaera” bat dela azpimarratu zuten. Izan ere, zientzilarien ekintza bera ere borondate askearen kontzeptuan oinarrituta dago. Experimentuak gure nahiaren arabera antola ditzakegu, Naturako prozesuen erlazio deterministak aurkitzeko helburuz. Baina hor, itxuraz bederen, kontraesana ba dago (LT 86, PS 90).

R. Thom-ek zerebroak simetrien apurketarako mekanismoren bat eduki behar duela adierazi zuen, mekanismo hori borondate askearen osagaietarikoa dela iradokiz. Bide horretatik, Prigogine-k azpimarratu egin zuen, zerebroa ez dela informazioaren hartzaile pasiboa, erabakiak bifurkazio egoeretan hartzen direla azpimarratuz.

Edozein modutan, bileran nabarmenki ikusi zenez, ez dago inolako zehaztasunik, ez zientzilarien arteko adostasunik. Borondate askeari buruzko teorietan ihes egiten digun errealitate konplexuagoa ba dagoela susmatzen dugu. Gure ustez, Fisikak ez du honetarako erantzunik, eta problema hori irekita dago, oraingoz behinipehin. Teoria berriren batek etorri beharko du, agian.

7. BIBLIOGRAFIA

- AE 87 J. M. AGIRREGABIRIA, J. R. ETXEBARRIA, *Fractal Basin Boundaries of a Delay-Differential Equation*, *Phys. Let.. A* **122**, 241, 1987.
- AE 88 J. M. AGIRREGABIRIA, J. R. ETXEBARRIA, *Mekanika Analitikoa*, UEU, Iruñea, 1988.
- AF 71 M. A. ALONSO, E. J. FINN, *Física, Vol III, Fundamentos Cuánticos y Estadísticos*, Fondo Educativo Interamericano, Bogotá, 1971.
- BP 84 A. BERGE, Y. POMEAU, CH. VIDAL, *L'ordre dans le chaos. Vers une Approche Deterministe de la Turbulence*, Hermann, Paris, 1984.
- CA 60 H. B. CALLEN, *Thermodynamics*, John Wiley and Sons, New York, 1960.
- CH 84 *Chaos in Nonlinear Dynamical Systems*, J. CHANDRA Ed., Siam, Philadelphia, 1984.
- CI 84 *Universality in chaos*, P. CITANOVIC Ed., Adam Hilger, Bristol, 1984.
- CT 77 C. COHEN-TANNOUDJI, B. DIU, F. LALOE, *Quantum Mechanics*, Hermann, Paris, John Wiley and Sons, New York, 1977.

- CM 89 P. D. B. COLLINS, A. D. MARTIN, E. J. SQUIRES, *Particle Physics and Cosmology*, John Wiley & Sons, New York, 1989.
- DE 85 K.G. DENBIGH, J.S. DENBIGH, *Entropy in relation to incomplete knowledge*, Cambridge University Press, Cambridge, 1985.
- EI 84 A. EINSTEIN, *Sobre la teoría de la relatividad especial*, Alianza Editorial, Madrid, 1984.
- EG 77 A. EINSTEIN, A. GRÜNBAUM, A.S. EDDINGTON, *La teoría de la relatividad*, Selección de L. Pearce Williams, Alianza Editorial, Madrid, 1977.
- EL 84 R. M. EISBERG, L. S. LERNER, *Física. Fundamentos y aplicaciones*, Mc Graw Hill, Madrid, 1984.
- EO 91 J.M. ELORTZA, *Termodinamika Makroskopikoa*, UEU, Bilbo, 1991.
- ET 86 J. R. ETXEBARRIA, *Ekuzio jaraunskorak. I. Erradiazio elektromagnetikoa. II. Osin-muga fraktalak*, Doktorego-Tesia, UPV/EHU, Bilbo, 1986.
- ET 87 J. R. ETXEBARRIA, «Kaos determinista», in *UEUko ihardunaldien bilduma (1986. urtea)*, UEU, Donostia, 1987.
- ET 90 J. R. ETXEBARRIA, A. Einstein. *Kosmoa pentsagai*, Gaiak, Donostia, 1990.

- EP 92 J. R. ETXEBARRIA, F. PLAZAOLA, *Mekanika eta Uhinak*, UEU, 1992.
- FE 78 G. FEINBERG, *What is the world made of? Atoms, Leptons, Quarks and Other Tantalizing Particles*, Anchor Books, New York, 1978.
- FG 78 M. F. FEIGENBAUM, *J. Stat. Phys.* **19**, 25, 1978.
- FY 83 R. FEYNMAN, *El Carácter de la Ley Física*, Antoni Bosch Ed., Barcelona, 1983.
- FY 89 R. P. FEYNMAN, R. B. LEIGHTON, M. SANDS, *The Feynman Lectures on Physics*, Commemorative Issue, Addison-Wesley, Reading, 1989.
- FW 87 R. FEYNMAN, S. WEINBERG, *Elementary Particles and the Laws of Physics*, The 1986 Dirac Memorial Lectures, Cambridge University Press, Cambridge, 1987.
- FR 78 A. P. FRENCH, *Relatividad Especial*, Reverté, Barcelona, 1978.
- FT 84 H. FRITZSCH, *Los quarks, la materia prima de nuestro Universo*, Alianza Editorial, Madrid, 1984.
- GP 78 A. GALINDO, P. PASCUAL, *Mecánica Cuántica*, Alhambra, Madrid, 1978.
- GA 70 F. GANTMATCHER, *Lectures in Analytical Mechanics*, Mir, Moscow, 1970.

- GH 83 J. GUCKENHEIMER, P. HOLMES, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*, Springer-Verlag, New York, 1983.
- HB 84 HAO BAI-LIN, *Chaos*, World Scientific, Singapore, 1984.
- HA 89 S. W. HAWKING, *A Brief History of Time. From the Big Bang to Black Holes*, Bantam Books, London, 1989.
S. W. HAWKING, *Historia del Tiempo. Del Big Bang a los Agujeros Negros*, Ed. Crítica, Barcelona, 1989.
- HE 76 W. HEISENBERG, *La Imagen de la Naturaleza en la Física actual*, Ariel, Barcelona, 1976.
- IC 91 J. J. ICAZA, *La Construcción de la Mecánica Cuántica*, UPV, Bilbao, 1991.
- JA 87 J. D. JACKSON, *The impact of special relativity on theoretical physics*, Physics Today, May 1987, 34.
- KA 87 G. KANE, *Modern Elementary Particle Physics*, Addison-Wesley, Redwood City, California, 1987.
- LL 67 L. LANDAU, E. LIFSHITZ, *Mecánica Cuántica (Teoría no-relativista)*, Reverté, Barcelona, 1967.
- LT 86 P. T. LANDSBERG, G. LUDWIG, R. THOM, E. SCHATZMAN, R. MARGALEF, I. PRIGOGINE, *Proceso al azar*, Edición de J. Wagensberg, Tusquets, Barcelona, 1986.
- LB 90 J. M. LEVY-LEBLOND, F. BALIBAR, *Quantics. Rudiments of Quantum Physics*, North-Holland, Amsterdam, 1990.

- LO 63 E. N. LORENZ, *J. Atmos. Sci.* **2**, 130, 1963.
- MA 70 H. MARGENAU, *La Naturaleza de la Realidad Física. Una Filosofía de la Física Moderna*, Ed. Tecnos, Madrid, 1970.
- MN77a B. B. MANDELBROT, *The Fractal Geometry of Nature*, W. H. Freeman, New York, 1977.
- MN77b B. B. MANDELBROT, *Fractals: Form, Chance and Dimension*, W. H. Freeman, San Francisco, 1977.
- MI 69 P. MITTELSTAD, *Problemas Filosóficos de la Física Moderna*, Ed. Alhambra, Madrid, 1969.
- MT 73 CH. W. MISNER, K.S. THORNE, J. A. WHEELER, *Gravitation*, W. H. Freeman and Company, 1973.
- MO 87 A. E. MOYER, *Michelson in 1887*, *Physics Today*, May 1987, 50. or.
- NA 85 Y. NAMBU, *Quarks, Frontiers in Elementary Particle Physics*, World Scientific, Philadelphia, 1985.
- PA 84 A. PAIS, *El Señor es sutil... La ciencia y la vida de Albert Einstein*, Ariel, Barcelona, 1984.
- PE 91 R. PENROSE, *La nueva mente del emperador*, Biblioteca Mondadori, Madrid, 1991.
- PE 93 R. PENROSE, *Nature's Biggest Secret*, *New York Review of Books*, 1993, October, XL, N.17, 78-82. or.

- PI 87 J. M. PITARKE, «Erlatibitatearen Teoria Berezia eta Kausalitatearen arazoa», in *UEUko ihardunaldien bilduma (1986. urtea)*, UEU, Donostia, 1987.
- PL 87 F. PLAZAOLA, «Ziurgabetasun Printzipioa», in *UEUko ihardunaldien bilduma (1986. urtea)*, UEU, Donostia, 1987.
- PM 80 Y. POMEAU, P. MANNEVILLE, *Comm. Math. Phys.* **74**, 189, 1980.
- PS 90 I. PRIGOGINE, I. STENGERS, *La nueva alianza. Metamorfosis de la ciencia*, Alianza Editorial, Madrid, 1990.
- RA 90 A. RAÑADA, *Dinámica Clásica*, Alianza Editorial Textos, Madrid, 1990.
- RE 84 E. RECAMI, *Classical Tachyons and Possible Applications: A review*, Instituto Nazionale di Fisica Nucleare, 1984.
- RI 77 W. RINDLER, *Essential Relativity: Special, General, and Cosmological*, 2nd Edition, Springer-Verlag, 1977.
- RN 69 H. P. ROBERTSON, T. W. NOOMAN, *Relativity and Cosmology*, W. B. Saunders, 1969.
- RT 71 D. RUEELLE, F. TAKENS, *Comm. Math. Phys.* **20**, 167, 1971.
- RY 85 I. L. RYHMING, *Dynamique des Fluides*, Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1985.

- SR 83 J. M. SANCHEZ RON, *El origen y desarrollo de la relatividad*, Alianza Universidad, Madrid, 1983.
- SC 84 H. G. SCHUSTER, *Deterministic Chaos. An Introduction*, Physik-Verlag, Weinheim, 1984.
- SS 86 F. W. SEARS, G. L. SALINGER, *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics*, Third edition, 1986.
- SV 89 J. M. SMITH, H. C. VAN NESS, *Introducción a la Termodinámica en Ingeniería Química*, McGraw-Hill, México, 1989.
- ST 87 J. STACHEL, *Einstein and ether drift experiments*, Physics Today, May 1987, 45.
- SW 87 L. S. SWENSON JR, *Michelson and measurement*, Physics Today, May 1987, 24.
- TI 90 TIME-LIFE BOOKS, *Voyage through the Universe. The Cosmos*, Time-Life, Tennessee, 1990.
- TO 87 J. TOBAR-ARBULU, *Mekanika Kuantikoa zertan den*, in *Elhuyar, Zientzia eta Teknika*, **10**, 66-71, 1987.
- TO 93 J. TOBAR-ARBULU, *Mekanika Kuantikoaren zenbait berezitasun*, UEU, Bilbo, 1993.
- UE 84 UEU-REN FISIKA SAILA, *Fisika Saileko ekitaldiak*, 1983. *urtea*, UEU, Iruñea, 1984.

- UE 87 UEU-KO IHARDUNALDIEN BILDUMA (1986 URTEA), UEU, Donostia, 1987.
- UE 88 UEU-REN FILOSOFIA SAILA, *Filosofia eta Zientzia*, Printzak Saila, UEU, Iruñea, 1988.
- UE 90 UEU-REN FISIKA SAILA, *Fisikaren Historia Laburra*, UEU, Iruñea, 1990.
- UE 92 UEU-REN FISIKA SAILA, *Fisika Orokorra*, UEU, Bilbo, 1992.
- UR 91 A. URKAREGI, *Bioestatistika*, UEU, Bilbo, 1991.
- UZ 79 UZEI (Elkar lanean), *Fisika Hiztegia*, Ed. Vascas-Elkar-Hordago, Donostia, 1979.
- WE 72 S. WEINBERG, *Gravitation and Cosmology: Principles and applications of the General Theory of Relativity*, John Wiley & Sons, New York, 1972.
- WE 83a S. WEINBERG, *The first three minutes. A modern view of the origin of the universe*, Bantam Books, Toronto, 1983.
S. WEINBERG, *Unibertsoaren hasierako hiru minutuak*, Gaiak, Donostia, 1993.
- WE 83b S. WEINBERG, *The discovery of subatomic particles*, Scientific American, New York, 1983.
- WE 93 S. WEINBERG, *Dreams of a Final Theory*, Hutchinson Radius, London, 1993.

- WI 71 E.H. WICHMANN, *Quantum Physics*, Berkeley Physics Course-Volume 4, Macgraw-Hill, New York, 1971.
- ZE 70 M. W. ZEMANSKY, *Calor y Termodinámica*, Aguilar, Madrid, 1970.

KONTZEPTUEN ETA IZENEN AURKIBIDE ALFABETIKOA

- Å (angstrom), 55
- abiadura, 59, 103, 106, 107, 120, 125,
145, 167, 178, 187, 208
- abiaduraren deribatua, 125
- abiaduren banaketa-legea, 158, 159
- abiaduren batura zinematikoa, 59
- abiaduren baturaren lege galilearra,
60
- abiadura erlatiboa, 165
- abiadura espaziala, 165
- abiadura-bektorea, 165
- abiadura-eremua, 127
- ad hoc erako hipotesia, 60
- akzioa, 114
- aldaezin espazio-denborala, 62
- aldaezintasuna, 162, 167, 170
- aldagaia, 11, 23, 32, 33, 102
- aldagai bektoriala, 122
- aldagai dinamikoa, 158
- aldagai eskalarra, 122
- aldagai independenteak, 33
- aldagai termodinamikoa, 147, 158
- aldagai-aldaketa, 12, 13
- aldaketa diferentziala, 129, 130
- aldaketa globala, 130
- aldaketa lokala, 129
- aldaketa termodinamikoetako
norantza, 149
- aldaketa-prozesua, 148
- aldaketa-tasa denborala, 121
- aldaketa-tasa lokala, 121
- aldaketa-tasa osoa, 121
- aldakuntza, 35
- alderantzizko karratuaren legea, 31
- aldibereko espazioa, 194
- aldibereko neurketa, 58
- aldibereko plano, 194
- aldiberekotasuna, 42, 56, 61, 63, 191,
193
- aldiberekotasunaren erlatibotasuna,
189, 193
- aldiberekotasun-lerroa, 190, 191
- analisi tentsoriala, 171
- analogo estatistikoa, 158
- Anderson, 94
- angstrom (unitatea), 55
- anomalía experimental, 17
- anplitudea, 77, 178
- antielektroia, 94
- antipartikula, 87, 92
- antisimetrikoa, 95
- arazo ez-linealak, 196
- arazo filosofikoak, 185
- ardatzak, 49
- argazki-plaka, 79
- Argand-en plano, 178
- argia, 78, 83
- argiaren abiadura, 22, 53, 61, 140,
189, 192
- argiaren abiaduraren aldaezintasuna,
165
- argiaren abiaduraren
aldaezintasunaren postulatua, 21
- argiaren difrakzioa, 79
- argi gorri-laranja, 53
- argi ikuskorra, 55

- argi-iturria, 22
- argi-iturriaren intentsitatea, 79
- argi-izpiak, 50, 63, 68
- argi-konoa, 63, 64, 89, 189-194
- argi-urtea (unitatea), 56, 57
- argitasun/iluntasun-tarteak, 77
- argiztapen-ararteak, 79
- Aristotele, 29, 106
- arlo kuantikoa, 159
- arrazonamendua, 20
- asimetria, 142
- askatasuna, 216
- askatasun-gradua, 33, 103, 108, 112, 196
- askatasun kontzientea, 186
- Astrofisika, 55
- astrofisikaria, 55
- Astronomia, 30, 197
- atmosfera, 117
- atomoak, 143, 144, 172
- atomoaren erradioa, 57
- atomoaren teoria, 16
- aukerabide askea, 43
- aukerarako askatasuna, 215
- auresankortasuna, 186, 187, 195
- aurrikuspina, 104
- aurrikuspen denborala, 146
- autobalioa, 22
- Avogadro-ren zenbakia, 143
- azarea, 174, 216
- azeleragailua, 38
- azelerazioa, 106, 164, 166
- azken teoria, 6
- Bacon, 19
- baldintza beharrezkoa, 197
- baldintza nahikoa, 197
- Balibar, 83
- Baliokidetza-Printzipioa, 168, 169, 170
- Balmer-en zenbakiak, 16
- banaketa, 153, 154, 181
- banaketa-funtzioa, 155
- banaketa-legea, 154, 155, 157, 158, 157
- barioiak, 98, 99
- bariazioa, 114
- bariazioen kalkulua, 115
- barne-energia, 144, 145, 147, 156
- barne-indarra, 168
- barne-marruskadura, 125, 126
- barreiaketa, 184
- bateragarritasuna, 29
- Bateraketa Handiko Teoriak (BHT), 6
- bateraketa-teoria, 56
- batezbesteko balio egokiak, 161
- batezbesteko balioa aldagai termodinamikoarekiko, 158
- batezbesteko egun eguzkitarra, 37
- batezbesteko segundo eguzkitarra, 37
- batezbesteko urtea, 38
- behagarria, 32, 33
- behagarri termodinamikoa, 152, 161
- behaketa, 2, 20, 176
- behatzailea, 34, 162, 190
- behatzaile inertziala, 61
- bektorea, 74, 103
- bektore-analisia, 27
- bektoriala, 127
- berdea (quark), 97
- beroa, 147, 148
- bero-ahalmen espezifikoa, 126
- bero-kantitatea, 150
- beroaren fluxua, 149
- beroaren transferentzia, 126
- beruna, 40
- berrinterpretazioa, 92, 93
- bi zirrikituen experimentua, 81, 82, 85
- bibrazio atomikoa, 41

- bibrazio nuklearra, 41
- bibrazio-periodoa, 37
- biderkadura eskalarra, 177
- Big Bang, 38, 40, 213, 214
- Big Crunch, 214
- bigarren biskositate-koefizientea, 125
- bigarren motako higikari iraunkorra, 150
- bigarren ordenako ekuazio
 - diferentziala, 107, 109
- bigarren ordenako tentsore
 - simetrikoa, 124
- bigarren printzipioa, 149
- bigizta, 131
- bikien paradoxa, 66
- Biofisika, 1
- Biologia, 1, 197
- biraketa, 165
- biraketa espaziala, 164
- biraketa molekularra, 41
- birusa, 57
- biskositatea, 125, 126
- biskositate-koefizientea, 125
- biskositate-koefiziente dinamikoa, 125
- bizitza, 208, 213
- Bohr, 174
- Bohr-en eredu atomikoa, 16
- Boltzmann, 144
- Boltzmann-en konstantea, 156, 157, 159, 210
- bolumena, 15, 24, 49, 130, 131, 144, 145
- bolumenaren uzkurdura, 199
- borondate askea, 192, 193, 215
- Bose, 97, 154, 161
- Bose-Einstein-en banaketa-legea, 161
- Bose-Einstein-en estatistika, 97
- bosoiak, 95, 97, 154, 160
- bosoi ahul kargatuak, 98
- bosoi ahul neutroa, 98
- bosoi bektorialak, 97
- bottom (quark), 96
- Boyle-ren legeak, 15, 24
- bulkada, 112
- bultzada, 165
- charm (quark), 96
- Clausius, 150
- Clausius-en teorema, 150
- datazioa, 40
- de Broglie, 85
- de Broglie-ren uhin-luzera, 85
- Demokrito, 186
- denbora, 35, 118, 196, 207
- denbora eta espazioaren neurketak, 35, 47, 58
- denborarekiko aldaketa, 138
- denborarekiko eboluzioa, 105
- denboraren gezia, 42, 214
- denboraren gezi kosmologikoa, 44, 46
- denboraren gezi psikologikoa, 44, 189
- denboraren gezi termodinamikoa, 25, 44, 149
- denboraren txantiloia, 36
- denbora absolutua, 59
- denbora erreala, 212
- denbora propioa, 64, 66
- denbora-tartea, 37, 41
- denbora-translazioekiko
 - simetria, 73
- denbora-translazioekiko simetria, 85
- denbora-unitatea, 35
- dentsitatea, 120, 122
- deribatu partikularra, 122
- deribatu partzialetako ekuazioak, 104
- deribatu partzialetako ekuazio
 - diferentziala, 123

- deribatu partzialetako ekuazio
 - diferenzial lineala, 180
- desintegrazio erradioaktiboa, 39
- deskripzio eulertarra, 120, 121
- deskripzio kuantikoa, 85
- deskripzio lagrangearra, 120
- desordena, 44, 46, 207, 208, 211, 213
- determinismoa, 10, 24, 185, 186, 187, 189, 194, 195, 196, 199, 205, 207, 215, 216
- dibergentzia, 129, 131, 139, 142
- diferenzial zehatza, 148
- difrakzioa, 75
- difrakzio-arartea, 79, 80
- difrakzio-experimentua, 80
- difrakzio-irudia, 79
- dimentsioa, 202, 204
- dimentsio fraktala, 202
- dinamika, 73, 106
- Dirac, 22, 87, 94, 104, 175, 180
- Dirac-en delta, 181, 182
- Dirac-en ekuazioa, 43
- Dirac-en notazioa, 176
- distantzia, 50
- distantziarako elkarrakzioa, 76, 77
- distantziarako indarra, 133
- distantzien eskala logaritmikoa, 57
- distantzien zehaztapena, 57
- doiketa, 14
- doikuntza, 14
- doikuntza-mailak, 14
- doitasuna, 203- 205
- doitasun-maila, 37
- down (quark), 96
- eboluzio denborala, 23, 103, 112, 176, 187, 195
- eboluzio itzulezina, 208
- Eddington, 18, 20
- edertasuna, 30, 139
- efektua, 24, 188, 189, 191, 192
- efektu erlatibista, 134
- efektu fotoelektrikoa, 78, 79, 84
- efektu kuantikoa, 161
- efektu makroskopikoa, 148
- egitura fraktala, 203
- egitura molekularra, 1
- egoera, 32, 33, 102
- egoera asintotikoa, 197, 199, 204
- egoera iraunkorra (edo errepikakorra), 197
- egoera kuantikoa, 174, 175, 178, 184, 206
- egoera makroskopikoa, 153, 209, 211
- egoera makroskopiko egonkorra, 24
- egoera mikroskopikoa, 209
- egoera-aldagaiak, 33, 103, 146, 147, 151
- egoera-bektorea, 22, 175, 176, 177, 178
- egoera-ekuazioa, 145, 146
- egoera-legeak, 24
- eguna, 38
- eguzkia, 2, 37, 54, 57, 213, 214
- eguzki-sistema, 9
- Einstein, 4, 5, 6, 18, 22, 29, 30, 31, 59, 61, 78, 115, 154, 165, 166, 168, 171
- Einstein-en erlatibitatea, 136, 193
- Einstein-en Erlatibitate Berezia, 62, 167
- Einstein-en Erlatibitate Orokorra, 43, 69, 169
- ekidinezintasuna, 31, 186
- ekintza, 114
- ekintza ez-algoritimikoa, 216
- ekintza ez-konputagarria, 216
- ekintza minimoaren printzipioa, 115
- ekuazio arrunta, 104
- ekuazio determinista, 138, 180

- ekuazio determinista ez-lineala, 197
- ekuazio diferentzialak, 24, 106, 107
 - 118, 195
- ekuazio diferentzial arruntak, 104
- ekuazio diferentzial linealak, 196
- ekuazio diferentzialen multzoa, 106
- ekuazio diferentzialen sistema, 108
- ekuazioen koherentzia matematikoa, 139
- elektroia, 78, 81, 82, 83, 95, 96, 159
- elektroi-neutrinoa, 95
- Elektrodinamika, 168
- Elektrodinamika Kuantikoa, 4, 19
- Elektromagnetika, 5, 135, 165
- Elektrostatikoa, 168
- elkarrakzioa, 73, 76, 88
- elkarrakzio bortitza, 92, 93
- elkarrakzio elektromagnetikoa, 73, 91, 97
- elkarrakzio elektrostatikoa, 74
- elkarrakzio grabitatorioa, 73, 91, 97
- elkarrakzio grabitatorioaren intentsitatea, 133
- elkarrekintza ahula, 6, 97
- elkarrekintza elektromagnetikoa, 6
- elkarrekintza nuklear ahula, 5
- elkarrekintza nuklear bortitza, 5, 97
- emultsio fotografikoa, 38
- e-neutrinoa, 96
- energia, 73, 84, 112, 147, 171
- energiaren eta masaren arteko baliokidetzak, 167
- energiaren funtzioa, 156
- energiaren kontserbazioa, 73, 148, 149
- energia mekaniko osoa, 134
- energia mekaniko osoaren kontserbazioaren printzipioa, 110, 111
- energia potentziala, 110, 111, 114, 134
- energia zinetikoa, 103, 110, 114, 134, 208
- energia-momentua, 89
- energi egoera, 154
- energi maila bakoitzaren degenerazioa, 160
- energi unitatea, 87
- entropia, 44, 144, 145, 151, 157, 158, 207, 208, 210, 211, 213, 214
- entropiaren fluktuazioa, 157
- entropiaren gehikuntzaren printzipioa, 151
- entropiaren handipena, 217
- entropiaren hazkundea, 47
- entropiaren legea, 207, 208
- enuntziatua, 28
- epizikloak, 30
- erabakitze askatasunaren printzipioa, 186
- eragiketa, 175
- eragiketa lineala, 140
- eragilea, 22, 122
- eragile diferentziala, 128
- eragile hamiltondarra, 176
- eragile laplacetarra, 179
- erakarle, 197, 198, 200, 204, 205
- erakarle arrunta (ez-kaotikoa), 200, 202
- erakarle kaotikoa, 199
- erakarle ziklikoa, 199
- erakarren grabitatorioa, 213
- erakarren-indarra, 2, 142
- erakarren-osina, 200, 202
- erakarpenezko indarra, 142
- erdibizitza, 38, 39, 40, 41
- eredu astronomiko geozentrikoa, 9
- eredu atomikoa, 116
- eredu determinista, 216

- eredu diferentziala, 115
- eredu geozentrikoa, 9, 30
- eredu heliozentrikoa, 30
- eredu integrala, 115
- eredu jarraia, 116
- eredu matematikoa, 27
- eredu mekanikoa, 158
- eredu sinplifikatua, 102
- eredu teorikoa, 3, 4
- ereduen manipulazio matematikoa, 103
- eremua, 71-76, 127, 136
- eremuaren dibergentzia, 135
- eremuaren eraginaren pairatzailea, 136
- eremuaren izaera jarraia, 75
- eremuen iturriak, 136
- eremuetako eredu matematikoa, 127
- eremu bektoriala, 129, 133
- eremu bektorial kontserbakorra, 129
- eremu elektrikoa, 136, 137, 141
- eremu elektrikoaren lerroak, 141
- eremu elektriko aldakorra, 143
- eremu elektriko oszilakorra, 140
- eremu elektromagnetikoa, 137
- eremu elektromagnetikoaren iturriak, 136, 142
- eremu elektromagnetiko tentsorea, 140
- eremu elektrostatikoa, 74, 127
- eremu eskalarra, 127, 128, 129, 133
- eremu grabitatorioa, 132, 168, 169, 171
- eremu grabitatorioaren errotazionala, 135
- eremu grabitatorioaren sortzaileak, 134
- eremu klasikoa, 74
- eremu kontserbakorra, 135
- eremu magnetikoa, 136, 137, 141
- eremu magnetiko aldakorra, 142
- eremu magnetiko oszilakorra, 140
- eremu magnetikoaren eremu-lerroak, 142
- eremu potentziala, 134
- eremu-ekuazioa, 138
- eremu-lerroak, 127, 134, 141, 143
- erdibizitza, 95
- Erlatibitate Berezia, 7, 22, 34, 58, 59, 63, 165-169, 170, 171, 193
- Erlatibitate Bereziaaren printzipioa, 167
- Erlatibitate Orokorra, 5, 30, 52, 169, 170, 194, 195
- Erlatibitate Orokorreko espazio-denbora, 66
- erlatibitate-printzipioa, 162, 167
- Erlatibitatearen Teoria, 53, 56, 77, 88, 90, 94, 188, 189, 193
- erlazioa, 12
- erlazio exponentziala, 12
- erlazio funtzionala, 11
- erlazio/kausa, 194
- erlojua, 36, 165
- erloju atomikoak, 37
- eroankortasuna, 126
- erorketa askea, 168, 169, 171
- erorketa askeko sistema, 168
- erradiazioa, 87
- erradiazio elektromagnetikoa, 74
- erradioaktibitate-maila, 39
- erradioaktibotasuna, 39
- erradioisotopoak, 40
- erreakzio kimikoa, 1
- erreakzio nuklearra, 2
- erreakzio termonuklearra, 214
- erreferentzi sistema, 33, 56, 59, 63, 171, 190, 193
- erreferentzi sistema inertziala, 64, 164

- erregimen laminarra, 196
- erregimen turbulentua, 196
- erregresio koadratikoa, 12
- erregresio lineala, 12, 13
- erregresio-lerroa, 11, 12
- erregresio-zuzena, 14
- erresonantzia, 41
- erresonantzia arraroa, 38
- erresorte-pendulua, 36
- errorea, 34, 203, 204
- errore experimentalak, 11, 20
- errore sistematikoa, 20
- errotazionala, 129, 131, 139
- esfortzuen tentsorea, 122, 124
- eskalareak, 74, 104
- eskala logaritmikoa, 13, 42, 210
- eskema induktiboa, 4
- espazioa, 35, 47, 49
- espazio eta denboraren neurketak, 162
- espazio absolutua, 59, 165
- espazio bektoriala, 175
- espazio bektorial konplexua, 175
- espazio euklidearra, 164
- espazio homogenoa, 52
- espazio isotropoa, 52
- espazio tridimentsionala, 52
- espazio tetradimentsionala, 61
- espazio-biraketen taldea, 87
- espazio-biraketekiko simetria, 73
- espazio-denbora, 61, 66, 193
- espazio-denborako distantzia aldaezina, 170
- espazio-denborako tentsore-metrikoa, 171
- espazio-denboraren kurbadura, 68
- espazio-denboraren metrika, 66
- espazio-kuantua, 49
- espazio-motako hipergainazala, 194, 195
- espazio-translazioekiko simetria, 73
- estatika, 106
- estatistika, 10, 11
- estatistika klasikoa, 154
- estatistika kuantikoa, 154
- eterea, 22, 59, 60, 74, 135
- etere luminiferoa, 165
- eterearen sistema absolutua, 59
- etorkizuna, 43
- etorkizuneko argi-kono lokala, 195
- Euler, 106, 115, 120
- Euler-en angeluak, 165
- Euler-Lagrange-ren ekuazioa, 114
- Euklides-en taldea, 165
- Everest, 57
- existentziaren eta bakartasunaren teorema, 187
- exklusio-printzipioa, 97, 160
- expantsio-prozesua, 46
- experimentua, 17
- experimentu ideala, 172
- exponentziala, 12
- extrapolazioa, 60
- ezinezkotasuna, 150
- ez-linealtasuna, 197
- Faraday, 140
- fasea, 77, 143
- fase expantsiboa, 46, 47
- fase uzkurtailea, 46, 47
- fase-espazioa, 109, 113, 175, 198, 199, 203, 209, 210
- fase-espazioko bolumena, 210, 211
- Feigenbaum, 196
- Fermat, 115
- Fermat-en printzipioa, 115
- Fermi, 95
- fermi, 49, 56
- Fermi-Dirac, 154, 161
- Fermi-Dirac-en banaketa-legea, 160

- fermioiak, 95, 154, 159
- fermioien spinak, 95
- fermioi-sistemaren tenperatura, 160
- Feyerabend, 29
- Feynman, 4, 17, 18, 81, 83, 88, 104
- Fisika, 1
- Fisika Experimental, 101
- Fisika Klasikoa, 73, 116, 132, 154
- Fisika Matematikoa, 26
- Fisikaren eredu matematikoak, 102
- Fisikaren determinismoa, 185
- Fisikaren kausalitatea, 185
- Fisikaren legeak, 7, 23, 168
- Fisikaren metodoa, 2
- Fisikaren metodologia, 185
- Fisikaren arloko teoriak, 4
- Fisikaren kontzepzio mekanizista, 135
- Fitzgerald, 60
- fluidoa, 117
- fluidoaren abiadura, 127
- fluidoaren abiadura-eremua, 130
- fluidoaren azterketa zinetatikoa, 120
- fluidoaren dinamika, 120
- fluidoaren higidura, 117
- fluidoaren jariapena, 123
- fluidoaren korrante-lerroak, 127
- fluidoaren oinarritzko partikula, 116
- fluidoaren partikula, 121
- fluidoaren termodinamika, 126
- Fluidoaren Mekanika, 116, 196
- fluktuazioa, 158
- fluktuazio estatistikoa, 25, 154, 157
- fluktuazio mikroskopikoa, 157
- fluxua, 130, 131
- fluxu egonkorra, 120
- formalismo diferentziala, 115
- formalismo ez-determinista, 217
- formalismo integrala, 115
- formalismo matematikoa, 105, 128, 153
- formalismoaren ulerpena, 101
- formulazio hamiltondarra, 109, 113
- fotoiak, 78, 83, 91, 97, 98, 160, 213
- fotosintesia, 213
- Fourier-en analisia, 76, 181
- Fourier-en transformatua, 181
- Fourier-en transformazioa, 182, 183
- fraktalak, 202
- Frantzia, 53
- funtzio bektoriala, 127
- funtzio konplexua, 178
- gainazala, 130
- gainazal ekipotentzialak, 128
- gainazal itxia, 131, 134
- gainazal termodinamikoa, 146
- gainazal-indarra, 123, 124
- gainezarmenaren printzipioa, 75, 133, 140, 206
- gainezarmen lineala, 176
- gainezarmen lineal kuantikoa, 175, 180
- galaxiak, 9, 55, 57
- Galileo, 2, 9, 29, 36, 101, 106, 163
- Galileo-ren Erlatibitatea, 61, 164, 165
- Galileo-ren sistema, 170
- Galileo-ren taldea, 164, 165
- Galileo-ren transformazioa, 22, 61, 62, 163, 164, 167
- garau lodiko antolakuntza, 209
- gas ideala, 146
- Gauss-en teorema, 134
- Gauss-Ostrogadski-ren teorema, 131
- Geofisika, 1
- Geologia, 1
- geometria diferentziala, 171
- geometria euklidearra, 50, 52, 54
- geometria gausstarra, 169
- gertaera, 172
- gertaera puntuala, 189, 192

- gezi kosmologikoa, 44, 46, 47
gezi psikologikoa, 36, 44, 47
gezi termodinamikoa, 44, 47
Gibbs, 144
Glashow, 5
gluoiak, 97, 98
gogoeta-experimentua, 81
gorputz beltzaren erradiazioa, 84
gorputzen erorkera, 2
gorria (quark), 97
grabitatea, 214
grabitazio kuantikoa, 6
Grabitazio Kuantiko zuzena, 216
grabitazioa, 43, 168, 169, 170, 214
Grabitazioaren Teoria, 4, 18, 31
grabitazio unibertsa, 101
grabitazio-indarra, 123
grabitoia, 91, 97, 98
gradiente, 111, 129
grafiko kartesiarra, 11
Grossman, 171
- hadroiak, 98
hadroien sailkapena, 99
Hamilton, 113, 116
Hamilton-en ekuazioa, 43, 138, 207
Hamilton-en ekuazio kanonikoak, 109
Hamilton printzipioa, 113, 114
hasierako aldiunea, 108, 125
hasierako aldiuneko baldintzak, 196
hasierako baldintzak, 108, 187, 193,
195, 197, 199, 200, 202, 203, 204,
215
hasierako baldintzen problema, 107,
125, 138, 185
hasierako kausen problema, 185
Hawking, 42, 44, 46, 47
Heisenberg, 207
Heisenberg-en desberdintza, 86
Heisenberg-en printzipioa, 207
- Heisenberg-en ziurgabetasun-
printzipioa, 85, 90, 181, 184
helioaren superfluidotasuna, 161
heriotze termikoa, 46
Hertz, 140
hidrogenoa, 38
hidrogenoaren fusioa, 214
hidrogenoaren marra espektrala, 16
Higgs bosoi, 97, 98
higidura, 106
higiduraren ekuazioa, 108
higiduraren kausa, 187
higidura asintotikoa, 198, 205
higidura browndarra, 144, 154
higidura geodesikoa, 115
higidura iragankorra, 197, 199, 211
higidura iraunkorra, 197
higidura kaotikoa, 187, 195, 196, 197,
199, 200, 204, 205
higidura mikroskopikoa, 209
higidura unidimentsionala, 106, 108
higidura-ekuazioa, 168
higidura-kantitatearen ekuazioa, 125
higidura-konstantea, 111, 112
Hilbert-en espazioa, 175, 177, 180
Hilbert-en espazioko egoera-
bektoreak, 184
hipotesiak, 2, 3, 154, 196
hipotesi euklidearra, 54
hodoia, 49
homogeneoa, 9
hurbilketa klasikoa, 87
hurbilketa makroskopikoa, 117
hutsaren iragazkortasun magnetikoa,
138
hutsaren permitibitate elektrikoa, 138
Huygens, 36
Huygens-en printzipioa, 75

- ibilbidea, 72, 109, 117
- ibilbide askea, 117
- ibilbide itxia, 131
- ibilbide itxian barrenako zirkulazioa, 131
- ibilbide parametrikoa, 118
- igorpena, 92
- ikerkuntza sistematikoa, 2
- ikurra, 96
- ikuspegi globala (integrala), 128
- ikuspegi lokala (diferentziala), 128
- ikuspuntu makroskopikoa, 209
- ilargia, 18, 54, 57, 101
- indarra, 73, 77, 107, 111, 122, 141
- indarren bateraketa, 38
- Indar Elektroahularen Teoria, 4
- indar elektromagnetikoa, 4, 5, 123
- indar grabitatorioa, 5, 132, 168
- indar kontserbakorra, 111
- indar masikoak, 123
- indar normala, 124
- indar nuklearra, 91
- indar nuklear ahula, 4
- indar tangentiala, 1124
- inekuazioa, 25, 104, 150
- inferentzia teorikoa, 140
- informazioa, 110
- ingurune deformagarriak, 126
- ingurune jarraia, 116, 117, 138
- inpultsua, 112
- integrala, 120
- integrazioa, 110
- integrazio-konstantea, 110, 112
- interakzio elektromagnetikoa, 56
- interferentzia, 75, 77, 173, 177
- interpretazio mekanizista, 187
- iragana, 43
- iraganeko argi-konoa, 194
- iraungipena, 197
- iraunkortasuna, 9
- irispina, 91, 97
- irradi-uhinak, 41
- isokronismoa, 36
- isotropoa, 9
- iturria, 131
- iturri beroa, 149, 150
- iturri hotza, 149, 150
- itzulezintasuna, 25, 208
- izaera ez-jarraia, 116
- izaera kimikoa, 2
- izarra, 55, 57, 214
- izar esferikoa, 67
- jarria, 130, 131
- jarraipen denborala, 186
- jarraitasunaren ekuazioa, 122, 139
- jatorria, 47
- jauzi kuantikoa, 176, 184, 206
- kalkulu bariazionala, 51
- kalkulu diferentziala, 127
- kalkulu-metodoa, 174
- kanpoko ingurunea, 148
- kanpo-eremu grabitatorioa, 168, 169
- kantzerraren garapena, 197
- kaosa, 24
- kaosaren agertoki edo agermodua, 196
- karbono-14, 40
- karbono-isotopoa, 40
- karga, 96
- kargaren kontserbazioaren adierazpen diferentziala, 139
- karga elektrikoa, 72, 137
- karga elektriko puntuala, 143
- karga elektrikoaren kontserbazioaren printzipioa, 139
- karga elektriko negatiboa, 136
- karga elektriko netoa, 136
- karga elektriko positiboa, 136
- karga magnetikoa, 143

- karga negatiboa, 141
- karga neto nulua, 136
- karga positiboa, 141
- karga-bikotea, 141
- karga-dentsitatea, 137, 142
- kaudal netoa, 130
- kausa, 23, 24, 186, 188, 189, 192, 193, 195
- kausa sortzailea, 190
- kausaltasuna, 30, 93
- kausaltatea, 10, 185, 187, 188, 189, 191, 193
- kausaltate-printzipioa, 23, 185, 186, 187, 188, 189, 191, 192
- Kelvin, 150
- Kepler, 30
- Kimika, 1
- Kimika Fisikoa, 1
- klepsidra, 36
- koadratikoa, 12
- koerlazioa, 10, 11, 16
- koerlazio-koefizientea, 11
- koherentzia, 139
- koloreak (quark), 97
- kometa, 18
- konbekzioa, 126
- konbinazio lineala, 175
- konfigurazio-espazioa, 109
- kongruentzi kurbak, 127
- konplexu konjokatua, 179
- konstante unibertsala, 133
- konszientzia, 207
- kontagailua, 82
- kontagailu elektronikoa, 37
- konsiderazio metafisikoak, 7
- kontserbazioa, 89
- kontserbazio-baldintza, 112
- kontserbazio-legea, 73
- kontserbazio-printzipioa, 110, 139
- kontserbazio-teorema, 126
- koordinatuak, 47
- koordinatuen aldaketa orokorra, 171
- koordinatu cartesiarra, 48, 129
- koordinatu esferikoak, 48
- koordinatu orokorrak, 170
- koordinatu orokortuak, 108, 109
- koordinatu polarrak, 68
- koordinatu zilindrikoak, 48
- koordinatu-aldaketa, 170
- Kopernik, 30
- korrespondentzia, 195
- korrespondentzi arau, 27
- korronte elektrikoaren fluxu netoa, 142
- korronte-dentsitatea, 138
- korronte-lerroa, 119
- Kosmologia, 9
- Kripton-86 lanpara, 53
- kualitatea, 101
- kuantoiak, 72, 82, 83, 117, 172, 178, 181, 182
- kuantoiaren energia-pultsazioa, 84
- kuantoiaren igorpena, 88
- kuantoiaren portaera, 174
- kuantoi askea, 177, 180
- kuantoi birtuala, 88, 93
- kuantoi-izaera, 84
- kurbadura, 51, 66
- kurbadun espazioa, 27
- kurbadura intrintsekoa, 67
- Lagrange, 115
- Lagrange-ren formulazioa, 109
- lagrangearra, 113, 114
- lana, 111, 147, 148
- Laplace, 186
- Laplace-ren deabrua, 186
- Laplace-ren interpretazioa, 187
- laser-izpia, 50
- legeen estetika, 10

- lege determinista, 215
- lege dinamikoak, 23, 207
- lege dinamiko integrala, 124
- lege enpirikoa, 3
- lege kausala, 23, 30
- lege matematikoa, 101
- lege probabilitistkoa, 206
- lege teorikoa, 25
- leherketa nagusia, 214
- Leibnitz, 26, 165
- leku geometrikoak, 128
- leptoiak, 95, 96
- lerro fraktala, 202
- lerro geodesikoa, 52, 64, 67
- lerro-integrala, 129, 131
- Levy-Leblond, 83
- linealtasuna, 75, 140
- lokalki inertziala den koordenatu-sistema, 169
- Lorentz, 60, 166, 196
- Lorentz-en indarra, 78, 137, 138
- Lorentz-en taldea, 166
- Lorentz-en transformazioa, 62, 166, 167, 170
- lotura-ekuazioa, 145
- Ludwig, 216
- Lur planeta, 9, 41, 60, 101, 213
- Lurraren biraketa-periodoa, 37
- lurrun-makina, 143
- luzera-unitatea, 53
- luzera-txantiloia, 53
- luzeraren uzkuradura, 58
- magnitudeak, 11, 33
- magnitude aldaezinak, 163, 166, 167
- magnitude behagarriak, 101, 144
- magnitude fisikoa, 3, 27, 73, 101
- magnitude independenteak, 145
- magnitude makroskopikoak, 143, 148
- maila klasikoa, 172
- maila klasikorako anplifikazioa, 207
- maila kuantikoa, 117, 172
- maila makroskopikoa, 144, 154
- maila mikroskopikoa, 144, 154
- maiztasuna, 16, 75
- maiztasun angeluarra, 75
- makina termikoa, 143
- manipulazio logiko-matematikoa, 27
- manipulazio matematikoa, 104, 110
- Manneville-Pomeau, 196
- marea-indarra, 18
- Margalef, 216
- marruskadura, 126
- masa, 72, 96, 102, 159
- masaren kontserbazioa, 139
- masaren kontserbazioaren printzipioa, 112, 123
- masa grabitazionala, 73, 168, 169
- masa inertziala, 73, 168, 169
- masa-bulkada tentsorea, 171
- masa-oskola, 90
- masa-unitatea, 123
- masa-unitatedun partikulak, 133
- Matematika, 26, 27, 101
- matematizazioa, 26, 101
- materia, 71
- material deformagarria, 102
- materia elektrikoa, 136
- Maupertuis, 115
- maximoa, 114
- Maxwell, 5, 137, 139, 140, 144, 158, 165, 167
- Maxwell-en ekuazioa, 43, 78, 137, 138, 140, 142, 165, 166, 167, 207
- Maxwell-Boltzmann-en banaketa-legea, 154, 155, 159, 161
- Maxwell-Boltzmann-en estatistika, 154, 158
- Medikuntza, 197
- megaelektronvolt (unitatea), 87

- Mekanika, 5, 23, 102, 115, 116, 145, 152
 Mekanikaren legea, 103, 161
 Mekanika Analitikoa, 108
 Mekanika Estatistikoa, 5, 44, 144, 152, 161, 209
 Mekanika Klasikoa, 22, 176, 202, 205
 Mekanika Kuantikoa, 7, 17, 22, 24, 43, 84, 90, 94, 172, 173, 176, 184, 205
 Mekanika Kuantikoaren interpretazioa, 184
 Mekanika Newtondarra, 123, 186
 menpekotasun estokastikoa, 11
 Merkurio-ren perihelioaren prezesioa, 18
 mesoiak, 41, 92, 98, 100
 mesoi birtuala, 92
 meteorologia, 197, 204
 meteorologi zentrua, 15
 metodo estatistikoa, 11, 14, 152
 metodo induktiboa, 10
 metodo zientifikoa, 188
 metodologia, 2, 10
 metrika, 51, 52, 62
 metrikaren koefizienteak, 170
 metroa, 53, 55, 57
 Michelson, 21, 22, 60
 Michelson-Morley-ren experimentua, 136, 165
 mihizadura, 74
 mikroskopioa, 38, 55
 mikroskopio elektronikoa, 55
 milimetra, 55
 Minkowski-ren diagrama, 89
 Minkowski-ren espazioa, 61, 63, 64, 140, 170, 189
 Minkowski-ren espazio-denbora, 62, 167, 190
 Minkowski-ren metrika, 65, 89
 minimo karratuen metodoa, 14
 minimoa, 114
 moduluaren karratua, 173, 176, 184
 mola, 143
 molekula, 117, 172
 molekula monoatomikoa, 158
 molekulen abiadura, 159
 momentu angeluarra, 73, 86, 112, 208
 momentuen bidezko adierazpena, 180
 momentuen bidezko adierazpenari dagokion uhin-funtzioa, 181
 momentuen espazioa, 183
 momentu lineala, 73, 86, 88, 103, 178, 180, 208
 momentu linealaren kontserbazioaren printzipioa, 112
 momentu orokortuak, 109
 monopolo elektrikoa, 142
 monopolo magnetikoa, 142
 mota espaziala, 89
 Morley, 21, 22, 60
 μ -neutrinoa, 96
 muga, 203
 muga fraktala, 202, 204
 muga leuna, 202, 204
 muoiak, 41, 95, 96
 muoi-neutrinoa, 95
 Natur Zientzia, 1
 Natura, 1, 102, 115, 213
 Naturako legea, 9, 16, 169, 170, 185
 Naturaren "koherentzia", 8
 Naturaren konportamoldea, 149
 Navier-Stokes-en ekuazioak, 125
 ∇ (nabla) eragilea, 128
 neurgarriak, 32
 neurketa, 2, 162, 174, 176, 184, 205, 206, 207
 neurketa experimentalak, 11
 neurketa kuantitatiboa, 2
 neurketa zinematikoa, 166

- neurketa-prozesua, 34, 42
- neutroia, 41, 95
- Newton, 2, 23, 31, 42, 78, 101, 106, 111, 164, 165, 187
- Newton-en bigarren legea, 61, 106, 107, 113, 114
- Newton-en ekuazioa, 188
- Newton-Euler-en legea, 107
- Newton-en erakarpen unibertsala, 133
- Newton-en erlatibitatea, 164
- Newton-en espazio absolutua, 165
- Newton-en hiru legeak, 164
- Newton-en legea, 73, 115, 123, 124, 152, 165, 176, 187, 207
- Newton-en Mekanika, 168
- Noether, 113
- notazio kobariantea, 140
- nukleoa, 55
- nukleo erradioaktiboa, 39
- nukleoen erradioa, 57
- nukleoiak, 92

- odol-taupada, 41
- oinarrizko bektorea, 175
- oinarrizko bosoiak, 98
- oinarrizko fermioiak, 96
- oinarrizko partikula, 38, 49, 87, 116, 172
- oinarrizko partikula jarraiak, 117
- oinarrizko partikulak/kuantoiak, 87
- oinarrizko partikulen sailkapena, 94
- oinarrizko printzipioa, 185
- ondorioa, 186, 188
- ondulazioa, 75, 76, 84, 86
- Optika, 115, 197
- ordena, 46, 208, 211, 213
- ordena-desordena, 151
- ordena makroskopikoa, 208
- ordena nabarmenaren neurria, 208
- ordenadorearen memoria, 45

- oreka, 24, 124
- orekaranzko eboluzioa, 157
- oreka estatistikoa, 153, 154, 155, 157, 161
- oreka termikoa, 209, 210, 211, 212
- oreka termodinamikoa, 144, 145, 146, 147
- oreka-egoera, 24, 146, 153
- oreka-egoera makroskopikoa, 144
- osagaiak, 143, 175
- osina, 200
- osin-muga, 200, 201
- osin-muga fraktala, 201, 202, 204, 205
- oxigenoa, 159

- pantaila, 79
- parametroak, 103, 144, 165
- parametro intentsiboak, 144, 145
- parametro extentsiboak, 144, 145
- Paris, 53
- partikulak, 71, 72, 76, 82, 87
- partikularen ibilbideak, 118
- partikulen batezbesteko energia, 157
- partikula birtualak, 92
- partikula kargatua, 137
- partikula klasikoak, 72
- partikula puntuala, 102, 106
- partikula-izera, 84
- partikula-multzoa, 102
- Pauli-ren eksklusio-printzipioa, 95, 98, 159, 160
- pausaguneko masa, 95,
- pausaguneko masa nulua, 91, 97
- Pearson-en koerlazio linealaren koefizienteak, 14
- penduluaren oszilazioa, 36
- Penrose, 31, 174, 206, 207, 216
- periodoa, 36, 75
- periodikotasun denborala, 75
- periodikotasun espaziala, 76

- pertsonen konszientzia, 195
 perturbazioa, 74
 π° mesoia, 38
 Picard-en existentzia eta
 bakartasunaren teorema, 109, 187
 piramidea, 41
 plaka fotografikoa, 79
 Planck, 150
 Planck-en distantzia, 49, 56, 57
 Planck-en konstantea, 58, 83, 176
 Planck-en konstante laburtua, 176
 Planck-Einstein-en hipotesia, 84, 85
 planetak, 2
 plano, 49
 plano ekuatoriala, 67
 plano kartografikoa, 128
 platino-iridioa, 53
 Pluton, 57
 Poincaré, 60, 116, 166,
 Poincaré-ren taldea, 167
 polarizazioa, 75
 Popper, 29
 positroia, 94
 posizioa, 72, 102, 106, 107, 145, 178,
 187, 208
 posizioen espazioa, 183
 posizio-bektorea, 118, 120
 postulatu, 7, 21, 61, 166
 potentzial grabitatorioa, 133
 presioa, 15, 24, 120, 125, 144, 145,
 152
 presio-uhinak, 74
 Prigogine, 208, 217
 printzipioak, 3, 7
 printzipio dinamiko diferentziala, 120
 printzipio metafisikoa, 7, 188
 printzipio integrala, 113, 116
 printzipio kosmologikoa, 8
 probabilitatea, 17, 81, 153, 155, 160,
 172, 173, 174, 177, 179, 180, 182,
 184, 207, 211
 probabilitateen banaketa, 153
 probabilitate handieneko
 banaketa, 157
 probabilitate intrintsekoa, 154, 159
 probabilitate maximoa, 160
 probabilitate-anplitudea, 95, 173, 176,
 177, 178
 probabilitate-anplitudeen dentsitatea,
 179
 probabilitate-banaketa, 82, 153, 179
 probabilitate-dentsitatea, 182
 probabilitate-kalkulua, 155
 problema determinista, 203
 problema iraungikorra, 197
 propietate behagarriak, 32
 propietate neugarriak, 101
 proportzionaltasun-erlazioa, 15
 protoia, 95, 159, 214
 prozesu denborala, 189
 prozesu itzulezina, 149, 150, 152, 208
 prozesu itzulgarria, 151, 152, 208
 prozesu matematiko determinista, 206
 prozesu ziklikoa, 149, 150
 Ptolomeo, 9, 30
 pultsazioa, 75, 84
 puntua, 49
 puntu beroa, 213
 puntu materiala, 72, 102
 puntu singularra, 143
 puntu-hodeia, 11, 12, 14
 quarkak, 95, 96
R("reduction") prozesua, 184
 Ricci-ren tentsorea, 171
 Riemann, 171
 Riemann-en kurbadura eskalarra, 171
 rienmandarra, 66
 Ruelle, 196

- sakabanaketa, 11
- sakabanaketaren sekzio eragilea, 56
- Salam, 5
- San Agustin, 42
- satelite artifiziala, 117
- segundoa, 41
- seinalea, 189, 193
- seinaleen abiadura, 189, 192, 193
- seinale-abiadura, 189, 193
- seinale-abiadura infinitua, 77
- sentikortasun-eskualdea, 195, 203, 204
- sestra-lerroak, 128
- Schödinger, 180
- Schrödinger-en ekuazioa, 43, 176, 179, 184, 206, 207
- Schwinger, 19
- singularitatea, 142
- simetria, 31, 163
- simetria denborala, 76, 214
- simetria espaziala, 76
- simetria espazio-denborala, 73
- simetriren apurketa, 217
- sinpletasuna, 30
- sistema, 32
- sistemaren eboluzioa, 203
- sistemen dinamika, 110
- sistema cartesiarra, 163
- sistema determinista, 109, 199
- sistema dinamiko ez-lineala, 204
- sistema eguzkitarra, 18
- sistema ez-aldakorra, 146
- sistema ez-inertziala, 168
- sistema ez-lineala, 196
- sistema fisikoa, 32
- sistema fisiko ez-lineala, 204
- sistema inertziala, 22, 164, 165 168, 169, 190
- sistema iraungikorra, 197
- sistema irekia, 208, 213
- sistema irekien entropia, 208
- sistema isolatua, 157, 208
- sistema itxia, 213
- sistema kuantikoa, 22, 174, 206
- sistema mekanikoa, 111
- sistema mekanikoaren dinamika, 113
- sistema mekanikoaren egoera, 187
- sistema mekanikoaren higidura, 109
- sistema mekanikoen dinamika, 105, 115
- sistema metrikoa, 53
- sistema probabilistikoa, 152
- sistema termodinamikoa, 146, 151, 152
- sistema-aldaketa, 170
- soinua, 59, 74
- soinu-uhinak, 41
- solido zurruna, 50, 72
- spina, 86, 97
- spin osodun partikulak, 160
- Stokes-en teorema, 132, 135
- strange (quark), 96
- supersoken teoriak, 6
- Takens, 196
- takioiak, 193
- taldeak, 163
- talde-mota, 163
- talka, 76
- tarte denborala, 192
- tarte espazial eta denboralak, 61
- tarte espazio-denboral aldaezina, 166
- τ -neutrinoa, 96
- tau-neutrinoa, 95, 96
- tau-partikulak, 95
- temperatura, 15, 24, 120, 126, 127, 144, 145, 147, 152, 157, 213
- temperatura absolutua, 156, 159
- tentsio-mihiztadura, 74
- tentsorea, 27, 74, 103

- teorema integrala, 129
 teoria bateratzailea, 5
 teoria fisikoa, 2, 3, 4, 101
 teoria fisiko-matematikoa, 101
 teoria kosmologikoa, 40
 teoria kuantikoa, 82
 Termodinamika, 5, 24, 25, 143, 152, 153
 Termodinamikaren printzipioak, 147
 Termodinamikaren bigarren
 printzipioa, 44, 150, 151, 157, 207, 211, 214
 Termodinamikaren lehenengo
 printzipioa, 147
 Termodinamikaren printzipioak, 143
 Termodinamikaren zero printzipioa, 147
 Termodinamikako egoera-ekuazioa, 143
 tetrabektorea, 167
 tetramomentua, 89, 167
 tetramomentuaren kontserbazio-legea, 90
 Thom, 217
 Tomonaga, 19
 top (quark), 96
 transformazio-ekuazioa, 162, 163, 169
 transformazio-taldea, 163
 translazio denborala, 165
 translazio espaziala, 164, 165
 trantsizioa, 37
 triangelazio-metodoa, 53, 54, 55
 trigonometriaren arauak, 54
 turbulenzia, 196
 txantiloia, 37, 50
 tximeleta efektua, 204
 uhinak, 71, 74
 uhin elektromagnetikoa, 140, 165
 uhin elektromagnetikoaren
 intensitatea, 85
 uhin-elektromagnetikoen hedapena, 138
 uhin harmonikoa, 75, 76
 uhin mekanikoa, 59, 74, 126
 uhin monokromatikoa, 79
 uhin-fenomenoa, 74
 uhin-frontea, 75
 uhin-funtzioa, 177, 178, 180, 182, 183
 uhin-funtzioaren kolapsoa, 206
 uhin-funtzioaren koordinatuen
 bidezko adierazpena, 179
 uhin-luzera, 55, 76, 79
 uhin-izaera, 84
 uhin-paketea, 183, 184
 uhin-partikula dikotomia, 82
 uhin-zenbakia, 76
 uhin-zenbaki angeluarra, 86
 unibertsaltasuna, 197
 unibertsoa, 8, 9, 41, 42, 213, 215
 unibertsoaren desordena, 45
 unibertsoaren entropia, 212, 214
 unibertsoaren hasiera, 46
 unibertso-lerroa, 63, 64, 66, 72, 189, 191
 unibokotasun-baldintzak, 170
 U (unitary) prozesua, 184
 up (quark), 96
 ur-erlojuak, 36
 uranioa, 40
 uranio-238 isotopoa, 40
 urdina (quark), 97
 urtea, 41
 Weinberg, 4, 5, 18, 19, 29, 30, 31, 40
 X-izpiak, 55
 Yukawa, 92

zabalgarritasuna, 29
zaporea (quark), 96
zenbaki erreal, 173
zenbaki konplexua, 173, 173, 175
zero absolutua, 42
zero printzipioa, 147
zesioa, 37
zikloa, 36
ziklo itzulgarria, 150, 151
ziklo itzulezina, 150
zirkulazioa, 131, 135
zirkulu maximoa, 51
ziurgabetasuna, 204
ziurgabetasun-printzipioa, 24, 34, 46,
58, 205
zorizko errorea, 20
zurgapena, 88, 92
zuria (quark), 97
zurrumbiloa, 196

Liburu honetan Fisikaren oinarriak biruzko gogoeta egin da, ikasketak egiteko garaian burutu ohi den prestakuntzaren osagarri izateko asmoz. Fisikaren arloan fisikariek arrazionatzeko darabiltzaten abiapuntuko printzipioen azalpena eta oinarriko kontzeptuen definizioa eta azterketa egin ondoren, ardura berezia jarri da Matematikak Fisikan hizkuntza modura duen garrantzia adierazteko.

Nagusiki Zientzi Fakultateetan (bereziki Fisika Sailean) ari diren ikasleentzat eta irakaskuntza ertainean diharduten irakasleentzat pentsaturik badago ere, ikasketa-arloen muga estuak gainditu nahi izan dira, Fisikaren teorien inguruan ageri diren zenbait arazo filosofiko aztertuz. Eta azalpenerako erabilitako hizkuntza lantzean, zientzi gaien lantzesuna-gainditzeko ahalegina egin da, bestelako formazioa duten irakurleentzat ulergarri gerta dakien.

Heda Saila 16



udako
euskal
unibertsitatea

