udako
euskal
unibertsitatea

ZENBAKI INDIZEAK

IRUINEA 1979

udako euskal unibertsitatea

UDAKO EUSKAL UNIBERTSITATEA

IRUÑEA 1979

ZENBAKI INDIZEAK

PRESTATZAILE: KARMELE Fz. AGIRRE

ZENBAKI INDIZEAK

ESTATISTA EKONOMIKOA

Egile: Karmele Fez. Agirre
Ekomilaria
Ekonomi Fakultatean irakasle
BILBOKO UNIBERTSITATEAN

U.E.U. 79

AURKIBIDEA

ZENBAKI INDIZEAK

1. SARRERA

Magnitude aldakor batzuen (adibidez: prezio, merkantzi, jaiotza...) goraberakadak, erreferentzialez hartzen diren balio batzurekiko gonbaraturik, artertzeko erabiltzen ohi dira zenbaki indizeak.

Une eta leku desberdinetako informazio estatistikoen balioetatik homogenotasun bat eginezkero, zenbaki indizeak eraiki genitzake.

Indize bat eraiki liteke hamaika eratara. Aukeratzen den metodoa, erabilbidearen menpean egongo da gehienetan.

Gaurko egunotan arlo askotan erabiltzen dira: Ekonomilariek prezioen goraberakadak mugatzeko, psikologoek inteligentzi koefizienteak neurtzeko, entrepresariek salketen aldakuntzak ebaluatzeko eta sindikatuek prezioen mail orokorra ta alokairuak elkar berdin gora dezaten·batzu aipatzekotan.

Zenbaki indizeak, (konputadoren existentziak bere erabilbideari erreztasun asko ematen dielakoz) gero ta gehiago erabiltzen dira.

Ekonomilariek, ekonomi elkartuen aldakuntzak neurtzeko, maiz erabiltzen dituzte.

Lan honetan, oinarrian dauden zenbait eragozpen eta erabiltzen diren zenbaki indize desberdin batzu aipatuko ditugu.

1.1. AURRETIKO HISTORIA

Estatistika ekonomikoan adituak, zenbaki indizeen irispideak egokitzeagatik; prezio segida, kopuru bildura, eta ponderapen formuletan zehazki ta lasterka saiatu dira. Gobernuek, ekonomilari famatuen laguntza eskatzen zuten maiz, indizeen hobekuntzari buruz kontseila zitzaten.

Funtsezko politiko ta ekonomiko problemagatik, segidazko uhinadetan, gai honen garrantzia biztua izan zen.

Fisher-ek esan zuenez, Napoleonen gudek, prezioetan ta paperezko diruetan ondorioak izan zituen, eta hoiek "balioren standar tabulapen bat", (zenbaki indize baten antzerakoa), proposatzera xedatu zieten, zeina geroaldiko kontratu baten diru kopurua zuzentzeko erabilgarria zen.

Jevons 1863. urtean zenbaki indize batetaz "urre balioaren jaustera" estimatzen saiatu zen, Estatu Batuetan ta Australian urte batzu lehen aukeratutako urrezko meatzetik heltzen zelarik.

Laspeyres-ek 1864. ean Hamburgo hiriarentzat prezioen zenbaki indize bat findu zuen, egun bere izenarekin erabiltzen dena.

Paasche-k 1874. ean alternatiboki beste bat proposatu zuen, egun bere izenarekin erabiltzen dena ere.

Epe luzera maileguriko ta hipotekarekiko akreedore eta zordunek elkarren artean interes desberdinak izaten zituztelarik "diruaren alhamen eskurakorra" neurtzeko arazoa agertu zen Estatu Batuetan.

Guda zibiletik aurrera, kolonizaketa sartalderantz hedatu zen eta laborari asko, bere lurrak lortzeko, zorpetu ziren.

1870.-1890. inguruan prezioen joera orokor oinarrizko produktuetan beherakoia izan zen eta zordunerekido (gehienetan nekazarirekiko) prezioek, politiko ondorioak izan zituen.

Une hartan ekonomilariek "merkaderiako dolareri buruz" mintzatzen zuten nekazal produktu kopuru berdina, momentu desberdinetan eros zitezen.

Walsh-ek 1901. urtean "truka-balio orokorraren neurketetan" interesatu zen eta Fisher-ek 1911. ean "diruaren ahalmen eskurakorraren" arloan.

Estatu Batuetan, urtez urteko, "prezio handikarien indize ofiziala" egiten hasi ziren, geroragoan, industria eta sindikatuak zabaldu zirenean, bizi kostuaren neurketetan, egiazko alokairu edo langileen eskuratzeko ahalmenean sortu zen interes berezi bat.

1964. etik aurrera "Kontsumo prezioen indizea", langile eta enplegatu familien gastu nabarmenenen arabera, ponderatu zen, periodo igaroberri batetan oinarrituz.

1896.-1910. inguruan nekazal produktoen prezioek joera gorakorra hartu zuten, baina 1920. tik aurrera beheraldi batetan sartu ziren eta nekazarimaila zordun bihurtu zen, beste gizartemailetako onaldi batetan.

Gertaera honek, ongizate ekonomikoaren arloan, nekazarirekiko interes berezi baterantz bultzatu zuen.

"Parekidetasun erlazioan", politiko zaletasuna erdiguneratu zen, hau da: nekazal produktoen salketetan kobratzen ziren prezio eta produkzioan eta familiako bizitzan erabilitako ondasun eta serbitzuetaz, ordaintzen zirenen arteko erlazioetan.

Nekazal prezioen indizei buruz egin ziren lanetan "parekidetasuna" gehienetan garrantzitsuena izan zen eta sektore honetako dirusarketaren (guztirakoak ala soilak) estimaketak bultzatuak izan ziren.

Kopuru indizeetan, datoak aukeratzea askoz zailagoa zelarik, (entrepresa bakoitzeko ugazabek bakarrik zihur esagutzen dituztelako), prezio indizeak baino askoz beranduragoan aurreratuak izan ziren.

Hogeitamarretik aurrera Estatu Batuetan, dirusarketa eta produktu Nazional kontuen eraginez prezio ta kopuru zenbaki indizeetan ikuspera zabalago bat ireki zen. J. M. Keynes-en obrari: "Lanbide, interes eta diruaren teoria orokorra" iraultza ekonomiko batek jarraitu zion 1936. ean; honek ziklo ekonomikoan dauden aldagai nagusientzat, neurketa orokor ta koerenteak lortzeko, premia planteatu zuen; beraz, prezio ta kopuru-en zenbaki indizeak ohiturazkoak bihurtu ziren eta garrantzi gehiago erdietsi zuten.

2. INDIZE SINPLEAK

Aldagai baten goraberakadak aztertzeko indize sinpleak erabiltzen dira, eta ordeaz, aldagai batzuren goraberakadak "batera" aztertzeko indize konplexuak.

Hemen goraberakada denboratara mugatuko gara. Erreferentzialez hartzen dugun denborari, oinarria deritzogu.

Erreferentzial baliorekiko, aldagai balio bakoitzaren portzentaiak baino ez dira indize sinpleak.

Portzentaia hauen bidez, neurtzeko unitatea desagertzen da, eta aldagai baten goraberakadak autonomikoki azter daitezke, zeinek aldagai segideen goraberakadak erraztatzen ditu (originalki unitate desberdinetakoak).

Bedi: x_o, x_1, ... x_t aldagaiaren balio segida denboral bat; hots: 0, 1, ... t denboretan somatutako balioak.

t=0 oinarritzat harturik eta "x_o" balio erreferentzialez; orduan: indize sinpleak ondoko taulan agertzen diren bezala kalkulatzen dira:

Denbora: t	Balio segida: x_t	Indize Sinpleak
0	x_o	$I_o = 100$
1	x_1	$I_1 = \frac{x_1}{x_o} 100$
2	x_2	$I_2 = \frac{x_2}{x_o} 100$
⋮	⋮	⋮
t	x_t	$I_t = \frac{x_t}{x_o} 100$

x_o balio erreferentzialez "urte normal" bati dagokiona hartzea oso garrantzitsua da.

Adibidez: Instintiboki uztabilketa bat ona edo txarra dela esatean, guretzat uztabilketa "normalak" direnekin gonbaraturik egiten dugu.

3. PONDERAZIO GABEKO INDIZE KONPLEXUAK.

n-Balio segideen aldakuntzak batera aztertu nahi ditugunean, indize konplexuak eraiki behar ditugu, hoiek n-balio segidak, balio segida bakar batetara laburtzen dituzte, non balioak oinarritzat hartzen den urte batetara erreferiturik daude eta "konplexu" guztiaren mugimendua ikusarazten digute.

Goazen ba, orain ikustera, ponderazio gabeko indize konplexuak kalkultzeko bi metodo.

3.1. MEDIA ARITMETIKA SINPLEAREN METODOA.

Indize konplexu hau, denbora bakoitzari dagozkion indize sinpleen, media aritmetika da

Hots: Baldin badira $x_1, x_2, \ldots x_i, \ldots x_n$ aldagaiei dagozkien: $x_{1t}, x_{2t}, \ldots x_{it}, \ldots x_{nt}$, n-balio segidak, t denboran, non t 0,1,2,...m eta $I_{1t}, I_{2t}, \ldots I_{it}, \ldots I_{nt}$ indize sinpleak kalkulatu ondoren, indize konplexua formula honetaz kalkulatzen da:

$$S_t = \frac{\sum_{i=1}^{n} I_{it}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{x_{it}}{x_{io}} 100}{n}$$

Monentu batetan, indize sinpleen elkarrekiko garrantzia ez hartzeagatik, ponderazio gabeko indizea da, orduan, zenbat eta aldagai gehiago izan parte hartzen dutenak, hobeagoa gertatzen da metodo hau.

Estatistikako Institutoan, urtez urteko aldagai kopuru handi batez Estatu Espainol-arentzat metodo honetaz ala metodo ponderatuen bidez kalkulatzen diren indizeak ez dira hain desberdinak.

3.2. MEDIA ELKARTETU SINPLEAREN METODOA

Metodo honen bidez, une bakoitzarako aldagai balio guztien batura egiten da eta lortzen den segidan indize sinpleak bakarrik kalkultzen dira.

Formula honetaz kalkultzen dira

$$B_t = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{it}}{\sum_{i=1}^{n} x_{io}} 100$$

Metodo hau, ezin daiteke erabil, aldagaiak unitate desberdinetan neurtuak baldin badira, ez baitu sentsu askorik unitate desberdinetan neurtuak izan diren balioak batutzea.

Ondoko taulan ponderatu gabeko indize konplexu hauen formulak hedaturik dauzkagu.

$t \backslash x$	$x_1, x_2, \ldots x_i, \ldots x_n$	I_{it} (Indize sinpleak)	S_t	$i\ x_{it}$	B_t
0	$x_{1o}, x_{2o}, \ldots x_{io}, \ldots x_{no}$	$I_{1o},\ I_{2o},\ \ldots\ I_{no}$	$S_o = \frac{t\ I_{io}}{n}$	$i\ x_{io}$	$B_o = \frac{i\ x_{io}}{i\ x_{io}}\ 100$
1	$x_{11}, x_{21}, \ldots x_{i1}, \ldots x_{n1}$	$I_{11},\ I_{21},\ \ldots\ I_{n1}$	$S_1 = \frac{i\ I_{i1}}{n}$	$i\ x_{i1}$	$B_1 = \frac{i\ x_{i1}}{i\ x_{io}}\ 100$
$\vdots$	- - -	- - -	- - -	$\vdots$	$\vdots$
t	$x_{1t}, x_{2t}, \ldots x_{it}, \ldots x_{nt}$	$I_{1t},\ I_{2t},\ \ldots\ I_{nt}$	$S_t = \frac{i\ I_{it}}{n}$	$i\ x_{it}$	$B_t = \frac{i\ x_{it}}{i\ x_{io}}\ 100$
$\vdots$	- - -	- - -	- - -	$\vdots$	$\vdots$
m	$x_{1m}, x_{2m}, \ldots x_{im}, \ldots x_{nm}$	$I_{1m},\ I_{2m},\ \ldots\ I_{nm}$	$S_m = \frac{i\ I_{im}}{n}$	$i\ x_{im}$	$B_m = \frac{i\ x_{im}}{i\ x_{io}}\ 100$

Adibidea: Euskal Herriko populazioaren datu hauen bidez, populazio igoerak ikusiko ditugu herrialde bakoitzeko.

Datuak:

Urte	ARABA	BIZKAIA	GIPUZKOA	NAFARROA
t	x_1	x_2	x_3	x_4
1900	96.385	311.361	195.850	307.669
1910	97.181	349.932	226.684	312.235
1920	88.688	409.550	258.557	329.875
1930	104.176	485.205	302.329	345.883
1940	112.876	511.135	331.753	369.618
1950	118.012	569.188	374.040	382.932
1960	138.934	754.383	478.337	402.042
1970	204.323	1.043.311	631.003	464.867

(1)

1. Grafikoa dagokio

Indizeak:

(2)

Urte	I_{1t}	I_{2t}	I_{3t}	I_{4t}	S_t	$\sum_i x_{it}$	B_t
1900	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	911.265	100,00
1910	100,83	112,38	115,74	101,48	107,61	986.032	108,20
1920	102,37	131,53	132,02	107,22	118,28	1.086.670	119,24
1930	108,08	155,83	154,37	112,42	132,67	1.237.593	135,81
1940	117,11	164,16	169,39	120,13	142,70	1.325.364	145,44
1950	122,44	191,48	190,98	124,46	157,34	1.444.172	158,48
1960	144,15	242,28	244,23	130,67	190,33	1.773.696	194,64
1970	211,98	335,08	322,18	151,09	255,08	2.343.504	257,17

2. Grafikoa dagokio

Azkenik; hamarreko bakoitzako urtez urte, hazkunde-tasa bilatu eta grafikoko 3. grafikoan ikusarazten dizuegu.

Hots: $I_{t,t-1} = \dfrac{x_{i,t}}{x_{i,t-1}} = (1+\alpha)$

Eta $I_{t,t-1}$: Indize sinplea, momentu baten aurrekoarekiko, hau da, t-1 uneko unitate bat, $1+\alpha$ bihurtu da t unean, orduan hamarreko batetan; 0 uneko unitate bat, $(1+\alpha)^{10}$ bihurtu da 10 urtetan, eta exenplu honetan datuak hamarrekoz ditugulako, urteko hazkunde-tasa ondoko formulen bidez kalkulatzen dugu:

$$\alpha + 1 = \sqrt[10]{\frac{x_{i,t}}{x_{i,t-10}}} \qquad \text{eta} \qquad \alpha = \sqrt[10]{\frac{x_{i,t}}{x_{i,t-10}}} - 1$$

Ondoko taulan, urteko hazkunde-tasak:

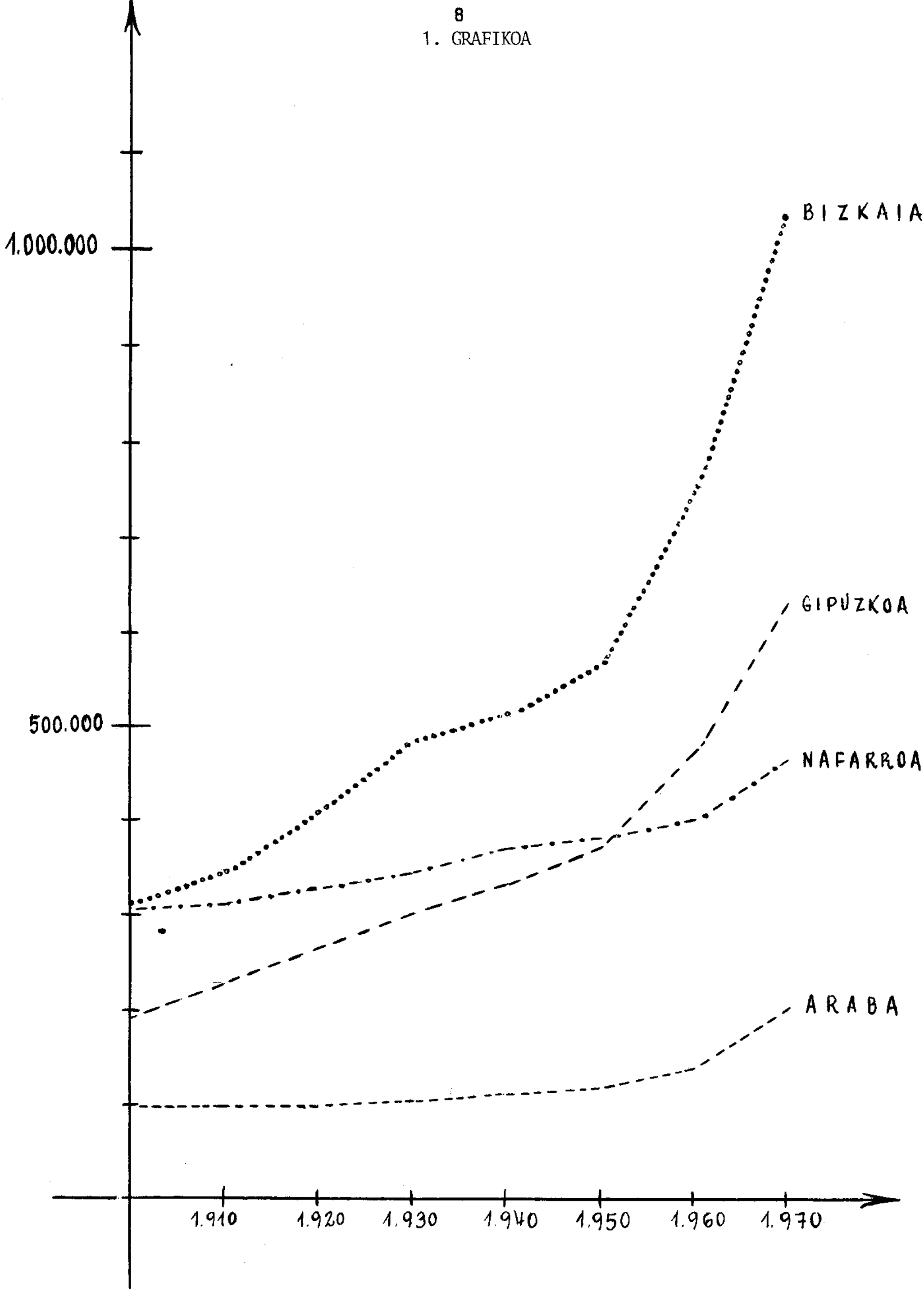
(3)

$\alpha \times 100$	1900/ 1910	1910/ 1920	1920/ 1930	1930/ 1940	1940/ 1950	1950/ 1960	1960/ 1970
ARABA	0,08	0,15	0,54	0,81	0,45	1,65	3,93
BIZKAIA	1,17	1,59	1,71	0,52	1,08	2,86	3,30
GIPUZKOA	1,47	1,32	1,58	0,93	1,21	2,49	2,80
NAFARROA	0,15	0,55	0,47	0,67	0,35	0,49	1,47

3. Grafikoa dagokio

Lortu ditugun emaitza hauek, datozen era desberdinetako hiru grafikoetan adierazi ditugu.

1. GRAFIKOA


BIZKAIA
GIPUZKOA
NAFARROA
ARABA
1.000.000
500.000
1.910
1.920
1.930
1.940
1.950
1.960
1.970

1. GRAFIKOAN IKUSTEN DIREN GAUZA NABARMENENAK

(1) Taulari dagokio

Grafiko honek, eskualde bakoitzeko populazioaren hazkunde absolutoa adierazten digu.

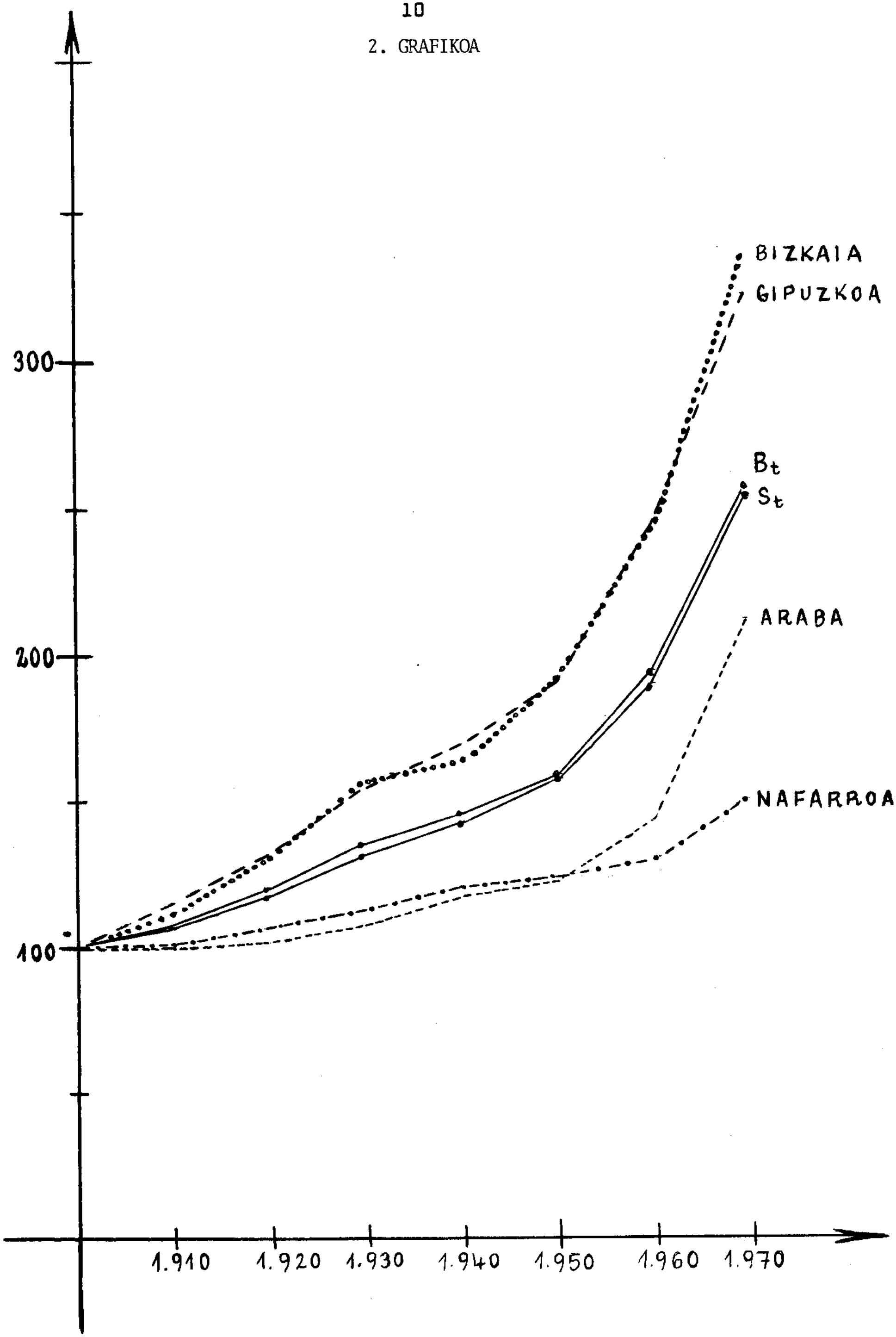
Ondorio hoik atera genitzake:

1900.urtean Nafarroako eta Bizkaiako populazioak berdintsuak ziren, Nafarroako populazio XIX. mendean askoz handiagoa izan arren.

Hamarreko bakoitzean, ibilbidearen malda, gehizen den biztanlekopuruaren araberakoa da, (non gehiketa hamarrekoaren hasierako populazio absolutuarekikoa da).

Ikusgarria da,Nafarroako eta Gipuzkoako ibilbideak hain desberdinak izatea.

2. GRAFIKOA


BIZKAIA
GIPUZKOA
B_t
S_t
ARABA
NAFARROA
300
200
100
1.910
1.920
1.930
1.940
1.950
1.960
1.970

2. GRAFIKOAN IKUSTEN DIREN GAUZA NABARMENENAK

(2) Taulari dagokio

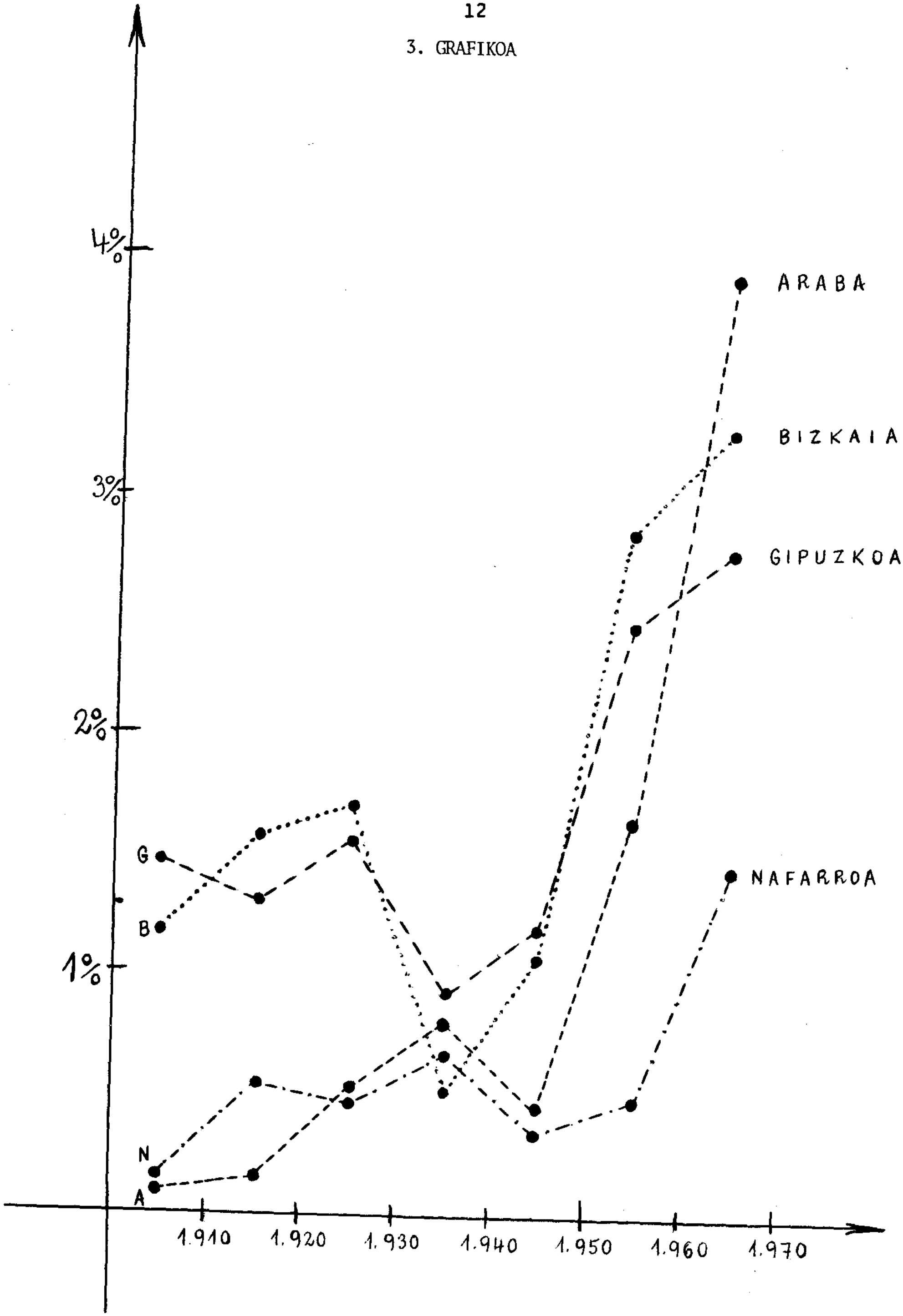
Alde batetik grafiko honetan, eskualde bakoitzarentzako dagokion populazio-indize sinpleen ibilbidea daukagu.

Indize sinple hoien ibilbideak, populazioaren gehiaketa erlatiboa, 1900 urteko populazioarekiko, adierazten digute. (Eskualde guztietako populazio 1900 urtean, 100 dela suposaturik).

Zenbat eta gehiago urruntzen garen 1900 urtetik, orduan eta ibilbide hoien maldak esanahi gutxiago izango dute.

Beste batetik, Hego Euskal Herriko populazio indize konplexu, biren (S_t, B_t) ibilbideak ditugu, (zeinak erdikoak dira).

3. GRAFIKOA


4%
3%
2%
1%
ARABA
BIZKAIA
GIPUZKOA
NAFARROA
G
B
N
A
1.910
1.920
1.930
1.940
1.950
1.960
1.970

3. GRAFIKOAN IKUSTEN DIREN GAUZA NABARMENENAK

(3) Taulari dagokio

Grafiko honetan, eskualde bakoitzari, dagokion, hazkunde tasen ibilbidea daukagu.

Hazkunde tasen ibilbidea, populazioaren gehiketa erlatiboa, adierazten digute, (kasu honetan gehiketa hamarreko bakoitzarekikoa delarik)

Globalki 7 hamarreko hoietan, Bizkai eta Gipuzkoari dagozkien hazkunde tasen ibilbideak, azelerapen gehien dute.

Geldipen handia nabaritzen da lau eskualdetan, 1936 urte inguruan (guda izan liteke arazo honen zergatia).

Nahiko geldikorrak dira, hazkunde tasak lehen hamarrekoan bai Araban, bai Nafarroan, ordez, gero bietan hazkunde handia nabaritzen da (1930-1940) hamarrekoan, justu Bizkaia eta Gipuzkoan geldipen handia denean (migraketa eta guda izan litezke arazo honen zergatia?).

Azken hamarrekoetan, izugarrizko azelerapena nabaritzen da, lau eskualdeetan, kezkagarria Bizkai eta Gipuzkoaren Kasua, Arabak, Bizkai eta Gipuzkoearen saturazioa jasotzen duelarik.

4. INDIZE KONPLEXU PONDERATUAK.

Esan genuenez, momentu batetan (indize sinpleen eta aldagaien) garrantzia ez hartzean ponderazio gabeko indizeak genituen. Esaterako, arroza garia baino bi aldiz gehiago kontsumitzen bada, prezio indize bateren kalkulaketan garrantzi gehiago eman behar zaio arroza prezioaren aldaketei gariarenei baino.

Hau ponderaketaren bidez lortzen da.

Prezio indize bat kalkultzean, ondasun bakoitza, kontsumitzen den kopuruaz ponderatzen bada, pauta batzu jarraituz egingo dugu, eta artikulu edo ondasun batentzat aukeratuak diren ezkero besterentzat ahal bada errespetatu behar dira.

Adibidez, hileroko janari prezioen indize batetan, esne prezioa bere kopuruaz ponderatzen bada eta kopuru hau famili bati dagokiona baldin bada, (senitarte kopuru mugatu eta errenta tarte baten barnekoa), orduan, ogiari dagokion ponderazioa irizpide berdinetan oinarritua izan behar du.

4.1. BALIO, PREZIO ETA KOPURU INDIZEAK.

"p" Bada ondasun baten prezioa eta "k" bere kopurua (saldua, produzitua, ...), orduan, "b" ondasunaren balioa dela esango dugu eta honela kalkulatuku dugu:

$$b = p \cdot k$$

0, 1, ... t, ... m denboretan, ondasun baten prezioak $p_o, p_1, \dots p_t, \dots p_m$ eta dagozkien kopuruak berriz $k_o, k_1, \dots k_t, \dots k_m$ baldin badira, orduan "balio segida denborala" hau izango da:

$$\begin{array}{c} b_t \\ \hline b_o = p_o\, k_o \\ b_1 = p_1\, k_1 \\ \vdots \\ b_t = p_t\, k_t \\ \vdots \\ b_m = p_m\, k_m \end{array}$$

Baina denbora iragatean $k = kte$ bada, b_t balio segida denboralak, bakarrik prezioaren gorabeherakadak adieraziko ditu. Berdin denbora iragatean $p=kte$ bada b_t balio segidak, bakarrik kopuruaren gorabeherakadak azalduku ditu.

Orduan, ondasun bati dagozkion, hiru "balio segida denboral" desberdin idatz ditzakegu.

b_t	$b_t(k)$	$b_t(p)$
$p_o\ k_o$	$p\ k_o$	$p_o\ k$
$p_1\ k_1$	$p\ k_1$	$p_1\ k$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$p_t\ k_t$	$p\ k_t$	$p_t\ k$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$p_m\ k_m$	$p\ k_m$	$p_m\ k$

"O" ondasun bati dagozkion (balio, prezio eta kopuruen) segida hoiek balio errealetan adieraziak diren ezkero, beste "O_i" ondasun batzuei dagozkienez batu ditzakegula, argi ikusten da.

Supusa dezagun $O_1, O_2, \ldots O_i, \ldots O_n$ n-ondasun desberdin ditugula, (non O_i ondasun bakoitzaren balio, prezio eta kopuruen balio-segida denboralak ezagunak zaizkigu), n-ondasun hoiek, batera osatzen duten "konplexuaren indizeak" edo "indize konplexuak" kalkulatzerakoan, balio segida desberdinen batuketak, laburki, honela adierazi litezke:

$\sum_{i=1}^{n} b_{it}$	$\sum_{i=1}^{n} b_{it}(k)$	$\sum_{i=1}^{n} b_{it}(p)$
$\sum_i p_{io}\ k_{io}$	$\sum_i p_i\ k_{io}$	$\sum_i p_{io}\ k_i$
$\sum_i p_{i1}\ k_{i1}$	$\sum_i p_i\ k_{i1}$	$\sum_i p_{i1}\ k_i$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\sum_i p_{it}\ k_{it}$	$\sum_i p_i\ k_{it}$	$\sum_i p_{it}\ k_i$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\sum_i p_{im}\ k_{im}$	$\sum_i p_i\ k_{im}$	$\sum_i p_{im}\ k_i$

(Bi azkenatako segidetaz, p_i= kte, $\forall i$ eta k_i= kte, $\forall i$ dira).

Beraz, "indize konplexuak" lortzeko: konplexuari dagozkion (balio, prezio eta kopuru) hiru balio segida denboral hoien indize sinpleak kalkulatu behar ditugu.

Hots: t=0 oinarri benbora bada:

I_t^B	I_t^k	I_t^p
$\frac{\sum_i p_{io}\, k_{io}}{\sum_i p_{io}\, k_{io}}\, 100$	$\frac{\sum_i (p_i)\, k_{io}}{\sum_i (p_i)\, k_{io}}\, 100$	$\frac{\sum_i p_{io}\, (k_i)}{\sum_i p_{io}\, (k_i)}\, 100$
$\frac{\sum_i p_{i1}\, k_{i1}}{\sum_i p_{io}\, k_{io}}\, 100$	$\frac{\sum_i (p_i)\, k_{i1}}{\sum_i (p_i)\, k_{io}}\, 100$	$\frac{\sum_i p_{i1}\, (k_i)}{\sum_i p_{io}\, (k_i)}\, 100$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\frac{\sum_i p_{it}\, k_{it}}{{}_i\; p_{io}\, k_{io}}\, 100$	$\frac{\sum_i (p_i)\, k_{it}}{{}_i\; (p_i)\, k_{io}}\, 100$	$\frac{\sum_i p_{it}\, (k_i)}{{}_i\; p_{io}\, (k_i)}\, 100$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\frac{\sum_i p_{im}\, k_{im}}{\sum_i p_{io}\, k_{io}}\, 100$	$\frac{\sum_i (p_i)\, k_{im}}{\sum_i (p_i)\, k_{io}}\, 100$	$\frac{\sum_i p_{im}\, (k_i)}{\sum_i p_{io}\, (k_i)}\, 100$

I_t^B, I_t^k, I_t^p aurreko indizei, balio, prezio eta kopuruen indize konplexu elkartetuak deitzen zaie, orain erabiltzen duen poderazioa elkartetua bada ere.

Bainan orain problema bat sortzen zaigu:

I_t^k "kopuru indize konplexua" lortzeko O_i ondasun bakoitzaren; zein prezio hartuko dugu konstantetzat?

Edo ta:

I_t^p "prezio indize konplexua" lortzeko O_i ondasun bakoitzaren zein kopuru hartuko dugu konstantetzat?

Problema honentzat, nahi hainbeste ebazpide edo soluzio aurki daitezke, bainan praktikan bi inposatu dira: LASPEYRES-ena eta PAASCHE-rena.

I_t^k eta I_t^p lortzeko, hoiek urratutako bide desberdinak ikus ditzagun ba ondoren.

4.1.1. LASPEYRES-en INDIZEAK

I_t^p eta I_t^k, prezio eta kopuru indize konplexuak kalkulatzeko, O_i ondasun bakoitzaretzat konstantetzat hartzen ditugun dagozkien kopuru eta prezioak, oinarri denboran somatutakoak dira. Hots $k_i = k_{io}$ eta $p_i = p_{io}$.

Honela lortutako indize konplexuei, Laspeyres-en prezio eta kopuru indize konplexuak deritzegu eta sinbolikoki L_t^p, L_t^k adieraziko ditugu.

Hots:

$$
\begin{array}{cc}
L_t^p & L_t^k \\
\hline
\dfrac{\sum_i p_{io}\,(k_{io})}{\sum_i p_{io}\,k_{io}}\,100 & \dfrac{\sum_i (p_{io})\,k_{io}}{\sum_i p_{io}\,k_{io}}\,100 \\[2ex]
\dfrac{\sum_i p_{i1}\,(k_{io})}{\sum_i p_{io}\,k_{io}}\,100 & \dfrac{\sum_i (p_{io})\,k_{i1}}{\sum_i p_{io}\,k_{io}}\,100 \\[2ex]
\vdots & \vdots \\[1ex]
\dfrac{\sum_i p_{it}\,(k_{io})}{\sum_i p_{io}\,k_{io}} & \dfrac{\sum_i (p_{io})\,k_{it}}{\sum_i p_{io}\,k_{io}} \\[2ex]
\vdots & \vdots \\[1ex]
\dfrac{\sum_i p_{im}\,(k_{io})}{\sum_i p_{io}\,k_{io}} & \dfrac{\sum_i (p_{io})\,k_{im}}{\sum_i p_{io}\,k_{io}}
\end{array}
\qquad (1)
$$

Oinarrizko eragiketa batez, erraz ikus daiteke, (1) formulak, ondoren datozen (2) formula hoien baliokideak direla:

$$\begin{array}{cc}
\dfrac{L_t^p}{100} & \dfrac{L_t^k}{100} \\[2ex]
\dfrac{\sum_i \frac{p_{i1}}{p_{io}} (p_{io}\, k_{io})}{\sum_i p_{io}\, k_{io}} & \dfrac{\sum_i \frac{k_{i1}}{k_{io}} (p_{io}\, k_{io})}{\sum_i p_{io}\, k_{io}} \\
\vdots & \vdots \\
\dfrac{\sum_i \frac{p_{it}}{p_{io}} (p_{io}\, k_{io})}{\sum_i p_{io}\, k_{io}} & \dfrac{\sum_i \frac{k_{i1}}{k_{io}} (p_{io}\, k_{io})}{\sum_i p_{io}\, k_{io}} \\
\vdots & \vdots \\
\dfrac{\sum_i \frac{p_{im}}{p_{io}} (p_{io}\, k_{io})}{\sum_i p_{io}\, k_{io}} & \dfrac{\sum_i \frac{k_{im}}{k_{io}} (p_{io}\, k_{io})}{\sum_i p_{io}\, k_{io}}
\end{array} \qquad (2)$$

Ikusten denez, oinarri denborako prezio ala kopuruaz biderkatzen eta zatitzen da zatikizunaren batugai bakoitzean.

Era honetara ((2) formulak) oso erabilgarriak zaizkigu: O_i ondasun bakoizaren $\frac{p_{it}}{p_{io}}$ prezio indize sinpleak erabiliaz, Laspeyres-en prezio indize konplexuak kalkulatzeko. (Berdin kopuru indizeentzat)

4.1.2. PAASCHE-ren INDIZEAK

I_t^p eta I_t^k prezio eta kopuru indize konplexuak kalkulatzeko, O_i ondasun bakoitzarentzat, indizea kalkulatzen dugun denborako, kopuru eta prezioa hartzen ditugu konstantetzat. Hots: $k_i = k_{it}$ eta $p_i = p_{it}$

Honela, lortutako indize konplexuei Paasche-ren prezio eta kopuru indize konplexuak deritzegu eta sinbolikoki P_t^p, P_t^k adieraziko ditugu.

Hots:

$$
\frac{P_t^p}{100} \qquad\qquad \frac{P_t^k}{100}
$$

$$
\frac{\sum_i p_{i1}\,(k_{i1})}{\sum_i p_{io}\,(k_{i1})}\,100 \qquad \frac{\sum_i (p_{i1})\,k_{i1}}{\sum_i (p_{i1})\,k_{io}}
$$

$$
\vdots \qquad\qquad \vdots
$$

$$
\frac{\sum_i p_{it}\,(k_{it})}{\sum_i p_{io}\,(k_{it})}\,100 \qquad \frac{\sum_i (p_{it})\,k_{it}}{\sum_i (p_{it})\,k_{io}} \qquad (1)
$$

$$
\vdots \qquad\qquad \vdots
$$

$$
\frac{\sum_i p_{im}\,(k_{im})}{\sum_i p_{io}\,(k_{im})}\,100 \qquad \frac{\sum_i (p_{im})\,k_{im}}{\sum_i (p_{im})\,k_{io}}
$$

Lehen egin genuen bezala, oinarri denborako prezio ala kopuruaz biderkatzen eta zatizen bada zatikizunaren batugai bakoitzean, (1) formuletatik datozen (2) formuletara iritsiko gara.

$$
\frac{P_t^p}{100} \qquad\qquad \frac{P_t^k}{100}
$$

$$
\frac{\sum_i \frac{p_{i1}}{p_{io}}\,(p_{io}\,k_{i1})}{\sum_i p_{io}\,k_{i1}} \qquad \frac{\sum_i \frac{k_{i1}}{k_{io}}\,(p_{i1}\,k_{io})}{\sum_i p_{i1}\,k_{io}}
$$

$$
\vdots \qquad\qquad \vdots
$$

$$
\frac{\sum_i \frac{p_{it}}{p_{io}}\,(p_{io}\,k_{it})}{\sum_i p_{io}\,k_{it}} \qquad \frac{\sum_i \frac{k_{it}}{k_{io}}\,(p_{it}\,k_{io})}{\sum_i p_{it}\,k_{io}} \qquad (2)
$$

$$
\vdots \qquad\qquad \vdots
$$

$$
\frac{\sum_i \frac{p_{im}}{p_{io}}\,(p_{io}\,k_{im})}{\sum_i p_{io}\,k_{im}} \qquad \frac{\sum_i \frac{k_{im}}{k_{io}}\,(p_{im}\,k_{io})}{\sum_i p_{im}\,k_{io}}
$$

Ikusten denez, (2) formula hauek ere, indize sinplearen bidez, konplexuak kalkulatzera ematen digute.

4.1.3. FISCHER-en INDIZEAK

Fischer-en indize konplexu edo "indize ideal" deritzona, Laspeires eta Paasche-ren indizeen media geometrikoak dira.

Hots: $F_t^p = L_t^p \; L_t^k$ Fischer-en prezio indize konplexua

$F_t^k = L_t^k \; P_t^k$ Fischer-en kopuru indize konplexua.

4.1.4. PROPIETATE ETA ERLAZIO BATZU

Laspeyres eta Paasche-ren indizeak (1) formulen bidez media elkartetu ponderatu bezala adierazten dira, hala ere, (2) formulen bidez media aritmetika ponderatu bezala.

Indizeen propietate garrantzitsu bat irizpide berdinakoa izatea da, alegia, $B = P \cdot K$ berdintasun hau betetzea; B, P eta K balore, prezio eta kopuru indizeak izanik.

Laspeyres eta Paasche-ren indizeak ez dute betetzen erlazio hau, baina bai Fischer-enak

Hots: $L_t^p \cdot L_t^k \neq B_t$ $\quad P_t^p \; P_t^k \neq B_t$

$F_t^p \; F_t^k = B_t$

Laspeyres eta Fischer-en konbinaketaz betetzen da ere.

Hots: $L_t^p \; p_t^k = B_t$ $\quad P_t^p \; L_t^k = B_t$

Sinboloen ordez formula osoak ipintzen baditugu aurreko erlazioak erraz frogatuko ditugu.

4.1.5. KALKULAKETA

Ondoko taulan ba ditugu labore batzuren prezio eta kopuruak, 1960 eta 1964 urtetakoak .

	Arroza		Artoa		Garia	
	p	k	p	k	p	k
1960	24	100	18	40	20	50
1964	32	80	12	40	40	70

Laspeyres-en prezio indizeaz:

$$\sum_i p_{it}\, k_{io} = 32(100) + 12(40) + 40(50) = 5.680$$

$$\sum_i p_{io}\, k_{io} = 24(100) + 18(40) + 20(50) = 4.120$$

$$L^p_{64} = \frac{5.680}{4.120}\, 100 = 138$$

Halegia, oinarri denborako kopuruaren balioa, przioen gorakadaren bidez, 38% gehitu dela, baina gehienetan, "prezioak 1960-1964 tartean, 38% inguruan goratu direla" esango da.

Bestalde, Paasche-ren prezio indizeaz:

$$\sum_i p_{it}\, k_{it} = 32(80) + 12(40) + 40(70) = 5.840$$

$$\sum_i p_{io}\, k_{it} = 24(80) + 18(40) + 20(70) = 4.040$$

$$P^p_{64} = \frac{5.840}{4.040} = 144$$

Indize hau Laspeyres-en bezalako esanahia du, ordea, eraiketa desberdina duelako, oraingo emaitza 44% da.

5. ZENBAIT ERAGOZPEN INDIZE KONPLEXUEN ERAIKETAN

I) ALDAGAIEN HAUTAPENA

Dakigun bezala, aldagaien multzo bat, batera aztertzea, indize konplexuari dagokio.

Beraz, aipatu dugun multzoaren hautapena lehendabiziko arazoa izango da. Adibidez, aldagaiak nekazal prezioak baldin badira, beren kopurua nahiko handia izango da, areago, kalitate desberdinak kontuan hartzen baditugu; beraz gehienetan, ondasun garrantzitzuenetatik azpipopulazio bat hautatuko da.

Honek, produktuen eta beren kalitateen izendatze zehatz batera inplikatzen gaitu. Honela denbora iragatean, datu segidak irispide baerdinekoak izango baitira.

II) SOMATUTAKO LEKU ETA DENBORAREN HAUTAPENA

Arduraz produktuen kalitateak definitzea eta somaketen leku eta denborak jakinaraztea komeni da somatutako zenbakizko datuak hartzean. Prezioen kasuan lekutzat: produkzio, salketa ala kontsumo lekua har liteke; denboratzat: une bat (adibidez, eguerkiko hamabiak hileroko homabostetan) ala denbora tarte bat (aste, egun, ala hilebete bat) har liteke. Ohituraz, sarritasun, adiera ala garrantzi gehieneko irizpidea jarraituz aukeratzen dira leku eta denborak, ez da ba, posible diren kasu guztien arteko hautapen aleatorio bat.

III) TALDE ETA AZPITALDEEN HAUTAPENA

Indize konplexua kalkulatzean, aldagai talde eta azpitalde batzuren "konplexua" kalkulatzen badugu gainera, argibide gehiago izango dugu.

Adibidez, nekazal prezioen arloan bi talde handi kontsidera genitzake, lurrekorrenak eta ureztaketarenak. Lehenengo taldean azpitaldeak har litezke, adibidez, laboreak, lekariak, ... eta bigarrenean, adibidez, barazkiak, fruituak, ... Beste sailketa batetan, barne kontsumorako eta exportaketarako produktoak, taldeak izan zitezkeen.

Talde eta azpitalde hauen hautapena, egin nahi den ikerketaren menpean egondo da.

IV) OINARRI DENBORAREN HAUTAPENA

Oinarriari dagozkion datuak, beti 100 bezala hartzen dira, orduan, esan genuen bezala, garrantzitsuena "urte normal" bat hartzea da.

Indize barnean dauden aldagaiak ez badute aldaketa nabarmenik, (adibidez, industri produktua bezala) urte normal batetakoak oinarri bezala har daitezke, bestealde, aldaketa handiak baldin badituzte (adibidez, nekazal produktua bezala) hiruzpalau urteko erdineurri bat oinarri bezala hartuko da.

Beste arazo garrantzitsu bat, hau da: oinarri denbora oraingo denboratik ez dela oso urrun egon behar, baina, dena dela, beste galdera batetan (oinarri aldaketa ...) honetaz gehiago hitz egingo da.

V) FORMULA ETA PONDERAZIOEN HAUTAPENA

Formula eta ponderazioek elkarbide bat dute. Ponderazioen informazioa lor ez badaiteke, normalki, indize sinplearen media aritmetika egingo da, baina, lor badaiteke, gehienetan Laspeyres, Paasche eta Fischer-en indizeak erabiliko dira.

Laspeyres-en indizean, ponderazioa oinarri denborakoa delako, informazio gutxiena behar du, Paasche-renak gehiago behar du, ponderazioa aldakorra delako eta azkenik, Fisher-ena dakigunez, beste bien artean media geometrikoa.

VI) INDIZEAREN ADIERAZPETASUNA ETA ZABALDURA

Ondasun kopuruaren menpe zabaldura dago, adibidez, 75% edo 90% bat izango da. Batzutan, hautatu gabe gelditu diren ondasunetatik informazioa baldin badugu, zuzenketak sar daitezke indizeetan.

Adierazpen arloan, promedioen ikuspegitik begiratuko dugu; indize konplexuarekin batera sakabanakuntzaren neurri bat edukitzea komeniko litzateke.

Indize konplexuak, indize sinpleen media ponderatu batzu izatean, datuak mediarekiko sakabanakuntza bat edukitzen dute eta hau handiago da oinarri denboratik urruntzen garenean.

Laspeyres eta Paasche-ren indizeak batera kalkulatzen baditugu, emaitzeen desberdintasuna gehitu egingo da oinarri denboratik urruntzen garenean eta hau sakabanakuntzaren aipamen bezala har dezakegu.

Desberdintasun hau nahiko handia egiten denean, oinarrien berriztapen bat egitea komeniko da.

[illegible]. ERAGOZPEN BEREZI BATZU

[illegible].1. OINARRI ALDAKETA INDIZE SINPLEETAN

Adibide batez ikus dezagun

Urte	I_t (oinarri = 1955)	I'_t (oinarri 1965)
1955	100	36,4
1956	116,7	42,4
1957	150	54,5
1958	150	54,5
1959	158,3	57,6
1960	125	45,5
1961	100	36,4
1962	133,3	48,5
1963	166,7	60,5
1964	200	72,7
1965	275	100

Salketetaren indize bat baldin bada eta oinarria 1965. urtean berriztatzen bada, momentu hortan segida denborala hautsi egiten da eta segida denboral berrian atzerantz erregla proporzional baten bidez (I_t-ren zenbaki bakoitza per $\frac{100}{275}$ biderkatzean) kalkulaketak egiten ditugu. [illegible] 1955. -ren arteko salketak 100% baldin baziren, orain 1965. urtekoak [illegible] dira.

Bi segida hauek adierazten digute: 33'3% gehiago saldu zela 1962.

urtean, 1955. ean baino eta 51,5% gutxiago saldu zela 1962. urtean, 1965. ean baino.

6.2. BERRIZTAPEN ETA LOTUNEAK INDIZE KONPLEXUETAN.

Prokukzio, aktibitate eta gastu aldaketaren ondorio bezala, berriztapena inposatzen da. Momentu batez ondasun erabilgarrienak zirenak, bigarren postu batetan gelditzen dira denbora iragatean ala desagertzen dira. Bestaldetik ondasun berriak agertzen dira, geroz, arruntak egiten direlarik.

Horregatik ondasun multzoa ez dezakegu aldatugabe utzi. Denbora iragatean, berriro, aldagaiak oinarriak eta ponderazioak aukeratu beharko ditugu.

Indize konplexuen berriztapenak, konplexuen bidez definitzen den segida denboral horren, hausketaren arazoa sortzen du.

Ikus dezagun nola egiten den lotunea egiazko kasu batetan:

Estatistikako Institutoa (Estatu Espainolekoak), bizikostuaren indizea (familiak ordaitzen duten prezioenena) berriztatu egin du eta egun bi segida daude, bata 1936. urtean oinarritua eta bestea 1958. ean.

BIZI-KOSTUAREN INDIZEA:

Urte	Oinarria 1936 = 100	Oinarria 1958 = 100
1956	643,1	
1957	712,4	
1958	807,7	100
1959	866,7	-
1960	876,9	-
1961	-	111,3
1962	-	117,3

Lotune eragiketa segida bakar bat lortzen duenez gero; egin liteke 1936. urtean ala 1958. ean oinarrituaz. Bietan, indize sinpleetan ikusi genuen bezala erregla proporzional baten bidez egingo da. Bi segidak, bi indize desberdinak ditugun urtean (1958 urtea kasu honetan) berdinak egiten dira. Oinarri bakartzat 1936. urtea hartzen badugu, orduan 1958. eko 100, per 8,077 biderkatzean 807,7 bihurtzen da, eta honela egingo da segida osoaz, aldiz, oinarri bakartzat 1958 urtea hartzen badugu, orduan, 1936. ean oinarriturik dagoen segida, per 8,077 zatituko da.

Ondoko taulan, loturik dauden bi segida ikusiko ditugu.

Urte	Oinarria 1936 = 100	Oinarria 1958 = 100
1956	643,1	79,5
1957	712,4	82,2
1958	807,7	100
1959	866,7	107,3
1960	876,9	108,6
1961	899,0	111,3
1962	947,4	117,4

Argiro, indize sinpleen alderantziz, bi segida hauk ez dira gonbaragarriak, aldagai eta ponderazio desberdinetaz eginak daudelako, baina, ez dugu beste biderik, indize konplexuari jarraitasun bat eman nahi badiogu.

Ez dugu ahaztu behar, indizeak, fenomeno bateren eboluzioa ikusteko, indikadore batzu besterik ez direla.

7. ZENBAKI INDIZEEN APLIKAPENAK

Indize formulak, era general batez ikusiz gero, bi multzotan sailka ditzakegu, prezio eta kopuruen, baina, formula hauk, indize batzutan zehaztu egiten dira, adibidez, industri produkzioen indizeak, alokairu indizeak, bizikostuaren indizeak, mugigarri balioen indizeak, inportazio indizeak, exportazio indizeak eta abar; gehienak ekonomi aktibitatearen eboluzioa ikusteko baliagarriak direlarik.

Lan txiki honetan, hoien arteko batzu ikusiko ditugu, aldiz, beste indize batzu, indize kateatuak, indize funtzionalak, Edgeworth-en indizea eta abar, bazter batera utzirik geldituko dira une honetan.

7.1. BIZI-KOSTUAREN INDIZEAK

Famili baten bizi-maila, hipotesi bezala konstantetzat hartzen badugu, denbora une desberdinetan famili horrek kontsumoan ordaitzen duenaren gain, gonbaraketak egitea da indize honen helburua. Halegia, presupostu (famili baten bizi-maila deritzona) baten aldaketak neurtu nahi ditu.

Egikera erabiliena "erosketaren saskia" deitzen dena da, hau inkesta baten bidez, presupostuan sartzen diren ondasun kopuruak, serbitzuak eta industri produktoak osatzen dute.

Hartzen den familia "normal" bat da, hots, bere presupostua mediari hurbil zaio.

Oinarri denborako prezioaz eta oraingo prezioaz "saski"-aren balioa kalkulatzea, arazo bakarra izango da, eta bi hauen zatidura bizi-kostuaren indizea da.

Bitez:

$k_{10}, k_{20}, \dots k_{no}$ "saski"-ko ondasunen kopuruak (bizi-maila presuposatzen dutenak)

$p_{10}, p_{20}, \dots p_{no}$ beren prezioak oinarri denboran

eta $p_{11}, p_{21}, \dots p_{n1}$ beren prezioak oraingoko unean

Orduan, <u>bizi-kostuaren indizea</u>, ondoko formulaz edukiko dugu.

$$I_{o1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i1}\, k_{io}}{\sum_{i=1}^{n} p_{io}\, k_{io}}$$

Ikusten denez, indize hau Laspeyres-en indize bat da.

7.2. KANPOREKIKO MERKATALGOAREN INDIZEA

Exportazioko ala inportazioko ondasunei dagozkie eta kopuru ala prezio indizeak izan daitezke.

Indize hauetan "osagabeko zabaldura" da agertzen den arazo garrantzitsuena, hots, oinarri denboran eta oraingo denboran, exportazioko balioen portzentaia desberdinak estaltzen duelakoz.

Aldaketa hau, merkatal komenio , exportazioen murrizketa eta ondasunen eskasiaren ondorioz dator.

Hutsune hau betetzeko ondoko metodoa erabil daiteke:

Sartzen diren produktuentzat Laspeyres-en kopuru indizea kalkulatzen da.

Hots:

$$L_1^k = \frac{\sum_i k_{i1}\, p_{io}}{\sum_i k_{io}\, p_{io}}$$

eta prezio indizea Paasche-rena

$$P_1^p = \frac{\sum_i p_{i1}\, k_{i1}}{\sum_i p_{io}\, k_{i1}}$$

Kopuru indizeen zuzenketa ondorengo eratatara egiten da.

Bitez:

$p'_{io}\ k'_{io}$ Oinarri urtean estaltzen ez den merkantziaren balioa

eta $p'_{i1}\ k'_{i1}$ Oraingo urtean, estaltzen ez den menkantziaren balioa

Suposatzen badugu estaltzen ez den merkantziaren balioa, prezio indizearen erlazioan aldatu dela eta zabaltzen badugu kopuru indizea balio guztietara, orduan, kopuru indizea zuzendurik, hau izango da.

$$I_1^E = \frac{\sum_i k_{i1}\, p_{io} + \frac{1}{P_1^p} \sum_i p'_{i1}\, k'_{i1}}{\sum_i k_{io}\, p_{io} + \sum_i k'_{io}\, p'_{io}}$$

Paasche-ren prezio indizeak barnean eta kanpoan gelditzen diren produkteuentzat berdinak baldin badira, aurreko formula, exportazio produktu guztietara zabaldurik, Laspeyres-en kopuru indize baten baliokidea dela frogatzen da.

7.3. BALIO MUGIGARRIEN INDIZEAK.

Bi taldetan, banaka ditzakegu: kotizazio indize eta errentabilitate indizeetan.

7.3.1. KOTIZAZIO INDIZEAK

Mugiezin edo aldakor diren balio talde baten, aldaketa medioa, kotizazioan neurtzea litzateke bere helburua oraingo magnitude prezioen tituloa dela kontuan kontuan harturik kanporekiko merkatalgoaren indizean erabili dugun metodo berdinaz kalkulatzen da.

7.3.2. ERRENTABILITATE INDIZEAK

Balio talde adierazkor batzu hartzen dira eta talde bakoitzaren barnean, (bere kapitalen neurriagatik eta kupoi eta dibidendoen banaketak, dituzten erregularitategatik) negozioen jarraipen adierazkorrak kontsidera litezke.

Adierazbide hauek erabiliaz:

d_i: ehuneko nominaletik, urteko azken dibidando likidoak, talde bakoitzeko 'i' balioen artean banaturik.

p_i: hileko edo urteko, azken egunean Boltsan erregistratu diren kotizazio ofizialak ehuneko.

c_{oi}: Balio bakoitzeko desboltsatu den egiazko kapitala, erabakitzen den oinarri'unean.

Batezbesteko errenta likidoa, ehuneko, ondoko formula honen bidez kalkulatzen da:

$$r = \frac{\sum_i \frac{d_i}{p_i} c_{oi}}{\sum_i c_{oi}} 100$$

batuketa, talde bakoitzeko i balio guztientzat egiten da.

Balio talde batzuren multzo batentzat, batezbestekoa guztira, honela kalkulatzen da:

$$R = \frac{\sum_j r_j k_{oi}}{\sum_j k_{oi}} \qquad k_{oj} = \frac{\sum_i c_{oi}}{\sum_i}$$

k_{oj}: balio bakoitzarentzat, desbotsatu den kapital medioa, oinarri unean; j balio taldearentzat.

r_j: errenta likidoaren batezbestekoa, ehuneko, j balio talde bakoitzean, non hau, lehen eman den formulaz kalkulatzen da.

Batuketa, talde bakoitzeko j balio guztientzat egiten.

7.4. ALOKAIRU INDIZEAK

Modalitate deberdinak aurkitzen ditugu, erabilbidearen araueran.

G. Duon-i jarraituz hurrengo lau arazoak ikusiko ditugu.

7.4.1. ALOKAIRU MAIL OROKORRA

Indize honen bidez alokairuen aldaketa media ikusi nahi dugu.

Bere eraiketan ondoko ikuspegiak kontuan hartu beharko ditugu:

a) ALOKAIRUEN FINKAKETA: Ondo mugatu behar dira, langileek kobratzen dituzten kopuruak kontzeptu guztietaz (gain-orduak, borondatezko sariordainak eta abar).

b) UNITATE ESTATISTIKOEN SAILKETA: Egiten dugun talde eta azpitaldeen arauera.

c) OINARRIAREN FINKAKETA: Gerra aurreko alokairuen mailak eta oraingo mailak elkarren artean gonbaratzeko nazioartean 1938. urtea oinarri bezala erabili ohi da, Estatu Espainolean berriz 1936. urtea.

d) FORMULEN PONDERAKETAK (media aritmetika eta geometrika). Sektore bakoitzean gizon-ordu lan zenbakiaz egiten da edo aurre informazioa ez dagoenean alokairu berdina duten langileen talde bati dagokion.

7.4.2. LAN-FAKTORE-aren ZATIA PRODUKTZIOAN

Hau da alokairu indizeetaz erabakitzen den bigarren arazoa.

Produkzio unitate bakoitzari dagokion lan ordaindua adierazten digute. Baina, prozeso produktibo bakoitzean ordainkete langileei globalki dagokienada, maila desberdinak berezitu gabe, ezta sexua edo edozein beste modalidade.

Zenbaki indizeak lortu litezke, ekonomia sektore bakoitzarentzat (nekazaritza, industria eta serbitzuak), media elkartetu sinplearen medodoa erabiliaz eta aldagaietaz produktu bakoitzarentzat koste unitario hartuaz.

Hots:

$$s_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{s_{i1}}{k_{i1}}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{s_{io}}{k_{io}}}$$

non; s_{i1}, s_{io}, produktu bakoitzean lanaren ordaintze orokorra oraingo eta oinarri uneetan dira.

Eta k_{i1}, k_{io}, egin diren produktu honen kopuruak oraingo eta oinarri uneetan.

Jakina, koste unitario hauek pondera ditzakegu langileek globalki egin dituzten lan-ordu zenbakiaz, oinarri unean (Laspeyres-en formulaz) edo oraingo unean (Paasche-ren formulaz).

Halegia, h_{i1}, h_{io} langileek globalki egin dituzten orduak dira, oraingo eta oinarri unean.

Orduan: $$L_1^s = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{s_{i1}}{k_{io}} h_{io}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{s_{io}}{k_{io}} h_{io}} \quad \text{edo} \quad P_1^{s} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{s_{i1}}{k_{io}} h_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{s_{io}}{k_{io}} h_{i1}}$$

Koste unitarioak ez badira nahi ikertu, baizik eta, kosteak globalki, ordea, media aritmetika ponderatua erabil dezakegu:

$$a_1^s = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{s_{i1}}{s_{io}} h_{io}}{\sum_{i=1}^{n} h_{io}} \quad \text{edo} \quad a_1^{s'} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{s_{i1}}{s_{io}} h_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} h_{i1}}$$

Ikusi dugun lau formulatan h_{i1} eta h_{io}, ezezagunak direnean, entrepresako ala industriako langile kopuruez ordezka daitezke.

7.4.3. ALOKAIRUEN AHALMEN ESKURAKORRA.

Alokairuen egiazko indizeak, alokairu efektibo indizeen eta bizi-kostuaren indizeen zatiketaren bidez lortzen ditugu.

Hauek, (denbora jarraitzean) alokairuen ahalmen eskurakorra ikusarazten digute.

Jakina, zatitzen diren bi indizeren oinarria, berdina izango da.

7.4.4. ALOKAIRUEN ESTATAL-ERRENTA.

Estatal-Errentaren zati bat langileek globalki kobratzen dutenari dagokio.

Alokairuen indize orokor hau, indize sinple bat da; langileek, oraingo denboran eta oinarri denboran zatidurari dagokiona.

8. ZENBAKI INDIZEEN ERABILBIDE.

Zenbaki indizeen erabilbideak mugagabeak dira, baina hemen, erabilbide berezi bat aztertuko dugu.

Zehazkako erabilbidea hau, edo beste eragozpen batzuen askabidea "deflazioa" deritzona".

Ba dakigu diruaren ahalmen eskurakorra ez dela beti berdina izaten, denbora iragatean diru kopuru berdin batez gero eta gauzak gutxiago eros ditzakegulako.

Diru unitateetan ematen diren segida denboralak, diruarren ahalmen eskurakor hori galtzen dalako, zuzendu egin beharko ditugu eta zuzenketa hau "deflazioa" deritzona da.

Diru-segida denboral baten balioak, monetario balioak izango dira edo deflazioen bidez zuzentzen direnez gero, egiazko balioak.

Egiazko balioen segidak, fenomeno baten egiazko aldaketak ikusarazten dizkigu.

Deflazioa zuzenki egiteko, prezioen indize egoki batez egin beharko dugu.

Monetario balioen segida denboral bat aztertuko dugu, beste kasu batzu ba dira, hau hola gertatzen ez denik, adibidez, famili dirusarketak.

Bedi, monetario balioen segida denboral bat:

$$\begin{array}{l} \sum_i p_{io}\, k_{io} \\ \sum_i p_{i1}\, k_{i1} \\ \vdots \\ \sum_i p_{it}\, k_{it} \end{array} \qquad (1)$$

Segida hau, deflazioaren bidez, prezio konstante dituen beste batetan bihurtuko dugu.

Suposa dezagun, konstantetzat hartzen dugun prezioa zero unean dakokiona dela.

Orduan:

$$\begin{array}{l} \sum_i p_{io}\, k_{io} \\ \sum_i p_{io}\, k_{i1} \\ \vdots \\ \sum_i p_{io}\, k_{it} \end{array} \qquad (2)$$

Eta lortzen dugun segida hau, egiazko balioen segida da.

Informazioa faltatzen denean, egin duguna ez dezakegu beti egin, orduan (2) segida lortuko dugu prezio indize baten bidez, eta indize hau Paasche-rena da.

Ikus dezagun nola, (1) segidaren, balio bakoitza Paasche-ren balio bakoitzarengandik zatitzen badugu, (2) segida, lortuko dugun.

Bitez: $\sum_i p_{it} k_{it}$ eta $P_t^p = \frac{\sum_i p_{it} k_{it}}{\sum_i p_{io} k_{it}}$

eta zatiketa eginik:

$$\frac{\sum_i p_{it} k_{it}}{\sum_i p_{it} k_{it} / \sum_i p_{io} k_{it}} = \sum_i p_{io} k_{it}$$

Ikusten dugunez monetario balio bakoitzatik egiazko baliora heltzen gara.

HIZTEGIA

A

Aditu = Experto
Adierazkor = Representativo
Alokairu indizea = Indice de salarios o índice salarial
Alokairu-mail = Nivel de salarios o nivel salarial
Alokairu efektibo = Salario efectivo
Alokaruaren finkaketa = Fijación del salario
Alokairuen mail orokorra = Nivel general de salarios
Alokairuen ahalmen eskurakorra = Poder adquisitivo de los salarios
Alokairuen Estatal-Errenta = Renta EStatal de los Salarios
Azpipopulazio = Subpoblación
Azpitalde = Subgrupo

B

Balio indizea = Indice de valor
Balio Mugigarrien indizeak = Indices de valores mobiliarios
Banaketa = Distribución
Batezbestekoa = promedio
Batezbestekoa guztira = promedio general
Beheraldi = Depresión
Berriztapen = Renovación
Bizi-kostuaren indizea = Indice del coste de la vida
Bizi-maila = Nivel de vida
Borondatezko sariordainak = Gratificaciones voluntarias

D

Deflazioa = Deflación
Dibidendo likidoa = Dividendo líquido
Diru unitateak = Unidades monetarias
Diruaren ahalmen eskurakorra = Poder adquisitivo del dinero
Dirusarketak guztira = Ingresos brutos

Dirusarketak soila = Ingresos netos

Dirusarketa eta Produkto nazional kontuak = Cuentas de ingreso y de producto nacional

E

Egiazko alokairu indizeak = Indices de salario real

Egiazko balioa = Valor real

Egindako gizon-ordu lana = Horas hombre trabajadas

Ekonomi Elkartu = Agregados económicos

Ekonomi Sectore = Sector económico

Epe luzera mailegua = Préstamo a largo plazo

Erabilbide = Uso

Eragiketa = Procedimiento

Erdineurri = Promedio

Erosketaren saskia = Cesta de la compra

Errenta liquidoa = Renta líquida

Errentabilitate indizeak = Indices de rentabilidad

Exportazio indizeak = Indices de exportación

Exportazioen murrizketa = reducción de las exportaciones

F

Famili dirusarketak = Ingresos familiares

G

Gain-orduak = Horas extra

Gizartemaila = Clase social

H

Hazkunde-tasa = tasa de crecimiento

Handikari prezioen indizea = Indice de precios al por mayor

Hileroko janari prezioen indizea = Indice mensual de precios de alimentos

I

Indize funtzionalak = Indices funcionales

Indize konplexuak = Indices complejos

Indize sinpleak = Indices simples

Indize kateatuak = Indices en cadena

Indizearen adierazpetasuna = Representatividad del índice

Indizearen zabaldura = Cobertura del índice

Industri produkzioen indizea = Indice de la producción industrial

Industri sektore = Sector industrial

Informazio estatistikoak = Informaciones estadísticas

Inteligentzi koefiziente = Coeficiente de inteligencia

Inportazio indizeak = Indices de importación

Irizpide = Criterio, alcance

Irizpide berdina izan = Ser compatible

K

Kanporekiko merkatalgoaren indizea = Indice del comercio exterior

Kopuru indizeak = Indices de cantidad

Koste unitario = Coste unitario

Kotizazio indizeak = Indices de cotizaciones

Kontsumo prezioen indizea = Indice de precios de consumo

L

Labore = Ceral

Lan-Faktore = Factor trabajo

Lan-Faktorearen zatia produkzioan = Parte del factor trabajo en la producción

Lanbide interes eta diruaren teoría orokorra = Teoría general del empleo, el interés y el dinero.

Langile Kopurua = Numero de trabajadores

Lurralkor = Secano

Lotunea = Empalme

M

Magnitude aldakor = Magnitud variable

Merkatal komenio = Convenio comercial

Monetario balioa = Valor monetario

Mugatu = Determinar, fijar

Multzo = conjunto

N

Negozioen jarraipen = Marcha de los negocios
Nekazal prezioak = Precios agrícolas
Nekazal produkzioen indizea = Indice de producción agrícola
Nekazal sektore = Sector agrícola
Nekazarimaila = Clase agrícola

O

Ongizate ekonomiko = Bienestar económico
Oinarri aldaketa = Cambio de base
Oinarriaren finkaketa = Fijación del período base
Osagabeko zabaldura = Cobertura incompleta

P

Paperezko dirua = Papel moneda
Parekidetazun erlazio = Razón de paridad
Prezio indize konplexua = Indice complejo de precios
Prezioen joera orokorra = Tendencia general de los precios
Prezioen mail orokorra = Nivel general de precios
Populazio = Población
Populazio igoera = Aumento de la población

S

Sakabanakuntza = Dispersión
Serbitzu Sektore = Sector servicios
Somazio leku eta fenbora = tiempo y lugar de observación

T

Talde = grupo
Truka - balio orokorraren neurketa = La medición del valor general de intercambio

U

Uhinada = Oleada

Uzta = Cosecha

Unitate estatistikoen sailketa = Clasificación de las unidades estadísticas

Ureztaketa = Regadío

Uztabilketa = Cosecha

X

Xedatu = Conducir-ido

Z

Zahaztasun = Exactitud

Zenbaki Indizeak = Números Indices

Zanbaki indizeen erabilbideak = Usos de los números índices.

BIBLIOGRAFIA

Autor	Título
ALCAIDE, Angel	Estadística Económica S.A.E.T.A. (1973)
BARBANCHO, G. Alfonso	Estadística Elemental Moderna ARIEL (1973)
DUON, G.	De la théorie a la pratique des indices statistiques (1956)
MERRIL, William y FOX, Karl	Introducción a la Estadística Económica Amorrortu Editores (1972)
NIETO DEL ALBA, Ubaldo	Introducción a la Estadística (1958)