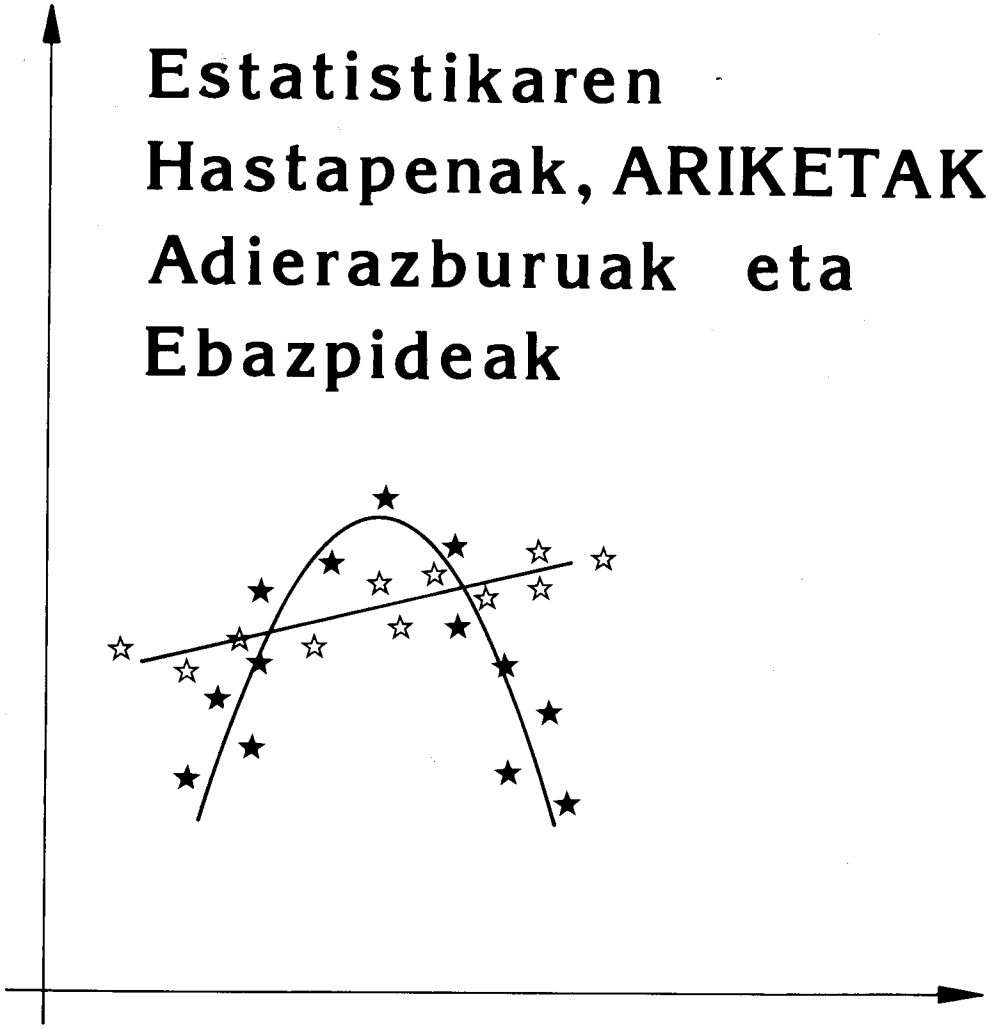
Estatistikaren Hastapenak, ARIKETAK Adierazburuak eta Ebazpideak



udako euskal unibertsitatea

IRUÑEA 1985

EUSKO JAURLARITZAREN LAGUNTZAZ

JABEGOA: U.E.U.ko Estatistika Saila
I.S.B.N.: 84-398-5039-5
LEGE-GORDAILUA: BI-1.847-85
INPRIMATEGIA: BOAN S.A.

E S T A T I S T I K A R E N H A S T A P E N A K

A R I K E T A K

K. Fernandez Agirre.

A U R K I B I D E A

HITZAURREA 5

1. EZAUGARRI ESTATISTIKO BAKUNAK

1. ADIERAZBURUAK 9

Maiztasun-Banaketak.
Taulak.
Adierazpide Grafikoak.
Momentuak.
Balio tipiko edo estatistikoak.
Aldagai-Aldaketa.
Tipifikazioa edo Standardizazioa.
Kontzentrazio-Neurketak.

1. EBAZPIDEAK 29

2. ZENBAKI-INDIZEAK

2. ADIERAZBURUAK 53

Indize sinpleak.
Indize konplexuak.
Laspeyres-en indizea.
Paasche-ren indizea.
Fisher-en indizea.
Kontsumo-prezioen indizea.

2. EBAZPIDEAK 63

3. EZAUGARRI ESTATISTIKO BIKOITZAK

3. ADIERAZBURUAK 73

Maiztasun-banaketak
Taulak
Dispertsio-diagrama edo puntu-hodeia

Momentuak.
Korrelazioa eta erregresioa.
Aldagaien aldaketak.
Tipifikazioa edo standardizazioa.
Batezbestekoaren erregresioa.
Erregresio lineala.
Erregresio polinomikoa.
Erregresioa ortogonala.

3. EBAZPIDEAK 93

4. EZAUGARRI ESTATISTIKO ANIZKOITZAK

4. ADIERAZBURUAK 115

Banaketak.
Taulak.
Erregresio-planoa eta hiperplanoa.
Erregresio-planoa eta hiperplanoa tipifikatuak edo standardizatuak.
Korrelazio partziala.

4. EBAZPIDEAK 131

5. S.P.S.S.: STATISTICAL PACKAGE FOR THE SOCIAL SCIENCES/GIZARTE ZIENTZIETARAKO ESTATISTIKA-PAKETEA

5. ADIERAZBURUAK 149

Estatistika bakuna eta anizkoitzaren zenbait adibide.

5. EBAZPIDEAK 163

H I T Z A U R R E A

Eskutartean daukazun liburua, Sarrikoko Ekonomi eta Enpresa Zientzien Fakultatean ESTATISTIKARAKO SARRERA asignaturan landutako material praktikoa da.

Liburua osatzen duten 108 ariketetatik ia gehienak Ekonomi eta Enpresa ataleetako ikasleek egin behar izan dute proposaturiko etsaminetan azkeneko lau ikasturteetan; bat edo beste, ordea, bereziki klasetarako asmatutakoak dira.

Dena dela, ariketa hauen sorreraren meritua ez da bakarrik nirea, lan-talde bezala J. M. Piris eta A. Martinez irakasleekin asignatura eramaten dugunez ariketen ideiak hein handi batetan beraienak dira.

Nire eskerrik beroenak lehen apaitutako irakasle kideei eta ezin ahaztu euskararen aldetik hainbeste irakatsi zidatenei Martxel Aizpurua eta Jose Ramon Etxebarria hain zuzen ere.

Azkenik, mila esker klara Izurietari Estatistika Sailean bekaduń-laguntzaile izanik argitalpen honen prestaketetan eman duen denboragatik eta Martxel Ensunzari ESTATISTIKAREN HASTAPENAK libururako bezala azala egiteagatik.

Sarrikon, 1985.eko Irailaren 30ean.

1. EZAUGARRI ESTATISTIKO BAKUNAK

MAIZTASUN-BANAKETAK
TAULAK
ADIERAZPIDE GRAFIKOAK
MOMENTUAK
BALIO TIPIKO EDO ESTATISTIKOAK
ALDAGAI-ALDAKETA
TIPIFIKAZIOA EDO STANDARDIZAZIOA
KONTZENTRAZIO-NEURKETAK

1. ADIERAZBURUAK

1.1.- Ondoko taulan, X aldagaiaren banaketa emanik,

X_i	0	1	2	3
n_i	2	3	1	5

Atera itzazu:

1) 2. ordenako momentu arrunta edo jatorriarekikoa.

2) 2. ordenako momentu zentrala edo batezbestekoarekikoa.

3) 2. ordenako momentua $X_o = 2$ balioarekiko. Azal itzazu lortutako emaitzak.

1.2.- Demagun asmatutako bi herritarako populazio-datuak ditugu la.

	ZIMBA		SILDAVIA	
Adina	Gizonezkoak	Emakumezkoak	Gizonezkoak	Emakumezkoak
0-10	200	200	500	500
10-30	100	300	1200	800
30-60	60	100	800	700
60-80	15	25	200	300

1) Egin itzazu herri horiei dagozkien populazio-piramideak.

2) Konpara itzazu biak, desberdintasunak aipatuz.

1.3.- Ondoko taulan herrialde baten udalen banaketa ematen dugu beraien biztanleen arabera.

Biztanleak : X	Udal-kopurua: n
$X \leqslant 10.000$	90
$10.000 \leqslant X \leqslant 50.000$	600
$50.000 \leqslant X \leqslant 150.000$	300
$150.000 \leqslant X \leqslant 450.000$	10

Eskatzen da:

1) Banaketa grafikoki adieraztea.

2) $\bar{X}$, M_e M_o, batezbesteko desbidazioa, desbidazio tipikoa eta g_o aldakuntz koefizientea.

1.4.- Ondoan, biztanle-errenta eta munduko petrolioen erreserbak rekord batzu dituelarik, Pertsiar Golkoan dagoen herri txiki baten estatistika demografikoaren laburpena daukagu.

Urte beteak 1966-XII-31	biztanleak milatan	
	Emakumezkoak	Gizonezkoak
0 - 9	70	75
10 - 29	80	130
30 - 49	35	75
50 - 79	15	20

Eskatzen da:

1) Grafikoki adieraztea (histogramak edo piramidea)

2) Dakizun zentru-joeraren eta sakabanatzearen neurriak.

3) Azal itzazu laburki ateratako emaitzak.

1.5.- Bi goi-mailako ikastetxetan, ikasleen adinak honela banatzen dira:

Urteak (mailak)	M.E. Ikastetxea	E.F. Ikastetxea
17 - 19	400	750
20 - 25	400	2.000
26 - 37	200	250

Histogramen, zentru-joeraren eta sakabanatzearen balio tipikoen bidez, maiztasun-banaketa hauek konparatu itzazu.

1.6.- Berrogei ikasle dituen talde batek, S asignaturan, lortutako kalifikazioak hauek izanik:

4	5	5	2	0	1	7	6	3	2
1	6	7	6	4	5	4	2	3	3
8	7	4	4	3	6	5	9	1	8
3	5	5	4	6	8	5	7	3	4

Eskatzen da:

1) Aurkez ezazu, grafikoki, talde horren kalifikazioen banaketa.

2) Atera itzazu batezbesteko aritmetikoa, Moda, Mediana, Bariantza eta Aldakuntz koefizientea.

3) Adieraz itzazu laburki lortutako emaitzak.

1.7.- Herri batetako burdingintza sektorearen 10 enpresak dituzten faktoriak, hauexek dira:

Enpresak	Faktorien kopurua
3 enpresa	1
2 "	2
5 "	3

Eskatzen da:

1) Maiztasun-banaketa hori adierazten duen barra-diagrama.

2) Banaketa horren g_0, g_1, g_2 koefizienteak; aldakuntz, asimetri eta kurtosi koefizienteak hain zuzen.

3) Lortutako balioen esangura, laburki, adieraztea.

1.8.- Ondoko taulan Bizkaiatik Karlos II.aren gudetara joaten ziren gizasemeak ikusten ditugu urtez urte, bere 35 urtetako aginte-garaian.

200	300	100	100	0
200	0	0	200	0
0	400	0	0	400
0	1.000	300	0	0
0	0	0	0	100
0	300	0	200	200
0	0	100	300	0

Eskatzen da:

1) Maiztasun-banaketaren adierazpide grafikoa.

2) Zentru-joeraren balio ezagunenak.

3) Sakabanatze-balio ezagunenak.

1.9.- Erostetxe edo magazin batetako erosleriaren gastuak aztertu ondoren, honela izan ziren banatuak gastuak mila pezetatan:

Gastu-tarteak	Maiztasunak
0 - 4'99	5
5 - 9'99	10
10 - 14'99	14
15 - 19'99	20
20 - 24'99	35
25 - 29'99	15
30 - 34'99	1

Eskatzen da:

Kalkula itzazu neurri hauek, beren esanahia adieraziz: batezbestekoa, desbidazio tipikoa, aldakuntz koefizientea, moda.

1.10.- Butano banatzaile batek, 20 lan-egun segidatan, honako kantitate hauek banatu ditu:

351	303	185	94	510	423	285	212	104	512
390	308	200	88	485	401	310	195	90	485

Datuak lau taldetan banatu eta klase-ordezkaritzat, tarteen erdiko puntua edo justifikatutako zenukeen beste edo zein puntu hartu ondoren:

Eskatzen da:

1) Aldagai taldekatu horren Batezbestekoa, Desbidazio tipikoa eta Aldakuntz Koefizientea.

2) Dagokion adierazpide grafikoa.

1.11.- Populazio batetan 20 pertsonatako lagin bat hartu da. Altuerak neurtu dira eta ondoko emaitzak lortu ditugu:

1'65 - 1'70 - 1'68 - 1'82 - 1'80 - 1'45 - 1'56 - 1'35 - 1'90 - 1'56 - 1'88 - 1'66 - 1'65 - 1'55 - 1'57 - 1'60 - 1'62 - 1'90 - 1'82 - 1'65.

Kalkula itzazu: zentru joeraren balio tipikoak (batezbestekoa, moda, mediana) eta sakabanatzearenak (Bariantza, desbidazio tipikoa eta ibilera).

1.12.- Talde bat osatzen duten hogei gazteei, proba psikoteknika berezi bat egin zaie, ondoko puntuazio hauek lortuz:

91	92	83	80	87	94	91	86	89	94
85	92	90	89	85	86	90	85	87	84

Eskatzen da:

1) Zabalera berdineko 4 ibilbideaz dauzkaten taldetan sailka itzazu datuak eta lortzen den maiztasun-banaketaren adierazpide grafikoa egin.

2) Atera itzazu Batezbestekoa, Mediana, Moda, Bariantza, Desbidazio tipikoa eta Aldakuntz koefizientea.

3) Azal itzazu emaitzak taula argi baten bidez eta balora ezazu, gazte-talde horretaz, emaitz horiek emandako informazioa.

1.13.- Ondorengo multzoan, dimentsio geopolitiko berdintsuak di tuzten 20 Estatuetarako, (N.P.G) Nazio-Produktu Gordina/ biztanle, aldagai estatistikoa ikertu nahi da.

Ondoko datuak 1981 urterako izanik:

ALEMAN ERREPUBLIKA FEDERATUA	11.730 $
FRANTZIA	9.940 $
ITALIA	5.240 $
ESPAINIA	4.340 $
POLONIA	3.830 $
VENEZUELA	3.130 $
JUGOSLAVIA	2.430 $
TURKIA	1.330 $
KOLONBIA	1.010 $
MAROKKO	740 $
PERU	730 $
NIGERIA	670 $
FILIPINAK	600 $
THAILANDIA	590 $
EGYPTO	460 $
KENYA	380 $
UGANDA	290 $
TANZANIA	270 $
BIRMANIA	160 $
ETHIOPIA	130 $

Eskatzen da:

1) Ondoko bost tarte hauetan taldeka itzazu balioak (0;500) , (500;2000) , (2000;4000) , (4000;8000), (8000;12000) dagokion maiztasun absolutu eta erlatiboen taula osatuz eta ateratzen den banaketa, histogramaren bidez grafikoki adieraziz.

2) Estima itzazu banaketaren Mediana eta Moda.

3) Kalkula itzazu batezbesteko aritmetikoa, Desbidazio tipikoa eta Aldakuntz koefizientea, klase-ordezkariak bezala tarteen erdiko puntuak harturik.

4) Komenta ezazu laburki, banaketaren asimetria eta soslaia.

1.14.- Ondoko taulan, O.H.O.n diharduten 100 ikasle daude banatuta beraiek dituzten urte beteen arabera.

Urte beteak	6	7	8	9
maiztasunak	35	49	14	2

Eskatzen da:

Lor itzazu Batezbesteko aritmetikoa, Mediana eta Moda, ondoko bi ikuspuntuak kontutan harturik.

1) Adina praktikoki diskretua kontsideratzen da.

2) Adina ezaugarri jarraia da. Kasu honetan klase ordez karitzat, tartearen erdiko puntua hartu behar da.

3) Emaitzen irazkina edo komentarioa.

1.15.- Banaketa baten a_1, a_2, a_3 momentuak ondokoak izanik:

$$a_1 = 10 \qquad a_2 = 116 \qquad a_3 = 1160$$

Lor itzazu g_0 eta g_1 koefizienteak eta komenta ezazu banaketa horren posizioaz, sakabanatze erlatiboaz eta asimetriaz ikusten duzuna.

1.16.- 1) Froga ezazu g_1 asimetri koefizientea, neurri-unitate aldaketarekiko independentea dela.

2) Atera ezazu kurtosi koefizientea ondoko banaketan, bere balioaren esangura azalduz.

Xi	ni
1	2
2	4
3	5
4	3

1.17.- 1) Maiztasun banaketa baten ondoko momentuak ditugularik:

$a_1 = 3$ $a_2 = 18$ $m_3 = -905$ $m_4 = 243$

Kalkula itzazu: Bariantza, Desbidazio standarda, asimetri eta kurtosi koefizienteak.

Marraz ezazu banaketaren soslai bat

1.18.- Aldagai estatistiko baten bi aurreneko momentu arruntak ezagutzen dira

$a_1(x) = 40$ $a_2(x) = 2.500$

1) Lor itzazu Bariantza, Batezbestekoa eta Aldakuntz Koefizientea.

2) Beste aldagai estitistiko bat 1) ataleko aldagaiarekin, ondoren azaltzen den transformazioaren bidez erlazionatuta dagoela dakigu:

$$Y = 5X + 100$$

Lor itzazu aldagai berriaren Batezbestekoa, Bariantza eta Aldakuntz koefizientea.

1.19.- Ondoko hiru kasuak kontsideratuz:

- Bi aldagai estatistikoren batuketa

- Aldagai bat eta eskalare baten biderkaketa

- Aldagai baten transformazio lineala

Lor itzazu, transformazio hauen batezbesteko aritmetikoa, desbidazio tipikoa eta aldakuntz koefizientea.

1.20.- 1) Froga itzazu Batezbesteko Aritmetikoaren propietateak.

Zer informazio berezia ematen digu Batezbesteko Aritmetikoak zentru-joerari buruz? Eta Modak? Eta medianak?

2) Lor itzazu aldagai tipifikatuaren Batezbesteko Aritmetikoa eta desbidazio tipikoa

1.21.- Ikasle batek A eta B asignaturatan ondoko notak lortu ditu: 80 eta 98 puntuak, hurrenez hurren.

Aasignaturaren puntuen banaketak, 75 puntu ditu batezbestekoz eta 10 puntu desbidazio tipikoz.

B asignaturaren puntuen banaketak, aldiz, 90 puntu batezbestekoz eta 15 desbidazio tipikoz.

Zein asignaturatan atera du posturik onena?

1.22.- Familia tipo batek jolasaldi, atsedenaldi eta aisi-tartetan egindako gastuak 20.000 pezetakoak dira batezbestekoz urte guztiaren lan-hiletan, opor-hiletan berriz 2´5 bider gehiago dira.

Bere etxebizitza dagoen auzoan kontzeptu horietan egindako gastuak 15.500 pzt/hilea-familia dira batezbestekoz eta 3.500 pzt/hilea-familia desbidazio tipikoz.

Oporrak igarotzen dituen tokian, berriz, balio horiek 42.000 pzt. eta 7.500 pzt. dira hurrenez hurren. Zein tokitan dago posturik hobeagoan, gastu horien arabera?

1.23.- Ondoan daukagun nomina-zerrendan, 25 langileentzako "Hileroko ordainketa" aldagaiari dagozkion balioak azaltzen dira.

	LANGILEA		HILEROKO ORDAINKETA GUZTIRA
1	ALVILLOS Aguirre	Maria Pilar	80.000 pezetak
2	ARRESE Oceja	Emilio	200.000 "
3	BANDAÑA Rodriguez	Crisanto	120.000 "
4	BERNARDO Perez	Antonia	200.000 "
5	CALVO Artazcoz	MªJose	80.000 "
6	CERCEDA Amulio	Germán	120.000 "
7	CHARLOT Gómez	Luis	40.000 "
8	EGUIA Arocena	Enrique	80.000 "
9	FEO González	Fermín	40.000 "
10	FUNOLL Varela	Paula	80.000 "
11	GARIN Frade	Pedro	200.000 "
12	GONZALEZ Navarro	MªCarmen	80.000 "
13	HINOJAL Calvo	Gregorio	120.000 "
14	JUARISTI Eizaguirre	Edurne	80.000 "
15	LIZASO Urkiza	Valentin	320.000 "
16	MAR Herrera	MªLuisa	40.000 "
17	MENDIBE Abasolo	Jenaro	40.000 "
18	NAVARRO Carreño	José Ramón	200.000 "
19	PAVON Mendive	MªNieves	120.000 "
20	RASTRILLA Frías	Borja	120.000 "
21	RUEDA Carrizo	Benedicto	120.000 "
22	SANTAMARINA Pascual	Micaela	80.000 "
23	TATO Carreira	Gerardo	80.000 "
24	VALDEMOROS Artesero	Filomena	80.000 "
25	ZABALA Macía	Agustina	80.000 "
		G U Z T I R A :	2.800.000 pezetak

Edurne Juaristi

Bilbo, 1984.eko Otsailaren 28-an

Eskatzen da:

1) Aldagai horren banaketaren maiztasun absolutu eta erlatiboen taula.

2) Banaketa hori errepresentatzen duen barra-diagrama marraztea.

3) Ezagutzen diren zentru-joeraren balio tipikoak.

4) Ezagutzen diren sakabanatzearen balio tipikoak.

5) 2) atalean lortutako adierazpen grafikoa ikusiz, esan ezazu g_1 , g_2 koefizienteen zeinua.

6) Atera itzazu, "hileroko ordaindeta" aldagai estatistikoaren balioei (pezetatan emanak) dagozkien balio zentratuak eta tipifikatuak.

7) Azter ezazu "hileroko ordainketen" kontzentrazio-maila Lorenz-en kurba eta Gini-ren indizearen bidez. Komenta ezazu laburki lortutako emaitza.

1.24.- I.M.N.E.B.-ren ordezkaritza probintzialeko enplegatuen hileroko soldatak honela banatzen dira.

40 enplegatu.....50.000 pezeta bakoitzak.

100 enplegatu.....100.000 pezeta bakoitzak.

40 enplegatu.....200.000 pezeta bakoitzak.

20 enplegatu.....500.000 pezeta bakoitzak.

Eskatzen da:

1) Barrazko diagrama, enplegatuen banaketa soldaten arabera grafikoki adierazteko.

2) Banaketa honen g_o, aldakuntz koefizientea hain zuzen.

3) Lorenz-en kurba, soldaten banaketa enplegatuen artean aurkezteko.

4) GINI-ren indizea, kontzentrazio-maila neurtzeko.

1.25.- Talde batetako 10 lagunak beraien sarreren mailen arabera sailkatuak izan dira.

Klase ordezkariak:	1	4	10
Lagunak :	5	4	1

1) Lor ezazu Gini-ren indizea, talde horretan sarreren kontzentrazioa erakusteko.

2) Sarrera txikienak dituzten bi mailak sail batean hartzen baditugu.

Klase ordezkaria :	x	y
Lagunak :	9	1

Zeintzuk dira x eta y-ren balioak Gini-ren indizea lehengo balioa edukitzeko?

1.26.- Ondoko taulan, Elkarte Anonimo batetako akziodunen artean akzio-tituluen kopurua banaturik daukagu.

Titulu Kopurua/Akziodun	Akziodunen Kopurua
25	4
5	40
1	100
100	1

Eskatzen da:

1) Banaketari dagokion Lorenz-en kurba, grafikoki, kontzentrazioa aurkez dezagun.

2) Gini-ren indizea banaketaren kontzentrazioa neur dezagun.

1.27.- VD zerbitzu publikoaren sukurtsaleren banaketa estatuko 50 probintzietan, honako hau da:

Sukurtsalen Kopurua/Probintzia	Probintzien Kopurua
1	30
20	3
10	5
5	12

Eskatzen da:

1) Banaketa horren Lorenz-en kurba marraztea.

2) Banaketaren Gini-ren indizea kalkulatzea.

1.28.- Ondoko 120 gazteen taldea sailkatuta daukagu, bakoitzak daukan diskoen arabera.

Diskoak	Gazteak
1 - 5	20
6 - 12	40
13 - 25	40
25 - 45	20

Eskatzen da:

1) Eraiki ezazu Lorenz-en kurba, talde horretan, diskoen banaketa ikustarazteko.

2) Kalkula ezazu berari dagokion Gini-ren kontzentrazio-indizea.

1.29.- Ondoko taulan, Estatuko probintzien banaketa datorkigu, bakoitzaren produkzio total garbiaren arabera, 1975. urterako miloi pezetakotan:

Mailak	Batezbesteko Produkzioa	Probintzien Kopurua
150.000 baino gehiago	400.000	5
50.000 baino gutxiago	30.000	15
Beste gainontzekoak	100.000	30

Eskatzen da:

1) Banaketa hau, histograma baten bidez, grafikoki aurkeztea.

2) Gini-ren indizea eta Lorenz-en kurbaren bidez, 50 probintzietan produkzio totalaren kontzentrazioa aurkeztea.

1.30.- Hiri satelite batetan bi mila famili bizi dira. Dituzten hileroko sarrerei buruz informazioa jaso da.

900 familia	150.000-300.000	tartean	pzt/hilea	jasotzen	dute	
800 "	50.000-150.000	"	"	"	"	
200 "	300.000-500.000	"	"	"	"	
100 "	0- 50.000	"	"	"	"	

Eskatzen da:

1) Familien banaketa errepresentatzen duen histograma "hileroko sarrera" aldagai estatistikoaren arabera.

2) Banaketa horren modaren estimazioa.

3) Bi mila familietan "hileroko sarrera" totalaren kontzentrazioa errepresentatuko duen Lorenz-en kurba.

4) Kontzentrazio hori neurtuko duen Gini-ren indizea.

5) Lortutako emaitzak aztertzea.

1.31.- M boene enpresa afrikarraren hileroko alokairuen banaketa (herri honen pezetatan) ezagutzen dela suposatzen dugu:

10	langile	400.000 pzt.
40	"	137.500 "
50	"	10.000 "

Baita ere, Boe-Buba enpresa afrikarraren, hileroko alokairuen banaketa dugula, herri horren pesotan:

20	150.000 peso
80	6.250 peso
100	15.000 peso

1) Konpara ezazu bi banaketen uniformetasun-maila Lorenzen kurba eta Gini-ren indizearen bidez.

2) Komenta ezazu laburki lortutako emaitza.

1.32.- Estatu konkretu batetan eta data zehatz batetan ondorengo informazioak hartu ditugu:

- 10 milioi familia ditu
- Hilean 200.000 pezeta baino gehiago jasotzen duten 2 milioi familien artean, estatuko famili errenta totalaren ehuneko 55 hartzen dute.
- Hilean 100.000 pezeta baino gehiago jasotzen duten 4 milioi familien artean, estatuko famili errenta totalaren ehuneko 75 jasotzen dute.
- Hilean 50.000 pezeta baino gehiago jasotzen duten 8 milioi familien artean, estatuko famili errenta totalaren ehuneko 95 jasotzen dute.

Eskatzen da:

1) Lorenz-en grafikoa marraztea errenta familiarraren banaketarako.

2) Dagokion Gini-ren kontzentrazio indizea kalkulatzea.

1.33.- Berrehun langile dituzten A, B enpresetan, langileak eta hileroko alokairuak honela banatzen dira.

A Enpresa		B Enpresa	
Alokairuak	Langileak	Alokairuak	Langileak
4.500	90	6.000	80
2.000	20	7.000	100
8.000	30	10.000	20
3.000	50		
10.000	10		

Eskatzen da:

1) Batezbestekoa, mediana, desbidazio standarda eta aldakuntz koefizientea enpresa bakoitzarako.

2) Alokairu-banaketari dagokion Gini-ren kontzentrazio indizea enpresa bakoitzarako.

3) Konpara itzazu bi alokairu banaketak lortu dituzun estatistikoen arabera.

1. EBAZPIDEAK

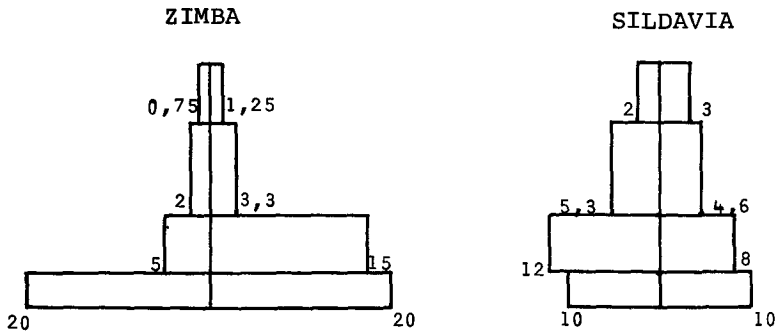
1.1

$a_2=4,73$; $m_2=S^2=1,42$; $a_{2,2}=1,45$

Barintza bigarren ordenako momentu zentralik tzikiena bezala - aurkezten zaigu, bestalde, m_2 eta $a_{2,2}$ momentuek balio hurbi-- lak hartzen dituzte $\bar{x}$ = 1,82 eta 2 antzekoak baitira.

1.2

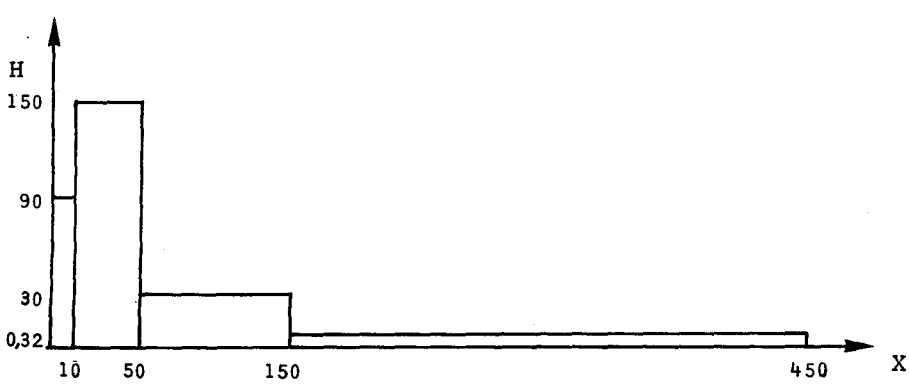
1) Populazio-piramideak



2) ZIMBA-ren soslaiak jaiotze-tasa garrantzitsua eta gizonezkoen emigrazio aipagarria adierazten du; SILDAVIA-renak, - ordea, jaiotze-tasa eta hilkortasun murriztuagoak. Halaber, gizonezkoen inmigrazio garaia adierazten du.

1.3

1)



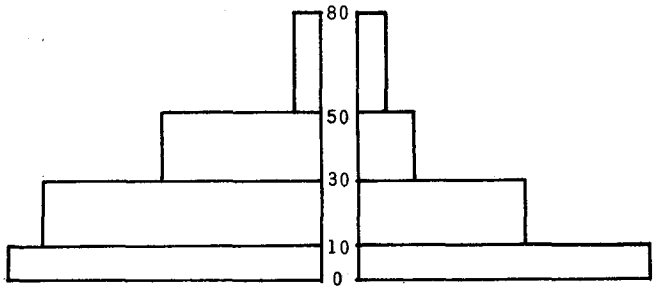
2) $\bar{X}$ = 51.450 biztanle
Me = 37.333 biztanle
Mo = 20.000 biztanle

DMe = 28.737 biztanle
$D\bar{x}$ = 34.101 biztanle
Sx = 42.369 biztanle
g_Θ = %82,4

Banaketa, modabakarra eta eskuinerantz asimetrikoa izanik, $Mo \leq Me \leq \bar{X}$ betetzen da.
Halaber, $DMe \leq D\bar{x} \leq Sx$ betetzen dela ikusten dugu.

1.4

1) Populazio-piramidea



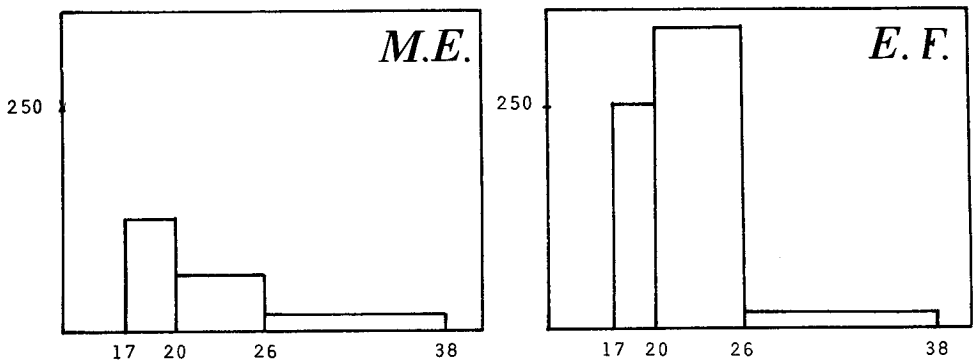
2)

Banaketa	$\bar{x}$	S^2x	Sx	go
Emakumezkoena	21,67	297,9	17,26	% 80
Gizonezkoena	24,27	271,9	16,49	% 68

3) Zabaltasun handia aurkezten du adierazpide grafikoak, -- erdi-adineko gizonezkoen populazioan; balio tipikoak kontutan hartuz estatu gaztea dela antzeman dezake, halaber, gizonezkoen inmigrazio maila nabaria da.

1.5

Histogramak:



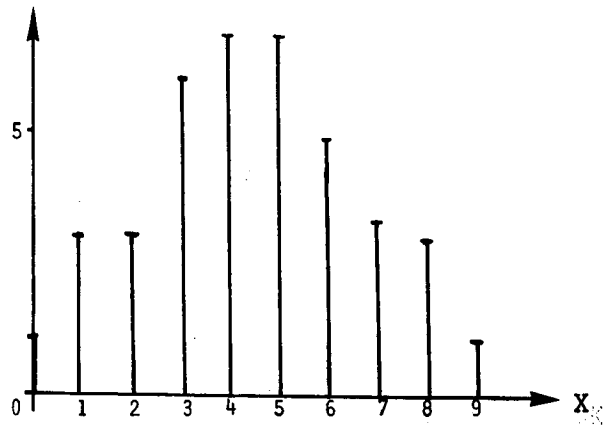
	$\bar{x}$	Me	Mo	Sx	go	R
M. E.	22,8	21,5	20	4,567	20%	21
E. F.	22,54	22,5	20,465	3,191	14%	21

Zentru-joerarен neurriak ez dira oso desberdinak. Bi kasutan, $Mo \leq Me \leq \bar{x}$ daukagu, eskuinerantz asimetrikoak direlako.
Sakabanatzearen neurriak txikiagoak ditu E.F. ikastetxeak -- M.E. ikastetxeak baino. Adibide honetan, desbidazio tipikoak konparagarriak dita, batesbezteko aritmetikoak berdintsuak direlako.
Halaber, histogramak ikusirik, E.F. banaketaren sakabanatzearen estatistikoak M.E. banaketarenak baino txikiagoak izango zirela aurresan ahal genuen, ikastetxe honetan, batezbeste-

koaren inguruan ikasle gehiago daudela argi ikusten baita.

1.6

1)

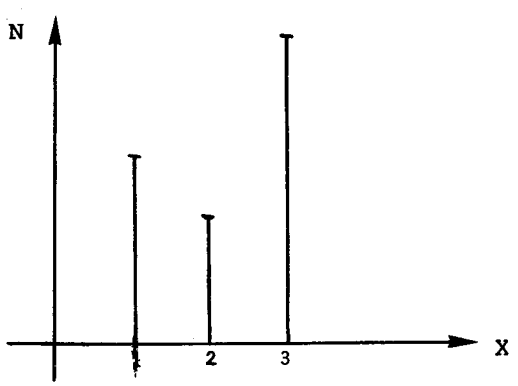


2) $\bar{x}$ = 4,525 puntu
Mo = 4,5 puntu
Me = 4,5 puntu
S^2 = 4,65 puntu^2
go = 0,48

3) Zentru-joeraren hiru neurriak berdintsuak dira, asimetria gutxi duten banaketetan gertatzen den bezala.
Sakabanatzea, batezbestekoarekin parekatuz, ez da handia, % 48 batekoa da.

1.7

1)

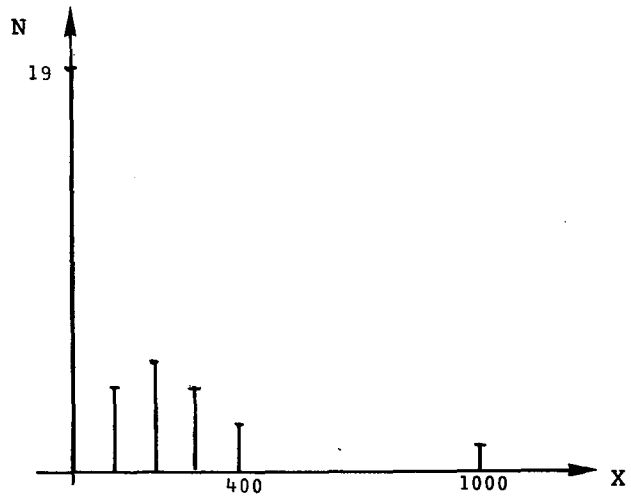


2) g_o = % 39,6 g_1 = -0,40 g_2 = 1,43-3 = -1,57

3) Aldakuntz koefizienteak sakabanatze erlatiboa nahiko txikia dela esaten digu.
Bestalde, asimetri eta kurtosi koefizienteek ezkerrerantz zertxobait asimetrikoa eta nahiko zapala dela esaten digute.

1.8

1)



2) $\bar{x}$ = 125,7 bizkaitar/urte Me = Mo = o
q_1 = o q_3 = 200

3) S_x^2 = 39.150 bizkaitar^2
Sx = 197,8 bizkaitar
Dme = 125,7 bizkaitar
$D_{\bar{x}}$ = 142,4 bizkaitar
go = 1,56 = %156
R = 1.000 bizkaitar
q_3-q_1 = 200 bizkaitar
Diagramak azaltzen duen bezala, neurri guztiak, 126 biz-- kaitar/urte batezbestekoarekiko, sakabanatze handia ikusarazten dutelarik.

1.9

$\bar{x}$ = 18,45 mila pezeta (gastuen grabitate-zentrua)

Sx = 7,06 mila pezeta (gastu gehienak 11,39-25,51 tartean - egiten dira)

g_o = 0,38 (sakabanatze erlatiboa, batezbestekorekin konparatuz txikia da)

Mo = 20 + 5 (15/35) = 22,14 mila pezeta (balio honetan estimatzen da gasturik errepikatuena)

1.10

Zabalera berdineko lau talde izan zitezkeen:

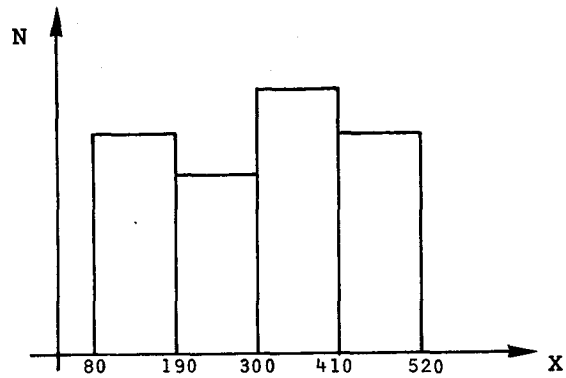
Klaseak :	]80;190]	]190;300]	]300;410]	]410;520]
Klase-ordezkariak:	135	245	355	465
Maiztasunak:	5	4	6	5

1) $\bar{x}$ = 305,5 bonbonak

Sx = 122,9 "

g_o = % 40,2

2)



1.11

Zabalera berdineko ondoko sei taldeak hartuz

Klaseak:]1,30;1,40]]1,40;1,50]]1,50;1,60]]1,60;1,70]]1,70;1,80]]1,80;190]

Klase-ordeazkariak:	1,35	1,45	1,55	1,65	1,75	1,85
Maiztasunak:	1	1	5	7	1	5

$\bar{x} = 1,65$ $Mo = 1,617$ $Me = 1,64$

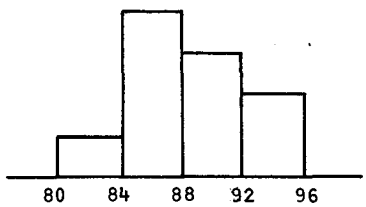
$S^2_x = 0,019$ $Sx = 0,139$ $R = 1,85 - 1,35 = 0,50$

Informazio-galtze eduki arren, ezaugarria jarraia izanik ariketa taldekatuz ebatzi dugu.

1.12

1)

Klaseak	x_i	n_i
$80 \leq x < 84$	81,5	2
$84 \leq x < 88$	85,5	8
$88 \leq x < 92$	89,5	6
$92 \leq x < 96$	93,5	4



2,3)

Zentru-joeraren estatistikoak	Sakabanatzear. estatistikoak
$\bar{x}$ = 87,9 puntu	S^2_x = 13,42 puntu^2
me = 88 "	Sx = 3,66 puntu
mo = 87 "	g_o = %4,16

Beste sailkapen batez, emaitzak zertxobait desberdinak izango ziren.

Taldekatu gabe ebatziz, emaitzak hauek dira:

$\bar{x} = 88$, $S^2_x = 13,7$, logikoa denez, sakabanatzea txikitzen da taldekatzean, honi "taldekatze-ondorioa" deritzogu g_1 ez - da eskatzen, baina, estatistiko honi dagokionez lagin interesgarri baten aurrean gaude. Adierazpide grafikoak asimetria partzialak erakusten dizkigu hala ere, ia konpentsatzen dira eta emaitza $g_1 = 0,09$ da.

1.13

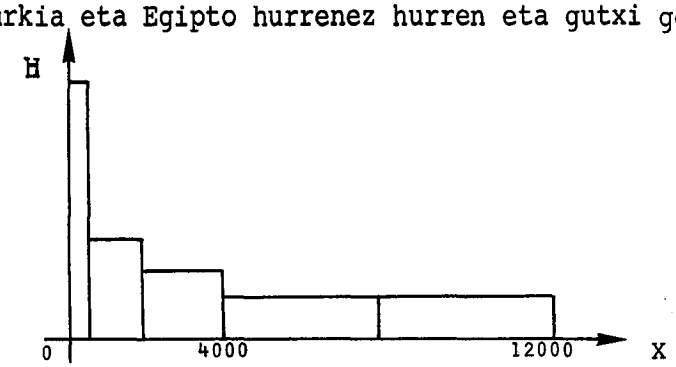
1)

Klaseak	Xi	ni	fi
(0 ; 500)	250	6	0,3
(500 ; 2000)	1250	7	0,35
(2000 ; 4000)	3000	3	0,15
(4000 ; 8000)	6000	2	0,10
(8000 ;12000)	10000	2	0,10

2) $Me = 500 + 1500 . \frac{4}{7} = 1.357\$$

$Mo = 500 . \frac{2,33}{2,33+0} = 500\$$

(Turkia eta Egipto hurrenez hurren eta gutxi gorabehera)



3) $\bar{x}$ = 2.562,5 $ (Yugoslaviaren balioaren antzekoa)
Sx = 2.992 $ go = 1,17
(Datuak taldekatu gabe eginik, 2.400 $, 3.189,4 $ eta 1,33 dira emaitzak, hurrenez hurren)

4) Eskuin alderantz oso asimetrikoa dela ikusten da, baita -- oso puntaduna modaren altueraren arabera. Horren ondorioz, g_1 eta g_2 nahitaez positiboak izango dira.

1.14

1) $\bar{x}$ = 6,83≅7 urte Me = 7 urte Mo = 7 urte Me = 7

2)

Klaseak	Xi	ni	Ni
[6 - 7[	6,5	35	35
[7 - 8[	7,5	49	84
[8 - 9[	8,5	14	98
[9 -10[	9,5	2	100

$\bar{X}$ = 7,33 urte Me = 7,30 urte Mo = 7,28 urte

3) Aldagaia diskretua balitz bezala kontsideratzean hurbilketa-errorea daukagu, konkretuki, ikasleen urteak betebeterriak balira bezala hartzen ditugu eta balio tipikoen emaitzak benetazkoak baino txikiagoak ditugu.
Aldagaia jarraia denez, klase-ordezkariak kontsideratzean grabitate-zentrua 0,5 batetan eskuinerantz desplazatzen da aldagaiaren balioak 0,5 batetan handiagoak baitira.

1.15

g_o = 0,4 (% 40) g_1 = -5

Banaketa honen grabitate-zentrua, 10 balioan dago ($\bar{x}$ = 10). Sakabanatzea Sx = 4 da absolutuki neurturik, hots, balio gehienak (6 , 14) tartean daude, erlatiboki neurturik (batez bestekoarekiko) sakabanatzea % 40 batekoa da, ezin esan ordea, handia denik. Asimetria, azkenik, ezkerralderantz nabaria da asimetri koefizientea g_1 = -5 baita.

1.16

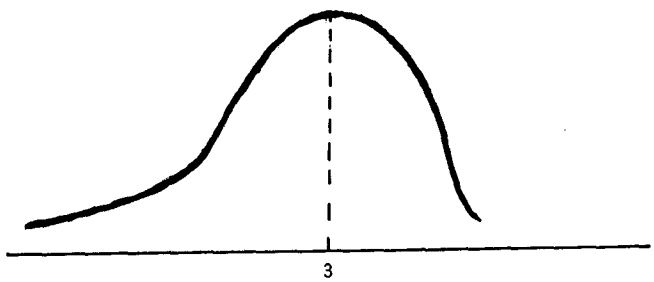
2) $\bar{X}$ = 2,6429 Sx = 0,9715 a_2 = 7,9286
a_3 = 25,7867 a_4 = 88,5 m_4 = 1,8098
g_2 = 2,0317 - 3 = -0,968

Dakusagunez, banaketa honen kurtosia banaketa normalarena baino txikiagoa da, hots, zertxobait zapala da.

1.17

1) $S_x^2 = 9$ $\quad Sx = 3$ $\quad g_1 = \frac{-905}{27} = -33,514$ $\quad g_2 = \frac{243}{81} = 3$

Ezkerrerantz argiro asimetrikoa eta kurtosiaren aldetik - normala denez,banaketa honen soslaia gutxi gorabehera, ondokoa izango da.



1.18

1) $S_x^2 = 900$ $\quad Sx = 30$ $\quad g_o(x) = 0,75$

2) $\bar{y} = 300$ $\quad S_y^2 = 22.500$ $\quad Sy = 150$ $\quad g_o(y) = 0,50$

1.21

$a_i = 80$, $b_i = 98$ puntuak ezin ditugu parekatu banaketa desberdinetako balioak baitira.

$$t_{ai} = \frac{80 - 75}{10} = 0,50 < t_{bi} = \frac{98 - 90}{15} = 0,53$$

Hots, bi balioak zentratu ondoren beren desbidazio tipikoekiko neurtu ditugularik konparagarriak dira.
Hau da, balio tipifikatuak parekatuz dakusagunez, posturik onena, B asignaturan atera du.

1.22

$$Tx_i = \frac{20000 - 15500}{3500} = 1,285 > Ty_i = \frac{50000 - 42000}{7500} = 1,066$$

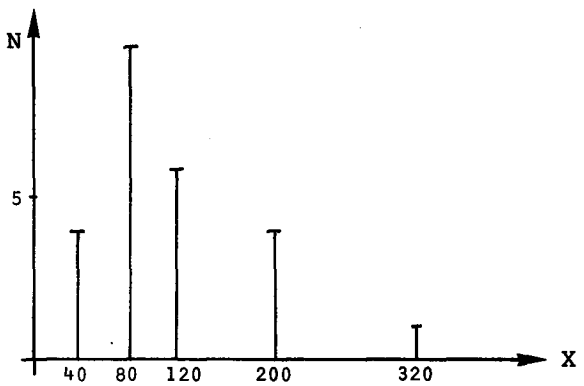
Jolasaldi, atsedenaldi eta aisi-tartetan kontsumo-maila altuagoa dauka familia horrek bere ohizko bizitzan, zentzu horretan postu hobeagoan dago bere auzoan, oporrak igarotzen duen tokian baino.

1.23

1)

Xi	ni	fi
40.000	4	0,16
80.000	10	0,40
120.000	6	0,24
200.000	4	0,16
320.000	1	0,04

2)



3)

$\bar{X}$ = 112.000 pzt.
Mo = Me = 80.000 pzt.
q_1 = 80.000 pzt.
q_3 = 120.000 pzt.
min(x) = 40.000 pzt.
max(x) = 320.000 pzt.

4) $S_x^2 = 4.224.10^6$

$Sx = 64.992$ pzt.

$g_o = 0,58$

$R = 280.000$ pzt.

$q_3 - q_1 = 40.000$ pzt.

5) Diagramako eskuin aldean, adar bat ikusten da, horregatik susmatzen dugu g_1 positiboa izango dela (kalkulatzean + 1,625 lortzen da).

Soslai zorrotza ere ikusten dugu (nola nabaritzen den moda -mediana, nola estutzen eta hedatzen eskuinekoadarra) horregatik, g_2 ere positiboa izango dela suposatzen dugu. (+2 lortzen da).

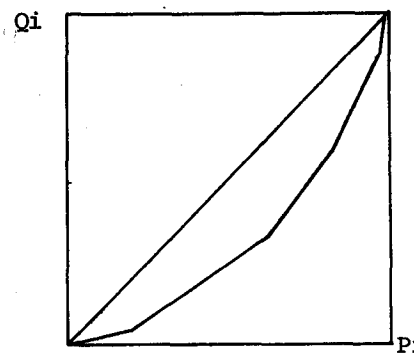
6)

Zi	ti
-72,000	-1,1078
-32.000	-0,4923
8.000	0,1230
88.000	1,3540
208.000	3,2003

7)

Pi	Qi
16	5
56	34
80	60
96	88
100	100

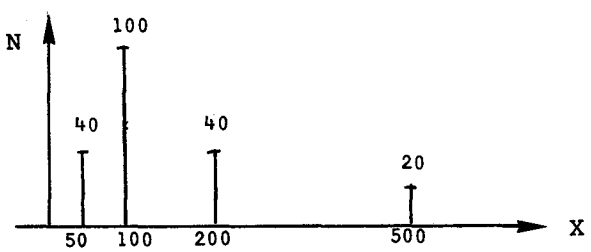
$IG = 1 - \frac{187}{248} = 0,246$



Kontzentrazio-mailaren adierazle biek, hileroko ordainketa nahiko uniformekoki banatuta dagoela ikusarazten digute.

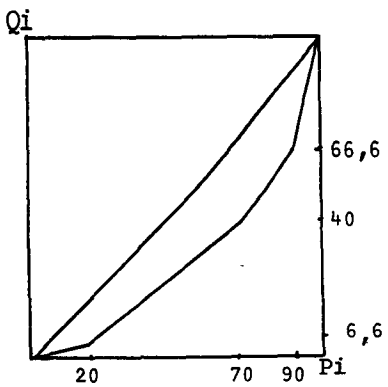
1.24

1)



2) $g_o = \frac{126.491}{150.000} = 0,84$

3)



4)

Pi	Qi
20	6,6
70	40
90	66,6
100	100

$I_G = \frac{66,8}{180} = 0,37$

1.25

1)

Pi	Qi
50	16
90	67
100	100

$I_G = 0,4$

2) Bi ebazpide kontsideratuko ditugu:

a) "Sarrerak guztira" aurrenekoak izanik, hau da,

$M = Xi\ ni = 31$

	ni	Xi ni	Ni	Mi	Pi	Qi
X	9	9X	9	9X	90	900x/31
Y	1	31-9X	10	31	100	100

$I_G = 0,4$ $\quad X = 1,86$

$Y = 14,26$

b) " Sarrerak guztira " 9x + y izanik

	ni	Xi ni	Ni	Mi	Pi	Qi
X	9	9X	9	9X	90	$\frac{900x}{9x+y}$
Y	1	y	10	9X+y	100	100
		9X+y				

$I_G = 0,4 \quad X = 0,13\ y$

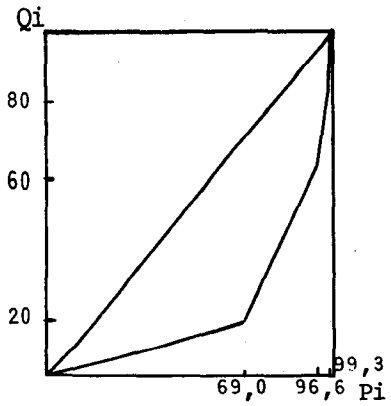
edota

$Y = 7,67\ X$

Noski, kasu honetan, soluzioa mugatu gabe geratzen da.

1.26

1)

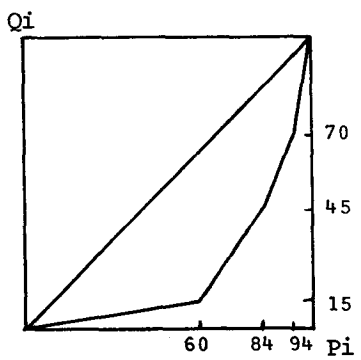


2) $I_G = \frac{104,9}{264,9} = 0,396$

Kontzentrazio sakona (akziodun batek ehun akziodun batera duten akzio beste ditu: Akziodunen kopuruaren datua ez da nahikoa, elkarte anonimo baten karakter "herrikoia" ziurtatzeko...)

1.27

1)



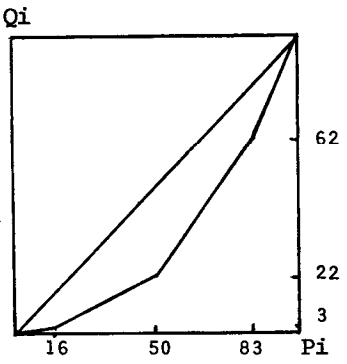
2)

Pi	Qi	Pi - Qi
60	15	45
84	45	39
94	70	24
100	100	

$I_G = \frac{108}{238} = 0,45$

1.28

1)



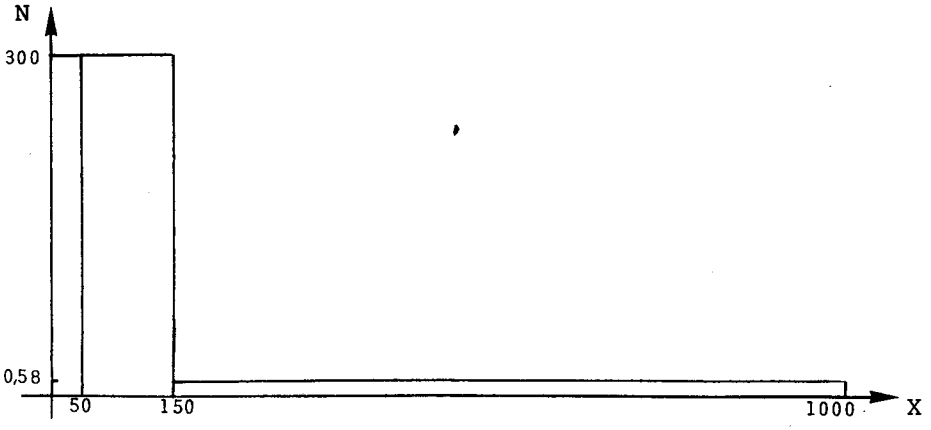
2)

Pi	Qi	(Pi - Qi)
16	3	13
50	22	28
83	62	21
100	100	

$I_G = \frac{62}{144} = 0,41$

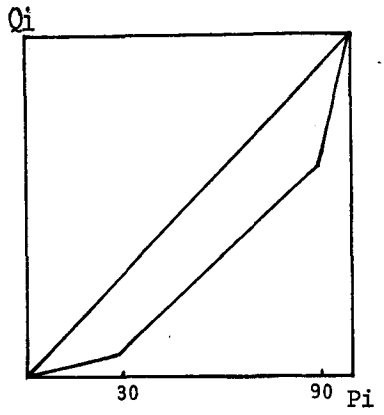
1.29

1)



2)

Pi	Qi	Pi-Qi
30	8,25	21,75
90	63,3	26,7
100	100	

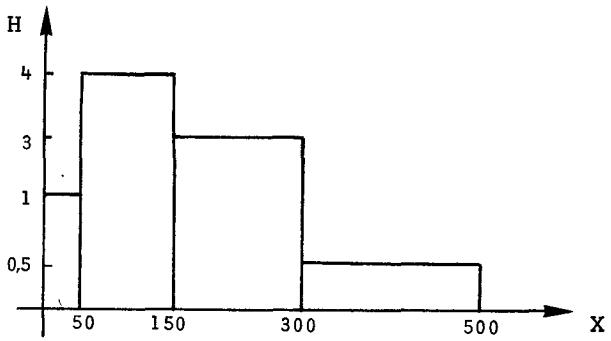


$$I_G = \frac{48,45}{120} = 0,404$$

Histogramak, probintzi-produkzioen banaketa nahiko sakabanatua dela, adierazten du; honek, Estatuko produkzio totala nahiko kontzentratua dagoela probintzi batzutan suposatzen du, Lorenz-en Kurbak eta Gini-ren indizeak adierazten duten bezalaxe.

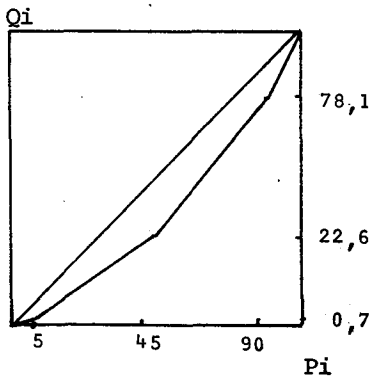
1.30

1)



2) $Mo = 50 + \frac{3}{4} 100 = 125$

3)



4) $I_G = \frac{38,6}{140} = 0,27$

5) Histogramaren ikusten den bezalaxe, famili gehienak ez dira asko desberdintzen beraien artean.
Horregatik, Gini-ren indizeak, banaketa nahiko uniformea dela, adierazten digu.

1.31

1) Mboene

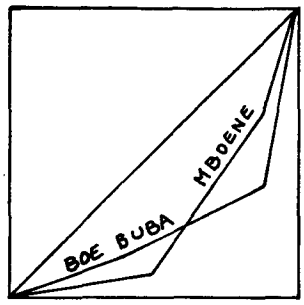
Pi	Qi
50	5
90	60
100	100

$I_G = 0,536$

Boe - Buba

Pi	Qi
40	10
90	40
100	100

$I_G = 0,616$



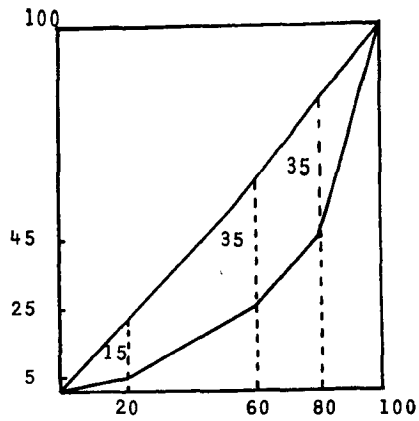
Kontzentrazioa, bi enpresetan, oso handia da, zerbait handiagoa Boe-Buban izanik.
Lorenz-en Kurbak kontzentrazioaren zehaztasuna Gini-ren indizea (multzo-neurri bakarra) baino hobeto jasotzen du: Mboenen erdiko klasea goi-mailakoari gehiago hurreratzen zaio baina BoeBuba baino gehiago urrutiratzen zaio behe-mailakoari.

1.32

1)

Klaseak (mila pz.)	Familiak (milioiak)	Pi %	Errenta %	qi %	Pi %	Qi %	Pi - Qi %
0 ; 50	10-8=2	20	100-95=	5	20	5	15
50 ; 100	8-4=4	40	95-75=	20	60	25	35
100 ; 200	4-2=2	20	75-55=	20	80	45	35
200 ;	2	20		55			
	10	100		100	160	75	85

2) $I_G = \frac{80}{160} = 1 - \frac{75}{160} = 0,53$



Nahiz eta Estatuari dagokion indizea izan, altua da, hots, Estatu honetan famili errenta nahiko kontzentratuta dago. Datuak, hain borobilduak, 1.982. Espainako datu "Sineskor" batzuetatik hartu dira.

Ohar gaitezen, ez direla beharrezkoak maila-markak ariketa honetan, errentaren portzentaiak adierazburuak ematen bait dizkigu.

1.33

1)

	$\bar{X}$ (pzt.)	Me (pzt.)	Sx (pzt)	g_o (%)
A	4675	4500	2122,94	45,41
B	6900	7000	1135,78	16,46

2) Gi (A) = 0,2 Gi (B) = 0,08

3) Alokairuen batezbestekoa txikiagoa da A enpresan B enpresan baino, alderantziz gertatzen da desbidazio tipikoetan; horregatik aldakuntz koefizienteak % 45,41 eta % 16,46 dira, hurrenez hurren.
Ohar daiteke ere, aldagaiaren ibiltartea A enpresan handiagoa dela B enpresan baino.
Giniren indizeak aurreneko emaitzekin ados daude, A enpresa nahiko uniformea izanik alokairuen arabera, B enpresa ia guztiz uniformea da.

2. ZENBAKI INDIZEAK

INDIZE SINPLEAK

INDIZE KONPLEXUAK: EZ-PONDERATUAK

PONDERATUAK

LASPEYRES-EN INDIZEA

PAASCHE-REN INDIZEA

FISHER-EN INDIZEA

KONTSUMO-PREZIOEN INDIZEA

2. ADIERAZBURUAK

2.1.- Herri batetan egindako inkesta baten ondoren, prezio-segida hauek lortu dira urte bakoitzaren pezetatan:

Urteak	Ardoa (litroa)	Okela (Kg.)	Arraultzak (dotzena)	Gurina (½Kg.)
1977	40	310	30	100
1978	45	390	45	150
1979	50	450	60	175
1980	80	550	90	250

1977. urtea oinarritzat harturik, atera ezazu indizeen segida bakarra, kontsumo-ondasun multzo horren prezio-en eboluzioa ikusteko, indizearen hautaketa arrazonatuz.

2.2.- Ondoko taulan datuak mila toneladatan adierazten dira.

URTEAK	Bakailo eta kidekoak	Sardina eta kidekoak
1.965	282	249
1.966	312	220
1.967	349	197
1.968	350	194
1.969	297	185

Eskatzen da:

1) Kalkula itzazu ahal dituzun indizeak.

2) Komenta itzazu laburki, indize hauek dituzten eragozpenak.

2.3.- Ondoan ditugun bi estatuetara "baterako elkarteen" bidez exportatutako itsasontziak 1980-1985 urte tartean kontutan harturik.

URTEAK	1.980	1.981	1.982	1.983	1.984
Irlanda	3	7	7	8	9
Erresuma Batua	5	28	53	54	48

Eskatzen da:

1) Kalkula itzazu ezagutzen dituzun indizeak, (1980. urtean oinarriturik), bi Estatu hauei exportatutako itsasontzien eboluzioa aztertzeko.

2) Azter itzazu emaitzak, lortutako indizeak parekatuz eta beraien egokitasuna erabileran aztertuz.

2.4.- Hiri baten zinetokitarako sarreren batezbesteko prezioak aztertu ondoren, emaitza hauek ditugu, (1.978-1.981) urte tarterako.

	Estrenaldiko Filmak		Berrestranaldiko Filmak	
URTEA	Zinetokien kopurua	Batezbe. prez.(pzt.)	Zinetokien kopurua	Batezbest. prez.(pzt)
1.978	6	125	20	40
1.979	7	150	18	70
1.980	8	175	16	100
1.981	9	200	14	130
1.982	10	250	12	160

Eskatzen da:

Bost urte horietako, ondoko PREZIO-INDIZE KONPLEXUAK, filma-prezioen eboluzioa oro har ikus ahal izateko.

1) Batezbesteko aritmetiko eta agregatu sinplearen metodoak erabiliz (oinarria = 1978). Komenta itzazu laburki metodo hauek, lortu dituzun emaitzekin erlazionatuz.

2) Laspeyres eta Paasche-ren indizeak (oinarria = 1978) Zergaitik dira desberdinak bi emaitzak?

3) 1982. urtean segida berri bat eraiki nahi dugu 1981. urtean oinarriturik.
Kalkula itzazu : 1982. urteko indizea oinarri berriarekiko eta aurreko urteetakoak lotura eragiketaren bidez.

2.5.- Automobilgintzan diharduen enpresa batek bi auto-mota kaleratzen ditu, "A" eta "B" motakoak alegia.

1.979-82 urteetako produkzio-indize bat ateratzeko ondoko datuak dauzkate.

	"A" MOTA		"B" MOTA	
URTEA	Prezio/unitate milako pezetatan	Salmentak milako unitatetan.	Prezio/unitate milako pezetatan	Salmentak milako unitatetan.
1979	700	300	450	400
1980	800	350	600	425
1981	950	270	600	600
1982	1.200	150	600	500

Eskatzen da:

1) Paasche-ren prezio eta kopuru-indizeak, 1.979 urtean oinarriturik.

2) Lortutako emaitzak interpretatzea, zeintzu konklusio aterako zenituzkeen azalduz.

2.6.- Merkatu konkretu batetan 3 labanerazle-motari dagozkien prezio (pezetak/litro) eta kantitateen (mila toneladatan) eboluzioa ikusteko, hiru urtetako datu hauek ditugu:

	Labanerazle W		Labanerazle X		Labanerazle Y	
URTEA	P	K	P	K	P	K
1.980	30	4	40	2	20	5
1.981	20	4	50	2	40	4
1.982	30	4	60	1	80	10

Eskatzen da:

1) Prezio-indizeen segida, batezbesteko aritmetikoa sinplearen metodoaz, 1980. urtea oinaritzat harturik.

2) Prezio-indizeen segida, batezbesteko agregatu sinplearen metodoaz, urte bera oinarritzat harturik.

3) Laspeyres eta Paasche-ren prezio-indizeak, baita urte bera oinarritzat harturik.

2.7.- Mykran Elkarte Anonimoak bi kalkulagailu mota kaleratzen ditu: 16-C eta 43-E alegia. Beren prezio-segidak (mila pezetatan) eta saldutako kantitateenak (mila unitatetan) taula honetan aurkitzen dira:

	16-C		43-E	
URTEA	P	K	P	K
1.980	8	1	10	4
1.981	9	2	10	3
1.982	10	3	10	2
1.983	11	4	10	1

1) Lor ezazu Laspeyres-en prezio-indize segida, 1980. urtean oinarriturik.

1) Berrizta ezazu segida hori, 1982. urtea oinarritzat harturik eta egin ezazu lotura eragiketa.

2.8.- 1) 1.970 urtea oinarritzat harturik, kalkula itzazu Laspeyres-en indizea prezioetarako eta Paasche-ren indizea kopuruetarako ondoko datuen bidez:

	A ONDASUNA		B ONDASUNA	
URTEAK	Kop.	Prez.	Kop.	Prez.
1.970	3	2	5	2
1.971	4	2	6	3
1.972	5	3	4	3
1.973	6	4	5	3

2) 1.972 urtea oinarritzat harturik, 1.973 urtekoa berritu, eta kalkula itzazu 1.970 eta 1.971 urtekoak, lotura-eragiketa erabiliz.

3) Zer eragozpen du loturak?

2.9.- Eskualde batetan gurina eta gaztari dagozkien kopuruak eta prezioak ondokoak dira:

	1.983		1.984	
	P	K	P	K
Gurina	150	100	165	105
Gazta	100	200	120	300

Eskatzen da:

1) 1984. urterako prezio-indize sinpleak ondasun bakoitzarako 1983. urtean oinarriturik.

2) Ondoko prezio-indize konplexuak 1984. urterako 1983. urtean oinarriturik.

a) Batezbesteko agregatuaren metodoaz eta batezbesteko aritmetikoaren metodoaz.

b) Laspeyres, Fisher eta Paasche-renak. Komenta itzazu laburki lortutako indizeen egokitasuna adibide edo adierazburu honentzako.

2.10.- Ondoko taulan, azido batzuren saldutako kopuruak eta dagozkien prezioak dauzkagu.

	Azido berezkoa		Azido Sintetikoa	
URTEA	Pzt/litroa	10^6litroak	Pzt/litroa	10^6lit.
1.978	2	5	4	1
1.979	5	4	4	3
1.980	10	3	5	4
1.981	20	2	5	6

Kalkula itzazu ondoko prezio-indize konplexuak

1) Batezbesteko agregatua sinplearen metodoaz eta batezbesteko aritmetikoa sinplearen metodoaz, lau urteetako segidarentzat eta 1978. urtean oinarriturik.

2)Laspeyres-en eta Paasche-ren indizeak lau urteetako segidarentzat eta 1978. urtean oinarriturik.

3) Laspeyres-en eta Paasche-ren beste bi segida 1980. urtean oinarriturik, 1981. urteko indizeak berrituz eta 1978. - 1979. urteetakoak lotura eragiketaren bidez.

2.11.- Herrialde batetan Kontsumo-Prezioen Indizearen kalkulorako, "erosketa-otarrea" hiru artikuluen ondoko proportzioz osatuta dago:

"A" artikulua: %35 "B"artikulua: %40 "C"artikulua:%25

Artikulu hauen prezioei buruzko datuak 1976. eta 1982. urteentzako ditugu:

URTEA	A	B	C
1.976	12	7	13
1.982	24	10	15

Eskatzen da:

1) 1982. urteari dagokion (K.P.I) Kontsumo-Prezioen Indizea 1976. urtea oinarritzat harturik
2) Bere esangura adieraztea

2.12.- 1) Azal itzazu, indize sinple eta konplexuen arteko desberdintasunak; baita ponderatu eta ez-ponderatuen artekoak ere.

Zein indize erabil daiteke ondasun batzu neurri desberdinetan adieraziak izan badira?

2) Kalkula ezazu kontsumo-prezioen indizea ondoko datuen bidez.

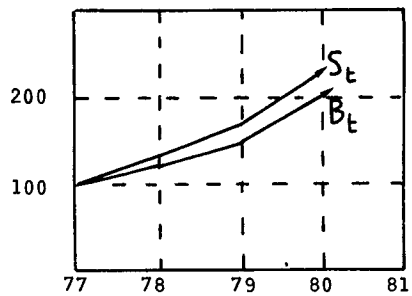
Ondasunak	Kopuruak	Prezioak 1.969-1.979	
A	80	8	7
B	40	10	14
C	30	5	11
D	50	20	25

2. EBAZPIDEAK

2.1

Bt,77 = 100 131 153 202

St,77 = 100 135 161 232



Kantitate-unitateak, ("ardo-litroa", "gurina kilo-erdia",...) proportzio horretan, erosketa tipiko mota bat izango balira - batezbesteko agregatua izango litzateke indizerik egokiena. Horrela ez balitz, batezbesteko aritmetikoa izango litzateke. Adierazpide grafikoan, Bt polikiago hazten dela argiro ikusten da.
Gertatzen dena zera da: okela gutxiago garestitzen dela eta - Bt indizeak pisu askoz handiago ematen diola beste hiru pro-- duktuei batera baino: (310) ; (40+30+100).

2.2

1)

Urteak	$I_t(B)$	$I_t(S)$	S_t	B_t
1965	100	100	100	100
1966	110,6	88,4	99,4	100,2
1967	123,8	79,1	101,4	102,8
1968	124,1	77,9	101,0	102,4
1969	105,3	74,3	89,8	90,7

2) Bi arrain mota neurri berdinetan neurturik daudenez, agregazioa egin ondoren, Bt metodoa aplika daiteke, dena dela, indize honek zentzu gehiago edukiko luke agregatu horretan arrain mota guztiak edo arrain urdinak kontsideratuko balira.
Batezbesteko aritmetikoak 1:1 ponderazioa eta agregatuak - ordea 282:249 batekoa ematen dizkie indize sinpleei.

S_t nahiz B_t indizeak ezponderatuak izatearen eragozpena - daukate, hau da, arrain mota horiei ez zaie garrantzi des berdinak ematen merkatuan dauzkaten prezioen arabera.

2.3

1)

Urteak	I_t (IR)	I_t (EB)	St	Bt
1980	100	100	100	100
1981	233,33	560	396,66	437,5
1982	233,33	1060	646,66	750
1983	266,66	1080	673,33	775
1984	300	960	630	712,5

2) Bi estatuetara exportatutakoaren ibilbidea ikusi nahiean S_t, B_t indizeak ateratzen ditugu. Biek ezponderatuak iza tearen eragozpena daukatela kontutan harturik, zera esan dezakegu:
Bt indizearen balioak altuagoak dira Erresuma Batuara ex portatutako itsasontziak, urtez urte, askoz gehiago dire lako.
Hau da, aldez aurretik guretzako bi estatuak garrantzi - berdina badaukate, S_t izango da indizerik egokiena.
Aldiz, Erresuma Batuari garrantzi gehiago eman nahi badio gu Bt aukeratu beharko dugu.

2.4

1)

$S_{t,78}$	$B_{t,78}$
100	100
147,5	133
195	166
242,5	200
300	248,5

2)

$L^{p}_{t,78}$	$P^{p}_{t,78}$
100	100
148	145
197	183
245	215
303	255

3) S_t indizeak estrenaldi/berrestrenaldi erlazioari 1:1 bezalako garrantzia ematen dio

B_t indizeak 125:40 - batekoa

L_t " 750:800 - batekoa (S_t-tik oso hurbila)

P_t " proportzioa aldatzen doa, estrenaldiko zinetokien pisua gehituz, prezioen gorakada txikiagoa jasa-- ten dutelarik.

4)

$L^{p}_{t,82}$	$P^{p}_{t,82}$
41	46
60	67
81	85
100	100
124	124

2.5

1)

P^{p}_{t} = 100	122,64	134,31	145,45
P^{Q}_{t} = 100	111,46	117,43	80

2) Prezio-indizeak, ondoko gehikuntzak ditu:
(%22,6, %34,3, %45,5) lehenengo urtean, bi lehenengoetan eta hiru urteetan, hurrenez hurren.
Gehikuntza hauek "A" motak pairatzen duen prezioen igoeratan oinarritzen dira, "B" motaren prezioa ia konstantea geratzen baita.
Kopuru-indizeak, ordea, gehikuntza hauek ditu:
(%15,5, %17,4, %-20), hurrenez hurren 1980.urtean, indizearen ibilbide gorakorra hausten da azkeneko urtean saldutako kopo-ruek beherapen handia daukatelako, batez ere, "A" motakoak.

2.6

1),2)

S_t^p	B_t^p
100	100
130	121
216	188

3)

L_t^p	p_t^p
100	100
126	121
213	272

2.7

1) $L_{t,80}$ = 100 102 104 106,25

2) L_t,82 = (96 98) 100 106

$L_{83,82}$ ia $L_{83,80}$ harrapatzen du zeren eta ponderazio berriak (82.an balioak : 30 eta 20) askoz garrantzi handiago ematen dio 16-c motari 80.urtekoa baino (80.an balioak: 8 eta 40), eta 16-c da garestitzen dena denbora tarte horretan.

2.8

1) L_{71}^P = 131,25 p_{71}^k = 123,8

L_{72}^P = 150 p_{72}^k = 112,5

L_{73}^P = 168,75 p_{73}^k = 144,4

2)

	L_t^P (oinarria=1972)	P_t^k (oinarria=1972)
1970	66,66	88,88
1971	87,5	110
1972	100	100
1973	118,51	121,8

2.9

1) I_{84} (Gur.) =110

I_{84} (Gazta)=120

2) a) $B_{t,84}$ =114 $S_{t,84}$ =115

b) $L^P_{84,83}$=115,7 $P^P_{84,83}$=116,5 $F^P_{84,83}$ =116,1

Dakigunez, indize sinpleek ondasun bakoitzen eboluzioa ikusarazten digute.

B_t, S_t indizeek, ordea, ondasun-multzoaren eboluzioa baina ponderatu gabe.

L^P_t, P^P_t, F^P_t indize konplexu ponderatuek, kantitateen arabera prezioei garrantzia ematen diete.

Kasu honetan kopuruen eboluzioa ikusirik (Gurinarena bikoiztu eta gaztarena, aldiz, hirukoiztu egiten dira) Paasche-ren indizea Laspeyres-ena baino egokiagoa da, indize honek, - indizea kalkulatzen den urterako ditugun kopuruak hartzen bait ditu ponderatzeko.

Fisher-en indizea, beti da egokia beste bien batezbesteko-geometrikoa baita.

2.10

1) B_t : 100 150 250 416,7

S_t : 100 175 312,5 708,35

1978. urtean, azido sintetikoaren prezioa bikoitza izanik

B_t indizeak ez du ikusarazten S_t indizeak bezain ondo -- azido berezkoak eduki duen gehikuntza (lau urteetan, bider 10 biderkatu baita prezioa).

2) L_t^p = 100 207,14 392,8 750

p_t^p = 100 160 227,27 250

Indize hauen emaitzak, hain desberdinak, kopuruen eboluzioak ikusirik eta oinarrizko ponderazioa 5: 1 Laspeyres-engan - finkoa izanik uler daitezke.

3) $L_{t,80}^p$: 25,45 52,73 100 160

$p_{t,80}^p$: 44,00 70,40 100 140

2.11

1) 157,6

2) $I_A = 200$, $I_B = 143$, $I_C = 115$ indize sinpleak izanik hauen batezbestekoa "erosketa-otarrearen" pontzentaien arabera ponderatua da indizea.

2.12

2) $\frac{2700}{2190}$ 100 = 123,28

Honen arabera, prezioak %23,28 batetan gehitu direla, hamar urte horietan esan daiteke.

3. EZAUGARRI ESTATISTIKO BIKOITZAK

MAIZTASUN-BANAKETAK
TAULAK
DISPERTSIO-DIAGRAMA EDO PUNTU-HODEIA
MOMENTUAK
KORRELAZIOA ETA ERREGRESIOA
ALDAGAIEN ALDAKETAK
TIPIFIKAZIOA EDO STANDARDIZAZIOA
BATEZBESTEKOAREN ERREGRESIOA
ERREGRESIO LINEALA
ERREGRESIO POLINOMIKOA
ERREGRESIO ORTOGONALA

3. ADIERAZBURUAK

3.1.- Ondoko taula hau emanik:

X \ Y	2	4	6
1	10	0	60
3	20	5	10
5	10	70	15

Eskatzen da:

1) Y=4 baldintzatutako maiztasun erlatiboen banaketa

2) X eta Y aldagaiek, maiztasun banaketa independentea ahal dute? Zergatik?

3) Korrelazio-matrizea

3.2.- Ondoko taulan X, Y aldagaien balioak ditugu 1971-1980 urte tartearentzako.

X: 1970 urtearekiko farmazia sektorearen inbertsioen koefiziente biderkatzailea.

Y: 1970 urtearekiko inbertsio-errendimenduen koefiziente biderkatzailea.

Y	0'5	0'1	0'4	0'9	1'1	2'1	3'2	4'6	8'8	3'9
X	2'0	3'8	2'5	2'6	3'1	2'2	1'2	1'3	2'6	6'8

Eskatzen da:

1) (X,Y) aldagai estatistiko bikoitzaren adierazpide grafikoa.

Grafikoa ikusirik, arrazona ezazu X, Y-ren arteko uste duzun dagoen korrelazio mailaz (sakona, ahula, erdizkoa, gutxi gora behera zero...)

2) Lor ezazu korrelazio-koefiziente lineala eta komenta ezazu emaitza.

3.3.- Euskal Herriko lau probintzi hauen kasuan, X aldagaiak populazio-igoera ematen digu ehunekotan 1.973-1.976 tartean eta Y aldagaiak "per capita" famili-errentaren igoera urte tarte berean.

	X	Y
ARABA	6	49
GIPUZKOA	2'5	46
NAFARROA	1	43
BIZKAIA	3'5	44

Eskatzen da:

1) Dispertsio diagrama edo puntu-hodeia

2) X eta Y aldagaien batezbestekoak edo debidazio tipikoak

3) (X,Y) aldagaien kobariantza eta korrelazio-koefizientea emaitza irazkinduz edo komentatuz.

3.4.- Zein da korrelazio koefizientearen balioa, ondoko maiztasun absolutuen taula bakoitzarako?

X \ Y	Y_1	Y_2
X_1	3	0
X_2	0	2

X \ Y	Y_1	Y_2
X_1	0	1
X_2	1	0

X \ Y	Y_1	Y_2
X_1	1	2
X_2	2	4

Hiru taula hauetan $X_1<X_2$ eta $Y_1<Y_2$ dira

3.5.- Ondoko taulan, maiztasun-banaketa bat ematen da.

X \ Y	1	2	3
10	0	4	10
11	5	9	1
12	9	2	0

1) Lor itzazu bazter-banaketak eta banaketa-baldintzatu guztiak.

2) U, V aldagaiak honela ateratzen badituzu:

$X = Ua + b \quad , \quad Y = Ve + f$

Zein da S_{xy} eta S_{uv} kobariantzen arteko erlazioa?

3) Kalkula ezazu korrelazio-koefizientea, laburrena den kalkulua eginez.

3.6.- Populazio konkretu batetan (X,Y) aldagai estatistiko bidimentsional baten banaketari dagokionez, ondoko momentuak ezagutzen dira:

$a_{10} = 5 \quad a_{01} = 8 \quad a_{20} = 27 \quad a_{02} = 69 \quad a_{11} = 43$

Atera itzazu:

1) Banaketa honen batezbestekoak, bariantzak, kobariantza eta korrelazio linealaren koefizientea.

2) Populazio horretarako ere, banaketaren (U,V) aldagaiaren batezbestekoak, bariantzak, kobaziantza eta korrelazio linealaren koefizientea, aldagai hori (X,Y) aldagaiarekin erlazionatuta badago, ondoko berdintasunen bidez.

$U = 10X + 10 \qquad V = 20Y - 10$

3.7.- 1) Froga ezazu, bariantza bigarren ordenako momenturik txikiena dela.

2) Froga ezazu, halaber, (x_1, x_2) aldagaien korrelazio-koefiziente lineala, beraiei dagozkien (T_1, T_2) aldagai tipifikatuen arteko kobariantza dela.

3.8.- (X,Y) aldagai bikoitzaren ondoko momentuak dauzkagu.

$$a_{10} = 4 \qquad a_{01} = -3 \qquad a_{20} = 20 \qquad a_{02} = 10 \qquad a_{11} = -11$$

Eskatzen da:

1) S_x^2, S_{xy}, r_{xy} estatistikoak

2) (X + Y) aldagaiaren bariantza, hau da, S^2_{x+y}

3) S_u^2, S_{uv}, r_{uv} estatistikoak

$U = 100 - 10X$, $V = -5Y$ izanik.

3.9.- Ondoko taulak zulatzaile izan nahi duten mila kandidatuen sailkapena ematen digu bi aldagai hauen arabera:

X : Kandidatu bakoitzaren adina, urteetan emanik.

Y : Bakoitzak proba batetan egindako akatsen kopurua.

X \ Y	0-4	5-9	10-14	15-19
[20 ; 30[	20	100	130	50
[30 ; 40[	160	270	140	30
[40 ; 50[	20	30	30	20

Eskatzen da:

1) Y-ren X-ekiko batezbestekoaren erregresio-lerroa.

2) X eta Y-ren arteko korrelazio-koefiziente lineala.

3) Komenta itzazu 1) eta 2) ataletan lortutako emaitzak.

3.10.- Ondoko maiztasun-taulan Bizkaiko 10 udalen X, Y aldagaien balio ohartuak ditugu.

X: Euskaldunen proportzioa ehunekotan

Y: Lehen sektorean lanean dihardutenen proportzioa ehunekotan izanik

X \ Y	30	40	80
10	1	0	0
50	2	2	1
80	0	1	3

Eskatzen da:

1) Y aldagaiaren X-ekiko eta X-en Y-rekiko batezbestekoaren erregresio-lerroak.

2) r_{xy} korrelazio-koefizientea

3) Zein izango litzateke aldagai dependentearen bariantzaz estimatutako proportzioa X-en Y-rekiko karratu txikienen erregresio lineala egingo bagenu?
Eta zein Y-ren X-ekiko karratu txikienen erregresio lineala egingo bagenu?

3.11.- GREENFIELD HISPANIA enpresa TK-32 eultzikailu (trilladora) merkaturatzen ari da, azkeneko hiru urteetan, 200 salmenta agenteren bidez.

Zuzendaritzak, agenteen gaitasun profesionalaren aurreratzea aztertu nahiean, ondoko maiztasun-taula bikoitza lortu du.

		Urtean zehar lortutako kontratuak			
		2	3	4	5
Enpresan daramatzaten urteak	1	10	20	10	0
	2	10	10	60	20
	3	0	10	30	10

Eskatzen da:

1) Bi aldagaien arteko korrelazio-koefizientea.

2) Bi aldagaien arteko erlazio-maila adieraztea.

3) Karratu txikieneko bi erregresio-zuzenak lortzea eta grafikoki adieraztea.

4) Lortutako kontratuen aldagaiak enpresan daramatzaten urteen aldagaiekiko duen batezbestekoaren erregresioa lortzea eta grafikoki adieraztea.

5) Komenta itzazu laburki erregresio-mota bakoitzaren abantailak.

3.12.- 200 langile dituen MEZ.I lantegiko ekonomilariak produktibitatean eragina daukaten faktoreak aztertu behar ditu. Ikasketa hori hasteko 200 langileak X,Y ezaugarrien arabera sailkatu ditu.

X- ezaugarriak, langileak muntaketak egiten daramatzan urteak neurtzen du.

Y- ezaugarriak, ordea, langileak 1983. urtean egindako muntaketak neurtzen du.

X \ Y	$Y<400$	$400\leq Y<800$	$800\leq Y<1200$	$1200\leq Y<1600$
1	20	30	0	0
2	20	30	40	0
3	0	0	40	20

Eskatzen da:

1) Langileen banaketari dagokion histograma muntaketen kopuruaren arabera egitea.

2) Lorenz-en kurba eta Gini-ren indizea, muntaketa guztien kopuruak 200 langileen artean daukan banaketaren kontzentrazioa aztertzeko.

3) X- ezaugarriaren maiztasun erlatiboen bazter-banateta eta $Y \in [800, 1200[$ baldintzatutako X aldagaiaren maiztasun erlatiboen banaketa baldintzatua. Marraz itzazu dagozkien barra-diagramak eta azter itzazu emaitzak.

4) Lor ezazu r_{xy} korrelazio-koefizientea eta komenta ezazu lortutako balioa.

5) Lor itzazu Y-ren X-ekiko karratu txikienen erregresio lineala, batezbesteko errore kuadratikoa edo hondar-bariantza eta erregresio honetan estimatzen den bariantzaren proportzioa.

3.13.- Urteko bost aste zoriaz hartuz, lastozko kapelak egiten dituen enpresa batek, ondoko informazioa lortu du.

Tenperatura (z. gradutan)	Kapela eginak
10	15
5	10
25	77
20	40
30	70

Enpresa honek planifika dezake bere produkzioa itxaroten den tenperaturaren funtzioan? Zergatik?

Zure erantzuna baiezkoa izan bada, zein izango litzateke balio estimatua 32ºko tenperatura batentzat?

3.14.- Suposatzen badugu: $y = 0'90x + 0'40$ Y-ren X-ekiko erregresio zuzena dela eta $S_x = 0'48$, $S_y = 0'60$, $\bar{x} = 30$ direla, eskatzen da:

1) Korrelazio-koefizientea.

2) X-ren Y-ekiko erregresio-zuzena.

3.15.- 1) Lor ezazu, arrazonatuz, hondar-bariantzaren adierazpena Y-ren X-ekiko erregresio linealaren kasuan.

2) Erlaziona ezazu, halaber, hondar-bariantza eta mugatze-koefizientea.

3) Azal itzazu Korrelazio-Koefizienteak har ditzakeen balioak, halaber, erlaziona itzazu balio horiek eta bi erregresio-zuzenek har ditzaketen posizioak.

3.16.- 1) X eta Y bi aldagai ezkorrelatu izanik, froga ezazu ondoko berdintasuna:

$$S^2_{(x+y)} = S^2_x + S^2_y$$

2) Froga ezazu R^2 planoan bi erregresio-ekuazioak ekuazio berbera direla, datuak eredu linealari ezin hobeki doitzen zaizkionean.

3) Froga ezazu, halaber, bi erregresio-zuzenak perpendikularrak direla X,Y aldagaiak ezkorrelatuak direnean.

3.17.- Ondoko taulan, X,Y, hileroko errenta eta hileroko gastua hurrunez hurren, hiru familientzako neurtuak izan dira - mila pezetatan.

X	Y
100	80
60	65
180	125

Eskatzen da:

1) Y-ren X-ekiko erregresio-zuzena.

2) Zein da portzentaiatan azaldutako bariantza?

3) Zein da 200 mila pezetatako errentari dagokion estimatutako gastua?

3.18.- Hamar gari-alor dituen lagin batetarako, balio hauek ezagutzen dira:

X- Bilketaren ondoren neurtutako errendimendu erreala eta

Y- Bilketa egin aurretik ikusle kualifikatu batek egindako estimazioa:

Alorra:	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
X:	36	36	31	30	40	36	12	16	24	28
Y:	38	30	32	28	38	42	18	20	22	26

1) Errepresenta ezazu grafikoki, (X,Y) aldagai bikoitzaren datuak.

2) Atera ezazu bi aldagaien arteko korrelazio linealaren koefizientea.

3) Y-ren X-ekiko eta X-en Y-rekiko karratu txikienen doikuntza linealak.

4) Bi erregresio-zuzen hauetatik, zein da egokiena? Arrazona ezazu erantzuna.

3.19.- Enpresa batetan, egiten diren piezen diametroak eta pisuak neurtzen dira.

Ondoko 5 piezetarako neurketak dauzkagu, eta seigarren piezaren diametroa 4m. 10mm. izan dela dakigu, baina pisuaren neurria galdu zaigu.

Pieza	Diametroa	Pisua
1.	3m. 995mm.	114kg.
2.	4m. 0mm.	118kg.
3.	4m. 5mm.	120kg.
4.	4m. 20mm.	122kg.
5.	4m. 30mm.	126kg.

1) Zein izango da aurresan daiteken pisua, dauzkagun datuen bidez, karratu txikieneko erregresio lineala egiten badugu?

2) Eman ezazu doikuntza honen neurriren bat, zenbateko -ona den esateko.

3.20.- Ondoko taulan, bost estatuei dagozkien analfabetoen portzentaia eta jaiotzean duten bizi-itxaropena adierazten dira:

Estatuak	Analfabetoen Portzentaia	Bizi-itxaropena
A	40	55
B	80	30
C	4	65
D	50	20
E	10	70

Eskatzen da:

1) Aurresan ezazu, jaiotzean, 75 urteko bizi-itxaropena duen estaturen, analfabeto kopurua, doikuntza linealaren bidez.

2) Lor ezazu bi aldagaien arteko korrelazio koefiziente lineala eta azal ezazu emaitza datuen arabera.

3.21.- Bizkaiko sei udaletxeentzako balio hauek lortu dira, X_1: (1.960-1.981) tarteko populazio hazkuntzaren portzentaia eta X_2: populazio totalarekiko 64 urte baino gehiago duen populazioaren portzentaia izanik.

	X_1	X_2
Ermua	490	4
Zornotza	90	7
Durango	80	8
Gernika	70	11
Ondarroa	40	8
Bermeo	30	9

Eskatzen da:

1) Karratu txikienen metodoa aplikatuz, datuei hoberen datorkion $\hat{X}_2$ (X_1) zuzena lortzea

2) 1.960 eta 1.981 urte tartean Sopelako udaletxeko hazkuntza %200 izan dela jakinik, estima ezazu itsasaldeko udaletxe horretan 64 urte baino gehiago duten pertsonen portzentaia, 1) atalean lortutako zuzenaren bidez.

3.22.- Hamar ikaslek M-I eta T-I asignaturetan atera dituzten notak, ondokoak dira.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
M-I :	9	7'5	3	5	7	6'5	4'5	2	8	7'5
T-I :	6'5	8	4	4'5	6'5	6	4	3	7'5	8

1) Kalkula itzazu korrelazio-koefizientea eta mugatze-koefizientea.

2) Zein proportziotan azalduko litzateke bariantza erregresio linealaren kasuan.

3.23.- X, Y aldagaietarako ondoko datuak emanez

X	0	1	2	3
Y	3	0	2	4

Eskatzen da:

1) Karratu txikienen metodoa erabiliz bigarren graduko polinomioa doitzea.

2) Hondar-bariantza eta doikuntzaren egokitasunaren ikasketa.

3) Zein izango litzateke Y aldagaiaren bariantzaren mugatasunaren portzentaia, doikuntza lineala egingo bagenu?

3.24.- Ondorengo taulak X eta Y aldagaien balioak lau pertsonantzako ematen dizkigu:

X	0	-1	+2	+1
Y	+2	0	0	+2

Eskatzen da:

1) Lor ezazu Y-ren X-ekiko doikuntza parabolikoa, karratu txikienen metodoa erabiliz.

2) Kalkula itzazu Y-ren balio estimatuak X-en balioentzat eta hondar-bariantza.

3) Zein zitekeen hondar-bariantza doikuntza linealaren kasuan?

3.25.- Ondoko taulan agertzen diren herrietarako X_1, X_2 aldagaiak neurtuak izan dira:

X_1: hazkuntza demografikoa portzentaietan

X_2: Exportutako balioa/biztanle

	X_1	X_2
Afganistan	2'5	13
Jordania	3'2	63
Turkia	2'4	36

Eskatzen da:

1) X_2-ren X_1-ekiko erregresio-zuzena eta doikuntza honen egokitasuna.

2) Erregresio-zuzen ortogonala eta baita doikuntza honen egokitasuna.

3) Zertan desberdintzen dira doikuntza hauek?
Azal ezazu doikuntza bakoitza, zertan oinarritzen den adieraziz.

3.26.- Ondoko taulan, X_1 , X_2 aldagaien datuak ditugu, 1.976 urterako.

X_1 : Ospitale-Oheen kopurua/1000 biztanle

X_2 : Kontsumatutako energiaren neurria/biztanle

	X_1	X_2
Iran	2	0'7
Irak	1'6	1'5
Israel	7'0	2'5

Eskatzen da:

1) Erregresio ortogonalaren zuzena eta adierazitako bariantza.

2) Zuzenaren gainean, estatu bakoitzari dagokion projekzioa.

3) Egindako erregresioaren adierazpide grafikoa.

3.27.- Lau ikaslek 2. eta 3. mailako Estatistika asignaturetan lortu dituzten puntuazioak, ondokoak izanik.

2.m.E.	6	0	6	9
3.m.E.	6	6	3	9

Eskatzen da:

1) Karratu txikienen erregresio ortogonalaren zuzena.

2) Zuzen horrek estimatzen duen baterako bariantzaren proportzioa eta estimatu gabe geratzen dena.

3) Indibiduo-puntuei dagozkien, zuzenaren gaineko, projekzioak.

3) Adieraz ezazu, grafikoki, egindako erregresioa.

3.28.- Hiru indibiduo osaturiko talde batetan, (X_1, X_2) aldagai estatistikoa neurtu da, ondoko datuak lortuz.

X_1: 1 2 3

X_2: 2 6 4

Eskatzen da:

1) Lor ezazu karratu txikienen erregresio ortogonalaren zuzena.

2) Zuzen honek estimatzen duen baterako bariantzaren proportzioa.

3) Zuzenaren gainean, hiru puntuei dagozkien projekzioak.

4) Kalkula itzazu, halaber, hiru puntuei dagozkien hondarrak.

5) Kalkula ezazu 3. eta 4. atalean lortutako projekzio-bektore eta hondar-bektore bakoitzaren bariantza, baita ere beraien arteko kobariantza.

3.29.- Beren etxetan lan egiten duten 50 langilerentzako X_1, X_2 aldagaiak kontutan hartu dira.

X_1 : Egindako trebetasun-ikastaroak

X_2 : Lanaren akatsengatik idatziz jasotako kexak izanik.

X_1 \ X_2	0	1
0	5	20
1	20	5

Eskatzen da :

1) X_2 aldagaiaren X_1-ekiko batezbestekoaren erregresio lerroa.

2) X_2 aldagaiaren X_1-ekiko karratu txikienen erregresio linealaren lerroa, doikuntzaren egokitasuna aztertuz.

3) Bi aldagaien karratu txikienen erregresio ortogonalaren zuzena, doikuntzaren egokitasuna ere aztertuz.

3.30.- Ondoko taulan, X, Y aldagaien lau oharpenak ikusten ditugu.

X	Y
0	4
+4	2
0	2
-4	0

Eskatzen da:

1) Y aldagaiaren X-ekiko karratu txikienen erregresio parabolikoaren lerroa.

2) Doikuntza horren hondar-bariantza eta Y aldagaiaren bariantzatik estimatzen den proportzioa.

3) Y aldagaiaren X-ekiko karratu txikienen erregresio linealaren lerroa.

4) Doikuntza horren hondar-bariantza eta Y aldagaiaren bariantzatik estimatzen den proportzioa.

5) X eta Y-ren karratu txikienen erregresio ortogonalaren zuzena, hondar bariantza adieraziz.

6) Projektutako bariantzaren eta hondar-bariantzaren proportzioak baterako bariantzarekiko.

7) Indibiduo-puntuen f_i projekzioak erregresio-zuzenaren gainean.

8) Indibiduo-puntuen e_i hondarrak. Egiazta ezazu, halaber, projekzioak eta hondarrak ezkorrelatuak direla.

3.31.- Ondoko taulan, (1.961-1.965) urte tarterako batezbestekoz, Bizkaian jausitako euri-kantitateak eta tenperaturak ditugu.

Hileak	U	O	M	A	M	E	U	A	I	U	A	A
Tenperaturak (gradutan)	8	11	11	12	15	17	20	20	19	16	11	9
Euri-kantitateak (litrotan)	120	113	88	177	68	57	32	91	104	134	180	134

Eskatzen da:

1) Zein izango litzateke, karratu txikienen erregresio linealaren bidez, estimatuko zenukeen euri-kantitatea hilearen batezbesteko tenperatura 10 gradukoa izango balitz? Ona al da estimazioa?

2) Idatz ezazu aldagai tipifikatuen kobariantza-matrizea.

3) Aldagai tipifikatuen karratu txikienen erregresio ortogonalaren zuzena.

4) Puntu tipifikatuei dagozkien, zuzenaren gaineko, projekzioak.

5) Azaldutako bariantzaren proportzioa.

6) Erregresio-zuzen ortogonalean projekzioen adierazpide grafikoa.

7) Projekzioen korrelazio-koefizientea aldagai tipifikatu bakoitzarekin.

3.32.- 1) Lor ezazu arrazonatuz erregresio-zuzen ortogonalaren ekuazioa.

2) Froga ezazu hodeiaren baterako inertzia projektatutako inertzian eta hondar-inertzian deskonposatzen dela batukorki.

3.33.- Aurrezki kutxa batetan, ehun bezero dituen lagina kontsideraturik, X_1, X_2 aldegaien ikasketa egin nahi da.

X_1: Kontu korrenteen batezbesteko saldoa mila pezetatan eta X_2: Kutxak emandako maileguen ordaingabeko saldoak baita mila pezetatan emanik.

Ondoko estatistikoak lortu dira:

$$\vec{\bar{X}} = \begin{bmatrix} 50 \\ 60 \end{bmatrix} \qquad L = \begin{bmatrix} 100 & 500 \\ & 10000 \end{bmatrix}$$

Eskatzen da:

1) Lor ezazu erregresio ortogonalaren zuzena aldagai tipifikatuentzako, ehunekotan zenbat bariantza projektatua biltzen duen esanez.

2) Bi lehenengo bezeroak bi aldaekiko ondoko balioak hartzen badituzte.

i	X_1	X_2
1	40	1000
2	50	0

Zeintzu dira erregresio-zuzen ortogonalaren gainean dauzkaten koordenatuak edo projekzioak?

3.34.- Ondoko estatistikoak emanik:

$$L = \begin{bmatrix} 8/3 & 8/3 \\ & 32/3 \end{bmatrix} \qquad \| \vec{C}_1 \| = 2\sqrt{2} \qquad \| \vec{C}_2 \| = 4\sqrt{2}$$

Eskatzen da:

1) Zenbat indibiduoren gain neurtu dira X_1 , X_2 aldagaiak?

2) Datu-matrize zentratua lortzea 2 eta 0 lehenengo indibiduari dagozkion balio zentratuak izanik.

3) Zein da aldagai zentratuak osaturiko angelua?

3.35.- Hamasei indibiduo dituen populazio batetarako, X_1, X_2 aldagaien desbidazio standardak ondokoak dira:

$$S_1 = 3 \qquad S_2 = 5$$

Bi aldagai zentratuen biderkadura eskalarra, ordea, $\langle \vec{c}_1 \mid \vec{c}_2 \rangle =$ 160 da.

Eskatzen da:

1) r_{12} korrelazio-koefizientea.

2) $X_2(X_1)$ erregresioaren b_{21} koefizientea.

3) Intrerpreta itzazu grafikoki lortutako emaitzak.

3. EBAZPIDEAK

3.1

1)

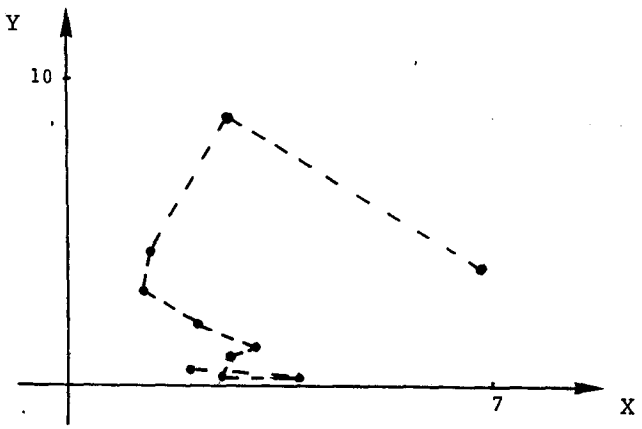
Xi	1	3	5
fi/4	0	1/15	14/15

2) Ez. Dakusagunez, fi/4 lortutako banaketa eta fi. maiztasun erlatiboen bazter banaketa ez dira berdinak ezta fi/4 edota fi/6.

3) $\begin{bmatrix} 1 & -0,371 \\ -0,371 & 1 \end{bmatrix}$

3.2

1)



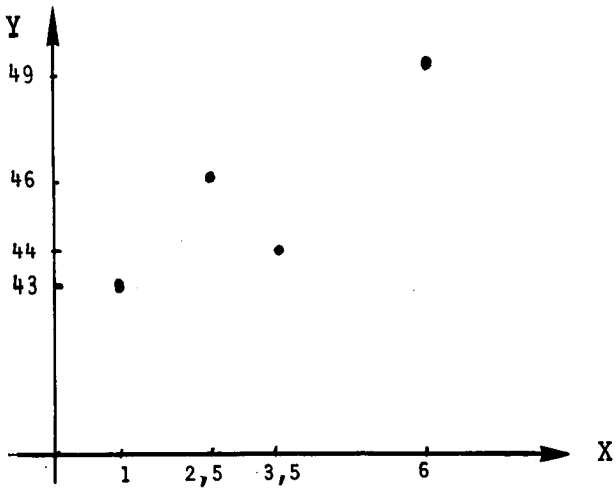
Lehenengo begirada ematean, erlazioa alderantzizkoa eta ahula aurkezten dela antzematen da, baina emaitzak denboran zehar ditugunez marra batez puntuak lotzean, ez dagoela erlazio-rik argiro ikusten da.

2) $r_{xy} = 0,0008 \simeq 0$

Dakusagunez, ezkorrelatuak direla esan daiteke

3.3

1)



2) $\bar{x}$ = % 3,25 Sx = % 1,82

$\bar{y}$ = 45,5 Sy = 2,29

3) S_{xy} = 3,625 r_{xy} = 0,86

Bi aldagaien arteko erlazioa zuzena eta nahiko nabaria da.

3.4

Lehenengoak malda positiboa duen zuzen baten gainean dauzka - puntuak, hots, r=1.
Bigarrenak, ordea, malda negatibo duen zuzen baten gainean, - hots, r=-1
Hirugarrenak, azkenik, banaketa bikoitz independente bat aurkezten du, hots, r=0 independentziak ezkorrelazioa halabehartzen baitu.

3.5

1) Bazter banaketak:

ni. : 14, 15, 11 fi.: $\frac{14}{40}$, $\frac{15}{40}$, $\frac{11}{40}$

n.j : 14, 15, 11 f.j: $\frac{14}{40}$, $\frac{15}{40}$, $\frac{11}{40}$

Banaketa baldintzatuak:

$f_{i/1}$: $0, \frac{5}{14}, \frac{9}{14}$ $\quad$ $f_{j/10}$: $0, \frac{4}{14}, \frac{10}{14}$

$f_{i/2}$: $\frac{4}{15}, \frac{9}{15}, \frac{2}{15}$ $\quad$ $f_{j/11}$: $\frac{5}{15}, \frac{9}{15}, \frac{1}{15}$

$f_{i/3}$: $\frac{10}{11}, \frac{1}{11}, 0$ $\quad$ $f_{j/12}$: $\frac{9}{11}, \frac{2}{11}, 0$

2) Kasu honetan, X=U+11, Y=V+2 direnez Sxy=Suv daukagu, aldagaietan jatorri-aldatzea bakarrik egin bait dugu.

3)

U \ V	-1	0	1
-1	0	4	10
0	5	9	1
1	9	2	0

taularen bidez,

$r_{xy} = -0,7759$

3.6

1) $\bar{x} = 5$ $\quad$ $s_x^2 = 2$ $\quad$ $S_{xy} = 3$

$\bar{y} = 8$ $\quad$ $s_y^2 = 5$ $\quad$ $r_{xy} = 0,95$

2) $\bar{u} = 60$ $\quad$ $s_u^2 = 200$ $\quad$ $S_{uv} = 600$

$\bar{v} = 150$ $\quad$ $s_v^2 = 2000$ $\quad$ $r_{uv} = 0,95$

3.8

1) $s_x^2 = 4$, $\quad S_{xy} = 1$, $\quad r_{xy} = 0,5$

2) $s^2_{(x + y)} = 7$

3) $s_u^2 = 400$, $\quad S_{uv} = 50$, $\quad r_{uv} = 0,5$

3.9

1) Klase-ordezkari bezala X= 25 balioak baldintzatutako Y aldagaiaren banaketa ondokoa da:

Y_i = 2 7 12 17

n_i = 20 100 130 50

$f_{i/25}$ = $\frac{1}{15}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{13}{30}$ $\frac{1}{6}$

banaketa baldintzatuaren bidez $\bar{Y} / (X=25) = 10,5$ lortu dugu

analogikoki: $\bar{Y} / (X=35) = 7,3$

$\bar{Y} / (X=45) = 9,5$

azkenik, batezbesteko-erregresioaren puntuak:

X	25	35	45
$\hat{Y}$	10,5	7,3	9,5

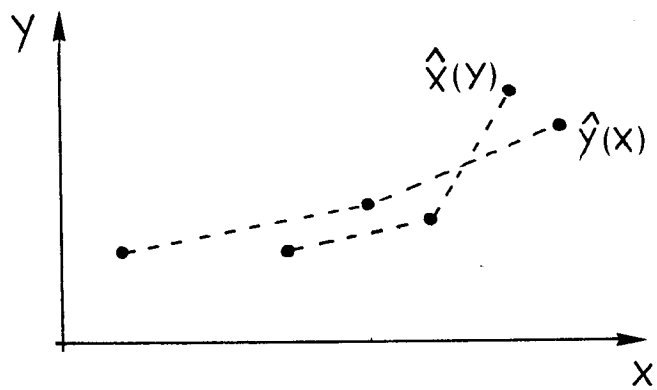
2) $L = \begin{bmatrix} 36 & -5 \\ -5 & 20 \end{bmatrix}$ matrizetik $r = -0,185$ lortzen da

3) Batezbestekoaren errregresioak, datuen erlazio lineala oso ahula dela detektatzen du, halaber, korrelazio koefizientearen balio absolutuak ikusarazten duelarik.

3.10

1) X = 10 50 80 Y = 30 40 80

$\hat{Y}$ = 30 44 70 $\hat{X}$ = 36,6 60 72,5



2) $r = 0,62$

3) Bi kasutan proportzio berdina : % 38,4 batekoa.

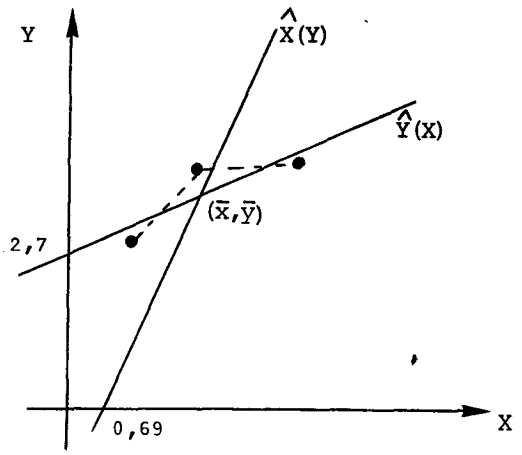
3.11

1) X Aldagaia, enpresan daramatzaten urteak eta Y aldagia, urtean zehar lortutako kontratuak izanik.

$r_{xy} = 0,420$

2) $r_{xy}^2 = 0,176$ (%17,6) azaldutako bariantza
Bi balioek erlazio ahula adierazten dute.

3) $\hat{Y} = 0,5X + 2,7$
$\hat{X} = 0,35Y + 0,697$



4)

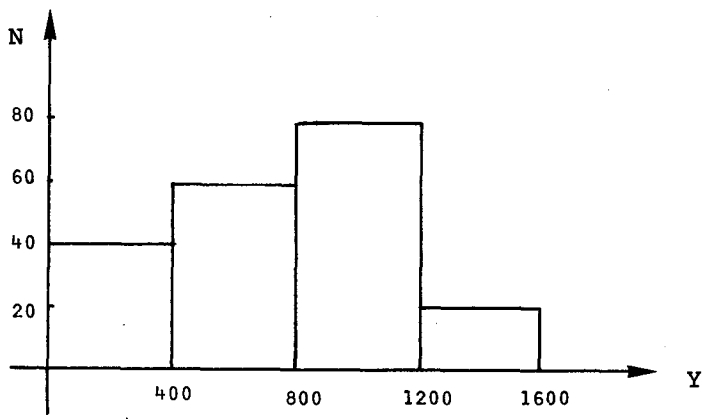
X	1	2	3
$\hat{Y}$	3	3,9	4

(Puntu-lerroa grafikoan)

5) Erlazio linealak eredu bat suposatzen du, dagoen erlazioa rentzat oso eredu sinplea izanik.
Batezbestekoaren erregresioa erlazio-eredu bati lotuta ez egotean, datuak jarraitzeko askeagoa da.
Erregresio-lerroak, irudian ikusten dugun bezala linealki nahitaez jarraitzean emaitza arraroak ikusarazten dizkigu.
Lagin-espaziotik urruntzean, hauxe ikusten dugu: "1-1 urte izanez enpresan gutxi gorabehera 2 salmenta kontratuak". ("200 urte izanez, 103 lortutako kontratuak"...).
Bestalde, batezbestekoaran erregresioaren ibilbidea, ez da proportzionalki igoten, malda lehenengo zatian askoz handiagoa da.

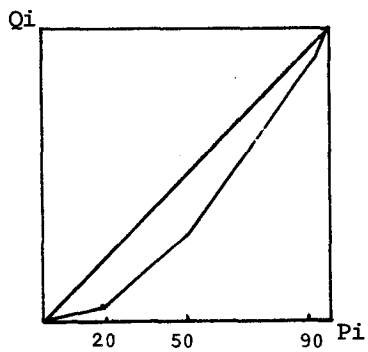
3.12

1)



2)

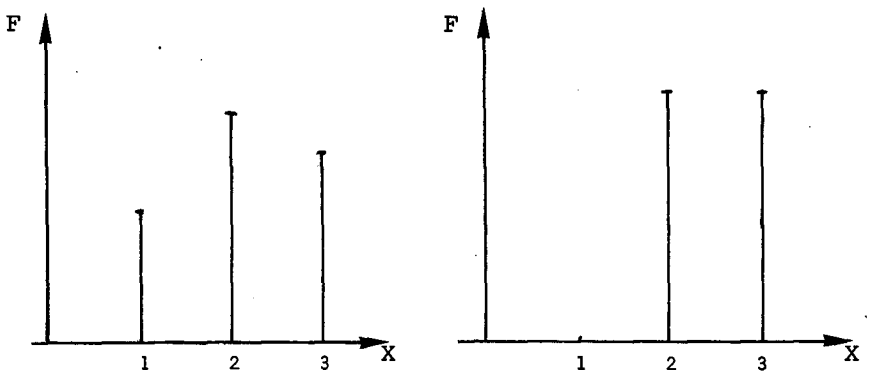
Pi	20	50	90	100
qi	5,26	28,9	81,5	100



$I_G = 0,27$

3)

X_i	f_i	f_i $(X_i/Y$ 800; 1200)
1	0,25	0
2	0,45	0,5
3	0,30	0,5



Dakusagunez maiztasun erlatiboen banaketa hauek oso desberdinak dira. Bazter banaketari dagokionez zera esan dezakegu: langileen % 50-ek bi urte daramatzate enpresan eta beste %50-ek ia zati berdinetan urte bat edo hiru. Banaketa baldintzatuari dagokionez, ordea, zera ikusten dugu; [800; 1200[tartean egindako muntaketak dituztenetatik %50-ek bi urte - daramatzate enpresan eta beste % 50-ek hiru.

4) $r_{xy} = 0,707$

Erlazio zuzena eta nabaria adierazten du korrelazio koefizienteak, taula ikustean ere suposa daitekelarik.

5) $\hat{Y} = 350,68\ x + 41,09$

$S_e^2 = 67334,4$, $r_{xy}^2 = 0,499 \simeq 0,5$

%50 batekoa da azaldutako bariantza

3.13

$r = 0,95$, $r^2 = 0,90$ izanik, aldagaien arteko erlazio lineala -sakona dela esan daiteke, ondorioz enpresa honek planifika dezake bere produkzioa itxaroten den tenperaturaren funtzioan -- hartutako datuak fidagarriak eta nahikoak kontsideratzen baditu.

Tenperatura : X, Kapela eginak : Y deiturik

$\bar{X}$ = 18 gradu Sx = 9,27 gradu Sxy= 241,8

$\bar{Y}$ = 42,2 gradu Sy =27,44 kapela

$\hat{Y}$ = 2,8138X-8,449

$X = 32° \Rightarrow \hat{Y} = 81,6 \simeq 82$ kapela izango litzateke estimatutako balioa.

3.14

1) $r_{xy} = 0,72$

2) $\hat{X} = 0,576y + 14,22$

3.17

1) $\bar{X}$ = 113,33 Sx = 25,49 Sxy = 1266,6

$\bar{Y}$ = 90 Sy 49,88

$\hat{Y}$ = 1,9487X - 130,848

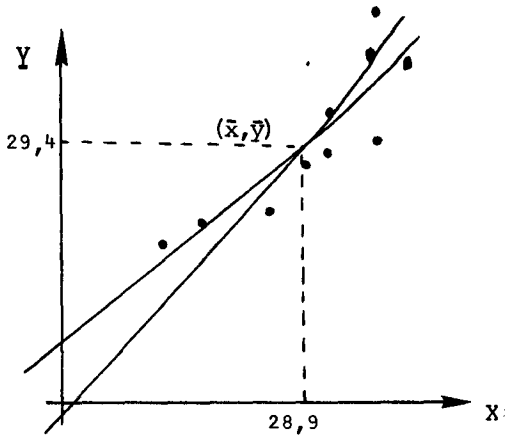
2) r = 0,9958 r^2 = 0,9917 %99,17

ia guztiz azalduta geratzen da bariantza

3) $X = 200 \Rightarrow \hat{Y} = 258,892$

3.18

1)



2) $r_{xy} = 0,901$

3) $\hat{Y} = 0,8024X + 6,208$

$\hat{X} = 1,0116Y - 0,843$

4) $r^2 = 0,812$ bi doikuntzetan bariantzaren %81,2 gelditzen da mugatuta.

3.19

$$\vec{\bar{X}} = \begin{bmatrix} 4,01 \text{ m.} \\ 120 \text{ Kg.} \end{bmatrix} \qquad L = \begin{bmatrix} 0,00017 & +0,05 \\ +0,05 & 16 \end{bmatrix}$$

Zuzenean lortutako estatistiko horien bitartez (egokiena kalkulagailuaz egiten denean) edo ondoan daukagun bezala aldagaien aldaketak eginez:

$$\vec{\bar{X}}' = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad L' = \begin{bmatrix} 6,8 & +5 \\ +5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} X' = \dfrac{1000\ (X-4)}{5} \\ Y' = \dfrac{Y - 120}{2} \end{cases}$$ izanik

(egokiena kalkulagailurik gabe egitean)

Lortzen da:

$\hat{P}-120 = 294,12\ (D-4,01)$ nondik $\hat{P}\ (4,01) = 120$ Kg.

2) r = 0,9587, %92 batetan P aldagaiaren bariantzatik azaltzen delarik.

3.20

1) Hauen bidez:

$$\vec{\bar{X}} = \begin{bmatrix} 36,8 \\ 48 \end{bmatrix} \qquad L = \begin{bmatrix} 768,96 & -454,4 \\ -454,4 & 386 \end{bmatrix}$$

lortzen da:

$\hat{X}_1 - 36,8 = -1,17\ (X_2 - 48)$

$\hat{X}_1\ (75) = 5,21$

2) r= -o,834 bost estatuen multzoan, deskribatutako bi aldagaientzat, alderantzizko erlazio lineala nahiko sakona -- adierzaten du.

3.21

Hauen bidez

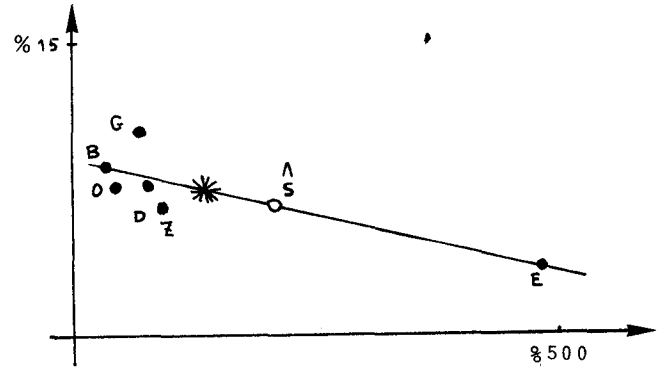
$$\vec{\bar{X}} = \begin{bmatrix} 133,3 \\ 7,83 \end{bmatrix} \qquad L = \begin{bmatrix} 25.888,8 & -279,4 \\ -279,4 & 4,472 \end{bmatrix}$$

lortzen da:

1) $\hat{X}_2 = 9,27 - 0,0108\ X_1 \qquad \hat{X}_2 = (200) = \%7,11$

(Urtekari estatistikoak ematen digu Sopelako agureen proportzio erreala: zifra borilduan: %7 bat)

Datu eztaldekatuen ariketetan ikusezinezkoa da puntu-hodeiaren balio deskribatzailea.



Komentatu behar dena zera da: Nahiz eta korrelazioa handia udaletxeen kopurua txikia dela eta Ermuak, doikuntzan, -- duen eragina gehiegizkoa.

Konklusioak ateratzeko lagin zabalagoak beharko dira.Sopelare kiko dena dela, asmatzen du.

3.22

$\bar{m} = \bar{t} = 6$ $S_M = 2,168 = S_T$ $S_{MT} = 4,3$ $r = -0,915$

%83,7 adierazita eta %16,3 adierazi gabe geldituko lirateke.

3.23

1) $\hat{Y} = 2,75 - 3,25\ X + 1,25X^2$

2) $S^2_{\hat{e}} = 0,3125$ $S^2_{\hat{y}} = 2,1875$ $S^2_{\hat{e}} / S^2_{\hat{y}} = \%14,3$

Doikuntza parabolikoak, Y-ren bariantzaren %85,7 aurresaten du.

3) $r^2 = \%23,04$ (doikuntza lineala askoz txarragoa da, nahikoa litzateke puntu-hodeia marraztea horretaz ohartzeko)

3.24

1) $\hat{Y} = 2 + X - X^2$

2) + 2, 0, 0, + 2 $S^2_{\hat{e}} = 0$ (% 100 batetan ondo doituta dago)

3) $r_{xy} = 0$ $S^2_e = 1$ (Errorea %100 batekoa da)

3.25

1) $\bar{X}_1 = 2,7 \qquad S_1 = 0,3559 \qquad S_{12} = 6,03$

$\bar{X}_2 = 37,\tilde{3} \qquad S_2 = 20,434$

$\hat{X}_2 = 47,63\ X_1 - 91,2738$

$r = 0,8296$

2) Aldagaien eskalak hain desberdinak ($S_1 = 0,35$, $S_2 = 20,4$) - izanik, erregresioa tipifikatuz egingo dugu:

$$L\ (T) = \begin{bmatrix} 1 & 0,829 \\ 0,829 & 1 \end{bmatrix} \qquad \lambda_1 = 1+0,829 = 1,829 \qquad \lambda_2 = 1-0,829 = 0,1708$$

$0,707\ T_1 - 0,707\ T_2 = 0, \quad \frac{1,829}{2} = 0,9145$

%91,45 batetan adierazten da baterako bariantza

3) Bi doikuntzak zeharo desberdinak dira, lehen atalean egin dugun karratu txikienen erregresio linealean X_2 aldagaia X_1 aldagaiaren menpe kontsideratzen dugu, hau da, erregresioaren helburua X_1 baliotarako zein da kasu bakoitzean aurresan ahal dugun X_2 aldagaiaren balioa bilatzen dugu. Horretarako errore karratuak batezbestekoz txikienak egiten -- duen funtzioa lortzen dugu, errore hori X_2 aldagaiaren balio ohartuen eta estimatuen arteko kendura izanik.
Bigarren atalean egin dugun erregresio ortogonalean, ordea, bi aldagaien konbinazio linealen arteko hoberen den fun-- tzioa bilatzen da karratu txikienen zentzuan ere, hau da, errore koadratikoak batezbestekoz txikienak egiten dira, errorea kasu honetan puntutik funtziora dagoen distantzia euklidiarra izanik.

3.26

1) $\vec{\bar{X}} = \begin{bmatrix} 3,53 \\ 1,5666 \end{bmatrix}$

$$C = \begin{pmatrix} -1,5333 & -0,8667 \\ -1,9333 & -0,0667 \\ 3,4666 & 0,9334 \end{pmatrix}$$

$$L = \begin{pmatrix} 6,035 & 1,564 \\ & 0,542 \end{pmatrix} \qquad trL = 6,577 \qquad |L| = 0,825$$

$\lambda_1 = 6,45$
$\lambda_2 = 0,128$

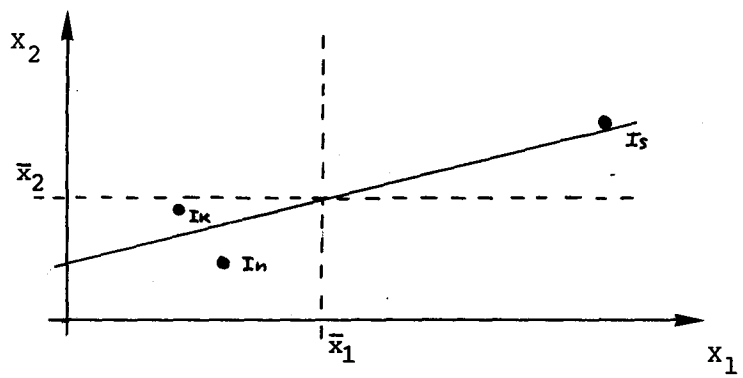
$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,256 \\ -0,967 \end{bmatrix}$$

$0,256\ (X_1 - 3,53) - 0,967\ (X_2 - 1,5666) = 0$

$\frac{6,45}{6,577} = 0,98$ %98 batetan adierazten da bariantza

2) $\vec{f} = \begin{bmatrix} -1,705 \\ -1,886 \\ 3,591 \end{bmatrix}$

3)



3.27

1)

$X - \bar{X}$	0,75	-5,25	0,75	3,75
$Y - \bar{Y}$	0	0	-3	3

$$L = \begin{bmatrix} 10,6875 & 2,25 \\ & 4,5 \end{bmatrix} \qquad trL = 15,1875 \qquad |L| = 43,03125$$

$\lambda_1 = 11,42$
$\lambda_2 = 3,786$

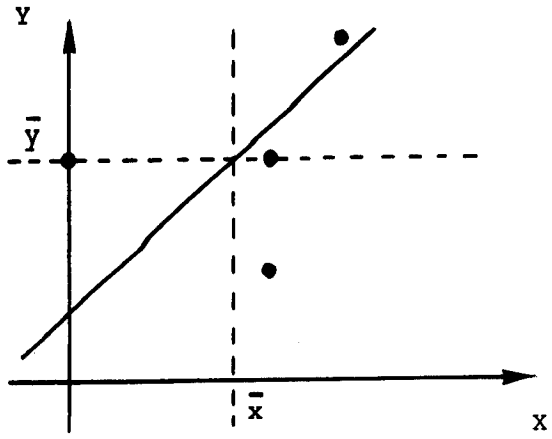
$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,309 \\ -0,951 \end{bmatrix}$$

$0,309\ (X - 5,25) - 0,951\ (Y - 6) = 0$

2) $\frac{11,42}{15,1875} = 0,75$ %75 batetan estimatzen da S^2 (X,Y) batera-
ko bariantza eta %25 batetan estimatu
gabe geratzen, hain zuzen ere.

3) $f_1 = 0,713$, $f_2 = -4,993$, $f_3 = -0,214$, $f_4 = 4,493$

4)



3.28

1) $0,957\ (X_1 - 2) - 0,289\ (X_2 - 4) = 0$

2) % 86 batekoa da estimatutako proportzioa

3), 4)

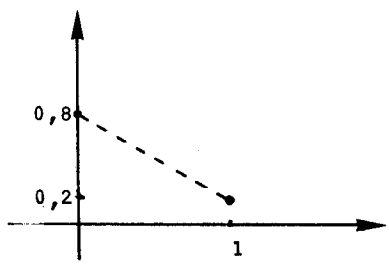
$$\vec{fi} = \begin{bmatrix} -2,203 \\ 1,914 \\ 0,289 \end{bmatrix} \qquad \vec{e_i} = \begin{bmatrix} -0,397 \\ -0,578 \\ 0,957 \end{bmatrix}$$

5) $S_f^2 = \lambda_1 = 2,868$ $S_e^2 = \lambda_2 = 0,465$ $S_{fe} = 0,002 \simeq 0$

3.29

1)

X_1	$\hat{X}_2 = X_2/X_1$
0	0,8
1	0,2



2) $\hat{X}_2 = -0,6\ X_1 + 0,8 \qquad r^2 = 0,36$ %36 batetan azaltzen da X_2 aldagaiaren bariantza eta %64 batetan azaldu gabe geratzen, hots, ez da batere egokia karratu txikienen doikuntza lineala.

3) $\frac{X_1 - 0,5}{\sqrt{2}} + \frac{X_2 - 0,5}{\sqrt{2}} = 0$

%80 batetan estimatzen da baterako bariantza, hain zuzen.

3.30

1) $\hat{Y} = 3 + 0,25\ X - 0,125\ X^2$

2) $S_e^2 = \frac{\sum e^2}{4} = \frac{2}{4} = 0,5 \qquad \frac{S_e^2}{S_y^2} = \frac{0,5}{2} = 0,25$

%75 batetan estimatzen da Y aldagaiaren bariantza.

3) $\hat{Y} = 2 + 0,25X$

4) $S_e^2 = 1,50 \quad \frac{S_e^2}{S_y^2} = \frac{1,50}{2} = 0,75$

% 25 batetan estimatzen da Y aldagaiaren bariantza kasu honetan.

Dakusagunez, karratu txikien metodoaz ohizko erregresioa - planteiatu nahi badugu aukeratutako funtzioa bigarren graduko polinomioa izango da.

5) $0,29\ X - 0,958\ (Y-2) = 0 \quad S_e^2 = \lambda_2 = 1,395$

6) $\frac{S_e^2}{S^2_{(x,y)}} = \frac{1,4}{10} = 0,14 \qquad \frac{S_f^2}{S^2_{(X,Y)}} = \frac{8,6}{10} = 0,86$

% 86, % 14 dira estimatuta eta estimatu gabe geratzen diren proportzioak, kasu honetan baterako bariantzarekiko - izanik. Dakigunez, erregresio ortogonalaren doikuntzak hoberen doitzen den konbinazio lineala bilatzen du eta ohiko erregresioarekin ez dauka parekatzerik (emaitzei dagokienez) abiapuntu desberdinak bait dituzte. Kontutan hartu behar da errore edo hondarraren definizioa desberdina dela.

7),8)

$$\vec{f}_i = \begin{bmatrix} 0,58 \\ 3,832 \\ 0 \\ -4,412 \end{bmatrix} \qquad \vec{e}_i = \begin{bmatrix} -1,916 \\ 1,16 \\ 0 \\ 0,756 \end{bmatrix}$$

$$S_{fe} = \frac{1}{4} \quad (4,445 - 4,446) \simeq 0$$

3.31

1) X_1 : Tenperaturak, X_2 : euri-kantitateak izanik

$\hat{X}_2 = -5,83\ X_1 + 190,9188$

$\hat{X}_2 \quad (X_1 = 10) = 132,6189$ litro izango litzateke jausitako euri-kantitatea doikuntzaren arabera.

$r^2 = 0,3143$ % 31,43 batetan azaltzen da Y aldagaiaren bariantza, ezin da esan estimazioa ona denik, nahiko urrun egon daiteke jausitako euri-kantitatea 132,6 litro horietatik.

2) $$R = \begin{bmatrix} 1 & -0,5607 \\ & 1 \end{bmatrix}$$

3) $0,707\ X_1 + 0,707\ X_2 = 0$

4)

Hilea	T_1	T_2	Projekzioak: f_i
U	-1,4795	0,2612	-1,23
O	-0,7500	0,0973	-0,6
M	-0,7500	-0,4874	-0,18
A	-0,5068	1,5945	-1,48
M	0,2231	-0,9551	0,83
E	0,7094	-1,2124	1,36
U	1,4390	-1,7972	2,29
A	1,4390	-0,2300	1,18
I	1,1958	-0,1129	0,93
U	0,4663	0,5856	-0,09
A	-0,7500	1,6648	-1,71
A	-1,2363	0,5886	-1,29

5) % 78 batekoa da azaldutako baterako bariantzaren proportzioa.

6)



7) $r_{f,t_1} = 0,8834$ $\qquad r_{f,t2} = \frac{-1,1037}{1.\ 1,5607} = -0,8834$

3.33

1) $R = \begin{bmatrix} 1 & 0,5 \\ 0,5 & 1 \end{bmatrix}$

Diagonalizatuz: $\lambda_1 = 1 + r_{12} = 1,5$

$\lambda_2 = 1 - r_{12} = 0,5$

$\lambda = 0,5$ autobalioari $\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,707 \\ -0,707 \end{bmatrix}$ autobektorea dagokio.

Orduan : $0,707\ t_1 - 0,707\ t_2 = 0$

$\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2} = \frac{1,5}{2} = 0,75$ %75 batekoa da bildutako bariantza.

2) $f_1 = [-1 \ , \ 9,4] \begin{bmatrix} 0,707 \\ 0,707 \end{bmatrix} = 5,94$

$f_2 = [0 \ , \ -0,6] \begin{bmatrix} 0,707 \\ 0,707 \end{bmatrix} = -0,424$

3.34

1) $S_1^2 = \frac{8}{3} = \frac{(2\sqrt{2})^2}{m} = \frac{\|\vec{c}_1\|^2}{m}$

$m = 3$

2) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ edota $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & -4 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

3) $r_{12} = \frac{1}{2} = \cos\alpha$

Angelua 60° -koa da

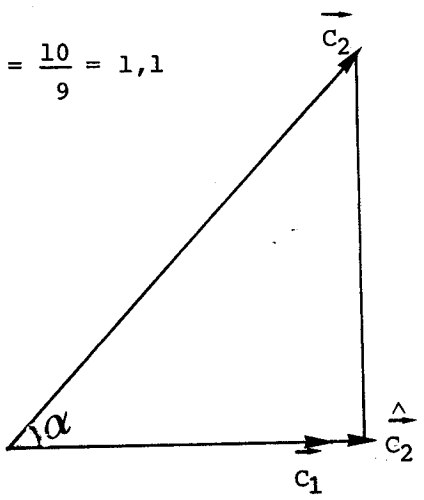
3.35

1) $r_{12} = \frac{2}{3} = 0,67$

2) $b_{21} = \frac{10}{9} = 1,1$

$\|\vec{c}_1\| = 12, \quad \|\vec{c}_2\| = 20$

$\|\hat{\vec{c}}_2\| = b_{21} \cdot \|\vec{c}_1\| = 13,2$



4. EZAUGARRI ESTATISTIKO ANIZKOITZAK

BANAKETAK
TAULAK
ERREGRESIO-PLANOA ETA HIPERPLANOA
ERREGRESIO-PLANOA ETA HIPERPLANOA TIPIFIKATUAK EDO STANDARDIZATUAK
KORRELAZIO PARTZIALAK

4. ADIERAZBURUAK

4.1.- 1) Lor itzazu arrazonatuz, $X_2 = b_{21}X_1 + b_{23}X_3 + a$ erregresio-planoaren koefizienteak.

2) $X_2 = -0'5X_1 + 1'3X_3 + 5$ erregresio-planoa izanik. Zer esanahia daukate -0'5, 1'3 eta 5 koefizienteek?

4.2.- Ondoko taulan emandako gurinaren eta margarinaren datuen bidez.

	GURINA		MARGARINA	
URTEAK	P	K	P	K
0	20	98	10	90
1	20	100	11	95
2	21	101	12	100
3	27	101	22	101

Eskatzen da:

1) Prezio-indize ponderatuak Laspeyres eta Paasche-ren metodoaz, hurrenez hurren. Komenta itzazu lortutako emaitzak.

2) Gurinaren prezioaren saldutako kopuruarekiko erregresio zuzena eta beraren aurkezpen grafikoa.

3) Gurinaren prezioaren saldutako kopuruarekiko eta margarinaren prezioarekiko erregresio-planoa.

4) Azter itzazu bi erregresioak zuk uste duzun koefizienteak edo balioak parekatuz.

4.3.- 490 ikasle dituen lagin bati buruzko ikerketa bat egin da, bi faktoreen bidez beraien emaitzak nola azaltzen diren ikus dezagun.

X_1 delakoa lortu zituzten puntuak, X_2 adimen-koefizientea eta X_3 ikasketa-orduak/asteko izango dira.

Eta: $\begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18'5 \\ 100'6 \\ 24 \end{bmatrix}$ $S_1 = 11'2$ $S_2 = 15'8$ $S_3 = 6$ $r_{12} = 0'60$ $r_{13} = 0'32$ $r_{23} = -0'35$

Kalkula ezazu:

1. X_1 aldagaiaren X_2 eta X_3-ekiko erregresio-planoa.

2. Mugatze-koefizientea eta korrelazio-koefiziente anizkoitza.

3. Emaitzen irazkina.

4.4- Lagin aleatorio batetan bost familia hartu ditugu. Aurrezkiak, sarrerak eta kapitalak neurtuz, ondoko datuak ditugu:

Fam.	S: Aurrezkia	Y: Sarrera	W: Kapitala
1	600 $	8.000 $	12.000 $
2	1.200	11.000	6.000
3	1.000	9.000	6.000
4	700	6.000	3.000
5	300	6.000	18.000

Eskatzen da:

1) S-ren Y-rekiko erregresio-zuzena eta marraztu ondoren, a eta r^2 koefizienteak interpretatzea.

2) S-ren, Y eta W-rekiko erregresio lineala.
Kasu honetan Y-ren koefizientea desberdina al da?
Zein da koefizienterik hoberena S eta Y-ren arteko erlazioa adierazteko?

3) Zein izango da familia baten aurrezkia, kapitala 5.000 $ eta sarrera 8.000 $ izanik?

4) Zein proportziotan goratuko da aurrezkia, kapitala konstantea izanik, sarrerak 2.000 $-tan goratzen badira?

5) Zer gerta daiteke, sarrerak 1.000 $-tan goratzen badira eta kapitala 3.000 $-tan?

6) Zein proportziotan azaltzen da edota azaldu gabe geratzen S-ren bariantza?.

4.5.- Aurreko ariketan daukagun lagin berbera kontsideratuz, beste aldagai bat kontutan hartzen dugu: N, haurren kopurua, hain zuzen.

Familia	N: Haurrak
1	5
2	2
3	1
4	3
5	4

Kalkula ezazu:

1. S-ren Y, W, N-ekiko hiperplano tipifikatua.
2. $r^2_{s.y,w,n}$ eta beronen esangura.
3. Komenta itzazu laburki lortutako emaitzak.

4.6.- Dakigunez, $S_e^2 = \frac{L}{L_{ii}}$ adierazpena x_i aldagaiaren(X_1, X_2.. ....X_{i-1}, X_{i+1},.....X_n) aldagaiekiko karratu txikieneko erregresio linealaren hondar-bariantza da, non L kobariantza-matrizearen determinantea den.

1. Adierazpen hori kontutan hartuz, lor ezazu x_i aldagaiaren beste (n-1) aldagaiekiko korrelazio-koefiziente anizkoitza.
2. Komenta ezazu laburki koefiziente horren esangura.
3. (X_1, X_2, X_3) aldagai hirukoitza kontsideratuz, froga ezazu $r_{1.23}= 1$ izatean $r_{2.13}= 1$ eta $r_{3.12}= 1$ direla.

4.7.- Lau indibiduotan ohartu diren balioak x_1 aldagaiarekiko hauek izan dira:

0 0 0 4

Indibiduo horientzat gainera X_1 aldagaiaren karratu txikienen erregresio linealaren funtzioa $X_2,..,X_n$ aldagaiekiko eta aurreneko bi indibiduoei dagozkien hondarrak lortu dira.

Hondarrak $e_1 = -1$ $e_2 = +1$ izanik eta karratu txikienen erregresio linealaren propietateak kontutan harturik:

Eskatzen da:

1) Beste bi hondarren balioak, e_3, e_4 balioak, hain zuzen.

2) $r_{1.23...n}$ korrelazio anizkoitzaren balioa.

4.8.- Garapen-bidetango dagoen lurralde multzo batentzako, ondoko aldagai estatistikoei dagozkien balioak jaso dira:

X_1: Goi-mailako tituluen batezbesteko kopurua/$\frac{\text{mila}}{\text{biztanle}}$

X_2: "per capita" exportatutako balioa.

X_3: errenta erabilgarria /biztanle.

Datu-matrizearentzako, ondoko korrelazio-matrizea atera da:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & +0'48 & +0'52 \\ +0'48 & 1 & +0'98 \\ +0'52 & +0'98 & 1 \end{bmatrix}$$

Eskatzen da:

1) X_3 aldagaiaren X_1 aldagaiarekiko erregresio-zuzena (biak tipifikatuak daudela suposatuz).

2) X_3-ren X_1, X_2 aldagaiekiko erregresio-planoa (hiru aldagaiak tipifikatuak daudela suposatuz)

3) Konpara itzazu lortutako bi doikuntzak, beren egokitasunak aztertuz.

4.9.- Lau estaturentza-ko ondoko ezaugarriak neurtu ditugu

X_1: Nazio Produktu Gordina / biztanle dolarretan

X_2: Biztanle-kopurua sendagile bakoitzarako

X_3: Zerbitzu sektorearen produkzioa produkzio guztirekiko ehunekotan

X_1	X_2	X_3
1000	700	10
3000	700	50
5000	700	50
7000	300	50

Eskatzen da:

1) b_{12} eta b_{13} koefizienteak $\hat{X}_1$ (X_2, X_3) erregresiorako

2) β_{12} eta β_{13} " $\hat{T}_1$ (T_2, T_3) "

3) Zein da erregresorerik inportantena erregresio honetan? X_2 ala X_3? Arrazona ezazu.

4) X_2 eta X_3 aldagaiak X_1 aldagaiaren erregresioan sartzea, bat bakarrik sartu ordez. Pena merezi al du? Neur ezazu lortutako abantaila.

4.10.- Ondoko datu-matrizean, lau indibiduo X_1, X_2, X_3 aldagaiei dagozkien datuak ditugu.

X_1	X_2	X_3
-1	+3	+6
-1	+3	+4
-1	+1	+2
+3	+1	0

Eskatzen da:

1) X_3 aldagaiaren X_1, X_2-ekiko karratu txikieneko erregresio planoa.

2) Erregresio-plano berbera baina aldagaiak tipifikaturik daudenean.

3) Erregresio-koefiziente guztien irazkin edo komentario laburra.

4) $r_{3.12}$ korrelazio-koefiziente anizkoitzaren balioa, r_{13} eta r_{23} balioekin parekatuz.

5) Erregresio honen hondarrak edo erroreak. Zein izango da beraien balioen karratuen batezbeskoa?

6) $r_{12.3}$ korrelazio-koefiziente partziala eta gero r_{12} koefizientearekin parekatzea.

4.11.- Irakasle batek bi etsamin partzialetan eta azkenengo etsaminan ateratako puntuazioen arteko erlazioa aztertu nahi du.

X_1, X_2, eta X_3 aldagaiek lehenengo partzialean, bigarrenean eta azkeneko etsaminan ikasleen puntuazioak, hurrenez hurren, errepresentatzen badute eta 100 ikasle dituen lagin batetan emaitza hauek eduki baditugu:

$\overline{X}_1 = 6,8$	$\overline{X}_2 = 7$	$\overline{X}_3 = 74$
$S_1 = 1,0$	$S_2 = 0,8$	$S_3 = 9$
$r_{12} = 0,60$	$r_{13} = 0,70$	$r_{23} = 0,65$

Eskatzen da:

1) Kobariantza-matrizea

2) Aurresan ezazu ikasle baten azkeneko etsaminako puntuazioa, beste bi etsaminetan 9 eta 7, hurrenez hurren, lortu baditu.

3) Korrelazio-koefiziente anizkoitza eta $r_{13.2}$ korrelazio-koefiziente partziala.

4.12.- Lau indibiduorentzako lortutako oharpenak X_1, X_2, X_3 aldagaien arabera ondokoak dira.

X_1	X_2	X_3
1	1	1
2	1	1
3	2	1
4	2	3

Eskatzen da:

1) Batezbesteko-bektorea eta kobariantz matrizea

2) Korrelazio-matrizea

3) X_1 aldagaiaren X_3-rekiko eta X_2 -ren X_3-rekiko erregresio zuzenak.
Bazter ezazu X_1, X_2 aldagaietan X_3-aldagaiak duen eragina edo efektua.
Kalkula ezazu aldagai depuratu horien korrelazio-koefizientea.

4) X_1, X_2-ren arteko korrelazio-koefiziente partziala.

5) X_1 aldagaia X_2, X_3 aldagaien konbinazio lineala bezala estimatzen duen karratu txikienen erregresio-planoa.

6) $r_{1.23}$ korrelazio-koefiziente anizkoitza.
Erlaziona ezazu planoari dagokion hondar-bariantzarekin.

4.13.- Korporazio industrial batetako Pertsonal Departamentuak, aste-alokairua, zerbitzu-denbora eta enplegatuen adinen arteko erlazioa aztertu nahi du jerentzi-mailan.
Horretarako 8 enplegatu aukeratu dira eta datu taula hau atera da:

Aste-alokairua	Zerbitzu-denbora	Adina
52.000 pzt.	27	46
56.000	31	57
44.000	18	41
41.000	21	45
43.000	29	55
34.000	7	28
32.000	3	28
42.000	18	46

Eskatzen da:

1) Alokairu aldagaiaren beste bi aldagaiekiko erregresio-planoaren ekuazioa.

2) Erregresio-planoaren ekuazioa, aldagaiak tipifikatuak izanik.
Komenta itzazu erregresio horren koefizienteak beste erregresioren koefizienteekin parekatuz.

3) Azter ezazu doikuntzaren egokitasuna.

4) Zein da aurresango dugun alokairua, 15 urte zerbitzu-denboraz eta 47 urte adinaz dituen enplegatu batentzat?

5) Atera itzazu (Alokairu, Zerbitzu-denbora) eta (Alokairu, Adina) bikoteen korrelazio partzialak.
Konpara itzazu, halaber, korrelazio horiek korrelazio totalekin, aldagaien arteko elkar-aldaketak azalduz.

4.14.- Ondoko sei urtetako segidetan, X_1, X_2, X_3 aldagaiak hartzen dituzten balioak dauzkagu:

X_1: (Nazio-Produktu Gordina)	X_2: (Gasolina-Kontsumoa)	X_3: (Elektrizitate-Kontsu.)
8	4	20
10	3	22
12	6	23
13	6	26
15	7	27
18	8	30

Eskatzen dira:

1) $r_{12.3}$, $r_{13.2}$, $r_{23.1}$ korrelazio partzialak

2) X_1 aldagaiaren erregresio-planoa eta korrelazio-koefiziente anizkoitza.

4.15.- X_1, X_2, X_3 aldagaien batezbesteko bektorea eta kobariantza matrizea hauek dira:

$$\vec{\bar{X}} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} \qquad L = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 9 \end{bmatrix}$$

Eskatzen da:

1) X_2 aldagaiaren X_1, X_3-ekiko erregresio-planoaren ekuazioa.

2) Hondar-bariantza eta korrelazio koefiziente anizkoitza

3) $r_{12.3}$ eta $r_{23.1}$ korrelazio partzialaren koefizienteak r_{12} eta r_{23} korrelazio koefizienteekin parekatu.

4) Komenta ezazu, laburki, X_2 aldagaiak X_1, X_3 aldagaiekin dituen erlazioak.

4.16.- Lau familitarako ondoko datuak ditugu:

X_1: Hileroko sarrerak mila pezetatan

X_2: Hileroko gastua ikuskizun publikotan baita mila pezetatan.

X_3: Daukaten bideo-gailuen kopurua.

X_1	X_2	X_3
100	8	0
120	9	0
130	9	0
170	2	1

Batezbesteko bektorea eta kobariantza-matrizeak hauek dira:

$$\vec{\bar{X}} = \begin{bmatrix} 130 \\ 7 \\ 0'25 \end{bmatrix} \qquad L = \begin{bmatrix} 650 & -62'5 & 10 \\ -62'5 & 8'5 & -1'25 \\ 10 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Baina L matrizean bi errore ditugu.

Eskatzen da:

1) Zeintzu dira errore horiek?

2) Ordezka itzazu egiazko balioez.

3) Ikuskizun publikotan egindako gastua beste bi aldagaien bidez azaltzen duen erregresio-plano tipifikatua.

4) Lor ezazu $r^2_{2.13}$, β_{ij} eta r_{ij} koefizienteen bidez

5) Lor ezazu $r_{12.3}$ korrelazio partzialaren koefizientea, hau da, sarrera eta ikuskizun publikotan daukaten gastuen arteko korrelazio-koefizientea bideogailuen kopurua kontrolatuz. Konpara ezazu r_{12} koefizientearekin eta komenta ezazu bi koefizienteen arteko desberdintasuna.

4.17.- Bost urtetako ondoko segidak emanez:

Urteak	Y	X_1	X_2	X_3
1.955	20	4	10	2
1.956	22	5	12	3
1.957	23	7	13	5
1.958	24	6	16	6
1.959	26	8	19	9
-----	--	--	--	--
1.960	?	8	22	12

Non: Y = Nazio-Errenta, mila milioi pezetatan.

X_1= Nekazal sektoreko produktu gordina, mila milioi pezetatan.

X_2= Industri sektoreko produktu gordina, mila milioi pezetatan.

X_3= Hezkuntza sektoreko aurrekontua, mila milioi pezetatan.

Eskatzen dira:

1) Nazio-Errenta eta Nekazal produkzioaren arteko korrelazioa, industri produkzioa eta hezkuntza sektorea konstanteak izanik.

2) Nazio-Errenta eta Industri produkzioaren arteko korrelazioa nekazal sektorea eta hezkuntza sektorea konstanteak izanik.

3) Nazio-Errenta eta Hezkuntza sektorearen arteko korrelazioa X_1, X_2 konstanteak izanik.

4) Nazio-Errentaren beste hiru aldagaiekiko erregresio-hiperplanoa.

5) Y = N-E estimatua 1.960. urterako, beste aldagaien balioak taulakoak izanik.

6) Y eta (X_1, X_2, X_3) multzoaren arteko korrelazioa.

7) (X_1,X_2, X_3)ren bidez, N-E aurresatean, kalkula ezazu batezbesteko errorea.

4.18.- Erdi Ekialdeko bost naziontzat, ondoko aldagai jarraituei dagozkien balioak ditugu:

X_1: Hazkuntza demografikoaren portzentaia

X_2: Zineko jarlekuen batezbesteko kopurua/mila biztanle

X_3: Exportatutako balioa/biztanle dolarretan.

(1.976. urtea)	X_1	X_2	X_3
Afganistan	2'5	0'7	13
Jordania	3'2	8'4	63
Libano	3'1	33'0	244
Siria	3'3	7'6	140
Turkia	2'4	31'5	36

Eskatzen da:

1) X_2 aldagaiaren X_1 eta X_3-ekiko karratu txikinen erregresio-planoa.

2) Zein izango litzateke erregresio-planoa, hiru aldagaiak tipifikatuak izango balira?

3) Doikuntzaren egokitasunaren azterketa.

4) Ondoko korrelazio-koefiziente partzialak $r_{12.3}$ eta $r_{23.1}$, hain zuzen

Konpara itzazu korrelazio horiek r_{12}, r_{13} korrelazio koefiziente totalekin.

4.19.- X_1, X_2, X_3 aldagaien ondoko estatistikoak ezagutuz:

$$\vec{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \\ 100 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} S_1 = 1 \\ S_2 = 5 \\ S_3 = 20 \end{matrix} \qquad R = \begin{bmatrix} 1 & 0'4 & -0'4 \\ 0'4 & 1 & 0'4 \\ -0'4 & 0'4 & 1 \end{bmatrix}$$

1. Lor itzazu X_3 aldagaiaren X_1, X_2 aldagaiekiko erregresio-planoa eta erregresio-plano tipifikatua.

2. Komenta itzazu lortutako b eta β koefizienteak, beraien arteko desberdintasunak adieraziz.

3. Lor ezazu $r_{12.3}$ korrelazio-koefizientea eta komenta ezazu beraren esangura.

4.20.- Froga itzazu karratu txikienen erregresio linealaren ondoko propietateak.

* Hondarrak edo erroreak zentratuak dira eta balio estimatu eta errealen batezbesteko aritmetikoa berdina da.

* Hondarrak eta balio estimatuak elkarren artean ezkorrelatuak dira.

* Balio estimatuen bariantzaren eta hondar-bariantzaren batura, balio errealen bariantza da.

4.21.- Bost automobil motatarako ondoko aldagaiak neurtu dira.

X_1: Prezioa mila milioi pezetatan

X_2: Zerotik ehun kilometro/ordu abiadurara pasatzeko azelerazio denbora.

X_3: Potentzia C.V.-tan

X_1:	1	2	3	4	5
X_2:	15	15	10	10	5
X_3:	60	90	110	130	160

1) Datu horiei dagozkien estatistikoak ondokoak dira

$$\vec{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 3 \\ 11 \\ 17 \end{bmatrix} \qquad L = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 48 \\ -5 & 14 & -120 \\ 48 & -120 & 1160 \end{bmatrix}$$

baina, errore bat dagoenez, ikasleak zein den ikusi behar du kalkulurik egin gabe.

Zergatik ezin da balio hori egiazkoa izan?

2) Kalkula itzazu egiazko balio hori eta $\hat{x}_1(x_2, x_3)$erregresio-planoa.

3) Konpara itzazu X_1 aldagaiaren erregresioan X_2 ,X_3 erregresore bakoitzak daukan eragina "β" koefizienteen bidez.

4.22.- Bost unitate estatistiko dituen talde batentzako X_1 , X_2, X_3 aldagaiak neurtu dira, kobariantz matrizea ondokoa delarik.

$$L = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 4 & 16 & 10 \\ 4 & 10 & 9 \end{bmatrix}$$

X_3-ren X_1, X_2-ekiko karratu txikienen erregresio lineala suposatuz.

Eskatzen da:

1) Se^2 hondar-bariantza eta $r_{3.12}$ korrelazio-koefiziente anizkoitza.

2) Erregresio horren hiru lehen hondarrak e_1= 1, e_2= -2, e_3= 0 izanik.
Lor itzazu e_4 eta e_5

4.23.- 1) Defini ezazu X_1, X_2 aldagaien arteko korrelazio partzialaren koefizientea $X_3,...Xn$ aldagaiaren eragina baztertuz.

2) Lau indibiduo dituen multzo batetarako kobariantz matrize adjuntua ondokoa izanik

$$A_L = \begin{bmatrix} 18 & -36 & 0 \\ -36 & 288 & L_{23} \\ 0 & L_{23} & 8 \end{bmatrix}$$

Eskatzen da:

Lor ezazu L_{23} adjuntua, X_2 aldagaiaren X_1 aldagaiarekiko erregresioaren hondarrak ondokoak izanik,

$$\frac{3}{4} \ , \ -\frac{2}{3} \ , \ 0 \ , \ -\frac{2}{3}$$

eta, X_3 aldagaiaren X_1 aldagaiarekiko erregresioarenak, ordea, ondokoak.

4 , 4 , 0 , -8

4. EBAZPIDEAK

4.1

2) Koefizienteen esanahia zera da:

X_2 aldagaiaren aurresaeran X_1 aldagaiaren unitate bakoitzetatik erdia kentzen eta X_3 aldagaiaren unitate bakoitzetatik 1,3 gehitzen direla, halaber, 5 balioa, plano horrenjatorriaren ordenatua da. Hots, $X_1 = X_3 = 0 \Longrightarrow \hat{X}_2 = 5$ eta adibidez: $X_1 = 1$, $X_3 = 1 \Longrightarrow \hat{X}_2 = 5,8$

4.2

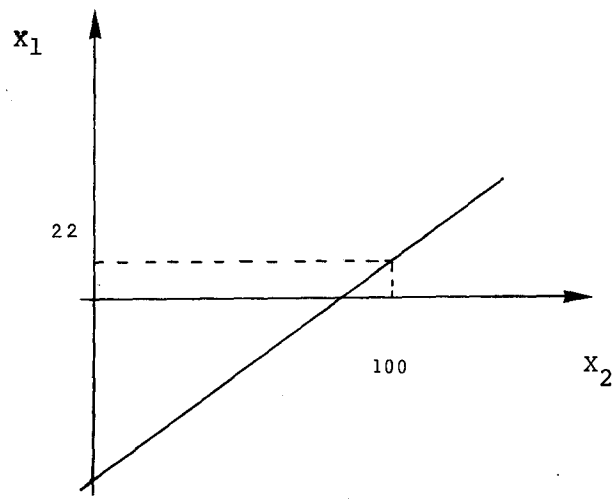
1)

T	L_t^p	P_t^p
0	100	100
1	103,15	103,22
2	109,72	109,97
3	161,75	163,33

Dakusagunez, emaitzak oso antzekoak dira, urtez urte kopuruen proportzioak oinarrizko denborakoekiko ez bait dira oso desberdinak.

2) X_1 : P(Gurina), X_2 : K (Gurina) izanik

$\hat{X}_1 - 22 = 1,33\ (X_2 - 100)$



3) X_1, X_2 aurrenekoak eta X_3 : P (Margarina) izanik

$$\vec{X} = \begin{bmatrix} 22 \\ 100 \\ 13,75 \end{bmatrix} \qquad L = \begin{bmatrix} 8,5 & 2 & 14 \\ & 1,5 & 3,5 \\ & & 23,18 \end{bmatrix}$$

$$\hat{X}_1 - 22 = -0,117\ (X_2-100) + 0,622\ (X_3-13,75)$$

4) Mugatze-koefizenteak parekatuz:

$r^2 = 0,31$ eta $r^2_{1.23} = 0,996$

Dakusagunez, zuzenaren kasuan, aldagai dependentearen azaldutako bariantza %31 batekoa da bakarrik, planoaren kasuan, ordea, %99,6 batekoa.

Noski, ateratzen dugun ondorioa zera da: Gurinaren prezioen aurresaeran ondasun honen kopurua ez dela garrantzitsua eta margirinaren prezioa, aldiz, erabakikorra.

4.3

1)
$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0,6 & 0,32 \\ 0,6 & 1 & -0,35 \\ 0,32 & -0,35 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{X}_1 - 18,5 = -\frac{12,2}{15,8} \cdot \frac{R12}{R11}\ (X_2 - 100,6) - \frac{11,2}{6}\ \frac{R_{13}}{R_{11}}\ (X_3-24)$$

$$\hat{X}_1 - 18,5 = 0,575\ (X_2-100,6) + 1,127\ (X_3-24)$$

2) $r_{1,23} = 0,82$ $\qquad r^2_{1,23} = 0,68$

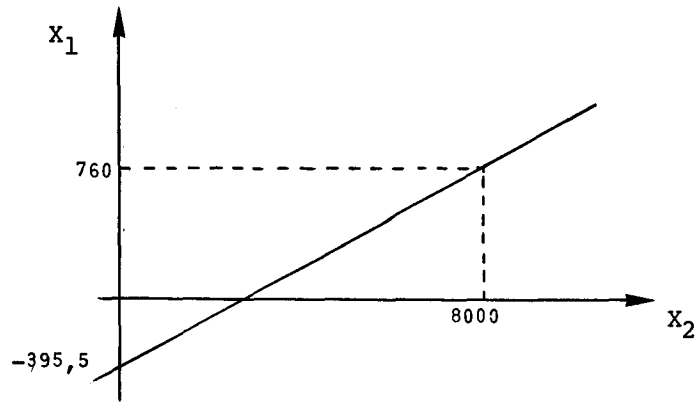
3) $r^2_{12} = 0,36$ izanik zera esan dezakegu: Lortutako puntuak adimen koefizientearen menpe kontsideratzean bariantzaren %36 bakarrik mugatzen dela, aldagai horrekin batera ikaskera-orduak erregresore bezala kontsideratzean, ordea, %68 mugatzen da.

Argi dago, bada, errealitatean lagin honetan bezala gertatzen bada ikasketa-orduak behinbatekoak direla emaitza onak lortzeko.

4.4

1) Aldagaiak X_1, X_2, X_3, hurrenez hurren, izendatuz

$\hat{X}_1 = -395,5 + 0,144\ X_2 \qquad r^2 = 0,76$



a = - 395,5 zera esan nahi du: Sarrerak zero izanik familiak, lagin eta eredu honen arabera, 395,5 dolarretan zorpetu egiten dira.

$r^2 = 0,76$ izanik, %76 batetan Aurrezkiaren bariantza azalduta geratzen da.

2) $\hat{X}_1 = 105 + 0,115\ X_2 - 0,0292\ X_3$

Modeluan, erregresore bat gehiago sartzean, nahitaez erregresioa hobetzen da, ondorioz, 0,115 da koefizienterik hoberena aurrezkia eta sarreraren arteko erlazioa adierazteko.

3) $\hat{X}_1\ (8000, 5000) = 878$ $

4) 230 $-etan

5) 26,8 $-etan

6) $r^2_{1.23} = 0,98$; %96 batetan azalduta eta %2 batetan azaldu gabe.

4.5

1) Aldagaiak X_1, X_2, X_3, X_4, hurrunez hurren izendatuz

$\hat{t}_1 = 0,635\ t_2 - 0,42\ t_3 - 0,14\ t_4$

2) $r^2_{1.234} = 0,998$;%99,8 batetan geratzen da mugatuta aurrezkiaren bariantza hiru erregresore horien bidez, hau da, ia guztiz mugatuta.

3) Erregresio tipifikatua egitearen abantailaz ohartu behar - gara, hots, neurri unitateen eragina bazterturik geratzen edota aldagai bakoitza bere desbidazio tipikoarekiko neurturik izatean, guztiak eskala berdinean ipinita daude. Erregresio koefizienteek, bada, zera esaten digute, sarrera 0,635 indar erlatiboaz sarten da zentzu positiboaz aurrezkiaren aurresaeran, kapitala eta haurrak o,42, 0,14 -- indar erlatiboaz eta zentzu negatiboan, hurrenez hurren.

4.7

1) Erroreak zentratuak eta balio estimatuekin ezkorrelatuak - direnez $e_3 = \mp 1$, $e_4 = \pm 1$ lortzen dugu.

2) $r^2_{1.23..n} = 1 - \frac{Se^2}{S_1^2} = 0,75$

4.8

1) $\hat{T}_3 = 0,52\ T_1$

2) ($R_{33} = 0,77$; $R_{31} = -0,05$; $R_{32} = -0,73$) Adjuntuen bitartez.
$\hat{T}_3 = 0,064\ T_1 + 0,95\ T_2$

3) Lehenengo kasuan,

$0,52^2 = 0,27$ (%27) izanik, doikuntza ahula da.

Bigarrena, askoz hobeagoa da:

$1 - \frac{0,0280}{0,7696} = 0,964$ (%96,4) emaitza honen zergatia, bigarrengo erregresoreari dagokio; berak bakarrik %96 batetan X_3-ren bariantza mugatzen baitu.

4.9

1) $b_{12} = -7,501$ $\quad b_{13} = 75,005$

2) $\beta_{12} = -0,581$ $\quad \beta_{13} = 0,581$

3) Bi erregreoreek garrantzi berdina daukate erregresioan, -- biek indar erlatibo berdinaz X_1 aldagaiaren aurresaeran -- parte hartzen bait dute.

4) $r^2_{12} = r^2_{13} = 0,60$ da mugatze-koefizientea aldagai bat bakarrik sartuz.

$r^2_{1.23} = 0,90$ da mugatze koefizientea planoa kontsideratuz hau da, % 30 bateko abantaila daukagu.

4.10

$$\vec{\bar{X}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \qquad L = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -3 \\ -1 & 1 & +2 \\ -3 & +2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & -0,577 & -0,774 \\ -0,577 & 1 & +0,894 \\ -0,774 & 0,894 & 1 \end{bmatrix}$$

Estatistiko hauen bidez lortzen da:

1) $\hat{X}_3 = 1{,}5\ X_2 - 0{,}5\ X_1$

2) $\hat{T}_3 = 0{,}671\ T_2 - 0{,}387\ T_1$

3) b_{32} b_{31} baino hiru bider handiagoa da alde batetik, erregresioan zeregin handiagoa daukalako β_{32} benetan β_{31} baino handiagoa da) baina beste aldetik X_2 aldagaia eskala txikiagoarekiko aldatzen delako ($S^2 = 3$; $S^2 = 1$).

4) $r^2_{3.12} = 1 - \frac{1}{5.2} = 0{,}9$ edota

$r^2_{3.12} = -0{,}387 \cdot (-0{,}774) + 0{,}671 \cdot (0{,}894) = 0{,}9$

5) +1, - 1, 0, 0. $\quad \bar{e}^2 = \frac{1}{2}$

6) $r_{12.3} = 0{,}405$

Ikusten genuen X_1 eta X_2-ren arteko kobariazio negatiboa, X_3 aldagaiaren baztertzean, positiboa bihurtu da.

4.11

1)

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}48 & 6{,}3 \\ 0{,}48 & 0{,}64 & 4{,}68 \\ 6{,}3 & 4{,}68 & 81 \end{bmatrix}$$

2) $\hat{X}_3 - 74 = 4{,}3647\ (X_1 - 6{,}8) + 4{,}0479\ (X_2 - 7)$

$X_1 = 9$, $X_2 = 7 \Longrightarrow \hat{X}_3 = 83{,}6$

3) $r_{3.12} = 0{,}757 \qquad r_{13.2} = 0{,}5$

4.12

1) $\vec{\bar{X}} = \begin{bmatrix} 5/2 \\ 3/2 \\ 3/2 \end{bmatrix}$ $\quad L = \begin{bmatrix} 5/4 & 1/2 & 3/4 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 3/4 & 1/4 & 3/4 \end{bmatrix}$

2) $R = \begin{bmatrix} 1 & \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \\ & 1 & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ & & 1 \end{bmatrix}$

3) $\hat{X}_1 = X_3 + 1 \qquad \hat{X}_2 = \frac{X_3}{3} + 1$

X_3	$\hat{X}_1$	$\hat{X}_2$	$e_{13} = X_1 - \hat{X}_1$	$e_{23} = X_2 - \hat{X}_2$
1	2	4/3	-1	-1/3
1	2	4/3	0	-1/3
1	2	4/3	1	2/3
3	4	2	0	0

$r_{e,13\ e23} = \sqrt{3}/2$

4) $r_{12.3} = \sqrt{3}/2$

5) $\hat{X}_1 = \frac{3}{2} X_2 + \frac{1}{2} X_2 - \frac{1}{2}$

6) $r_{1.23} = \sqrt{1 - \frac{s_e^2}{s_{11}}} = \sqrt{1 - \frac{1/8}{5/4}} = \sqrt{1 - \frac{1}{10}} = 0{,}948$

$s_e^2 = \frac{1}{8}$

4.13

$$\vec{\bar{X}} = \begin{bmatrix} 43 \\ 19,25 \\ 43,25 \end{bmatrix} \qquad L = \begin{bmatrix} 57,25 & 63,50 & 62,50 \\ & 89,19 & 91,81 \\ & & 101,94 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0,889 & 0,818 \\ & 1 & 0,963 \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

Estatistiko hauen bidez lortzen da:

1) $\hat{X}_1 = 1,11\ X_2 - 0,385\ X_3 + 38,283$

2) $\hat{T}_1 = 1,39\ T_2 - 0,51\ T_3$

3) $r_{1.23} = 0,81$

4) 36.830 pzt. gutxi gorabehera.

5) $r_{12.3} = 0,65$ eta $r_{12} = 0,889$

$r_{13.2} = -0,31$ eta $r_{13} = 0,818$

Adibide honetan, hiru aldagaiek beraien arteko kobariazio positibo sakona aurkezten dute baina "alokairu" eta "adinaren" arteko erlazioa ($r_{13} = 0,818$) faltsua kontsidera daiteke zeren eta alokairua gehitzen da adinarekin batera zer bitzu-denbora dela medio, hau da, X_2 aldagaiaren eragina - baztertzean,konstantea balitz bezala kontsideratuz - - - $r_{13.2} = -0,31$ daukagu.

4.14

1) $\begin{bmatrix} 1 & 0,9155 & 0,9851 \\ & 1 & 0,8873 \\ & & 1 \end{bmatrix}$ $\quad r_{12.3} = 0,516$ $\quad r_{13.2} = 0,9307$ $\quad r_{23.1} = 0,2033$

2) $\hat{X}_1 = - 8,8947 + 0,3684\ X_2 + 0,7894\ X_3$

$r^2_{1.23} = 0,978 \qquad r_{1.23} = 0,988$

Erlazio maila sakona adieratzen du.

4.15

1) $\hat{X}_2 = 0,156\ X_1 - 0,187\ X_3 + 2,28$

2) $S^2 = 0,468 \qquad r_{2.13} = 0,729$

3) $r_{12.3} = 0,39 \qquad$ eta $r_{12} = 0,5$

$r_{23.1} = -0,60 \qquad$ eta $r_{23} = -0,66$

X_3 aldagaiaren eragina kontrolatzerakoan X_1 eta X_2-ren arteko korrelazioa txikiagotzen dela ikusten dugu: X_3-aldagaiak korrelazio negatiboa zuen biekin.

Neurri txikiagoan X_1 aldagaiaren eragina baztertzean X_2, X_3-ren arteko korrelazio negatiboa baita murriztu da balio absolutuan.

Korrelazio partzial eta erregresio partzialeko koefizienteen arteko-erlazioa ikusten dugu erregresio-planoan.

4.16

1) Kobariantza-matrizean, bi erroreak argiro ikusten dira, -- $S_{23} = S_{32}$ izanik benetazko balioa $S_{23} = S_{32} = -1,25$ izango da X_2, X_3 aldagaien balioak alderantziz dijoazela datu-matrizean ikustan baita, bestalde, S^2_3 bariantza izanez, negatiboa ezin da izan.

Kalkuluak eginez:

$S_{23} = S_{32} = -1,25$, $S^2_3 = 0,1875$

2) $$L = \begin{bmatrix} 650 & -62,5 & 10 \\ -62,5 & 8,5 & -1,25 \\ 10 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

3) $\hat{t}_2 = 0,3123\ t_1 - 1,2730\ t_3$

4) $r^2_{2.13} = r_{12}\ \beta_{21} + r_{23}\beta_{23} =$

$= (-0,8408).\ 0,3123 + (-0,9901)\ (-1,2730) =$

$= 0,9978$ %99,78 batekoa da azaldutako bariantza.

5) $r_{12.3} = 0,94 \qquad r_{12} = 0,84$

Dakusagunez, bideogailuan kopurua kontrolatuz agertzen zaigu sarreren eta ikuskizun publikotan egindako gastuak daukaten korrelazio positiboa, hots, argi dado gehiago irabazten dutenek ikuskizun publikotan gutxiago gastatzen badute bideogailua daukatelako dela.

4.17

Aldagaiak Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 berrizendaturik

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0,9193 & 0,9803 & 0,9798 \\ & 1 & 0,8497 & 0,9238 \\ & & 1 & 0,9812 \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

1) $r_{12.34} = 0,9974$

2) $r_{13.24} = 0,9980$

3) $r_{14.23} = -\ 0,9938$

4) $\hat{Z}_1 = 8 + Z_2 + Z_3 + Z_4$

5) $\hat{Z}_1 = \hat{y} = 8 + 8 + 22 - 12 = 26$ mila milioi pzt

6) $r_{1.234} = 0,999 \qquad r^2_{1.234} = 0,9998 \simeq 1$

7) $s^2_e = 0,0259$

4.18

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} \$\ 2,9 \\ \$\ 16,24 \\ 99,20\ \$ \end{bmatrix} \qquad L = \begin{bmatrix} 0,14 & -0,774 & 20,1 \\ & 178,274 & 546,65 \\ & & 7073,36 \end{bmatrix}$$

$r_{12} = -\ 0,155$
$r_{13} = 0,639$
$r_{23} = 0,487$

Estatistiko hauen bidez lortzen da:

1) $\hat{X}_2 = 82,09 + 0,157\ X_3 - 28,08\ X_1$

2) $\hat{T}_2 = 0,99\ T_3 - 0,79\ T_1$

3) $r^2_{2.13} = 1 - \frac{0,234}{0,592} = 0,6045$

Aldagai dependentzearen bariantzaren proportzio nabaria -- azaltzen da.
Hondar bat gelditzen da eta honek, datu-matrizean ohartu - den zerbaitetan zergatia dauka.
Afganistan eta Siriak zine-jarleku aldagaiarekiko duten balio hain txikiak eta Turkiak, aldiz, hain handia.
Bestaldetik estatu oso exportatzaileak sartu dira; seguras ki, "per capita" ko errenta hobeagoa izango litzateke erre gresore bezala ezportatutako balioa baino.

4) $r_{12.3} = -\ 0,694$

Ahalmen exportatzailekin daukaten kobariazioa kenduz, haz- kuntza demografikoa eta zine-jarlekuren arteko erlazioa -- oraindik aurkakoagoa egiten da.

$r_{23.1} = 0,771$
Aldiz, hazkuntza demografikoarekin daukaten kobariazioa -- baztertuz,erlazio zuzena sakondu egiten da.

4.19

1) $\hat{X}_3 = 86,73 - 13,3X_1 + 2,6X_2$ $\qquad \hat{T}_3 = 0,6\ \ (T_2 - T_1)$

2) Kasu honetan, X_3-ren erregresioan, erregresore bakoitzek - indar erlatibo berdinaz hartzen du parte, baina aurkako -- seinuaz.
Aldiz, b_{31} bost bider handiagoa da balio absolutuan, b_{32} baino, S_1 bost bider txikiagoa delako S_2 baino.

3) $r_{13.2} = -0,6$ $r_{13} = 0,4$ izanez ikusten dugu, X_2-ren eragina kontrolatuz (korrelazio positiboa baitu biekin) X_1 eta X_3-ren arteko korrelazioa oraindik negatiboagoa egiten dela.

4.21

1) Argi dago hirugarren batezbestekoa ezin dela 17 balioa izan aldagaiaren balio-multzotik at bait dago.

2) $\bar{X}_3 = 110$
$\hat{X}_1 = -0,0217\ X_2 + 0,039\ X_3 - 1,065$

3) $\beta_{12} = -0,05$ $\beta_{13} = 0,94$
β_{13} hemeretzi bider handiago da balio absolututan β_{12} baino honek zera esan nahi du. X_2, X_3 aldagaiak, erlazio horretan daukatela eragina X_1 aldagaiaren aurresaeran, hau da, potentzia askoz garrantzitsuagoa da azelerazio denbora baino automobilen prezioa aurresateko.

4.22

1) $S_e^2 = 2$ $r_{3.12} = 0,8819$

2) $S_e^2 = 2$ eta $\sum e = 0$ izanik
$e_4 = -1^2$ eta $e_5 = -1^{-1}$

4.23

$$r_{23.1} = r_{e21\ e31} = \frac{-L_{23}}{(L_{22}\ L_{33})^{1/2}} = \text{izanik}$$

$r_{23.1} = 0,5$ eta $L_{23} = -24$

5. S.P.S.S.: STATISTICAL PACKAGE FOR THE SOCIAL SCIENCES/ GIZARTE ZIENTZIETARAKO ESTATISTIKA PAKETEA.

ESTATISTIKA BAKUNA ETA ANIZKOITZAREN ZENBAIT ADIBIDE.

5. ADIERAZBURUAK

5.1. Urtekari estatistiko batetatik, ondoko taula atera dugu.

X_1 = Aurrezki-gordailuak aurrezki-kutxatan/biztanle, mila pezetatan.

X_2 = Ezkonkortasuna/mila biztanle, 1.981. urtean

X_3 = Langabeziaren ehunekoa populazio aktiboarekiko 1.981. urtean.

X_4 = Famili errenta erabilgarria/biztanle, mila pezetatan 1.976. urtean taula honen aldagaiak izanik.

	X_1	X_2	X_3	X_4
Andalucía	67'6	6'64	9'03	214'6
Canarias	72'3	5'62	9'36	243'3
Asturias	75'1	5'34	6'59	267'8
Extremadura	78'5	7'19	7'70	193'2
Murcia	81'7	5'97	7'56	240'5
Galicia	87'2	5'09	3'93	244'8
Madrid	98'5	4'62	7'49	325'1
Castilla/Mancha	98'5	6'42	6'14	229'0
Cantabria	108'9	6'16	6'07	265'5
Pais Valenciá	111'3	5'70	8'94	281'2
Castilla/Leõn	130'1	4'67	5'79	242'9
Baleares	149'5	4'81	4'28	341'6
Aragõn	170'8	5'40	6'12	286'3
La Rioja	186'9	5'30	5'55	303'2
Nafarroako K.A.	189'6	5'57	7'04	280'7
Catalunya	206'0	4'03	10'06	324'2
Euskal Herriko K.A.	294'6	4'37	9'57	305'2

SPSS Programa bat egitea eskatzen da aldagaien arteko erlazioak azter ahal izateko.

Konkretuki:

1) X_1 aldagaiaren erregresio-ekuazioak beste aldagaiekiko

2) Lau aldagaien arteko korrelazio-koefiziente partzialak, (aldagaien bikote bakoitzarako beste bi aldagaien eragina baztertuz).

5.2.- Ondoko taulan ditugun aldagaiei dagozkien balioak, 1981. urterako estimatuak izan dira 20 estatu horientzako.

X_1: Nazio-Produktu Gordina/biztanle dolarretan

X_2: Jaiokuntza/1000 biztanle

X_3: Hilkortasuna/1000 biztanle

	X_1	X_2	X_3
ETHIOPIA	130	50	24
BIRMANIA	160	37	14
TANZANIA	270	46	15
UGANDA	290	45	14
KENYA	380	51	13
EGIPTO	460	37	12
THAILANDIA	590	31	8
FILIPINAK	600	34	8
NIGERIA	670	50	17
PERU	730	38	11
MAROKKO	740	44	13
KOLONBIA	1.010	30	8
TURKIA	1.330	34	10
JUGOSLAVIA	2.430	18	9
VENEZUELA	3.130	35	6
POLONIA	3.830	19	9
ESPAINIA	4.340	18	9
ITALIA	5.240	14	10
FRANTZIA	9.940	14	11
ALEMAN ERR. F.	11.730	10	12

Datu multzo hau estatistika deskribatzaileak dituen baliabide ezagunez ikertu nahiean SPSS programa bat egin nahi dugu.

Idatz ezazu programa hori, konkretuki, ondoko puntuak lor ahal izateko.

1. Aldagi bakoitzaren ikasketa bakuna

   a) Datuak taldekatu gabe

   b) X_1, X_2 aldagaiak 4 mailatan taldekatu eta maila-markatzat erdiko puntua hartu ondoren maiztasun-banaketak (absolutuak eta erlatiboak) hiru aldagaientzako.

2. Aldagaiak binaka hartuz, ikasketa bikoitza.

   a) (X_1, X_2) aldagaien maiztasun-taula guruzatua.

   b) Dispertsio-Diagrama (edo Puntu-hodeia) X_1, X_3 aldagaien artean.

   c) r_{12}, r_{13}, r_{23} Korrelazio-Koefizienteak.

5.3.- Ondoko taulan, urtekari estatistiko batetatik ateratako datuak ditugu. Datu hauek 1.981. urtean 100.000 langile baino gehiago zituzten enpresa europear batzutakoak dira.

	EMPRESA	SEKTOREA	LANGILEA	SALMEN (10 $)	NETOA (10 $)
1	PHILIPS	Elektronika	384.100	17.069	144
2	SIEMENS	Elektronika	338.000	16.030	208
3	FIAT	Automobilak	314.845	19.603	---
4	NAT. COAL BOARD	Meatzaritza	296.000	10.291	135
5	UNILEVER	Janariak	292.000	24.096	800
6	VOLKSWAGEN	Automobilak	246.906	16.822	99
7	PEUGEOT	Automobilak	218.000	13.338	396
8	RENAULT	Automobilak	215.844	16.230	125
9	G.ELECTRIC CO.	Ekipo-ondas	193.000	8.100	755
10	DAIMLER-BENZ	Automobilak	187.961	16.281	365
11	HOECHST	Kimika	184.722	15.293	132
12	BAYER	Kimika	180.906	14.985	225
13	BAT	Tabakoa	169.500	14.301	371
14	R.DUTCH/SHELL	Petrolioa	166.000	82.292	3642
15	BRITISH PETR.	Petrolioa	153.250	52.120	2063
16	THYSSEN	Siderurgia	149.264	13.064	32
17	NESTLE	Janariak	145.815	14.172	493
18	ST.GOBAIN	Beirak	135.559	8.049	83
19	RUHRKOMIE	Meatzaritza	136.562	8.092	12
20	IMPERIAL CHEM.	Kimika	132.400	13.338	377
21	GR.METROPOLITAN	Edariak	131.757	6.038	324
22	THOMSON-BRANDT	Elektronika	129.000	8.079	14
23	AEG-TELEFUNKEN	Elektronika	123.700	6.589	1
24	ENI	Petrolioa	122.796	29.444	383
25	IMPERIAL GROUP	Tabakoa	122.400	5.915	119
26	BRITISH STEEL	Siderurgia	120.900	6.912	2387
27	BR. LEYLAND	Automobilak	117.043	5.814	1007
28	BASF	Kimika	116.646	13.707	163
29	MICHELIN	Kautxoa	115.000	6.228	67
30	R.BOSCH	Aut.Laguntz.	112.796	5.751	110
31	SCHNEIDER	Ekipo-ondas	107.000	6.609	63
32	MANNESMANN	Ekipo-ondas	106.660	6.852	115
33	BROWNBOYERI	Elektronika	105.400	5.057	---
34	ELECTROLUX	Elektronika	101.700	5.283	191

Plantea ezazu SPSS programa bat ondoko ikasketa estatistikoak lortu ahal izateko.

1) Ikasketa bikoitzak, numerikoki eta grafikoki eginik.

2) Aldagaien multzoari buruzko ikasketa anizkoitza:

   - Interesgarri kontsidera daiteken erregresio bat
   - Korrelazio partzial bat edo beste.

5.4.- 1.978. urtean, 20 estatuentzat, 5 aldagai estatistikoen balioak jaso dira ondoko zerrendan.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
Chile	13'0 %	1.360 US$	1'8 %	-11'7 US$	8'6 US$
Jugoslavia	12'0 %	2.100 US$	1'0 %	-201'2 US$	51'7 US$
Eire	10'7 %	3.470 US$	1'2 %	-306'9 US$	105'9 US$
Portugal	8'1 %	1.990 US$	0'8 %	-302'2 US$	34'8 US$
España	7'6 %	3.510 US$	1'2 %	-205'8 US$	85'5 US$
Suomi	7'5 %	6.820 US$	0'2 %	+14'3 US$	311'7 US$
Canada	7'5 %	9.180 US$	1'3 %	+70'5 US$	83'3 US$
Italia	7'2 %	3.850 US$	0'4 %	-44'6 US$	89'8 US$
Australia	6'3 %	7.920 US$	1'5 %	+58'8 US$	7'1 US$
Un.Kingdom	6'1 %	6.340 US$	0'0 %	-109'9 US$	79'7 US$
United States	6'0 %	9.950 US$	0'8 %	-171'4 US$	24'8 US$
France	5'2 %	8.260 US$	0'3 %	-130'7 US$	68'1 US$
Nederlan	5'0 %	8.410 US$	1'0 %	-138'1 US$	116'0 US$
Costa Rica	4'6 %	1.540 US$	2'9 %	-37'5 US$	25'6 US$
B.Deutschland	4'3 %	9.580 US$	-0'2 %	+239'3 US$	79'1 US$
Sverige	2'2 %	10.235 US$	0'4 %	-90'0 US$	56'4 US$
Oesterreich	2'0 %	7.030 US$	0'1 %	-590'4 US$	417'7 US$
R.Argentina	2'0 %	1.910 US$	1'7 %	+57'3 US$	12'8 US$
Norge	1'3 %	9.510 US$	0'2 %	-134'7 US$	125'0 US$
Schweiz	0'4 %	12.000 US$	0'3 %	-46'9 US$	594'7 US$

X_1: Populazio aktiboarekiko langabeziaren maila ehunekotan.

X_2: Sarrerak/biztanle dolarretan

X_3: Urteko hazkuntza demografikoa/100 biztanle

X_4: Merkatal-balantzaren saldoa/biztanle dolarretan

X_5: Turismo-sarrerak/biztanle dolarretan izanik

Egin ezazu agindu-multzo bat SPSS azpi-lengoaiaren bidez posible izan dadin:

a) X_1 Aldagaiaren beste 4 aldagaiekiko erlazioak ikertzea erregresio anizkoitza aplikatuz.

b) X_2 Aldagaiaren beste 4 aldagaiekiko erlazioak ikertzea erregresio anizkoitza aplikatuz.

5.5.- Ondoko taulan, Egin-ek lehenengoz argitaratu zuen EUSKADI (1.977-1.982) aldizkaritik ateratako datuak ditugu.

Dagusagunez, hogeitazazpi aldagai neurtuta ditugu Bizkaiko laurogeitasei udalentzako. Bestalde, "kokapetasuna" aldagaia sartu dugu eskualdeka ikasketak egin ahal izateko.

Eskatzen da:

Plantea ezazu SPSS programa bat ondoko ikasketa estatistikoak lortu ahal izateko.

1) Aldagaien ikasketa bakunak.
2) Aldagaien ikasketa bakunak eskualdeka, BREAKDOWN aginduaren bidez.
3) Eskaldunen ehunekoa lau mailatan sailkatu ondoren, aldagai honen eta "kokapetasuna" aldagaiaren ikasketa - bakunak.
4) Korrelazio-koefizienteak.
5) Zenbait puntu-hodei.
6) Interesgarri izan daiztezken erregresio batzu.

BIZKAIA

nombre oficial	nombre vasco	habitantes	superficie	%de crecimiento reciente	%de vascoparlantes	sexo		edad		
						hombres	mujeres	niños	adultos	mayores
Abadiano	Abadino	6.511	36	+135	74	51	49	31	62	7
Abanto y Ciérvana	Abanto-Zierbana	9.420	26	−19	0	50	50	23	66	11
Amorebieta-Echano	Zornotza	15.575	59	+87	50	51	49	31	62	7
Amoroto	Amoroto	412	13	−30	100	53	47	29	62	9
Aracaldo	Arakaldo	120	3	−61	38	55	45	15	74	11
Aránzazu	(Arratí-)Arantzazu	282	4	−10	91	49	51	15	76	9
Arbácegui y Guerricaiz	Munitibar	495	24	−49	99	52	48	20	67	13
Arcentales	Artzentales	714	37	−40	0	55	45	10	76	14
Arrancudiaga	Arrankudiaga	837	23	−27	29	50	50	22	67	11
Arrieta	Arrieta	449	14	−49	100	51	49	14	70	16
Arrigorriaga	Arrigorriaga	8.912	16	+9	3	49	51	30	63	7
Baquio	Bakio	1.175	16	+6	93	50	50	20	64	16
Barcaldo	Barakaldo	117.422	45	+51	0	50	50	27	66	7
Barrica	Barrika	774	7	−23	67	48	52	19	58	23
Basauri	Basauri	51.996	7	+126	5	50	50	31	63	6
Berango	Berango	4.135	9	+128	25	50	50	30	63	7
Bermeo	Bermeo	17.778	33	+29	76	49	51	26	65	9
Bérriz	Berriz	4.127	30	+87	51	50	50	32	61	7
Bilbao	Bilbo	443.030	109	+41	0	48	52	26	65	9
Busturia	Busturia	1.832	20	+22	94	49	51	23	63	14
Carranza	Karrantza	3.392	138	−24	0	53	47	20	63	17
Castillo y Elejabeitia	(Arratí-)Arteaga	650	12	−39	90	47	53	21	62	17
Ceánuri	Zeanuri	1.298	67	−45	99	53	47	16	67	17
Ceberio	Zeberio	1.067	48	−49	97	53	47	13	70	17
Dima	Dima	1.093	62	−46	99	52	48	14	65	21
Durango	Durango	26.101	30	+81	27	50	50	29	63	8
Ea	Ea	845	14	(−20	97	49	51	17	63	20
Echévarri	(Uribe-)Etxebarri	6.523	3	+57	4	51	49	35	61	4
Echevarría	(Markina-)Etxebarri	717	18	−28	99	52	48	17	70	13
Elanchove	Elantxobe	578	2	−29	98	50	50	9	68	23
Elorrio	Elorrio	7.857	37	+63	55	50	50	27	66	7
Ereño	Ereño	310	11	−34	99	50	50	7	77	16
Ermua	Ermua	18.705	6	+518	8	52	48	35	61	4
Früniz	Fruiz	286	6	−33	100	52	48	15	69	16
Galdácano	Galdakao	26.545	32	+154	5	51	49	30	63	7
Galdames	Galdames	812	44	−57	0	50	50	12	66	22
Gámiz-Fica	Gamiz-Fika	879	16	−21	99	53	47	24	65	11
Garay	Garai	235	7	−34	93	51	49	28	58	14
Gatica	Gatika	897	18	−21	98	51	49	18	65	17
Gauteguiz de Arteaga	(Gautegiz-)Arteaga	759	14	−29	82	49	51	22	56	22
Gordejuela	Gordoxola	1.701	41	−8	0	51	49	22	65	13
Górliz	Goriiz	3.205	10	+67	17	48	52	23	67	10
Guecho	Getxo	67.321	12	+193	15	48	52	32	60	8
Güeñes	Guenes	6.483	41	+28	0	50	50	27	63	10
Guernica y Luno	Gernika-Luno	17.836	64	+66	78	49	51	25	64	11
Guizaburuaga	Gizaburuaga	139	6	−45	100	47	53	24	66	10
Ibarranguelua	Ibarrangelu	499	15	−51	92	44	56	17	57	26
Ispaster	Ipazter	628	23	−34	98	52	48	20	62	18
Izurza	Izurtza	311	4	−12	98	49	51	13	78	9
Lanestosa	Lanestosa = Isasti	304	1	−27	0	47	53	25	55	20
Larrabezúa	Larrabetzu	1.608	21	−5	86	49	51	22	65	13
Lauquíniz	Laukiz	1.050	8	+86	100	50	50	36	60	4
Lejona	Leioa	22.382	9	+196	17	50	50	32	62	6
Lemona	Lemoa	3.033	16	+23	31	51	49	23	68	9

BIZKAIA

nombre oficial	nombre vasco	habitantes	superficie	%de crecimiento reciente	%de vascoparlantes	sexo		edad		
						hombres	mujeres	niños	adultos	mayores
Lemóniz	Lemoiz	943	8	+12	87	48	52	21	66	13
Lequeitio	Lekeitio	6.874	2	+37	92	47	53	26	63	11
Mallavia	Mallabia	1.147	23	+3	100	51	49	28	62	10
Mañaria	Mañaria	556	18	−20	86	53	47	22	64	14
Marquina-Jemein	Markina-Xemein	4.781	64	+1	84	50	50	23	65	12
Maruri	Jatabe	493	16	=20	96	50	50	15	67	18
Mendata	Mendata	382	23	=41	100	54	46	17	68	15
Mendeja	Mendexa	337	7	−18	100	49	51	21	62	17
Meñaca	Meñaka	393	13	−32	98	54	46	13	73	14
Miravalles	Ugao = Miraballes	4.270	5	+78	25	50	50	26	66	8
Morga	Morga	378	15	−43	100	52	48	14	68	18
Múgica	Muxika	1.588	50	−38	98	52	48	18	66	16
Mundaca	Mundaka	1.501	4	−7	25	45	55	24	64	12
Munguía	Mungia	11.345	52	+96	90	49	51	29	64	7
Murélaga	Aulesti	685	25	−30	99	53	47	14	69	17
Musques	(Somorrostro-)Muskiz	6.010	21	+26	0	50	50	27	67	6
Ochandiano	Otxandio	1.490	7	+10	67	52	48	30	60	10
Ondárroa	Ondarroa	12.150	4	+38	76	50	50	29	63	8
Orduña	Urduña	4.396	34	+19	–	50	50	24	65	11
Orozco	Orozko	2.092	102	−18	82	48	52	24	62	14
Pedernales	Sukarrieta = Samikola	265	1	−23	95	42	58	10	75	15
Plencia	Plentzia = Gaminiz	3.040	11	+26	4	48	52	24	65	11
Portugalete	Portugalete	57.534	6	+155	0	49	51	31	62	7
Rigoitia	Errigoiti	518	16	−44	100	53	47	12	65	23
Salvador del Valle	Trapaga	13.582	13	+43	0	49	51	28	64	8
Santamaría de Lezama	(Txoriherri-)Lezama	1.786	17	+20	88	50	50	28	61	11
Santurce-Antiguo	Santurtzi	53.329	7	+109	0	49	51	30	64	6
Santurce-Ortuella	Urtuella	8.918	8	+17	0	49	51	29	63	8
Sestao	Sestao	39.933	4	+60	0	49	51	28	65	7
Sopelana	Sopela	6.259	8	+241	80	50	50	29	64	7
Sopuerta	Sopuerta = Garaipe	2.165	43	−30	0	52	48	20	62	18
Trucíos	Turtzioz	554	31	−34	0	47	53	14	70	16
Ubidea	Ubide	149	3	+61	56	49	51	13	60	27
Urdúliz	Urduliz	2.658	8	+83	78	50	50	32	60	8
Valmaseda	Balmaseda	7.853	23	+35	0	49	51	25	65	10
Valle de Achondo	Atxondo	1.340	23	+43	80	51	49	24	68	8
Vedia	Bedia	1.201	16	−14	79	50	50	23	69	8
Villaro	Areatza = Bilaro	1.226	9	−22	35	47	53	22	65	13
Yurre	Igorre	3.426	18	+70	73	51	49	30	62	8
Zaldíbar	Zaldibar	3.222	12	+62	73	45	55	26	66	8
Zalla	Zalla	7.027	31	+40	0	50	50	28	63	9
Zarátamo	Zaratamo	1.750	10	−6	39	51	49	29	65	6
TOTAL HERRIALDE		1.181.401	2.198	+57	16	49	51	28	64	8

estudios				sectores productivos			clases sociales			votos 9-III-80							
analfabetos	primarios	medios	superiores	primario	industria	servicios	patronos	autónomos	asalariados	abstención	PNV	HB	PSOE	UCD	EE	AP	PC
0	89	10	1	24	30	46	0	17	83	34	38	13	0	1	13	1	0
3	80	16	1	25	27	48	3	9	88	29	42	18	1	1	5	2	0
2	85	13	0	27	43	30	2	22	76	47	24	17	3	2	2	2	0
4	90	6	0	10	71	19	2	3	95	31	34	23	0	1	0	8	1
2	84	13	1	19	51	30	1	15	84	41	36	12	1	1	2	2	0
0	84	16	0	50	32	18	0	43	57	35	50	3	1	2	6	3	0
3	94	1	2	55	25	20	0	26	74	33	46	12	0	1	1	1	0
6	89	5	0	60	30	10	0	63	37	28	38	24	0	1	5	1	0
6	76	18	0	55	38	7	7	55	38	35	45	7	0	3	7	2	0
1	89	9	1	1	76	23	3	5	92	37	25	17	7	1	7	2	2
1	86	13	0	61	16	23	3	46	51	41	43	8	0	0	4	2	0
3	82	14	1	26	46	28	3	23	74	40	37	18	0	1	2	1	0
3	77	19	1	16	30	54	2	16	82	23	50	18	0	0	1	3	1
3	78	17	2	12	55	33	3	17	80	42	39	7	3	1	5	2	1
5	82	13	0	33	47	20	2	18	80	51	27	16	0	1	1	1	0
2	75	22	1	6	66	28	3	8	89	36	26	9	10	1	6	2	8
3	89	6	2	13	74	13	1	15	84	32	32	22	1	1	2	2	7
2	87	10	1	49	26	25	4	7	89	35	32	18	1	1	6	3	0
3	77	18	2	6	61	33	2	11	87	39	33	9	2	5	3	5	0
4	85	10	1	21	57	22	4	15	81	42	39	8	1	6	2	1	0
0	68	28	4	13	30	57	0	22	78	31	52	9	0	2	3	0	1
2	60	33	5	13	40	47	6	6	88	34	40	11	1	2	7	2	0
3	71	24	2	0	69	31	3	4	93	48	14	7	13	3	4	3	5
9	77	14	0	57	22	21	0	50	50	39	37	19	0	1	2	2	0
5	76	19	0	1	72	27	1	4	95	37	19	10	16	1	7	2	7
2	87	9	2	17	50	33	7	18	75	25	51	16	1	1	2	3	1
3	77	19	1	1	64	35	3	4	93	46	14	10	12	3	4	2	5
3	81	15	1	1	72	27	1	4	95	36	13	9	18	2	7	2	11
3	79	18	0	0	73	27	1	4	95	43	13	8	16	4	4	2	6
3	62	32	3	3	63	34	4	8	88	39	28	18	5	1	4	1	2
2	80	17	1	16	54	30	1	14	85	32	35	7	5	4	8	2	3
2	94	4	0	50	25	25	2	40	58	35	38	8	1	4	1	10	0
12	69	19	0	29	50	21	0	14	86	11	32	42	1	0	0	13	0
1	84	13	2	8	66	26	1	16	83	39	31	15	5	1	3	1	1
2	78	18	2	1	67	32	5	5	90	36	40	15	1	2	2	1	2
2	87	9	2	16	62	22	2	26	72	36	25	11	18	3	1	2	1
3	84	11	2	9	73	18	1	10	89	27	48	13	2	0	1	2	3
7	75	15	3	8	52	40	0	13	87	27	39	10	3	2	7	9	1
5	83	12	0	6	67	27	2	7	91	32	42	17	4	0	2	2	0
6	79	14	1	8	70	22	5	9	86	45	28	9	6	2	4	2	1
2	79	19	0	3	73	24	3	4	93	35	39	12	6	3	2	0	1
1	85	13	0	1	79	20	0	2	98	36	30	19	3	2	4	1	1
3	72	23	2	4	57	39	3	7	90	41	24	10	9	4	5	3	3

5. EBAZPIDEAK

5.1

```
1                   16
RUN NAME            MUNDUKO 20 ESTATU VERSUS 3 ALDAGAI
FILE NAME           ARIKETA
DATA LIST           FIXED/1 IZENA 1-4 (A) NPG 5-9 JAIOK 15-19
                    HILK 20-21
INPUT MEDIUM        CARD
N OF CASES          20
VAR LABELS          NPG, NAZIO PRODUKTU GORDINA/BIZTANLE
                    JAIOK, JAIOKUNTZA/ 1000 BIZTANLE
                    HILK, HILKORTASUNA/1000 BIZTANLE
PRINT FORMATS       IZENA (A)
LIST CASES          CASES = 20 / VARIABLES = IZEN TO HILK
DOCUMENT            HIRU ALDAGAIAK HAUEXEK DIRA: NAZIO-PRODUKTU
                    GORDINA/BIZTANLE DO LARRETAN JAIOKUNTZA/1000
                    BIZTANLE, HILKORTASUNA/1000 BIZTANLE
CONDESCRIPTIVE      NPG TO HILK
READ INPUT DATA
ETI 1305024
BIR 1603714
... .......
... .......
FRA 99401411
RFA 117301012
RECODE              NPG (L) THRU 499=250) (500 THRU 999=750)
                    (1000 THRU 3999=2500) (4000 THRU HI=8000)/
                    JAIOK (LO THRU 19=15) (20 THRU 29=25)
                    (30 THRU 39=35) (40 THRU 50-45)
FREQUENCIES         GENERAL = NPG TO HILK
OPTIONS             8
STATISTICS          ALL
RECODE              NPG (LO THRU 499=250) (500 THRU 999=750)
                    (1000 THRU 3999=2500) (4000 THRU HI=8000)/
                    JAIOK (LO THRU 19=15) (20 THRU 29=25)
                    (30 THRU 39=35) (40 THRU HI=45)
CROSSTABS           TABLES = NPG TO HILK
SCATTERGRAM         JAIOK WITH HILK
PEARSON CORR        NPG TO HILK
FINISH
```

5.2

```
1                 16
RUN NAME          KOMUNITATE AUTONOMOEN IKASKETA SOZIOLOGIKOA
DATA LIST         FIXED IZENA 1-5 (A) AUR-GOR 7-10 (1)
                  EZKONK 13-15 (2)
                  LANG 17-20 (2) FEEBIZ (1)
N OF CASES        17
VAR LABELS        AUR-GOR, AURREZKI-GORDAILUAK AURREZKI KUTXATAN 1981/
                  EZKONK, EZKONKORTASUNA MILA BIZTANE 1981/
                  LANG, LANGABEZIAREN EHUNEKOA POPULAZIO AKTIBOA-
                  REKIKO 1981/
                  FEEBIZ, FAMILI ERRENTA ERABILGARRIA/BIZTANLE
                  MILA PEZETATAN 1979/
PRINT FORMATS     IZEN (A) / AUR-GOR, FEEBIZ (1) EZKONK, LANG (2)
LIST CASES        CASES = 17 / ALDAGAIAK = IZENA TO FEEBIZ
REGRESSION        ALDAGAIAK = AUR-GOR TO FEEBIZ/
                  REGRESSION = AUR-GOR WITH EZKONK TO FEEBIZ (2)/
STATISTICS        ALL
READ INPUT DATA
ANDAL 676 664 903 2146
CANAR 723 562 936 2433
..... ... ... ... ....
..... ... ... ... ....
CATAL 2060 403 1006 3242
PVASC 2496 437 957 3052
PARTIAL CORR      AUR-GOR WITH EZKONK BY LANG, FEEBIZ (2)/
                  AUR-GOR WITH LANG BY EZKONK, FEEBIZ (2)/
                  AUR-GOR WITH FEEBIZ BY EZKONK, LANG (2)/
                  EZKONK WITH LANG BY AUR-GOR, FEEBIZ (2)/
                  EZKONK WITH FEEBIZ BY AUR-GOR, LANG (2)/
                  LANG WITH FEEBIZ BY AUR-GOR, EZKONK (2)/
FINISH
```

5.3

```
1                16
RUN NAME         EHUN MILA LANGILE BAINO GEHIAGO DUTEN EUROPEAR
                 ENPRESAK
DATA LIST        FIXED/1 ZENBAKIA 1-2 IZEN 5-8 (A) SEKTOREA 9-10
                 LANGIL 13-18 SALMEN 20-24 NETOA 27-30
VAR LABELS       LANGIL, LANGILEEN KOPURUA 31.12.81/
                 SALMEN, MILIOI DOLARREKOTAN/
                 NETOA, MOZKIN NETOA MILIOI DOLARREKOTAN/
VALUE LABELS     SEKTOREA (1) ELEKTRONIKA (2) AUTOMOBILAK (3)
                 MEATZARITZA
                 (4) ELIKADURA (5) EKIPO-ONDASUNAK (6) KIMIKA
                 (7) PETROLIOA (8) SIDERURGIA (9) BEIRAK
                 (10) EDARIAK (11) TABAKOAK (12) KAUTXUA
N OF CASES       34
RECODE           NETOA (BLANK= -9)
MISSING VALUES   NETOA (-9)
PEARSON CORR     LANGIL TO NETOA
STATISTICS       ALL
READ INPUT DATA
1 PHIL 1 348100 17069 144
2 SIEM 1 338000 16030 208
. .... . ...... ..... ...
. .... . ...... ..... ...
33 BROW 1 105400 5057
34 ELUX 1 101700 5283 191
SCATTERGRAM      LANGIL TO NETOA
STATISTICA       ALL
REGRESSION       ALDAGAIAK = LANGIL TO NETOA
                 REGRESSION = NETOA WITH LANGIL, SALMEN (2)/
STATISTICS       ALL
PARTIAL CORR     LANGIL, SALMEN BY NETOA (1)/
                 SALMEN, NETOA BY LANGIL (1)/
FINISH
```

5.4

```
1                   16
RUN NAME            EUROPA ETA AMERIKETAKO 20 ESTATUEN IKASKETA
DATA LIST           FIXED/1 IZENA 1-3 (A), X1 5-7(1), X2 9-13,
                    X3 15-17(1), X4 19-23 (1), X5 25-28 (1)
VAR LABELS          X1, LANGABEZIAREN MAILA / X2,SARRERAK BIZTAN-
                    LE DOLARRETAN / X3, DEMOGRAFI HAZKUNDEA/
                    X4, MERKATAL BALANTZAREN SALDOA BIZTANLE
                    X5, TURISMO-SARRERAK BIZTANLE
PRINT FORMATS       IZENA (A) / X1, X3 TO X5 (1)
LIST CASES          CASES = 20 / VARIABLES ALL
REGRESSION          VARIABLES = X1 TO X5
                    REGRESSION = X1 WITH X2 TO X5 (1)/
ESTATISTICS         ALL
READ INPUT DATA
CHI 130 1360 18 -117 86
... ... .... .. .... ..
... ... .... .. .... ..
SCH 04 12000 03 -469 5947
END INPUT DATA
REGRESSION          VARIABLES = X2 TO X5
                    REGRESSION = X2 WITH, X3 TO X5 (1)/
ESTATISTICS         ALL
FINISH
```

5.5

```
1                   16
RUN NAME            BIZKAIARI BURUZKO IKASKETA
FILE NAME           ARIKETA
DATA LIST           FIXED/1 IZEN 1-3 (A), KOKAP 4, BIZT 5-10,
                    AZAL 11-13,
                    AZHAZ 14-17, EUSK 18-20, X1 TO X14 21-48,ALOG 49-51
                    ABSTE 52-53, EAJ 54-55, HB 56-57, PSOE 58-59, UCD 60
                    EE 61-62, AP 63-64, PC 65-66
VAR LABELS          IZEN, IZENA/KOKAP,KOKAPENA/BIZT,BIZTANIEAK
                    AZAL, AZALERA/AZHAZ,AZKENEKO HAZKUNDEAREN PORTZENT/
                    EUSK, EUSKALDUNEN PORTZENTZAIA/X1, GIZONEZKOEN%/
                    X2, EMAKUMEZKOEN %/X3, HAURREN %/X4,HELDUEN %/
                    X5, NAGUSIEN %/X6, ANALFABETOEN %/X7, LEHEN
                    IKASKETAK/
                    X8, ERDIKO IKASKETAK/X9, GOIKO IKASKETAK/
                    X10, NEKAZARITZA/X11, INDUSTRIGINTZA/X12,ZERBITZUAK/
                    X13, UGAZABAK/X14, AUTONOMOAK/ALOG,ALOGERATUAK/
                    ABSTE, ABSTENTZIOA/
DOCUMENT            ZAZPI ESKUALDEAK KONTSIDERATUKO DITUGU:
                    1=ENKARTAZIOETA, 2=BILBO HANDIA, 3=URIBE-BUTROE,
                    4=BUSTURIALDEA, 5=LEA-ARTIBAI, 6=DURANGALDEA
                    7=ARRATIA-NERBIOI
VALUE LABELS        KOKAP (1) ENKARTAZIOETA (2) BILBO HANDIA (3)URIBE-
                    BUTROE (4) BUSTURIALDEA (5) LEA-ARTIBAY (6)DURAN-
                    GALDEA (7) ARRATIA-NERBIOI
N OF CASES          96
MISSING VALUES      EUSK (-1)
PRINT FORMATS       IZEN (A)
INPUT MEDIUM        CARD
CONDESCRIPTIVE      BIZT TO PC
READ INPUT DATA
...  ..... ....
...  ..... ....
BREAKDOWN           TABLES=BIZT TO PC BY KOKAP
*RECODE             EUSK (0 THRU 25=6) (26 THRU 50=37) (51 THRU 75=65)
                    (76 THRU HI=90)
FREQUENCIES         GENERAL=KOKAP,EUSK
OPTIONS             8
STATISTICS          ALL
```

```
PEARSON CORR    BITZ TO PC
SCATTERGAM      PSOE WITH X3,X5,EUSK,AZHAZ/EAJ WITH EUSK,AZHAZ/
                AZHAZ WITH X3,X5/EUSK WITH X3,X5/X10 WITH X3,X5/
                EUSK WITH X10,X11,PC,X14,ALOG/X12 WITH X1,X8/
REGRESSION      VARIABLES=BIZT TO X1,X3 TO X6,X9,X10,X12,X13
                ALOG TO PSOE/
                REGRESSION=ABSTE WITH BIZT TO ALOG (1)/
                REGRESSION=EAJ WITH BIZT TO ALOG (1)/
                REGRESSION=HB WITH BIZT TO ALOG (1)
                REGRESSION=PSOE WITH BIZT TO ALOG (1)
```