FISIKA PRAKTIKAK

(I) MEKANIKA ETA ELEKTRIKA

udako euskal unibertsitatea

UEUko Fisika Saila

FISIKA PRAKTIKAK

(I) MEKANIKA ETA ELEKTRIKA

UPV/EHUko Fisika Lizentziaturako praktiken gidoiak

Editoreak:

Jose Ramon Etxebarria

Txema Ezpeleta

Josu Mirena Igartua

Fernando Plazaola

UEUko Fisika Saila

Idazkeraren orrazketa eta irudiak:

Martxel Ensunza

UDAKO EUSKAL UNIBERTSITATEA

Bilbo, 1995

Hezkuntz, Unibertsitate eta Ikerketa Sailaren dirulaguntza jaso du

© Martxel Ensunza eta UEUko Fisika Saila
© Udako Euskal Unibertsitatea

ISBN: 84-86967-68- 6
Lege-gordailua: BI-2077-95

Inprimategia: BOAN, S.A. Padre Larramendi 2. BILBO

Azaleko argazkia: Julio Pardo

Banatzaileak: UEU. General Concha 25, 6. BILBO
Zabaltzen: Igerabide, 88 DONOSTIA

Aurkibidea

Aitzinsolasa ..... **IX**

I. Neurketekin loturiko erroreen kalkulua **1**

I.1. Neurketen erroreak adierazteko modua 1

I.2. Erroreen zergatikoak 6

I.3. Neurketa zuzenak 7

I.4. Zeharkako neurketak 11

I.4.1. Aldagai bakarreko funtzioa 11

I.4.2. Aldagai anitzeko funtzioa 12

I.5. Erroreak eta prozedura experimentala 18

I.6. Adierazpen grafikoa 20

I.7. Karratu minimoen printzipioa 21

I.8. Karratu minimoen bidezko doiketa 22

I.8.1. Erregresio lineala 22

I.8.2. Erregresio polinomikoa 26

I.8.3. Erregresio exponentziala 28

MEKANIKAko praktikak **31**

1. praktika. Indar aldakor batek eginiko lana 33

2. praktika. *g*-ren neurketa. Pendulu fisikoa 39

3. praktika. Higidura harmoniko sinplea. Hooke-ren legea 45

4. praktika. Tortsio-pendulua. Inertzi momentua 51

5. praktika. Kater-en pendulua. *g*-ren neurketa 59

6. praktika. Marruskadura-indarrak. Plano horizontala. Plano inklinatua 65

7. praktika. Balantza. Balantza hidrostatikoa. Mohr/Westphal-en balantza 71

8. praktika. Inertzi momentua 85

9. praktika. Inertzi momentuen determinazio experimentala 93

10. praktika. Oszilazio bortxatu eta indargetuak 99

11. praktika. Magnitude dinamikoen neurketa aire-errei baten bidez 105
12. praktika. Soinuaren abiadura 115
13. praktika. Pendulu mihiztatuak 119
14. praktika. Uhin geldikorrak soka batetan 127

ELEKTRIKAko praktikak 131

II. Korronte jarraiko eta alternoko zirkuituen teoria 133

A. KORRONTE JARRAIKO ZIRKUITUEN TEORIA 133
II.1. Definizioak. Ohm-en legea 133
II.2. Energia, indar elektroeragilea. Joule-ren legea 135
II.3. Sare elektrikoak. Kirchhoff-en legea 136
II.4. Ariketak 137

B. KORRONTE ALTERNOKO ZIRKUITUEN TEORIA 139
II.5. Kondentsadoreak. Kapazitatea 139
II.6. Harilak. Autoindukzio-koefizientea 140
II.7. Korronte alternoko zirkuituen ekuazioa egoera iragankorren eta egonkorren kasuetan 143
II.7.1. Indar elektroeragile sinusoidala 144
II.7.2. Egoera iraunkorra, inpedantzia 147
II.8. Notazio konplexua: fasoreak 149
II.9. Erresonantzia serie-elkarketako *RLC* zirkuituan 151
II.10. Paralelo-elkarketadun zirkuitua. Erresonantzia 154
II.11. Potentzia. Potentzi faktorea 157

C. NEURGAILUAK 159
II.12. Galvanometroa eta neurgailu eratorriak 159
II.12.1. Galvanometroa 159
II.12.2. Amperemetroak 162
II.12.3. Voltimetroak 163
II.13. Osziloskopioa 163
II.13.1. Osziloskopioaren oinarriak eta osagai garrantzitsuak 164
a) Elektroi-kainoia 164
b) Desbideraketa-sistema 165
c) Pantaila 166

II.13.2. Seinalea ikusteko zirkuituak 166
II.13.3. Osziloskopioaren bidezko neurketak 169
a) Korrontea eta tentsioak 169
b) Denborak eta desfaseak 170
II.14. Neurgailu eta tresna digitalak 170
II.14.1. Kontagailuak 171
II.14.1.1. Kontaketa edo totalizazioa 173
II.14.1.2. Maiztasunaren neurketa 174
II.14.1.2. Periodoaren neurketa 175
II.14.2. Voltimetro digitalak 175
II.14.1.1. A/D bihurketa 176
II.14.1.2. Multimetro digitalak 179
II.14.3. Osziloskopio digitalak 179

ELEKTRIKAko praktikak 179

15. praktika. Neurketa-tresnen erabilera. Kondentsadorearen deskarga 181
16. praktika. Korronte jarraia. Iturrien barne-erresistentzia 187
17. praktika. Korronte jarraia. Bonbila baten kurba karakteristikoa 193
18. praktika. Korronte alternoa. *RC*, *RL* eta *RLC* zirkuituak 199
19. praktika. Seinale karratuko *RC* zirkuituak osziloskopioan 213
20. praktika. Korronte alternoko *RC* zirkuituak 221
21. praktika. Elektroiaren *e/m* erlazioaren neurketa 229
22. praktika. Elektroiaren kargaren neurketa. Millikan-en experimentua 233
23. praktika. Ordenadorea neurgailu modura erabilia.
I-V kurba karakteristikoak 241
24. praktika. Potentzial elektrostatikoaren mapak 249
25. praktika. Eremu eta potentzial elektrostatikoaren mapak 253
26. praktika. Magneto eta bobinen eremu magnetikoa 257
27. praktika. *RLC* zirkuituetako egoera iragankorra 263
28. praktika. *RLC* zirkuituetako egoera egonkorra 269
29. praktika. Eroale eta erdieroaleen erresistibitatea 277
30. praktika. Material ferromagnetiko baten histeresi-zikloa 281

BIBLIOGRAFIA 287

Kontzeptuen eta izenen aurkibide alfabetikoa 291

Aitzinsolasa

Liburu honen argitarapenarekin, oinarrizko euskal bibliografiaren hutsune bat betetzen hasi nahi dugu, Fisika-praktiken arloan dagoena, hain zuzen ere. Izatez, urrats bat baino ez dugu eman nahi izan, etorkizunean jarraipena emango diogulakoan, eta, horregatik, (I) seinalea jartzean, etortzeko direnen arteko lehenengoa baino ez dela azpimarratu nahi izan dugu.

Oraingoz buruan dugun egitasmo hutsa izanik ere, diogun ezen bigarren liburuan Optika eta Termodinamika arloetako praktikak lantzeko asmoa dugula. Denbora beharko dugu, baina lana burutzeko eginahalari eutsiko diogulakoan gaude. Geroak esango du.

Liburu honetan ageri duguna, Euskal Herriko Unibertsitateko Zientzi Fakultatearen lehenengo zikloan Fisika saileko ikasleekin egin ohi diren praktiken gidoia da. Praktika hauek maila desberdinetan egin ohi dira, eta, izatez, irakasle-talde zabalaren prestakuntzaren fruitu dira, talde horretan gu ere parte garelarik. Ezer baino lehenago aitortu nahi dugu hori, irakasle-talde horretakoei geure eskerrik beroena ematen diegun aldi berean. Bereziki guri dagokigunez, euskal bertsioaren ardura hartu dugu eta argitarapen honetan, berton ageri diren akats eta okerrak gure erantzunkizunaren pean daudelarik.

Praktiken prestakuntzan aritu izan diren irakasleak hauexek izan dira:

Fisika Orokorra (1. maila):	Juan Manuel Pérez Mato
	Gotzon Madariaga
	Jesús Etxebarria
Mekanika eta Uhinak (2. maila):	Amaia Ezkurra
	Gotzon Madariaga
	Isabel Ruiz Larrea
	Jesús Herreros
Elektromagnetika (3. maila):	José Manuel Barandiarán

Aipaturiko irakasleak sail hauetakoak dira: Materia Kondentsatuaren Fisika, Fisika Aplikatua (II), Elektrika eta Elektronika. Guztiei gure eskerrik beroenak, material honen prestatzaileak diren neurrian, eta eman diguten laguntzaren ordainez.

Bukatzeko, ezin utz ditzakegu aipatu gabe, gurekin praktikak egin dituzten ikasleak eta UEUko idazkaritzan lanean diharduen Nekane Intxaurtza, liburua inprimategirako prestatzeko egin duen lan eskergagatik.

Leioan 1995.eko irailaren 12an

I. gai teorikoa

Neurketekin loturiko erroreen kalkulua

Zientziaren hazkunde eta aplikaziorako, oinarrizkoa gertatzen den prozesua dugu neurketa. Neurketarako metodo eta teknika desberdinak hedatuz eta hobatuz joan dira historian zehar, eta, halaber, neurketen fidagarritasun-mailarekiko gizakiok dugun menpekotasunak ere gora egin du.

Normalean, zientziaren kasu praktikoetan neurketa bakar bat burutzea ez da nahikoa izaten, emaitza egokia saiakuntza desberdinetako neurketa desberdinen bidez kalkulatu ohi delarik. Bestalde, lortutako emaitza erabiltzerakoan, berau gure helburuak betetzeko bezain ona denentz jakin beharko dugu. Alegia, praktikan erabiliko dugun emaitza noraino den ona eta fidagarria jakin behar dugu, eta, horretarako, neurketetan izandako erroreak nolakoak diren jakin beharko dugu, gero kalkuluak egiteko. Adibidez, liburuetatik har ditzakegun aluminiozko aleazio baten konstante elastikoak fidagarriak al dira hegazkinen hegoen diseinurako?

I.1. NEURKETEN ERROREAK ADIERAZTEKO MODUA

Edozein magnitude fisiko neurtzerakoan, lortuko dugun balioa eta egiazko balioa berberak izango direnik ezin dugu espero, ez baitago neurketa perfekturik. Neurketaren emaitza eta aipaturiko 'egiazko' balioaren arteko hurbiltasuna nolabait adieraztea, beharrezkoa gertatzen zaigu. Hau da, neurketen zehaztasun eta fidagarritasunari buruzko oharren bat eman beharko dugu. Helburu hori, emaitzarekin batera beraren errorearen estimazioa emanez lortzen da. Edozein emaitza experimentalek, neurketarekin loturiko errorearen estimazioa ere izan beharko du. Adibidez, lente baten distantzia fokala neurtu ondoren, emaitza honela adieraz dezakegu:

$$f = 256 \pm 2 \text{ mm}. \qquad (\text{I}-1)$$

Zein da horren esangura? Ulertu behar duguna, hauxe da: distantzia fokala 254 eta 258 mm arteko tartean kokatuta dagoela, prezeski. Egia esan, adierazpen horrek ez du esan

nahi egiazko balioa aipaturiko mugen artean dagoela *ziur* gaudenik, baizik eta ba dagoela tarte horretan kokaturik egoteko *hainbateko probabilitatea*. Halaber, horrekin batera, (I–1) ekuazioak, gure saiakuntzaren bereizmenaren berri ere emango digu; hau da, ezin izango dugu ezagutu, distantzia fokalaren balioari dagozkion milimetro-hamarrenak edo horiek baino txikiagoa den beste edozein frakzio.

Batzutan, errorea ez da explizituki adierazten; horrelako kasuetan, neurketaren balioa ematen duguneko modua bera izango da errorearen adierazlea. Adibidez, aurreko kasuko azken emaitza ondoko era honetan emango bagenu,

$$f = 256 \text{ mm}, \qquad (\mathrm{I}-2)$$

hauxe *ulertu beharko* genuke: azken *zifra esangarria* seia dela eta errorea 1 mm-takoa. Hots,

$$f = 256 \pm 1 \text{ mm} \qquad (\mathrm{I}-3)$$

adierazpenaren baliokidea izango litzateke. Ondorioz, Fisika experimentalaren arloan, puntu hamartarraren eskuin aldean idatzitako zeroak aintzakotzat hartzekoak dira. Adibidez, honako bi adierazpen hauek,

$$f = 256.1 \text{ mm} \qquad (\mathrm{I}-4)$$

eta

$$f = 256.10 \text{ mm}, \qquad (\mathrm{I}-5)$$

esangura desberdina dute. Lehenengo kasuan, neurketaren azken zifra esangarria milimetro-hamarrena dela esaten ari gara inplizituki eta ondorioz, errorea 0.1 mm-takoa izango litzateke. Beraz, (I–4) adierazpena

$$f = 256.1 \pm 0.1 \text{ mm} \qquad (\mathrm{I}-6)$$

adierazpenaren baliokidea da. Bigarren kasuan, berriz, (I–5) ekuazioaren baliokidea

$$f = 256.10 \pm 0.01 \text{ mm} \qquad (\mathrm{I}-7)$$

adierazpena litzateke.

Zer esanik ez, edozein magnituderen balio experimentalaren zifra esangarrien

kopuruak eta beraren erroreak bateragarriak izan behar dute. Demagun, beste saiakuntza desberdin batetan, distantzia fokalaren neurketarekin loturiko errorearen estimazioak 0.7 mm-tako balioa eman digula eta, dagokion kalkuluak egin ondoren, distantzia fokalerako dugun balio experimentala

$$f = 256.378913 \text{ mm} \qquad (\text{I}-8)$$

dela (hauxe izango litzateke kalkulagailuak emango ligukeen balioa). Kasu honetan, zifra guzti horietako lehen zifra hamartarra soilik jo dezakegu esangarri modura, errorea, zifra hamartar bakar batez estimatuta ageri baita. Hortaz, zenbakia biribilduz, emaitza honela idatzi beharko genuke (*) :

$$f = 256.4 \pm 0.7 \text{ mm.} \qquad (\text{I}-9)$$

Azpimarra dezagun,

$$f = 256.379 \pm 0.7 \text{ mm}, f = 256.38 \pm 0.7 \text{ mm edo } f = 256 \pm 0.7 \text{ mm} \qquad (\text{I}-10)$$

gisako adierazpenak zuzenak ez direla, beraietan, errorearen eta magnitudearen balioaren hamartar-kopuruak bat ez datozelako.

Atal honekin loturik, emaitzak adierazteko erabili beharreko unitate-sistemaren arazoa azaldu ohi da. Orohar, laborategian erabiliko ditugun unitateak MKS unitate-sisteman emanak izango dira. Bestelako unitateak, zenbait kasu berezitan soilik onartuko dira. Ikus ditzagun kasu berezi hauek. Erabili nahi ditugun unitateen magnitude-ordena, neurketaren balioari edo emaitzaren erroreari ez egokitzea gerta liteke. Demagun, adibidez, 1.3 dina-tako indarra neurtu dugula, 0.2 dinatako errorea estimatu dugularik. Emaitza, MKS unitateetan idatzita,

$$0.000013 \pm 0.000002 \text{ N} \qquad (\text{I}-11)$$

izango genuke. Agerian dagoenez, zero gehiegi ditugu adierazpen horretan. Horrelako egoerek bi konponbide dituzte: lehena, berredura hamartarren erabilpenean datza. Hori eginez, emaitza honela idatz dezakegu:

(*) Liburu honetan erabiliko dugun idazkera honekin batera, bestelako hau ere erabili ohi da: $f = 356.4(7)mm$.

$$(1.3 \pm 0.2) \times 10^{-5} \text{ N.} \qquad (\text{I}-12)$$

Bigarrena, cgs unitateen erabilpena izango litzateke (dina unitateak, esku artean dugun kasuan). Ez dugu ahaztu behar, emaitza edozein modutan idatzita ere, magnitudearen balioak duen hamartar-kopuruak errorearen balioarekin bat etorri behar duela beti.

Bestalde, zenbait kasutan, MKS unitateak txikiegiak gerta daitezke. Demagun, kasurako, 1245 m-tako distantzia neurtu dugula, neurketarekin loturiko errorea 70 m-takoa izanik. Arestian ikusitako zifra hamartardun balioen kasuen antzera, oraingo honetan ere lortutako emaitza biribildu egin beharko dugu, estimaturiko errorearekiko bateragarria izan dadin. Hots,

$$L = 1240 \pm 70 \text{ m} \qquad (\text{I}-13)$$

idatzi beharko da. Modu horretan, neurketaren balioan nahiz beraren errorean zero bana agertuko zaigu, ondoko esangura izanik: buruturiko neurketaren doitasuna dela eta, ezin izango dugu ezer jakin metro-mailako unitateen balioaz, ez neurtutako balioan ez eta beraren errorean ere. Mota honetako kasuetan, komenigarri gertatzen da, unitate desberdinak erabiltzea aipaturiko zero 'sinboliko' horiek ager ez daitezen. Kasu honetan, kilometroa izango da unitaterik egokiena, neurketaren errorearen ikuspuntutik; eta luzerari dagokion adierazpena,

$$L = 1.24 \pm 0.07 \text{ km} \qquad (\text{I}-14)$$

izango dugu.

Geroago ikusiko dugunez, ba dugu adierazpen egokirik erroreen kalkulua burutzeko, baina formula horiek emango digutena errorearen *estimazioa baino ez da*, hots, lortutako balioa, arrazonagarritzat joko dugun balio hurbildua izango da. Beraz, neurketekin loturiko erroreak zeintzu diren erabakitzerakoan, kalkulurako adierazpen egoki horiek ez ezik, geure zentzuna ere erabili beharko dugu maiz. Aztertu beharreko lehenengoetariko puntu bat, errorearen doitasuna zein den erabakitzea izango da, 'errorearekin loturiko errorea' zein den, alegia.

Demagun, ikusitako azken adibidean, aurrerago azalduko ditugun kalkulu egokiak burutu ondoren, kalkulagailuak eman digun errorearen estimazioa ondokoa dela: 68.456432 m. Orain erabaki beharko duguna, emaitza horren zifra esangarrien kopurua izango da eta ondorioz, zein zenbaki hartu behar den errore modura, adibidez, 100, 70, 68, 68.5 m, 68.46, eta abar. Erabaki honek, dakigunez, neurtutako balioak izango dituen

zifra esangarrien kopurua finkatuko du. Horrelako erabakia hartzeko, ordea, ez da beharrezkoa, erroreekin loturiko erroreen kalkuluan murgiltzea. Orohar, 'erroreen erroreak' hain handiak direnez, nahikoa da arau orokor bakarra ematea: erroreak zifra esangarri bakar batez adierazi beharko ditugu. Zenbait kasu berezitan soilik, zilegi da zifra esangarri bat eta erdi (hots, erroreak bi zifra izango ditu baina bigarrenak 5 edo 0 izan beharko du) edo bi zifra esangarri ematea.

Berriro ere, aurreko adibidea hartuz, argiro ikus daiteke neurketaren errorea 68 m-takoa dela esateak (eta ez 66 edo 69 m, adibidez) ez duela inolako zentzurik, neurtu nahi genuen luzera bera, 70en bat metrotako erroreaz neurtua izan denean. Bestela, errorea luzerari berari dagokiona baino handiagoa den doitasunaz neur liteke! Hortaz, lortutako errorea biribildu egin beharko genuke, 70 m edo 100 m harturik. Kasu bietan, zifra esangarri bakarra dugu. Bien arteko aukeraketa, gure zentzunari dagokio eta neurketa-metodoaren xehetasunen menpe azalduko da. Dena den, emaitza bat ala bestea aukeratzeak, orohar, ez du garrantzi handiegirik izango. Kasu orokorrean, biribiltze hurbilena (70 m gure kasuan) izaten da egokiena. Geroago aztertuko diren adibideetan, kasu konkretuagoak ikusiko ditugu.

Orain artekoa laburbilduz, honako hiru arau garrantzitsu hauek eman ditzakegu:

1) *Datu experimentaletatik abiatuta lortu den edozein magnitude fisiko, berarekin loturiko errorearekin batera adierazi beharko dugu, erabilitako unitateak ahaztu gabe.*

2) *Unitate berberetan adierazitako edozein magnitude fisikoren balioaren eta beraren errorearen azken zifra esangarriak, magnitude-ordena berberari egokitu behar zaizkio (ehunekoak, hamarrekoak, unitateak, hamarrenak, ehunenak, eta abar).*

3) *Erroreek zifra esangarri bakar bat izan beharko dute, eta ezohiko kasuetan soilik izan ditzakete bat eta erdi edo bi zifra esangarri.*

Neurketekin loturiko erroreen estimazioa, neurketen zehaztasunaren eta doitasunaren adierazlea da, eta emaitza experimentaletatik ondorio garrantzitsuak ateratzeko lagungarri gerta dakiguke. Hori dela eta, edozein saiakuntzaren diseinuaren helburua, ahalik eta errore txikienak lortzea izango litzatekeela pentsa genezake. Hala ere, ikuspuntu hori ez da batere errealista, gure bizitza mugatua baita, eta bai experimentatzailearen baliabideak ere. *Beraz, saiakuntza planifikatu eta burutu behar dugunean, hauxe izan beharko dugu gogoan: azken emaitzaren doitasuna aproposa izatea, saiakuntzaren helburu nagusiari dagokionez.*

I.1. Taula
Ondo eta txarto adierazitako emaitzak

Egokiro adierazitako zenbait kasu	Gaizki adierazitako zenbait kasu	
	2. araua betetzen ez dutenak	3. araua betetzen ez dutenak
24000 ± 3000	24567 ± 3000	24567 ± 2928
2500 ± 300	2523 ± 300	2547.3 ± 335.2
23.45 ± 0.06	23 ± 0.06	23.453 ± 0.165
345 ± 3	345.3 ± 3	345.20 ± 3.10
1.3646 ± 0.0004	1.3646 ± 0.004	1.3646 ± 0.00144
$(1.23 \pm 0.06) \times 10^{-15}$	$(1.23 \times 10^{-15} \pm 0.04 \times 10^{-19})$	$(8.23 \pm 1.18) \times 10^{-15}$

Saiakuntza gutxi batzuren kasuan, lortu nahi dugun azken magnitudea zuzenean neurtuko dugu: *neurketa zuzenak* izango ditugu orduan. Gehienetan, ordea, prozesua ez da hain erraza, eta lehenago, oinarrizko zenbait magnituderen balioak neurtu beharko ditugu, ondoren, lortutako emaitzak konbinatu beharko ditugularik, azken magnitudearen balioa ezagutzeko asmoz: *zeharkako neurketak* izango dira horiek. Oinarrizko magnitudeen neurketan gertatutako erroreek, azken emaitzari dagokion errorerako maila desberdineko ekarpenak dituzte. Azken errore horrek minimoa joko du, gure esku dauden denbora-, tresna- eta pazientzi baliabideak, ekarpen nagusiak dituzten erroreak beheratzeko erabiltzen baditugu.

I.2. ERROREEN ZERGATIKOAK

Zenbait erroreren agerpenaren kausa zein den, argiro ikus dezakegu. Adibidez, mikrometroak 'zeroko errorea' izan dezake, erabat itxirik dagoenean 0.02 mm-tako irakurketa ematen badigu. Mikrometro horren bidez, metalezko hagaska baten L luzeraren zenbait neurketa burutuko bagenitu, guk lortutako L-ren balioa ez litzateke zuzena izango, 'zeroko errorea' (0.02 mm) kendu beharko baikenioke. Horretaz gain, neurketa-prozesuan zehar laborategiko tenperatura alda liteke eta ondorioz, hagaskaren luzera ez litzateke finkoa izango. Kasu honetan, tenperatura finkatu egin beharko genuke, adibidez 20 °C-tan, eta saiakuntza berrien bidez edo metalaren zabalkuntza-koefizientea ezagutuz, neurketak zuzenduko genituzke. Mota honetako erroreei, *errore sistematikoak* deritze. Orokorrean, errore sistematikoak konstanteak dira edo neurketa

burutzeko beharrezkoa den denbora-tartean oso poliki aldatzen dira. Errore-mota honen eragina gutxitzeko asmoz, ondo kalibraturiko tresnak erabili eta neurketak burutzerakoan kontu handia izan beharko dugu. Lortutako emaitza *zehatza* dela esango dugu, errore sistematikorik ez dueneko kasuan.

Haatik, errore sistematiko guztiak desagertarazi edo zuzendu baditugu ere, zenbait aldiz errepikaturiko neurketen kasuan lorturiko balioak, ez dira berdinak izango. Balio hauen arteko diferentziak adierazten dituzten erroreak, *zorizko erroreak* dira. Errore hauen zergatikoak ezustekoak dira, adibidez, neurketa-baldintzen bat-bateko aldaketak, esate baterako, presio-, hezetasun-, edo tenperatur baldintzenak. Neurketa berdina zenbait aldiz errepikatuko duen experimentatzaileak, ez du eskuarki emaitza berbera lortuko, aipatu berri ditugun zergatikoetaz gain, experimentatzailearen beraren egoerak ere eragina baitu. Argi geratu da, beraz, zorizko erroreak ezin izango ditugula desagertarazi, baina *konpentsatu egin ditzakegu*, neurketa-kopuru handia burutuz. Emaitza baten zorizko errorea zenbat eta txikiago izan, hainbat eta emaitza *doiagoa* dela esango dugu.

Argi utzi behar dugu, emaitzen errorea ezin dugula zero bihurtu, nahiz eta neurketak ardura handiz burutu eta hainbat aldiz errepikatu. Kasu idealean, errorea *neurketa-tresnaren bereizmenari* zor zaio. Ondorioz, edozein magnituderen egiazko balioaren ezagupena ezinezkoa da. Dena den, egiazko balioaren estimazioa baino ez dugu lortuko, *estimaziorik onena* izango delakoan. Berau erdiesteko prozedura eta berarekin loturiko errorea kalkulatzeko metodoa, jarraian deskribaturik aurkituko dituzue.

I.3. NEURKETA ZUZENAK

Demagun, magnitude bat neurketa zuzenen bidez determinatu nahi dugula. Horretarako, magnitude horren neurketa-sorta bat burutu dugu, ustegabeko erroreak zuzentzeko asmoz. Lortutako balioak $x_1, x_2, .., x_n$ badira, egiazko balioaren estimazio onentzat $\bar{x}$ batezbesteko balioa hartu ohi da eta berau honela adierazten da:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + .. + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}. \qquad (\mathrm{I}-15)$$

Balio hau, magnitudearen egiazko balioa ez bada ere, zenbat eta neurketa gehiago egin, bi balio horiek (egiazkoa eta batezbestekoa) hainbat eta elkarretik hurbilago egongo direla argiro ikus daiteke, neurketa bakoitzarekin loturiko zorizko erroreak elkar

konpentsatuz doazelako. Hala ere, praktikan, ez dago zertan neurketa-kopuru jakin bat gainditu behar. Eskuarki, 10 neurketa nahikoak dira, eta 4 edo 5 ere nahikoak izan litezke.

Erabiltzen ari garen metodoaren edo tresnaren sentikortasuna, zorizko erroreen magnitudeen aldean txikia deneko kasuetan, neurketa desberdin guztiek emaitza berbera ematea gerta liteke. Kasu hauetan, batezbesteko balioa neurketa bakar baten emaitzarekin bat etorriko da. Ondorioz, neurketen errepikapenak eta batezbesteko balioaren kalkuluak ez digu ezer berririk esango. Hortaz, *neurketa bakar bat burutzea nahikoa izango da.* Aurrerantzean, 'batezbesteko balio' izena, n neurketen emaitzetatik abiatuta (I–15) formularen bidez kalkulatutako balioari edo neurketen errepikapena beharrezkoa ez deneko kasuan, neurketa bakar batetatik lortutakoari erizteko erabiliko dugu.

Gauss-en errore-teorian, neurketek zorizko erroreen eragina soilik dutela suposatu ohi da, eta teoria honen arabera, n neurketen batezbesteko balio modura, lortutako emaitza experimentalarekin loturiko *errorearen estimaziorik onentzat*, errore koadratikoa hartu behar da, berau, honelaxe definituta dagoelarik,

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k^2}{n(n-1)}}, \qquad (\mathrm{I}-16)$$

$$\text{non} \quad \varepsilon_k = \bar{x} - x_k \quad \text{den.} \qquad (\mathrm{I}-17)$$

Hortaz, guk burututako saiakuntzaren emaitza, ondoko eran adieraziko dugu:

$$\bar{x} \pm \Delta x. \qquad (\mathrm{I}-18)$$

Horrela kalkulaturiko Δx errorea, neurketa-kopurua handia eta erroreak benetan zorizkoak direneko kasuan, ondoko propietatea duen zenbaki positiboa da: neurtu dugun magnitudearen egiazko balioa $\bar{x} - \Delta x$ eta $\bar{x} + \Delta x$ delakoen artean kokatuta egoteko probabilitatea 68% da. Probabilitate hori 95.4%ra iritsiko da, $\bar{x} \pm 2\Delta x$ tartea kontsideratutakoan eta azkenik, $\bar{x} \pm 3\Delta x$ tarteari dagokionez, probabilitatea 99.7% dugu.

I.1. adibidea: Bolumena ezagutzeko zenbait neurketa burutuz, beraien batezbestekoa 143.7 cm^3 eta ΔV errore koadratikoa 0.4 cm^3 badira, emaitza honelaxe adieraziko dugu: 143.7 ± 0.4 cm^3 (edo 143.7(4) cm^3).

Hona iritsita, ohar bat egitea komeni da. Elkarren segidako n neurketa zuzenen bidez lorturiko errore koadratikoa, balio experimentalaren erroreari egoki diezaiokegu, aipaturiko errore koadratikoa tresna-errorea baino handiagoa deneko kasuan soilik. Azpimarra dezagun, tresna-errorea neurketarako erabili dugun tresnak bereiz dezakeen unitaterik txikiena dela, tresnaren sentikortasuna edo bereizmena deritzona, hain zuzen. Errore koadratikoa aipaturiko bereizmena baino txikiagoa deneko kasuan, neurtutako balioaren errore modura tresna-errorea hartu beharko dugu.

Kontsidera dezagun, adibidez, agerikoena den kasua, hots, n neurketen emaitza beti berbera denekoa. Ikusi berria dugun formularen arabera, errore koadratikoa zero izango da, baina *honek ez du esan nahi, hala ere, neurketarekin loturiko errorea nulua denik!*, baizik eta, neurketa-tresna ez dela neurketa desberdinen arteko desberdintasunak bereizteko gauza, beraren tresna-errorea handiegia baita. Ondorioz, tresna-errorea hartu beharko genuke neurketarekin loturiko errore modura. Adibidez, edozein luzeraren neurketarako mm-tan graduaturiko zinta metrikoa erabili bada, eta neurketa desberdinen emaitza beti berbera izan bada, neurketari egokitu beharko geniokeen errorea 1 mm-takoa litzateke.

I.2. adibidea: Demagun, korrontearen intentsitatea amperemetroaren bidez neurtu nahi dugula, zeinaren unitaterik txikiena 0.01 A-takoa den. Tresnak eman digun balioa 0.64 A bada eta irakurketa honek konstante iraun badu (aldiune desberdinetan neurtzean aldakuntzarik somatu ez bada), horixe izango da batezbesteko balioa eta 0.01 A beraren errorea. Beraz, neurketaren emaitza 0.64±0.01 A izango da.

I.3. adibidea: Demagun, t denbora-tartea lau aldiz neurtu dugula, segundo-hamarren batetako bereizmena duen kronometroaren bitartez. Lortutako emaitzak ondokoak dira: 6.3, 6.2, 6.4 eta 6.2 s. Arestian esandakoaren arabera, neurtutako balio modura batezbesteko balioa hartuko dugu, hots,

$$\bar{t} = \frac{6.3 + 6.2 + 6.4 + 6.2}{4} = 6.275 \text{ s}, \qquad (\text{I}-19)$$

eta errore koadratikoa (I–16) adierazpenaren bidez kalkula daiteke, honelaxe:

$$\Delta t = \sqrt{\frac{(-0.025)^2 + (0.075)^2 + (-0.125)^2 + (0.075)^2}{4 \times 3}} \cong 0.05 \text{ s}. \qquad (\text{I}-20)$$

Ikus daitekeenez, errore koadratikoa, tresna-errorea (0.1 s) baino txikiagoa da, eta, ondorioz, neurketari egokituko diogun errorea, tresna-errorea izango da. Gogoan izan, batezbesteko balioa biribildu egin beharko dugula errorearen arabera; beraz, azken emaitza honela adieraz daiteke:

$$t = 6.3 \pm 0.1 \text{ s.} \qquad (\text{I}-21)$$

I.4. adibidea: Adibide hau, aurrekoaren antzekoa da, baina oraingo honetan neurtu dugun denbora-tarterako lorturiko balioak, sakabanatuagoak ageri dira: 5.5, 5.7, 6.2 eta 6.5 s. Kasu honetan batezbesteko balioa 5.975 s da eta errore koadratikoa 0.2286737 s (kalkulagailutiko irakurketa zuzena). Oraingoan errore koadratikoa tresna-errorea baino handiagoa denez, horixe izango da, hain zuzen, neurketaren errorea. Lehen emandako hirugarren arauari jarraituz, errore koadratikoa 0.2 s-tako baliora biribildu beharko dugu. Kronometroaren bereizmena 0.1 s-takoa dela gogoan izanez, errore koadratikoa, neurketa-tresnak eman diguna baino handiagoa den doitasunaz estimatzeak (0.23 s adibidez) ez luke zentzurik izango, eta ondorioz, buruturiko biribilpena egokia da. Hortaz, $\Delta t = 0.2$ s izango dugu eta neurketaren emaitza honela adieraziko da:

$$t = 6.0 \pm 0.2 \text{ s.} \qquad (\text{I}-22)$$

Azpimarra dezagun, batezbesteko balioa biribildu egin dugula errorearekiko bateragarria izan dadin, eta biribildutako balio horren puntu hamartarraren eskuin aldean adierazitako zeroak halabeharrez agertu behar duela.

Orain artean azaldu zaizkigun errore guztiak, errore *absolutuak* dira. Horretaz gainera erabili ohi den errore erlatiboaren definizioa hauxe da: errore absolutuaren eta batezbesteko balioaren (beronen balio absolutua, zehazki) arteko zatidura, hots,

$$e = \frac{\Delta x}{|\bar{x}|}. \qquad (\text{I}-23)$$

$|\bar{x}|$ delakoa batezbestekoaren balio absolutua denez, e errorea *erlatiboa* zenbaki positiboa izango da beti.

Magnitude berri hau neurketaren doitasunaren adierazlea da. Adibidez: 100 m-tako neurketan, errore absolutua 1 m-takoa bada eta bestalde, 10 km-tako beste neurketan,

errore absolutu berbera badugu, hots, 1 m-takoa, argi eta garbi ikus daiteke, errorearen tamainua askoz ere handiagoa dela lehenengo kasuan bigarrenean baino. Aipaturiko neurketa biei dagozkien errore erlatiboak kalkulatuko bagenitu (1/100 eta 1/10000 hurrenez hurren), oraintxe esan duguna nabarmenki azalduko litzateke. Errore erlatiboa ehunekotan ere adieraz daiteke, $(\Delta x/|\bar{x}|)\times 100$ % eginez, alegia. Adibidez, 100 m-tako luzeran 10%-eko errore erlatiboa badugu, ba dakigu luzera horrekin loturiko errore absolutua 10 m-takoa dela.

I.4. ZEHARKAKO NEURKETAK

Lehenago aipatu dugunez, hainbat magnituderen balio experimentala lortzeko, aldez aurretik beste zenbait magnituderen neurketa zuzena burutu beharko dugu, ondoren adierazpen matematiko egokietara jo beharko dugularik. Horrelako kasuetan, eskuartean dugun magnitudearen errorea kalkulatu beharko dugu, aldez aurretik neurtutako magnitudeen erroreak ezaguturik. Atal honi 'errore-hedapena' deritzo. Ondoko bi kasuak bereiztuko ditugu:

I.4.1. Aldagai bakarreko funtzioa.

Neurtu nahi dugun y magnitudeak beste x magnitude bakar batekiko menpekotasuna du, honelako erlazio funtzionalaren bidez:

$$y = f(x). \qquad (\mathrm{I}-24)$$

x magnitudearen errore koadratikoa ezaguna denean, y magnitudearena ondokoa dela froga daiteke:

$$\Delta y = |f'(\bar{x})|\,\Delta x, \qquad (\mathrm{I}-25)$$

$$\text{non} \quad f'(\bar{x}) \equiv \left.\frac{df}{dx}\right|_{x=\bar{x}} \quad \text{den,} \qquad (\mathrm{I}-26)$$

alegia, x aldagaiaren batezbesteko baliorako $f(x)$ funtzioaren deribatuak hartu duen balioa. Bestalde, errore erlatiboa hauxe izango da:

$$\frac{\Delta y}{|\bar{y}|} = \frac{|f'(\bar{x})|}{|f(\bar{x})|}\,\Delta x. \qquad (\mathrm{I}-27)$$

I.5. adibidea: Esferaren erradioa neurtuz, beraren bolumena lortu nahi dugu. Erradioaren neurketen batezbesteko balioa r bada, eta beraren errore koadratikoa Δr, bolumena honako adierazpen honen bidez emango dugu,

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3, \qquad (\mathrm{I}-28)$$

eta dagokion errorea,

$$\Delta V = 4\pi r^2 \Delta r \qquad (\mathrm{I}-29)$$

izango da.

I.4.2. Aldagai anitzeko funtzioa.

y magnitudea ezagutzeko, beste zenbait magnitude —$p,q,r,...$— neurtu behar ditugu, beraien artean ondoko erlazio funtzionala dagoelarik:

$$y = f(p,q,r,..). \qquad (\mathrm{I}-30)$$

Kasu honetan, lortu nahi dugun y magnitudearen errorea, honelaxe kalkula daitekeela froga dezakegu:

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{f}}{\partial p}\Delta p\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{f}}{\partial q}\Delta q\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{f}}{\partial r}\Delta r\right)^2 + ..}\,, \qquad (\mathrm{I}-31)$$

$$\text{non} \quad \frac{\partial \bar{f}}{\partial p} \equiv \left.\frac{\partial f}{\partial p}\right|_{x=\bar{x}}, \frac{\partial \bar{f}}{\partial p} \equiv \left.\frac{\partial f}{\partial p}\right|_{x=\bar{x}}, \frac{\partial \bar{f}}{\partial p} \equiv \left.\frac{\partial f}{\partial p}\right|_{x=\bar{x}}, .. \quad \text{diren.} \qquad (\mathrm{I}-32)$$

Agerian dagoenez, ikusi berria dugun I.4.1. atala, bigarren atal honen azpikasua baino ez da.

I.6. adibidea: Demagun, sekzio zirkularreko zilindroa dugula, beraren r erradioa 1.53 ± 0.06 cm-takoa eta h altuera 10.2 ± 0.1 cm-takoa direlarik. Zilindroaren bolumena $V = \pi r^2 h$ da, eta egindako neurketetatik abiatuta lortutako bolumenaren batezbesteko balioa, $V = 75.0124\ \mathrm{cm}^3$ (aurrerago erabakiko dugu zifra esangarrien kopurua).

Ondokoa aintzakotzat hartuz:

$$\left.\frac{\partial V}{\partial h}\right|_{r=\text{ktea}} = \pi r^2 \quad \text{eta} \quad \left.\frac{\partial V}{\partial r}\right|_{h=\text{ktea}} = 2\pi rh, \qquad (\text{I}-33)$$

errorearen adierazpena honela idatz dezakegu:

$$\Delta V = \pi\,\bar{r}\sqrt{(\bar{r}\Delta h)^2 + \left(2\bar{h}\Delta r\right)^2}, \qquad (\text{I}-34)$$

hau da,

$$\Delta V = 3.14 \times 1.5 \times \sqrt{(1.5 \times 0.1)^2 + (20 \times 0.06)^2} = 5.93...\ \text{cm}^3. \qquad (\text{I}-35)$$

Hirugarren araua gogoan izanez, lortutako ΔV magnitudea 6 edo 10 cm^3-tako baliora biribildu beharko dugu. Egiazta dezagun biribilpen egokia seiari dagokiona dela. Honetarako, (1–34) adierazpen bera erabiliz, ΔV birkalkulatuko dugu, baina 'batezbesteko' balio modura r eta h hartu beharrean, $r + \Delta r$ eta $h + \Delta h$ direlakoak aukeratuko ditugu; modu horretan eginez gero, $\Delta V = 6.22...\ \text{cm}^3$ lortuko da. Honela, ba, r eta h direlakoen batezbesteko balioen gainean, beraietarako estimaturiko erroreen barnean dagoen aldakuntza sortarazten badugu, ΔV delakoak pairatzen duen aldakuntza bakarra hamarrenetan eta ehunenetan ageriko da, baina ez unitateetan, eta, ondorio modura, aukeratu behar dugun biribilpena 6 balioa dela esan dezakegu. Hortaz, bolumena $V = 75 \pm 6\ \text{cm}^3$ dugu.

Zenbait kasutan errore erlatiboen erabilpena errore absolutuena baino komenigarriago gerta daiteke. Adibidez, (I–31) ekuaziotik abiatuta, hori erraz froga daiteke honelako adierazpena dugunean,

$$y = kp^n q^m r^s ..., \qquad (\text{I}-36)$$

non k delakoa konstantea den eta $n,m,s,...$ direlakoak hautazko berretzaileak diren (osoak, negatiboak edo frakzionarioak), y magnitudearen errore erlatiboa ondokoa izango delarik:

$$\left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2 = n^2\left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 + m^2\left(\frac{\Delta q}{q}\right)^2 + s^2\left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + ... \qquad (\text{I}-37)$$

I.7. adibidea. Ikusi dugun azken emaitza 1.6. adibideari aplika dakioke eta ondorioz:

$$\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 = 4\left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 = 4 \times 0.001538 + 0.000097. \qquad (\mathrm{I}-38)$$

Argiro ikus daiteke adierazpen horretan, zilindroaren altueraren erroreak azken errorerako duen ekarpena oso txikia dela, erradioaren erroreak duenaren aldean. Honen azalpena ondoko bi arrazoietan datza: batetik, erradioaren errore erlatiboa, altuerarena baino hiru aldiz handiagoa da gutxi gorabehera, eta, bestalde, bolumenari dagokion adierazpenean erradioaren bigarren berredura ageri da. (I–38) ekuazioa garatuz, $\Delta V/V = 0.079$ lor daiteke, eta berriro ere $\Delta V = 0.079 \times 75 = 6\ \mathrm{cm}^3$ emaitzara hel gaitezke. Azpimarragarria da ikustea ezen, $V + \Delta V$ magnitudea, r eta h direlakoen batezbesteko balioen ordez, $r + \Delta r$ eta $h + \Delta h$ balioak erabiliz lor daitekeen bolumenaren balioarekin bat datorrela, gutxi gorabehera.

Ikusi berriak ditugun formula horien aplikazio garrantzitsuenetariko bat, neurketa-tresnaren irakurketa hain zuzen, lortu nahi den magnitudea zuzenean neurtzen ez deneko kasuan agertuko zaigu.

I.8. adibidea. Demagun, adibidez, 0.1 A-tako bereizmena duen amperemetroaren bidez, korronte alternoko zirkuituko elementuetariko batetatik pasatzen ari den intentsitatea neurtu nahi dugula. Orohar, amperemetroak korrontearen balio efikaza emango digu, $I_{\max}/\sqrt{2}$ alegia, eta honi dagokion errorea edo bereizmena 0.1 A-takoa izango da, esan dugunez. Beraz, (I-25) ekuazioaren arabera, korrontearen anplitudearen ($I_{\max}$ delakoa) neurketarekin loturiko errorea edo bereizmena, $\sqrt{2} \times 0.1\ \mathrm{A} = 0.14\ \mathrm{A}$ izango da, hots, jatorrizko errorearen aldean, 40% goragoko balioa. Honelako kasuetan, errorearen biribilpenean zifra esangarri bat eta erdi hartzea onargarria izango da eta $\Delta I_{\max} = 0.15\ \mathrm{A}$ idatziko dugu.

I.9. adibidea. Kontsidera dezagun, osziladore harmonikoaren T periodoa neurtu nahi dugula, 0.1 s-tako bereizmeneko kronometroaren bitartez. Oszilazio bakar bat neurtu ordez, 40 oszilazio osotzeko behar duen denbora-tartea neurtuko dugu. Denbora-tarte horren neurketa batek 46.8 s-tako emaitza eman digu; periodoa ezagutzeko, lortutako balioa oszilazio-kopuruaren artean

zatitu beharko dugu, emaitza 1.1700 s izanik.

Zergatik idatzi ditugu zero biak balio horretan, kronometroak segundo-hamarrenak soilik eman badizkigu? Galdera honi erantzuteko, T-ren neurketa zeharkakoa dela gogoan izan beharko dugu eta ondorioz, T delakoaren neurketarekin loturiko ΔT tresna-errorea, (I–25) ekuazioa erabiliz lor dezakegu. Erdietsiko den emaitza $\Delta T = \Delta t/40$ izango da, non Δt delakoa 40 periodoen neurketari dagokion tresna-errorea den, hau da, 0.1 s. Beraz, $\Delta T = 0.0025$ s, eta ikus daitekeenez, buruturiko saiakuntzak ba du periodoaren laugarren zifra hamartarraren balioa 0 edo 5 zifren artean bereizteko ahalmenik. Hortaz, kasu honetako errorea adierazteko, zifra esangarri bat eta erdi erabiliko ditugu.

Agerian dagoenez, T periodoaren neurketari dagokion bereizmena etengabe hoba daiteke adibide honetan, horretarako t neurketa zuzenari dagokion oszilazio-kopurua emendatzea baino behar ez dugularik. Baina periodo-kopuruaren zenbaketan erroreak burutzeko posibilitatea ere emendatuz joango litzateke eta gure pazientzia ere ez genuke ahaztu behar.

Neurketarako erabiliko dugun tresnak emango digun bereizmena ezagutu ondoren, arestian aipatu dugunez, zenbait neurketa burutu beharko ditugu eta dagokien errore koadratikoa kalkulatu. Berau tresna-errorea baino handiagoa bada, errore koadratikoa izango da lortutako balioari lotu beharko diogun errorea. Aurkako kasuan, tresnaren bereizmenari zor zaion erroreak finkatuko digu neurketaren errorea.

Magnitude fisikoak determinatzeko erabiliko ditugun formuletan, beste magnitude batzuetaz gain, konstante fisiko edo matematikoak ere maiz azalduko zaizkigu; adibide gisa π, $\sqrt{2}$, g, elektroiaren masa, elektroiaren karga, G, eta abar ditugu. Dakigunez, konstante hauen balioa doitasun-maila desberdina kontsideratuz har daiteke. Beraz, konstante hauek agertuko zaizkiguneko adierazpenen kasuan, hartu behar ditugun zifra hamartarren kopurua erabakitzerakoan, adierazpenean ageri diren neurtutako magnitudeekin loturiko errorea aintzakotzat hartu beharko dugu, ondoko erizpidea gogoan izanik: erabilitako konstantea moztean sortaraziko dugun 'errorea', neurketaren erroreek berek sortarazi dituztenen aldean arbuiagarria izan beharko da.

I.10. adibidea. Kontsidera bedi, fisika-ikasleek irakasleari sarritan egiten dioten galdera: «$g = 10$ m/s^2 har al dezaket?» Galdera honen erantzuna, esku artean dugun ariketako datuen azterketatik etorriko da. Demagun, adibidez, eman diguten ariketan, higikari batek h altueratiko erorketa askea pairatu

duela, lurrera heltzean duen abiadura $v = 14.3$ m/s -takoa izanik. Hasieran pausagunean zegoela jakinez, h altuera lortu nahi dugu.
Energia mekanikoaren kontserbazio-printzipioa aplikatuz, $mgh = mv^2/2$, altuera honela idatz daiteke: $h = v^2/2g$. Geure buruari egin beharko diogun galdera honako hau da: zenbat zifra hamartar hartu beharko ditut g-ren baliorako, egingo dudan mozketak h altueran sortaraziko duen errorea, v-ren errore experimentalak sortaraziko duenaren aldean arbuiagarria izan dadin?
h altuerari dagokion formula (I–36) ekuazioaren gisakoa denez, (I–37) adierazpena erabiliz ondokoa lortuko dugu:

$$\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 = 4\left(\frac{\Delta v}{v}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2. \qquad (\mathrm{I}-39)$$

v abiadurarekin loturiko Δv errorea 0.1 m/s-takoa dugu, eta hortaz, $4(\Delta v/v)^2 = 0.0002$. Bestalde, $g = 10$ m/s^2 hartuz, $\Delta g = 0.2$ m/s^2 dela kontsidera daiteke eta ondorioz $(\Delta g/g)^2 = 0.0004$ izango genuke. Azken gai hau (I–39) ekuazioko beste batugaiaren ordena berekoa denez, ezin dugu $g = 10$ m/s^2 hurbilketa ontzat eman. Ordea, $g = 9.8$ m/s^2 -tako balioa hartuz, oraingoan $\Delta g = 0.01$ m/s^2 dela kontsidera daiteke eta $(\Delta g/g)^2 = 0.000001$. Agerian dagoenez, orain ba da arbuiagarria g-ren mozketak sortarazitako errorea, eta $g = 9.8$ m/s^2 aintzakotzat hartu beharko dugu. Kalkuluak eginez, azken emaitza honela eman daiteke $h = 10.4 \pm 0.2$ m. Azpimarra dezagun, g-ren baliorako zifra hamartar gehiago hartzeak, emaitzan inolako hobakuntzarik sortaraziko ez lukeela, zifra horien eragina esangarriak ez diren h-ren zifretan soilik azalduko bailitzateke. Baina zifra gutxiago erabiltzeak, h altueraren gainean experimentala ez den eta ekidin daitekeen errorearen agerpena ekarriko luke.

I.11. adibidea. Ikus dezagun orain, adibide baten bitartez, erroreen kalkuluak experimentuaren diseinurako duen garrantzia. Demagun, g grabitatearen azelerazioaren balioa neurtu nahi dugula laborategian. Horretarako, saiakuntza sinplea erabiliko dugu, zeinean gorputz baten h altueratiko erorketa askea aztertuko dugun. Gorputza pausagunetik askatuko da, h altuera ezaguna da ($h = 1.00$ m), eta neurtu behar dugun magnitudea t erorketa-denbora izango da. Neurketarako, 0.01 s-tako bereizmena duen kronometroa erabiliko da eta erorketa-distantziarekin loturiko errorea 1 cm-takoa dela kontsideratuko dugu.

Saiakuntza sinple honen bitartez jakin nahi duguna, g delakoaren determinaziorako izan dezakegun doitasun maximoa da.
Doitasun maximoa lortuko genuke, kronometroaren botoia sakatzean inolako errorerik burutuko ez bagenu, bai hasierako zein amaierako aldiuneetan. Modu honetan, azken errorearen gaineko eragina izango duten faktore bakarrak, neurtutako denbora eta distantziari dagozkien tresna-erroreak dira. $h = gt^2/2$ adierazpenetik abiatuta, $g = 2h/t^2$ ekuazioa erdiets daiteke eta (I–37) formula erabiliz, ondokora hel gaitezke:

$$\left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 = \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2. \qquad (\mathrm{I}-40)$$

Ba dakigu, $\Delta h/h \approx 0.01$ eta $\Delta t/t \approx 0.02$ direla. Azken hau lortzeko, g azelerazioa 10 $\mathrm{m/s^2}$ -ren ordenakoa eta t denbora, formularen arabera, 0.5 s-ren ordenakoa direla jakin behar dugu. Aipaturiko balioak (I–40) ekuazioan ordezkatuz, $\Delta g/g \approx 0.04$ emaitzara hel gaitezke, eta g-ren ordena berriro ere gogoan izanez, $\Delta g \approx 0.4$ $\mathrm{m/s^2}$ izango genuke. Hortaz, geure saiakuntzaren bitartez ezin izango dugu g-ren lehen zifra hamartarra ere determinatu. Nola hoba daiteke doitasuna? (I–40) adierazpenaren arabera, egin beharko duguna, erorketa-distantzia luzeagoa aukeratzea izango da, h eta t parametroak emenda daitezen, beraiekin loturiko erroreek konstante dirauten bitartean. Hala ere, erraz froga daitekeenez, 100 m-tako erorketa-distantzia beharko genuke g-ren errorea 0.05 $\mathrm{m/s^2}$ -tako baliora murrizteko! Ondorioa: kronometro doiagorik erabili ezean, proposaturiko metodo hau ez da batere egokia g-ren determinaziorako.

I.12. adibidea. Azken adibide honetan ikusiko dugunez, erroreen kalkuluak ba du erabilgarritasunik natur zientziena ez den beste zenbait arlotan ere. Aztertuko duguna, unibertsitatera sartzeko hautaprobetako noten kasua da. Oro har, hautaprobetako azken notak bi zifra hamartar izaten ditu, eta dakigunez, sarritan hamartar hauek erabakiorrak gertatzen dira fakultate desberdinetara sartzeko. Estima dezagun, bada, hautaprobetako edozein notaren 'errorea', ematen diren bi zifra hamartarrak esangarriak direnentz jakiteko asmoz. Demagun, kasurako, hautaprobetako azterketan zortzi froga desberdin burutu direla. Froga bakoitza zuzenduko duen irakasleak emango dituen notek 0.5eko 'bereizmena' dute. Hau da, froga bakoitzari dagokion nota zenbaki osoa edo

erdiosoa izaten da. Ondorioz, irakasleak inplizituki onartu duen errorea 0.5 puntutakoa da (hau errore ideala da, akatsik gabeko zuzenketa suposaturik). Frogari dagokion n nota, zortzi frogetan lortutakoen batezbestekoak emango digu, $n = (n_1 + n_2 + .. + n_8)/8$; gure analisi hau errazteko asmoz, noizean behin egiten diren batezbesteko partzialak ez dira aintzakotzat hartuko eta n nota horren errorea (I–31) ekuazioaren bidez lor dezakegu:

$$\Delta n = \sqrt{\frac{1}{64} \times 8 \times (0.5)^2} = 0.2. \qquad (\mathrm{I}-41)$$

Hautaprobetako N azken nota erdiesteko, honako bi nota hauen batezbestekoa burutu behar da: lortu berria dugun n nota eta BBB eta UBI direlakoei dagokien m batezbestekoa. Azken hau, bi hamartarrez emanda dagoela suposatuko dugu eta ondorioz, $\Delta m = 0.01$ izango da. Hortaz, $N = (n + m)/2$ azken notaren errorea hauxe izango da:

$$\Delta N = \frac{1}{2}\sqrt{(0.2)^2 + (0.01)^2} = 0.1. \qquad (\mathrm{I}-42)$$

Ikus daitekeenez, azken errorea, frogaren Δn erroreak finkatu du, m notaren errorearen ekarpena arbuiagarria baita. Ondorio modura hauxe esan daiteke: nahiz eta 'neurketak' (hots, zuzenketak) akatsik gabekoak izan, hautaproben notaren bigarren zifra hamartarra ez da esangarria, eta azken nota horrekin loturiko errorea 0.1en ordenakoa da, froga bakoitzaren zuzenketan 0.5eko bereizmena aintzakotzat hartu deneko kasuan.

I.5. ERROREAK ETA PROZEDURA EXPERIMENTALA

Demagun, lortu nahi dugun Z azken magnitudea, zuzenean neurtutako A eta B magnitudeekin mota honetako funtzioaren bidez erlazionaturik dagoela:

$$Z = AB \quad \text{edo} \quad Z = A/B. \qquad (\mathrm{I}-43)$$

Kasu honetan (I–37) ekuazioaren arabera, A edo B magnitudeekin loturiko errore erlatiboa $x\%$-koa bada, horrek Z delakoaren gainean sortaraziko duen errorea ere $x\%$ mailakoa izango da. Beraz, A eta B *antzerako doitasunez neurtu beharko ditugu.*

Halaber, esandakoa zuzena da, A eta B delakoen *balio erlatiboak edonolakoak izanda ere*.

Beste kasu honetan, ordea,

$$Z = A + B \quad \text{edo} \quad Z = A - B, \qquad (\mathrm{I}-44)$$

ez da gauza bera gertatuko, (I–31) adierazpena erabiliz ikus daitekeenez. *Emaitza*, A eta B *magnitudeen balio erlatiboen menpe egongo da*. Ikus ditzagun zenbait adibide:

I.13. adibidea. Demagun ondoko kasua:

$$A = 10000 \pm 1$$
$$B = 100 \pm 5$$
$$Z = A + B = 10100 \pm 5$$

Kasu honetan, A delakoak balio handia eta doia du. B-ri, ordea, 5%-eko errorea dagokio, baina azken magnitudeari, Z-ri hain zuzen, dagokion errorea 0.05%-ekoa da. Hortaz, komenigarri gerta dakiguke, *balio handia duen magnitudea aztertzen hastea, eta luzaroan aritu*, berau doitasun handiz determinatzeko asmoz, ondoren, azken magnitudean parte hartzen duten gainerantzeko gai txikiagoak arinago neur ditzakegularik.

I.14. adibidea. Azter dezagun orain beste adibide hau:

$$A = 100 \pm 2$$
$$B = 96 \pm 2$$
$$Z = A - B = 4 \pm 3$$

Zuzenean neurtutako bi magnitudeekin loturiko errorea 2%-koa da, baina Z delakoari dagokiona 75%-ekoa da. Honen ondorioa hauxe da: *Independenteki neurtu diren eta gutxi gorabehera balio berbera duten bi magnituderen arteko kendura burutzea ez da komenigarri gertatzen*. Z azken magnitudea lortzeko beste metodoren bat bilatzen saiatu beharko dugu.

I.15. adibidea. Azkenik, suposa dezagun ondoko kasua: $Z = A/B$ motako magnitudea kalkulatu nahi dugu, horretarako zenbait neurketa egin ditugularik, honako emaitza hauek izanik:

$$A = 1000 \pm 20$$
$$B = 10 \pm 1$$

Hortaz, A eta B delakoen errore erlatiboak, 2% eta 10%-ekoa dira hurrenez hurren. Lehenago ikusitako formulen bitartez, Z magnitudeari dagokion errore erlatiboa 10.2%-ekoa dela egiazta dezakegu. Demagun, orain, neurketa berriak aurrera eramango ditugula, A edo B magnitudeen erroreak hasieran zuten balioaren erdira jaisteko asmoz. A delakoaren neurketan arituko bagina, beraren errore erlatibo berria 1%-ekoa izango litzateke eta Z delakoarena, berriz, 10%-ekoa. Gure neurketa-denbora, ordea, B magnitudearen doitasuna handitzen erabili badugu, berarekin loturiko errore berria 5%-ekoa izango da, baina Z-ren errore erlatiboa 5.4%-eko baliora jaitsiko da. Ondorio gisa, hauxe esan dezakegu: *gure indarrak, azken errorerako ekarpenik handiena duten magnitudeen zehaztapen doian bildu behar ditugu.*

Azkenik, aipa dezagun, saiakuntzen planifikazioa burutu behar dela, helburua hauxe izanik: azken emaitzaren errorerako ekarpenen artean, besteak baino askoz ere handiagoa den ekarpena duen magnituderik ez egotea.

I.6. ADIERAZPEN GRAFIKOA

Kasu praktikoetan, lortutako emaitzen adierazpen grafikoa lagungarri gerta dakiguke. Demagun, adibidez, lege fisiko baten bitartez erlazionaturik dauden bi magnitude, x eta y, neurtu ditugula sistema batetan. Neurketak, sistemaren egoera desberdinetan burutu dira, x eta y direlakoek balio desberdinak hartu dituztelarik. Lehenengo eta behin, saiakuntzan zehar erdietsitako x_i, y_i aldagaien balioen bidez taula bat presta dezakegu. Ardatz ortogonalez osoturiko sisteman, (x_i, y_i) balioen bikoteei dagozkien puntuak irudikatuko ditugu, aukeratutako eskalan adierazirik. Erabiliko ditugun eskalak, ondoko faktoreen arabera hautatu beharko ditugu: *aztertzen ari garen fenomenoa bera, fenomeno horren barnean azpimarratu nahi duguna, eta, azkenik, adierazpen grafikoaren neurriak sortarazi dituen mugak.*

Irudikaturiko puntu bakoitzak, x eta y-ri dagozkien estimaturiko erroreak adierazi beharko ditu, ahal den neurrian, erabilitako eskalak kontutan izanik. x eta y aldagaien arteko erlazio matematiko sinpleren bat badago, berori argiro azaldu beharko da puntu experimentaletatik abiatuta lortutako adierazpen grafikoan. Puntuen jokaera orokorra kurba jarrai modura adieraz daiteke plano koordenatuan. Kurba hau marrazteko, ondoko baldintzak gogoan izan beharko ditugu: kurbak, puntu experimentaletatik ahalik eta

hurbilen egon beharko du, baina beraren maldak ez du bat-bateko aldakuntzarik jasan behar, eta kurbak ez ditu zertan puntu experimental guztiak lotu behar.

Adierazpen grafikoen abantail nagusiak hauexek dira:

- lortutako grafikora behin begiratzea nahikoa da, neurketak burutu dituguneko tartean xehetasunetaz ez ezik fenomenoaz bere osotasunean ere erraz ohartzeko.
- neurketa berrien beharrik gabe, menpeko aldagaiaren balio berriak estima ditzakegu.
- adierazpen grafikoek errore altuegia duten puntuak nabarmenduko dituzte, neurketen jokaera orokorretik gehiegi aldenduko baitira; mota horretako puntuak, berriro neurtzea beharrezkoa gertatuko da.
- puntu experimentalek itxarotako kurba leunarekiko duten sakabanaketa, neurketen kalitatearen eta beraiekin loturiko errorearen tamainaren adierazlea da.

I.7. KARRATU MINIMOEN PRINTZIPIOA

Orain arte, neurketen emaitzen eta hauekin loturiko erroreen estimaziorik onenen kalkulurako erabil daitekeen 'errezetategiaren' antzerako zerbait eman dugu. Azaldu zaizkigun ekuazio guztiak, hipotesi egokien pean lor daitezke, hartutako erabaki bakar bat izan ezik, ondokoa hain zuzen: n aldiz neurtu den magnitudearen egiazko balioaren estimaziorik hoberentzat batezbesteko balioa hartu dugu (neurketak behin eta berriro eta fidagarritasun berberaz eginik, noski). Hautaketa hau, *Karratu Minimoen Printzipioan* oinarrituz justifika daiteke. Jarraian, printzipio honen azalpen laburra eta beraren aplikazioak ikusiko ditugu.

Demagun, magnitude bat n aldiz neurtu dugula, magnitudearen egiazko balioa X delarik. Neurketa horietan lorturiko emaitzak $x_1, x_2, .., x_n$ badira, 'egiazko' balioarekiko izango dituzten desbidazioak (ezezagunak) hauexek izango dira :

$$\varepsilon_1 = x_1 - X, \quad \varepsilon_2 = x_2 - X, \quad ..., \quad \varepsilon_n = x_n - X. \qquad (\mathrm{I}-45)$$

Orain, har dezagun erroreen karratuen batura:

$$E(X) = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + ... + \varepsilon_n^2. \qquad (\mathrm{I}-46)$$

X egiazko balioa ezezaguna, eta E magnitudea X delakoaren menpe izanik, Karratu Minimoen Printzipioak ondokoa adierazten du: *X balioaren estimaziorik onena, E*

magnitudea minimizatuko duena da hain zuzen (ondorioz, $dE/dX = 0$ beteko da, aipaturiko baliorako). Beraz, X delakoaren baliorik 'onena' ekuazio honetatik erdiets daiteke.

Erizpide hau aintzakotzat hartuz, egiazko balioaren estimaziorik hoberena n emaitzen batezbesteko balioa (ikus (I–15) ekuazioa) dela froga daiteke erraz.

I.8. KARRATU MINIMOEN BIDEZKO DOIKETA.

Karratu minimoen printzipioa baldintza desberdinetan erabil daiteke, experimentuan neurtzen diren aldagaien arteko erlazioa modu funtzionalean lortzeko asmoarekin. Kasu askotan aldagaien arteko erlazioa lineala dela kontsideratzen da, eta orduan adierazpen lineal bat egokitu nahi izaten zaie emaitza experimentalei. Horrelako kasuetan erregresio linealaz mintzatuko gara, eta, adierazpen lineal egokiena lortzeko, karratu minimoen printzipioa erabiliko dugu, jarraian ikusiko dugunez.

Dena dela, diogun ezen, erregresio lineala kurba orokorren doiketaren kasu berezia baino ez dela. Hau da, karratu minimoen printzipioa aplikatzeko, x eta y aldagaien arteko erlazioak ez du zertan lineala izan behar. Hainbat kurbaren kasuan gainera, problemaren ebazpidea erregresio linealari dagokionaren antzekoa da. Honelatan, bada, erregresio lineala aztertu ondoren, bestelako erregresio-mota batzutan erabil daitezkeen metodoak ere aztertuko ditugu.

I.8.1. Erregresio lineala.

Demagun, adibidez, hagaska baten luzera neurtu nahi dugula, tenperaturaren menpean duen aldaketa aztertzeko. Esku artean dugun kasu honetan, magnitudearen (luzera) eta 'baldintza' aldakorraren (tenperatura) arteko erlazioa ezaguna da, ondoko erlazio lineala hain zuzen ere,

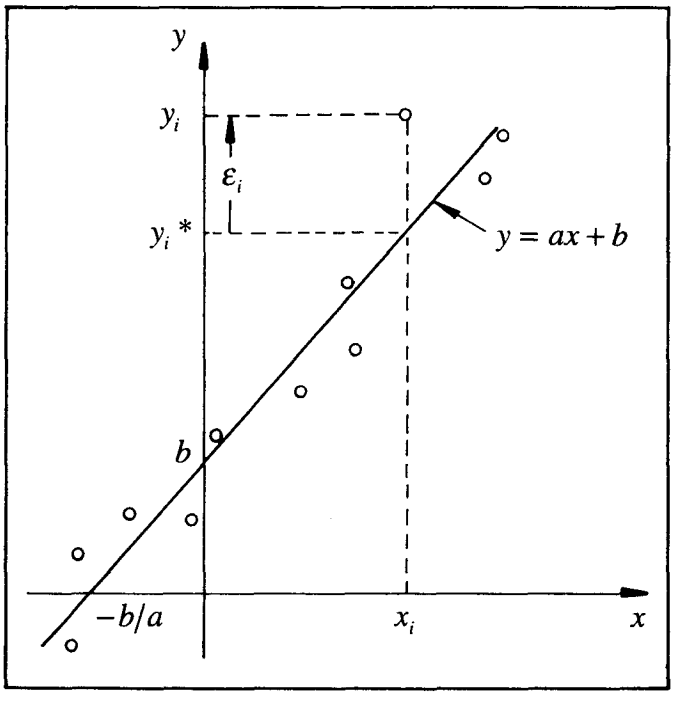
$$L(T) = L_0(1 + \alpha T), \qquad (\mathrm{I}-47)$$

non L delakoa, T tenperaturari dagokion luzera den, eta L_0 delakoa, $T = 0$ °C tenperaturari dagokiona; bestalde, α delakoa, materialaren zabalkuntza linealeko koefizientea da. L_0 eta α ezezagunak dira, guk determinatu nahi ditugun parametro fisikoak hain zuzen. Lortu nahi duguna α koefizientea da bereziki, aztertzen ari garen materialaren ezaugarri orokorra baita.

Hagaskaren luzera bi tenperatura desberdinetan neurtuz gero, (I–47) adierazpenaren gisako bi ekuazio desberdin lor ditzakegu. Ekuazio horietan bi ezezagun baino ez dira

azalduko eta ondorioz L_0 eta α direlakoak bakandu egin daitezke. Beraz, ezagutu nahi ditugun parametroen balioak, bi neurketa soilik burutuz erdiets daitezke. Baina azpimarra dezagun, (I–47) erlazioak baliozkotasun osoa duela onartzen badugu ere, aipaturiko erlazioa saiakuntza idealean soilik beteko litzatekeela, hots, *errorerik gabeko saiakuntzan*. Praktikan, n tenperatura desberdinetan n neurketa burutu baditugu, neurketa hauen adierazpen grafikoaren itxura I.1. irudiaren antzekoa izan daiteke. Neurketa bakoitzarekin loturiko errorea dela eta, puntuen abzisen eta ordenatuen arteko erlazioa, puntu guztiak globalki kontsideratu direneko kasuan soilik izango da lineala.

Hortaz, lerro zuzena zehazteko bi puntu soilik hartuko bagenitu, lortutako emaitzak errore garrantzitsua izango luke, erabilitako puntu biek errorearen eragina baitute. Ondorio modura hauxe esan dezakegu: lerro zuzenaren eta beraz aurkitu nahi diren parametroen estimazio hobea lortzeko, n puntu experimentalak 'aldi berean' erabili beharko ditugu. Honelatan, bada, erantzun beharreko galdera ondokoa dugu: *zein izango da n neurketak erabiliz lor dezakegun 'egiazko' lerro zuzenaren eta ondorioz L_0 eta α parametroen estimaziorik onena?*



I.1. irudia.

Galdera horren erantzuna, Karratu Minimoen Printzipioaren eskutik datorkigu. Demagun, y magnitude fisikoa x magnitudearekin loturik dagoela $y = ax + b$ funtzioaren bitartez (b delakoaren balio teorikoa nulua ere izan daiteke, noski). Hau da, $y(x)$ funtzioa, ordenatu-ardatza b puntuan ebaki duen lerro zuzena izango da (ikus I.1.

irudia). Printzipioaren modurik sinpleenari jarraituz, x aldagai askearen neurketari dagokion doitasuna, y magnitudeari dagokiona baino askoz ere handiagoa dela onartuko dugu. Horrela eginez, x delakoaren balioak *errorerik gabe* adieraz ditzakegu eta a eta b *parametroen* ('egiazko' zuzenaren malda eta jatorriko ordenatua, hurrenez hurren) *balioak ezagutuz gero*, y-ren *egiazko balioa* (y^* sinboloaz adieraziko duguna), honelaxe kalkulatuko da:

$$y^* = ax + b. \qquad (\mathrm{I}-48)$$

Hau da, $x_1, x_2, \ldots, x_n$ balioei, $y_1^*, y_2^*, \ldots, y_n^*$ balioak dagozkie, eta balio-bikote hauek guztiok *egiazko lerro zuzenaren* gainean kokaturik egongo dira. Beraz, y magnitudeari dagozkion neurturiko balioen desbidazioak, ondokoak ditugu:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= y_1 - y_1^* = y_1 - ax_1 - b, \\ \varepsilon_2 &= y_2 - y_2^* = y_2 - ax_2 - b, \\ &\ldots \\ \varepsilon_n &= y_n - y_n^* = y_n - ax_n - b. \end{aligned} \qquad (\mathrm{I}-49)$$

Eta desbidazio hauen karratuen batura a eta b parametroen balio ezezagunen menpe emanik,

$$E(a,b) = (y_1 - ax_1 - b)^2 + (y_2 - ax_2 - b)^2 + \ldots + (y_n - ax_n - b)^2. \qquad (\mathrm{I}-50)$$

$E(a,b)$ funtzioa minimizatuko duten balioak lortu nahi baditugu, ondoko bi baldintza hauek *aldi berean* bete beharko dira:

$$\frac{\partial E}{\partial a} = 0 \quad \text{eta} \quad \frac{\partial E}{\partial b} = 0. \qquad (\mathrm{I}-51)$$

Bi ekuazio horietatik abiatuz, *a eta b parametroen estimaziorik onenak* aurkituko ditugu:

$$a = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}, \qquad (\mathrm{I}-52\mathrm{a})$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}. \qquad (\mathrm{I}-52\mathrm{b})$$

a eta b parametroen erroreak ere erdiets ditzakegu, baina kalkulu landuagoa behar dugu horretarako (hemen egingo ez duguna). Hona hemen emaitzak:

$$\Delta a = \frac{n\sigma(y)}{\sqrt{(n-2)\left[n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right]}}, \qquad (\mathrm{I}-53\mathrm{a})$$

$$\Delta b = \frac{n\sigma(y)\sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}}{\sqrt{n(n-2)\left[n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right]}}, \qquad (\mathrm{I}-53\mathrm{b})$$

$$\text{non} \quad \sigma(y) = \frac{1}{n}\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2 - \frac{\left[n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i\right]^2}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}} \quad \text{den.} \qquad (\mathrm{I}-54)$$

Lerro zuzen onena estimatzeko erabili dugun karratu minimoen metodoa, *erregresio lineala* izenaz ere ezagun dugu.

Atal honen hasieran esku artean genuen adibidea berriro kontsideratuz, kasu honetako (T_i, L_i) motako n 'puntu experimentalekin' egin beharko duguna (I–52) eta (I–53) ekuazioetara eramatea izango da, a eta b parametroen eta beraiekin loturiko erroreen estimaziorik onena lortzeko asmoz, honako erlazio honen arabera:

$$L(T) = aT + b. \qquad (\mathrm{I}-55)$$

a eta b parametroak kalkulatu ondoren, (I–55) lerro zuzena marraztu beharko dugu puntu experimentalak adierazita dauden grafiko berberean. Modu honetan, grafiko berean puntu experimentalak eta erregresio linealaren bitartez lorturiko lerro zuzena

edukiz, bateragarriak direnentz ikusi beharko dugu. (I–52) ekuazioetako kalkuluak zuzenki burutu badira, ekuazio horiek emandako a eta b parametroak erabiliz irudikatutako lerro zuzenak ondoko propietatea bete beharko du: lerro zuzenak puntu experimentalen banaketa ebakitzean, lerroaren alde batean zein bestean uzten dituen puntuek 'orekaturik' agertu beharko dute. Lerroaren alde batetan geratutako puntu-kopurua beste aldean dagoenarekin konparatuz asimetria nabarmena azalduko balitz, kalkuluan edo grafikoratzean akatsen bat burutu dugula ziur egon gaitezke. Hala behar du, lerro zuzenarekiko urrunago dauden puntuek astapen handiagoa baitute. Bestalde, (I–53) adierazpenen bitartez lortutako Δa eta Δb erroreak, 'karratu minimoen bitartez doitutako' lerro zuzenaren maldan eta jatorriko ordenatuan dagoen ziurgabetasunaren adierazleak dira. Aipaturiko errore horien fidagarritasuna ere egiaztatu beharko dugu, adierazpen grafikoan puntu experimentalek lerro zuzeneko puntu 'idealekiko' duten sakabanaketa behatuz.

(I–55) ekuazioko a eta b parametroen balio hoberenak ezagutu ondoren, L_0 eta α direlakoak berehala determina ditzakegu, (I–55) eta (I–47) adierazpenen konparaketa zuzenak $L_0 = b$ eta $\alpha = a/b$ emango baitigu. Beraiekin loturiko erroreak kalkulatzeko, gai honetako I.4. atalean ikusitako (I–31) formulak baino ez ditugu behar, kasu honetan ondoko emaitzak ditugularik:

$$\Delta L_0 = \Delta b, \qquad \text{(I – 56a)}$$

$$\Delta\alpha = \sqrt{\left(\frac{1}{b}\Delta a\right)^2 + \left(\frac{a}{b^2}\Delta b\right)^2}. \qquad \text{(I – 56b)}$$

I.8.2. Erregresio polinomikoa

Sarritan gertatzen da, y aldagaia x beste aldagai baten polinomio gisa adierazi ahal izatea, honelaxe kasurako:

$$y = a + bx + cx^2 + \ldots + hx^n. \qquad \text{(I – 57)}$$

Adibidez, erortzen ari den gorputz baten altuera denboraren funtzio koadratikoa izango da, hots,

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2, \qquad \text{(I – 58)}$$

non g delakoa grabitatearen azelerazioa den, eta y_0 eta v_0, gorputzaren hasierako

altuera eta abiadura, hurrenez hurren. Beraz, y eta t aldagaien neurketak eginez gero, (I–57) adierazpenean ageri diren a, b, ..., h konstanteen estimaziorik onenak lor daitezke, erregresio linealaren kasuan erabili dugun prozedura berberari jarraituz. Gauzak errazteko asmoz, jo dezagun kasurik sinpleenera, bigarren mailakora alegia:

$$y = a + bx + cx^2. \qquad (\mathrm{I}-59)$$

Suposa dezagun, lehen bezala, n neurketa egin ditugula, eta ondorioz (x_i, y_i) datu-bikoteak ditugula (non $i = 1,\ldots,n$ den). x_i bakoitzari dagokion y-ren 'egiazko' balioa —zeina y_i * notazioaz adieraziko dugun— ondokoa izango litzateke,

$$y_i^* = a + bx_i + cx_i^2, \qquad (i = 1,\ldots,n), \qquad (\mathrm{I}-60)$$

eta y magnitudeari dagozkion neurturiko balioen desbidazioak, honakoak:

$$\varepsilon_i = y_i - y_i^* = y_i - \left(a + bx_i + cx_i^2\right), \qquad (i = 1,\ldots,n). \qquad (\mathrm{I}-61)$$

Arestian egin dugunez, desbidazio hauen karratuen batura kalkula dezakegu, a, b, eta c parametro ezezagunen funtzioan emanda:

$$E(a,b,c) = \sum_i \left[y_i - \left(a + bx_i + cx_i^2\right)\right]^2. \qquad (\mathrm{I}-62)$$

Orain, $E(a,b,c)$ funtzioa minimizatuko duten balioak lortu nahi ditugu, horretarako ondoko hiru baldintza hauek aldi berean bete beharko direlarik:

$$\frac{\partial E}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial b} = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial c} = 0. \qquad (\mathrm{I}-63)$$

Deribatuak eginez, honako hiru ekuazio hauek erdietsiko ditugu:

$$an + b\sum x_i + c\sum x_i^2 = \sum y_i, \qquad (\mathrm{I}-64\mathrm{a})$$

$$a\sum x_i + b\sum x_i^2 + c\sum x_i^3 = \sum x_i y_i, \qquad (\mathrm{I}-64\mathrm{b})$$

$$a\sum x_i^2 + b\sum x_i^3 + c\sum x_i^4 = \sum x_i^2 y_i. \qquad (\mathrm{I}-64\mathrm{c})$$

Ekuazio horiei ekuazio normalak deritze eta (x_i, y_i) datu-bikoteak ezagutuz, a, b eta c parametroen balioak emango dizkigute. Agerian dagoenez, ikusi berri dugun metodo

hori edozein mailatako polinomioen kasuetara erraz orokor daiteke, nahiz eta, polinomioaren mailak gora egiten duen neurrian, ekuazio normalak gero eta korapilatsuagoak bihurtuko zaizkigun.

Printzipioz, antzeko metodoa aplika dakioke a, b, ... parametro ezezagunen menpean dagoen $y = f(x)$ edozein funtzioren kasuari ere. Zoritxarrez, a, b, ... parametroak determinatuko dituzten ekuazio normalak, ebazteko zailak edo ebaztezinak izan daitezke zenbait kasutan. Hala ere, $y = f(x)$ funtzioak a, b, ... parametroen menpekotasun lineala dueneko kasu guztiek ba dute ebazpenik. Mota horretakoak ditugu polinomio guztiak, eta bai beste hainbat funtzio ere. Esate baterako, y aldagaia funtzio trigonometrikoen batura denean, hots,

$$y = a\sin x + b\cos x. \qquad (\mathrm{I}-65)$$

Funtzio horri eta a, b, ... parametroen gaineko menpekotasun lineala duen beste edozein funtziori dagozkion ekuazio normalak, linealak izango dira beti, eta, ondorioz, beti aurkitu ahal izango dugu a, b, ... parametroen estimaziorik onena.

I.8.3. Erregresio exponentziala

Fisikaren arloan behin eta berriro agertzen den funtzioa dugu exponentziala,

$$y = a\mathrm{e}^{bx}, \qquad (\mathrm{I}-66)$$

non a eta b konstanteak diren. Hainbat fenomenoren deskribapenean ageri ohi da funtzio exponentziala, hala nola, ingurune zurgatzaile batetan barrena hedatzen ari den izpi baten intentsitatearen adierazpenean, kondentsadorearen deskargan, nukleoen desintegrazioan, eta abarretan.

a eta b parametroak ezezagunak badira, beraien estimaziorik onena aurkitzeko, x eta y aldagaien neurketetan oinarrituko gara, betiko moduan. Baina azken adierazpen horri begiratuz, a eta b parametroen gaineko menpekotasuna ez-lineala dela ohar gaitezke; hortaz, arestian aipatutakoa ez dugu zuzenean aplikatzerik izango. Hala ere, erlazio ez-lineal hori lineal bihur dezakegu, (I–66) adierazpenean logaritmo nepertarrak hartuz, hots,

$$\ln y = \ln a + bx. \qquad (\mathrm{I}-67)$$

Ondoren, $z = \ln y$ eta $a' = \ln a$ aldagai-aldaketak burutzen baditugu, ekuazio honetara helduko gara:

$$z = a' + bx. \qquad (\mathrm{I}-68)$$

eta azken emaitza horri erregresio lineala aplika diezaiokegu zuzenean.

Honelatan, bada, (x_i, y_i) datu-bikoteak neurtu baditugu, y bakoitzerako $z_i = \ln y_i$ kalkulatu beharko dugu. Orain ba dakigu (x_i, z_i) bikoteek (I–68) lerro zuzenaren itxura izan beharko dutela. Lerro horren estimaziorik onena erregresio linealaren bitartez lortuko dugu, eta horrek a' (azken finean a delakoa) eta b parametroak emango dizkigu.

I.8.4. Erregresio anizkoitza

Orain arte aztertu ditugun erlazio guztiak, x eta y aldagaien artekoak izan dira soilik. Baina praktikan sarri aurki ditzakegu, bi aldagai baino gehiago loturik azaltzen direneko egoerak. Esaterako, gas baten P presioa ikertzen ari garelarik, berori, gasa dagoeneko ontziaren V bolumenaren eta gasaren T tenperaturaren menpean dagoela ondoriozta dezakegu. P presioa, beraz, V eta T aldagaien funtzio modura kontsideratu beharko dugu.

Horrelako egoeren kasurik sinpleena, ondokoa dugu: x eta y bi aldagaien gaineko menpekotasun lineala duen beste aldagai bat, z alegia:

$$z = a + bx + cy. \qquad (\mathrm{I}-69)$$

Egoera hori aztertzeko, bi aldagaien metodoa zuzenean orokor dezakegu. Honelatan, bada, datu-hirukoteak neurtu baditugu (x eta y direlakoak errorerik gabe adieraz ditzakegula onartuko dugu), karratu minimoen printzipioa aplika dezakegu, lehenago egin dugun modu berean, eta, froga daitekeenez, a, b eta c parametroen estimaziorik onena ondoko ekuazio normalek emango digute:

$$an + b\sum x_i + c\sum y_i = \sum z_i, \qquad (\mathrm{I}-70\mathrm{a})$$

$$a\sum x_i + b\sum x_i^2 + c\sum x_i y_i = \sum x_i z_i, \qquad (\mathrm{I}-70\mathrm{b})$$

$$a\sum y_i + b\sum x_i y_i + c\sum y_i^2 = \sum y_i z_i. \qquad (\mathrm{I}-70\mathrm{c})$$

Horixe da, hain zuzen, erregresio anizkoitza izeneko metodoa.

MEKANIKAko praktikak

1. praktika

Indar aldakor batek eginiko lana

Mekanikan erabili ohi diren kontzeptuen arteko garrantzizkoenetarikoa, indarrek eginiko lana da. Kontzeptu hori integrazio espazialari dagokio eta energiarekin lotuta dago zuzenean. Prezeski, Newton-en bigarren legearen integrazio espazialetik energiaren kontserbazioaren printzipioa atera daiteke, zeina Naturaren portaera ulertzeko guztiz lagungarria gertatzen den. Praktika honetan, lanaren kalkulurako azaltzen diren arazoak eta zailtasunak adierazi nahi dira kasu konkretu batetan. Hain zuzen ere, horietariko bat integrala egitetik dator. Integrazio hori numerikoki egin behar da eta ez funtzio analitiko baten integrazio matematikoa eginez.

Helburua

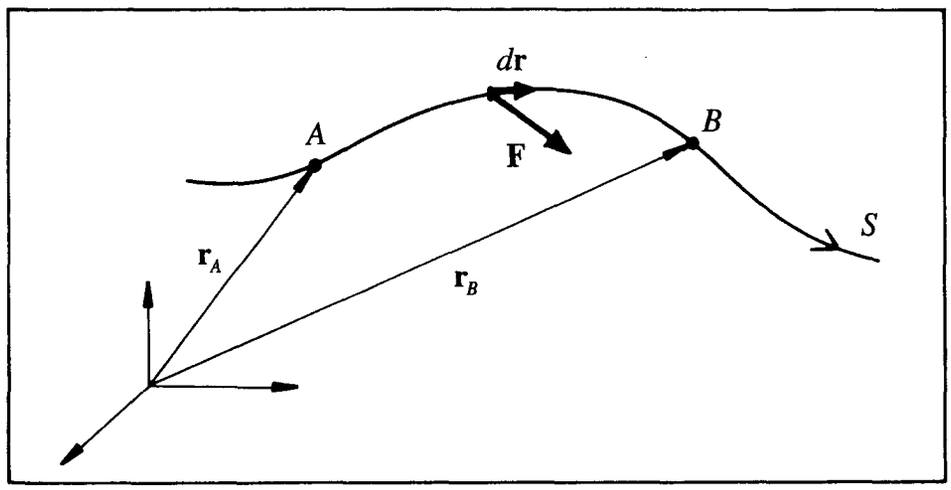
Experimentu honen helburu nagusia, indar aldakor batek gorputz baten gainean eragitean egiten duen lana eta sistemaren energia mekanikoak jasaten duen aldaketa kalkulatzean datza. Lanaren kalkulua aztertzean, garrantzitsua eta erabilgarria suertatuko zaigun kontzeptuarekin egingo dugu topo, hots, zenbakizko integrazioarekin. Indarrak egindako lana, ikuspuntu matematikoa erabiliz, grafikoki, indarra/distantzia kurbaren pean dagoen azalera baita grafikoki.

Oinarri teorikoa

S ibilbide ezagun batetan zehar, $\mathbf{r}_A$ bektoreak adierazitako hasierako posiziotik, $\mathbf{r}_B$ amaierako posizioraino higitu den partikula baten gainean aplikaturiko $\mathbf{F}(s)$ indarrak egindako lana (ikus 1.1. irudia), ondokoa da,

$$W = \int_{A,S}^{B} \mathbf{F}(s) \cdot d\mathbf{r}, \qquad (1-1)$$

non integrala, aipaturiko S lerroan zehar kalkulatu behar den; alegia, lerro-integrala da.



1.1. irudia. Lanaren definiziorako osagaiak.

Argi dagoenez, lanaren kalkulua oso zaila gerta daiteke kasurik orokorrenean, eta zenbait kasutan, analitikoki burutzeko ezinezkoa ere.

Guk erabiliko dugun dispositibo experimentala kontutan izanik, 1.2. irudian adierazitako sistema aztertuko dugu. Irudiaren arabera, m masadun partikula bat izango dugu aztergai, L luzerako hari luzaezin batez zintzilikatuta dagoelarik. Partikula horren gainean, beti horizontala den eta $\mathbf{F}(s)$ (edo $F(\theta)$) modulu aldakorra duen indar bat aplikatuko dugu. Indar honen eraginez, ikertu nahi dugun masak zirkunferentzi arku bat deskribatuko du plano bertikalean zehar, arku horren luzera eta zabalera —$s_{\max}$ eta $\theta_{\max}$, hurrenez hurren— zuek determinatuko dituzuelarik. Ezaguna denez, s arkua eta radianetan emandako θ angelua, honako erlazio honen bidez loturik daude :

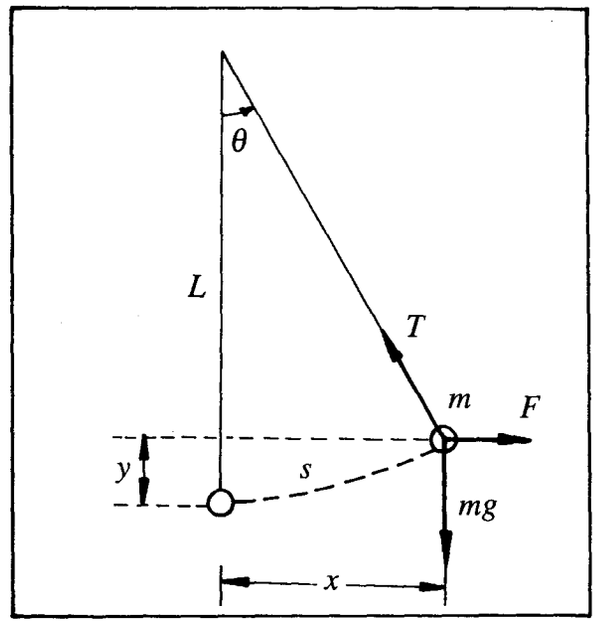
$$s = \theta L. \qquad (1-2)$$

Halaber, horretarako kontrolatzen denez, partikula oreka-egoeran dago etengabe, hasierako eta amaierako posizioen artean, oreka-egoera horien kopurua printzipioz infinitua delarik. Aipaturiko egoera horietariko edozein kontsideratuz, ondokoa bete behar izango da (ikus 1.2. irudian adierazitako indarren eskema):

$$F(\theta) = mg\tan\theta. \qquad (1-3)$$

Beraz, indar horrek egindako lana hauxe izango da,

$$W = \int_0^{\theta_{\max}} \mathbf{F}(s)\cdot d\mathbf{r} = \int_0^{\theta_{\max}} F(\theta)L\cos\theta d\theta, \qquad (1-4)$$



1.2. irudia. Oreka-egoerari dagozkion indarren eskema.

eta gure helburua, integral horren kalkuluan datza, kasu honetan, ebazpen analitiko erraza duelarik.

Hala ere, ikusitako integrala eta beste edozein ere, integrazioaren kontzeptua soilik gogoan izanik kalkula daiteke. Era honetan, (1–4) adierazpena honela berridatz dezakegu,

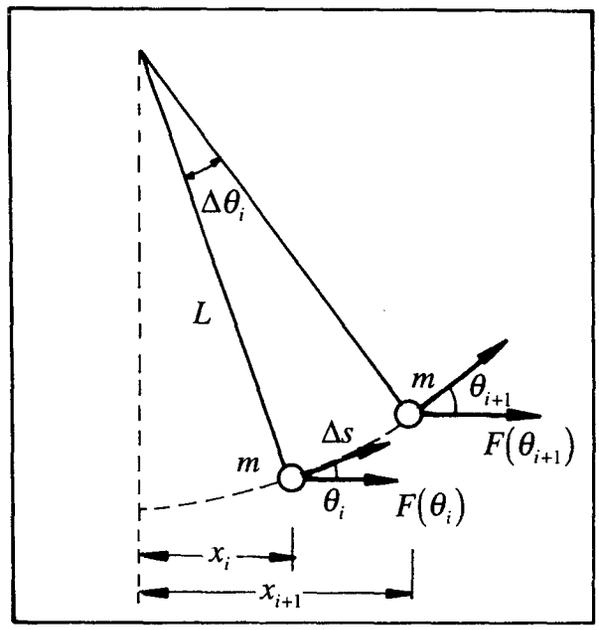
$$\int_0^{\theta_{\max}} F(\theta) L \cos\theta d\theta = \sum_{i=1}^{n} f(\Delta\theta_i) L \Delta\theta_i, \qquad (1-5)$$

non $\Delta\theta_i = \theta_{i+1} - \theta_i$ den, eta $f(\Delta\theta_i)$ tarte horri dagokion batezbesteko indarra.

Hortaz, integrala, batuketa finitu batez hurbil dezakegu; hurbilketa hau, gero eta hobea izango da, $\Delta\theta_i$ delakoen neurria txikituz doan heinean (eta (1–5) adierazpena berdintza bihurtuko da, $\Delta\theta_i \to 0$ edo $n \to \infty$ kasuetan).

Egiteke dagoen gauza bakarra, $f(\Delta\theta_i)$ kalkulatzea da; berau, limitea kontsideratuz, indarrak puntu horretan duen balioa da. Batuketa finituaren hurbilketa kontsideratutako kasuan, $f(\Delta\theta_i)$ delakorako estimazio hau egin dezakegu: magnitude hori, (1–5) batuketan ageri den $\Delta\theta_i$ tarte bakoitzeko muturrei dagozkien indarren balioen batezbestekotzat joko dugu. Matematikoki honela adieraz dezakegu (ikus 1.3. irudia):

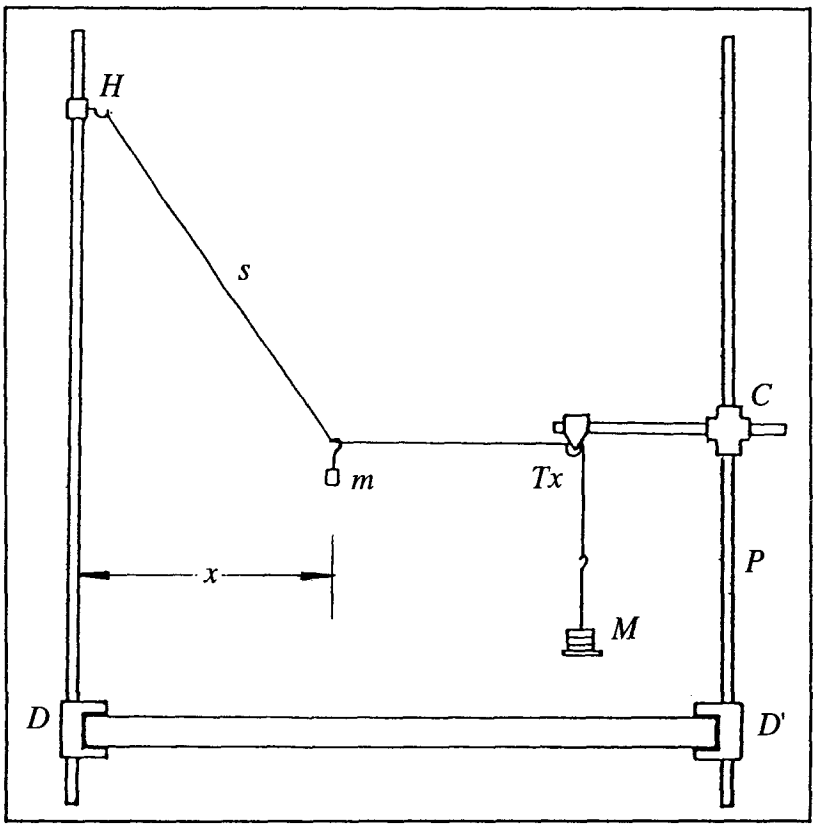
$$f(\Delta\theta_i) \approx \frac{F(\theta_i)\cos\theta_i + F(\theta_{i+1})\cos\theta_{i+1}}{2}. \qquad (1-6)$$



1.3. irudia. Batezbesteko indarraren definiziorako osagaiak.

Tresnaren deskribapena

Erabiliko dugun dispositibo experimentalak, arestian azaldutako eskemaren antzekoa izan nahi du, eta 1.4. irudian ikus daiteke. Gure kasuan, 200 g-tako m masa bat, 0.5 m-tako s hari batez zintzilikatuta dago, hari hau Tx txirrikaraino iristen delarik. Txirrika honen altuera, P hagaska bertikalean zehar C baraila higituz alda dezakegu. m masaren gainean aplikaturiko indarraren modulua, M pisu-ezargailu batetan gehi ditzakegun pisuen bidez aldatuko dugu. Dakizuenez, indarrak beti horizontala izan behar du, eta hori ziurtatzeko, C delakoa P hagaskan zehar labaindu egin daiteke. Dispositiboan, irudian ageri ez den erregela bat ere ba dugu. DH hagaskak eusten dio erregela horri, berau hagaskarekiko perpendikularra delarik. Erregelaren funtzioa, oreka-egoera bakoitzerako x desplazamendua neurtzea da.



1.4. irudia. Praktika honetan erabilitako tresna.

Eragiketa-metodoa

Lehenengo eta behin, x distantzia horizontalerako erreferentzia bat hartu behar dugu. Horretarako, M pisu-ezargailua kendu ondoren, m masaren DH hagaskarekiko posizio horizontala neurtuko dugu, erregelaren bitartez. Ondoren, pisu-ezargailua dagokion tokian kokatuko dugu, eta pisuak elkarren segidan ezarriko ditugu (emango zaizkizuen pisuez, konbinazio posible guztiak burutuz). Konbinazio posibleei oreka-posizio bana dagokie, eta gogora dezagun, indarra beti horizontalki mantendu behar dugula, ondorioz, posizio bakoitzerako, C baraila P hagaskan zehar higitu beharko dugularik. Aipa dezagun, M masa kalkulatzerakoan, *pisu-ezargailuaren beraren masa ere aintzakotzat hartu beharko dugula.*

Oreka-egoera lortzen duzuen bakoitzean, x distantzia neurtu beharko duzue, ondoko taula osotuko duzuelarik:

x_i (m)	M_i (kg)	θ_i (rad)	$\Delta\theta_i$ (rad)	Δs_i (m)	$F(\theta_i)$ (N)	$f(\Delta\theta_i)$ (N)	W_i (J)

Pisu guztiekin konbinazio posibleak egin ondoren, kalkula ezazue ibilbide osoari dagokion lan osoa, taulako azken zutabeko balioak batuz. Ondoren egin ezazue (1–4) integralaren kalkulu analitikoa. Orain, kalkulaturiko lanak, m masaren energia potentzial grabitatorioak hasierako eta amaierako posizioen artean jasan duen gehikuntzarekin konparatu. Horretarako, ohar zaitezte 1.2. irudian adierazitako y desplazamendu bertikalaz.

Lortutako emaitzak, energiaren kontserbazioaren printzipioarekin bat al datoz? Azter ezazue *argiro* lortutako emaitza, m-ren gainean eragiten duten indar guztietaz gain, beraiek egindako lana ere kontutan izanik.

2. praktika

g-ren neurketa. Pendulu fisikoa

Beste edozein jakintzatan gertatu ohi denez, Fisikaren azterketan ere, arlo desberdinak bata bestearen atzetik doaz. Kasu askotan, itxuraz bitxia izan daitekeena suerta daiteke, arlo horietan ageri diren ekuazioak berdintsuak, edo, zehatzago esateko, matematikoki berberak izatea, gertaera hori arlo desberdinetako fenomenoen arteko antzekotasunaren adierazgarria delarik. Horrela, bataren gaineko azterketak bestearen gaineko ezagumendua luza dezake, eta, horregatik, luzapenak posibleak direnaz hasieratik bertatik ohartzea komeni da. Holako zerbait egin nahi da hurrengo bi praktiketan.

Higidura harmoniko sinplea ez da soilik osziladore mekaniko harmoniko sinpleari dagokion higidura, beste zenbait arlotan ageri diren fenomenoekin antzekotasun handia baitu. Antzekotasunaren funtsa, kasu desberdinetako eboluzioa deskribatzen duten eredu matematikoen berdintasunean datza. Kasurako, hurrengo bi praktiketan bi adibide mekaniko desberdin aztertuko dira, hain zuzen ere, malgukiari finkatuta dagoen masarena eta oszilazio txikiko penduluarena, baina azterketaren benetako helburua ekuazio diferentzialean dago.

Aipaturiko ekuazio diferentziala behin eta berriro agertzen da Fisikan eta beste zientzietan. Berez, ekuazio horren arabera azter daitezkeen fenomenoak hainbeste direnez, beraren azterketa sakona egitea merezi du. Labur esanda, bigarren ordenako ekuazio diferentzial lineala eta koefiziente konstanteduna dugu (oszilazio txikien hurbilketan), eta ebazpen errazekoa da. Ekuazio hori betetzen duten fenomeno edota sistemen artean, ondokoak aipa daitezke adibide gisa: zirkuitu elektrikoetan alde batetik bestera doazen kargen oszilazioak, soinu-uhinak hedarazten dituen diapasoiaren bibrazioak, serbosistemen ekuazioak (adibidez, tenperatura doitzeko termostatoarena), erreakzio kimiko batzutako eboluzioa, bakterien kolonien hazieraren eta janari-horniketaren eta bakteriek egiten duten pozoiaren arteko elkarrakzioa adierazten duen prozesua, ...

Praktikan, aipaturiko edozein sistema erabil daiteke oinarrizko ekuazioaren

azterketarako. Dena den, arestian aipaturiko osziladore mekanikoen analisia egitea erabaki da, horretarako muntaia errazak behar baitira. Bestalde, bide batez, ondoko magnitude garrantzitsuak determinatzeko balioko du azterketak, hau da, malgukiaren zurruntasun-konstantea (Hooke-ren legearen konprobazioa eginez) eta grabitatearen azelerazioaren tokiko balioa.

Laburbilduz, ekuazio diferentzial hau betetzen duen sistema aztertuz,

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -Cx, \qquad (2-1)$$

hots, sistemari dagokion posizio-funtzioaren denborarekiko bigarren deribatuak (azelerazioak) posizioarekiko duen proportzionaltasuna ageri duen sistema aztertuko dugu. Bi kasu fisiko desberdin izango dira, lehenengo pendulu fisikoaren azterketa oszilazio txikien kasuan eginez (hau da, bertikalarekiko aldenketa txikia denean, edo matematikoki esanez, $\sin\theta \approx \theta$ hurbilketa egitea egokia dela kontsidera daitekeenean), eta gero Hooke-ren legearen arabera ari den malguki baten kasuan eginez. Oszilazioen periodoa honako eran adierazi ahal izango da,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{magnitude aldakorra}}{\text{magnitude karakteristikoa}}}, \qquad (2-2)$$

kasu bakoitzari dagokionean,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgb}}, \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{M+\alpha m}{k}}. \qquad (2-3)$$

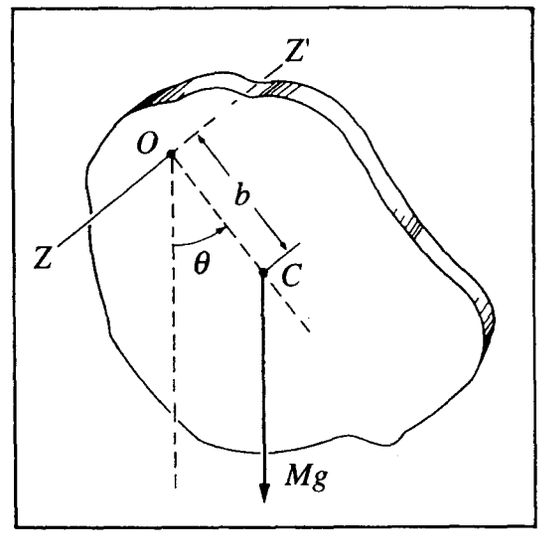
izanik.

Helburuak

Saiakuntza honen bidez, hagaska mehearen tankera duen pendulu fisikoaren ondoko bi parametroen arteko erlazioa aztertuko dugu: oszilazioen periodoa eta oszilazio-ardatzetik grabitate-zentrurainoko distantzia. Datu hauetatik abiatuz, grabitatearen azelerazioari dagokion balioa lor dezakegu.

Tresneria

Kronometroa.



2.1. irudia. Pendulu fisikoa ardatz horizontal finkoaren inguruan (*OZZ'* ardatzaren inguruan) oszila dezakeen solido zurruna da.

Oinarri teorikoa

Demagun, gorputz zurrun bat aztertu nahi dugula, berau, *C* masa-zentrutiko *b* distantziara dagoen *OZZ'* ardatzetik esekita dagoelarik (ikus 2.1. irudia). Oreka-posiziotik aldenduz eta aske utziz, *OZZ'* ardatzaren inguruko higidura oszilakorra azalduko du gorputzak, dagokion higidura-ekuazioa hauxe izango delarik :

$$-Mgb\sin\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2}, \qquad (2-4)$$

non *I* delakoa, *OZZ'* ardatzarekiko gorputzaren inertzi momentua den.

Adierazpen hori, ondoko beste era errazago honetan idatz dezakegu oszilazioak txikiak $(\sin\theta \approx \theta)$ direneko kasuan,

$$-Mgb\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2}, \qquad (2-5)$$

eta (2–2) adierazpena, higidura harmoniko sinplearen kasu berezia baino ez da, higiduraren periodoa hauxe dugularik:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgb}}. \qquad (2-6)$$

Orain, OZZ' ardatzarekiko paraleloa den eta C puntutik pasatuko den ardatza kontsideratuko dugu. Beste ardatz honekiko inertzi momentuari I_C baderitzogu, azken adierazpena honela eman dezakegu:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_C + Mb^2}{Mgb}}, \qquad (2-7)$$

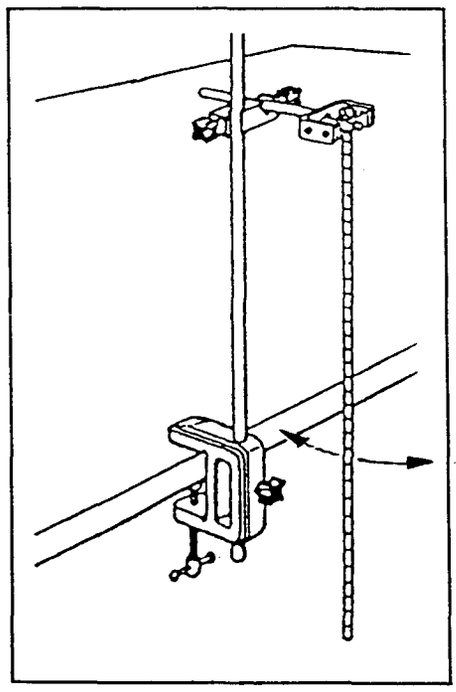
edo, beste moduan idatziz,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{b^2 + k^2}{gb}}, \qquad (2-8)$$

non, $k = (I_C/M)^{1/2}$ delakoa, C puntutik pasatzen den ardatzaren inguruko biraketa-erradioa den.

Tresnaren deskribapena

Pendulu modura, metalezko hagaska mehea erabiliko dugu. Distantzikideak diren zirrikituak aurki ditzakezue hagaskan zehar, berauen arteko distantzia 1 cm-takoa delarik. Erdiko zirrikitua, hagaskaren masa-zentruan kokaturik dago. Sekzio triangeluarra duen metalezko hortz baten inguruan oszila dezake penduluak, eta hortza, hagaskan zeharreko edozein zirrikitutan koka daiteke, presio-torloju baten bidez (ikus 2.2. irudia).



2.2. irudia. Penduluaren laborategiko muntaia praktikoaren eskema.

Eragiketa-metodoa

Egin ezazue beherago adierazita dagoen taularen antzeko bat, zeinean T periodoa, masa-zentruaren eta oszilazio-puntuaren arteko b distantziaren menpe eman beharko duzuen. Era berean, kalkula itzazue bT^2 eta b^2 balioak ere, aurrerago beharrezkoak izango baitira. Taula hau osotzeko, penduluak ardatz desberdinen inguruan oszilatu behar du, kasu bakoitzean, oszilazio-periodoa lortzeko, gutxienez 20 oszilazio zenbatu beharko dituzuelarik.

b	T	bT^2	b^2

Teoriaren arabera, T periodoak, $b = k$ baliorako minimoa izan behar du (froga ezazue (2-5) ekuaziotik abiatuz). Irudika itzazue osotutako taulako (b,T) puntuak grafiko batetan, eta grafikoan oinarrituz, kalkula ezazue minimoari dagokion b-ren balioa. Konpara ezazue balio hau, teorikoki lortutakoarekin. (T minimoari dagokion balioa zuzenki lortzeko asmoz, *minimo horren inguruan* (b,T) *puntuen dentsitatea altua izatea komenigarria da*).

Ondoren, irudika ezazue grafikoki bT^2 magnitudea, b^2 delakoaren arabera. Magnitude bi horien arteko erlazio teorikoa lineala da, hau da,

$$bT^2 = 4\pi^2 \frac{k^2}{g} + 4\pi^2 \frac{b^2}{g}. \qquad (2-9)$$

Doi itzazue lortutako $\left(b^2, bT^2\right)$ puntuak adierazpen horretara, karratu minimozko prozeduraren bidez. Irudika ezazue prozedura honen bidez lorturiko lerro zuzena grafiko berean. Doiketan oinarrituz, g grabitatearen azelerazioaren eta k biraketa-erradioaren

balioak lortu beharko dituzue. Halaber, estima itzazue Δk eta Δg direlakoen erroreak.

Oharra: ikusi ditugun adierazpen guztietan oszilazio **txikien** hurbilketa aplikatu dugu, hots, $\sin\theta \approx \theta$ hurbilketa aldiune guztietan betetzen dela onartu dugu. Hortaz, oszilazioen angelu maximoak (oszilazio-anplitudeak) 20°-takoa baino txikiagoa izan beharko du.

3. praktika

Higidura harmoniko sinplea. Hooke-ren legea.

Helburuak

Saiakuntza honetan, malguki batetatik esekitako masa baten higidura periodikoa aztertuko dugu experimentalki. Higidura horren oszilazio-periodoak esekitako masarekiko duen menpekotasuna lortuko dugu, malgukiaren konstante elastikoaren balioa erdietsiko delarik. Bestalde emaitza hori, Hooke-ren legea aplikatuz lor dezakegun balioarekin konparatuko dugu.

Tresneria

Kronometroa, Vernier kalibrea, kalibre mikrometrikoa, balantza.

Oinarri teorikoa

Malguki baten muturretik eseki den masa bat bere oreka-posiziotik aldendu ondoren aske uzten badugu, masak higidura periodikoa azalduko du, masaren gainean eragiten duen indarrak masa bere jatorrizko oreka-posiziora eramateko joera baitu. Indar berreskuratzailea malgukiaren ezaugarri elastikoen menpe egongo da. Ezaguna denez, ezaugarri hauek, oszilazio txikien kasurako behintzat, Hooke-ren legearen bitartez adieraz daitezke. Lege honen arabera, proportzionaltasun zuzena dago malgukiaren gainean eragindako **x** luzapenaren eta horren ondorioz sortutako **F** indar berreskuratzailearen artean:

$$\mathbf{F} = -k\mathbf{x}. \qquad (3-1)$$

Malguki elastiko ideal batetatik esekitako masak azalduko duen higidura oszilakorra aztertzeko asmoz, Newton-en bigarren legea eta Hooke-ren legea aldi berean kontsideratu behar ditugu. Emaitza teorikoaren arabera, masaren azelerazioa eta oszilazio-periodoa ondokoak ditugu:

$$\mathbf{a} = -\frac{k}{M}\mathbf{x}, \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}. \tag{3-2}$$

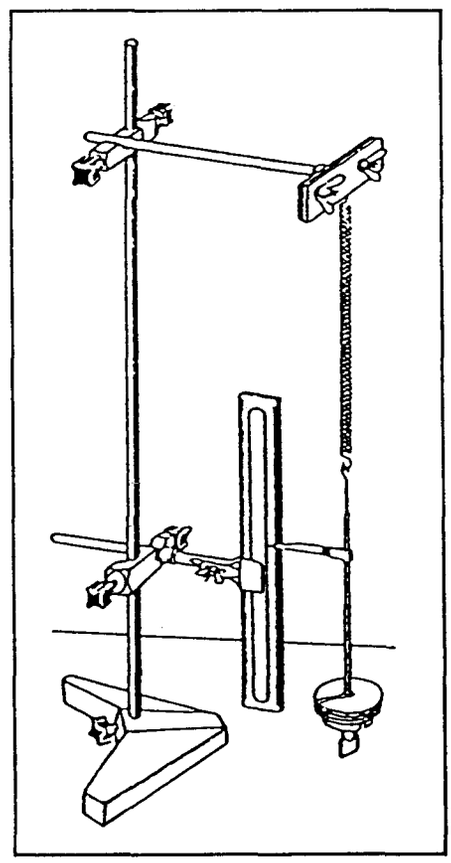
Ekuazio horiek ez dute malgukiak eta masak osoturiko sistema zehazki deskribatzen, berorietan malgukiaren masa arbuiatu baitugu. Malgukiaren m masa bere mutur oszilatzailean kontzentraturik balego, masa hori kontutan hartzeko egin beharko genukeen gauza bakarra, m masa esekitako masari batzea izango litzateke eta ondorioz oszilatzen ari den masa osoa $M+m$ litzateke. Hala ere, malgukiaren masa, malguki osoan barrena banaturik dago. Malgukiaren behe-muturraren oszilazio-anplitudea esekitako masak duen berbera izango da, baina malgukiaren goiko aldeko puntuek anplitude txikiagoa dute (anplitudea nulua izango da malgukia finkatuta dagoeneko muturrean). Efektu hau aintzakotzat har daiteke, oszilatzen ari den masaren barnean, esekitako masaz gain malgukiaren m masaren zati bat ere (αm, $\alpha < 1$ izanik) kontsideratzen badugu. Hortaz, (3–2) ekuazioan masa osoa $M + \alpha m$ izango dugu, eta beraz,

$$\mathbf{a} = -\frac{k}{M + \alpha m}\mathbf{x} \qquad \text{eta} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{M + \alpha m}{k}}, \tag{3-3}$$

non α ezezaguna zaigun koefizientea den.

Tresnaren deskribapena

Erabiliko dugun tresna, bertikalki kokatutako malguki helikoidal batez osoturik dago. Malgukiaren mutur askeak euskarri bat dauka, euskarrian masa desberdinak koka daitezkeelarik (ikus 3.1. irudia). Aipaturiko malgukiaz gain, milimetrotan graduaturiko eskala bertikal bat ere ba dago. Eskala honetan malgukiak pairatutako luzapena neurtu ahal izango dugu, malgukiaren mutur askean kokaturiko gezi horizontal baten bitartez.



3.1. irudia. Muntaiaren eskema.

Eragiketa-metodoa

Malgukiaren k konstantea erdietsi beharko da, horretarako sistematikoki masa desberdinak eseki eta sortarazten dituzten luzapenak neurtu beharko direlarik. Lortutako emaitza guztiak, ondoren adierazita dagoen taula batetan bil daitezke.

Azal bitez grafiko batetan, kokaturiko masen pisuak (Mg) beraiek sortarazitako luzapenen (x) menpean. Gero, kalkula bedi erregresio linealaren bidez lorturiko lerro zuzenaren malda, k delakoa, eta bai berarekin loturiko Δk errorea ere.

Mg	x

Eseki ezazue malgukitik masa bat eta kalkula ezazue dagokion oszilazio-periodoa (horretarako 20 oszilaziori dagokien denbora-tartea neurtu beharko da). Prozesu hau esku artean dituzuen masekin egin daitezkeen konbinazio posible guztietarako errepikatu beharko duzue.

Lortutako datuez, hurrengo orrialdean ageri den taula osotu beharko duzue. Gero, adieraz ezazue grafikoki periodoaren karratua (T^2 delakoa) M masaren menpean.

Teoriaren arabera, emaitzak lerro zuzena izan behar du, (3–3) ekuazioa garatuz hauxe lor baitaiteke:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{M}{k} + 4\pi^2 \frac{\alpha m}{k}. \qquad (3-4)$$

Karratu minimoen metodoari jarraituz, kalkula ezazue malgukiaren k konstantea lerro zuzenaren maldaren baliotik abiatuta. Konpara ezazue horrela lortutako balioa aurreko

atalean erdietsitakoarekin. Halaber, αm konstantearen eta $\Delta(\alpha m)$ errorearen balioak eman beharko dituzue.

M	T	T^2

Oszilazioak ikuspuntu energetikotik aztertuz, α koefizientearen balioa lor daiteke malguki uniformeen kasuan. Horretarako, malgukiaren energia zinetikoa edozein aldiunetan ondoko adierazpenaren bitartez emanda datorrela aintzakotzat hartu behar dugu:

$$E_k = \int_0^L \frac{1}{2} v^2(x)\lambda \, dx, \qquad (3-5)$$

hau da, malgukiaren $dm = \lambda dx$ elementu diferentzial guztien energia zinetikoen 'batura' baino ez da kalkulatu behar. Azpimarra dezagun, aipaturiko elementuen $v(x)$ abiadurak, malgukian zeharreko x posizioarekiko menpekotasuna duela; abiadura beti da nulua malgukia finkatuta dagoeneko muturrean eta hauxe izango da, hain zuzen, x koordenatuaren jatorri modura aukeratuko dugun puntua. Bestalde, $\lambda = m/L$ delakoa, malgukiaren luzera-unitateko dentsitatea dugu; magnitude hau uniformetzat joko dugu malgukian zehar. L parametroa, aztertzen ari garen aldiunean malgukiak duen luzera da. Demagun, aldiune horretan malgukiaren behe-muturrak duen abiadurari v_0 deritzogula eta malgukian barrenako abiadura linealki urrituz doala goi-muturreko abiadura nulua

izan arte. Hortaz, malgukiaren edozein x punturen abiadura honela adieraz daiteke:

$$v(x) = v_0 \frac{x}{L}. \qquad (3-6)$$

Emandako ohar guzti hauek abiapuntu moduan hartuz, kalkula ezazue malgukiaren energia zinetikoa, bere masaren eta mutur askearen abiaduraren menpean. Erdietsitako adierazpena aintzakotzat hartuz, malgukiaren masa eraginkorra lortu beharko duzue, hots, masa osoa malgukiaren mutur askean kontzentraturik bailegoen. Era honetan erdietsitako α -ren balio teorikoa erabiliz, kalkula ezazue malgukiaren m masa, erregresio linealak emandako αm balio experimentaletik abiatuta. Halaber, lor ezazue malgukiaren masaren beste balio bat, malgukia osotzen duen metalezko hariaren sekzioa zuzenean neurtuz, beraren luzera estimatuz eta burdinaren dentsitatea gutxi gorabehera $8\,g/cm^3$ -takoa dela gogoan izanez. Azkenean, konpara itzazue masaren balio biak.

4. praktika

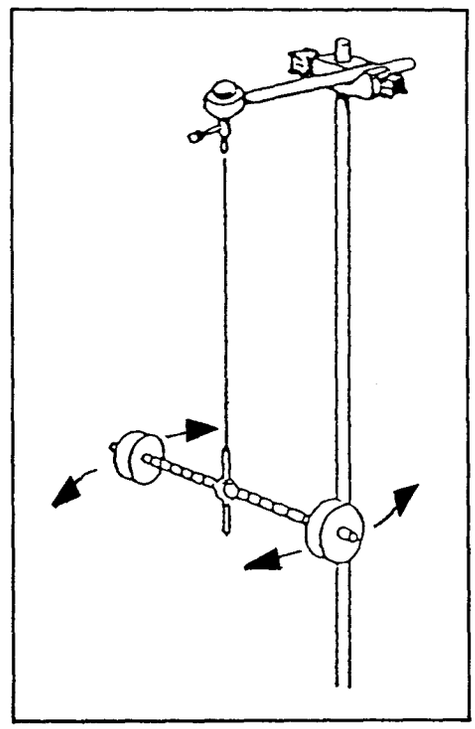
Tortsio-pendulua. Inertzi momentua

Helburuak

Saiakuntza honen bidez, metalezko hari baten tortsio-konstantea eta hagaska baten inertzi momentua kalkulatuko ditugu, horretarako tortsio-pendulua erabiliko dugularik.

Tresneria

Kronometroa, Vernier kalibrea, kalibre mikrometrikoa, balantza, flexometroa.



4.1. irudia. Tortsio-pendulua eta oszilazioen eskema.

Oinarri teorikoa

Tortsio-pendulua hari zilindriko batez osoturik dago, hariaren diametroa beraren luzera baino askoz ere txikiagoa delarik. 4.1. irudian ikus daitekeenez, hariaren mutur bat finkaturik dagoen bitartean, bestetik masa handiko (hariarenarekin konparaturik) gorputz bat esekita dago. Oszilazioan hariak *tortsioa* jasango du eta ondorioz, θ tortsio-angeluaren proportzionala den momentu berreskuratzaile bat aplikatuko du (4.1. irudia).

Demagun, θ angelu txikiko tortsioa aplikatu diogula hariari (bere oreka-posizioarekiko) eta ondoren, sistema aske utzi dugula, irudian adierazi den modura oszilatzen hasi delarik.

Arestian aipatu dugunez, τ momentu berreskuratzailea, θ tortsio-angeluaren proportzionala izango da, hots,

$$\tau = -c\theta, \qquad (4-1)$$

non c delakoa, hariaren *tortsio-konstantea* den. Izatez, adierazpen hau Hooke-ren legea da —tortsioaren kasurako—, eta tortsio-angelu txikien kasuan soilik da egokia.

Beraz, gorputzak hariaren ardatzarekiko duen inertzi momentuari I baderitzogu, eta esku artean ditugun magnitude bektorial guztiek hariaren ardatzaren norabidea dutela kontutan hartuz, gorputzaren higidura-ekuazioa honelaxe adieraz dezakegu:

$$\tau = I\alpha = I\frac{d^2\theta}{dt^2}, \qquad (4-2)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{c}{I}\theta = 0. \qquad (4-3)$$

Ekuazio diferentzial hori higidura harmoniko sinplearen kasu bat baino ez da, higiduraren periodoa hauxe dugularik:

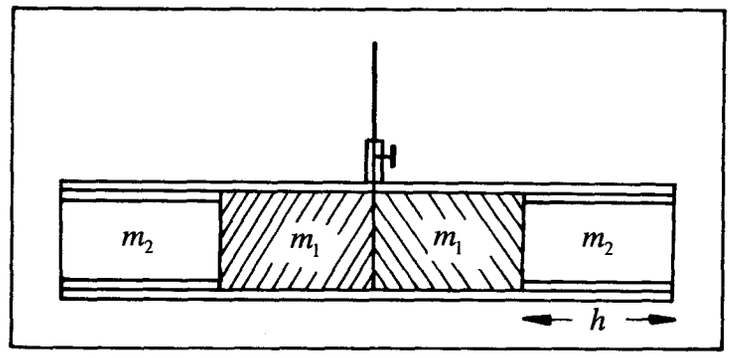
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{c}}. \qquad (4-4)$$

Emaitza horren bidez, gorputz desberdinen inertzi momentuak konpara ditzakegu, horretarako gorputz horiei dagozkien oszilazio-periodoak neurtu beharko ditugularik. Halaber, hariaren *zurruntasun-koefizientea* ere, n delakoa, lor dezakegu. Magnitude hori

c tortsio-konstantearekin erlazionaturik dago,

$$c = \frac{\pi n a^4}{2l}, \qquad (4-5)$$

non a eta l, hariaren erradioa eta luzera diren, hurrenez hurren. Hala ere, c parametroa oszilazioen periodoa neurtuz erdietsi nahi badugu, hariaren inguruan biraka ari den gorputzaren inertzi momentua doitasun handiz ezagutzea beharrezkoa gertatuko zaigu. Arazo horretarako ebazpen argi eta zehatz bat, laborategian erabiliko duguna hain zuzen, *Maxwell-en metodoa* dugu. Metodo honen arabera, pendulutik esekitako gorputza hodi huts bat da, beraren barnean h luzera bereko lau zilindro kokatzen direlarik (ikus 4.2. irudia). Zilindro horietariko bi hutsak dira eta beste biak trinkoak (berunezkoak).



4.2. irudia. Lau zilindroen egitura bat (trinkoak barnealdean eta hutsak kanpoaldean).

Zilindroen kokapena elkarraldatzean (hutsak trinkoekin eta alderantziz), sistemaren inertzi momentua eta, ondorioz, periodoa aldatu egingo dira. Demagun, sistemaren inertzi momentua zilindro trinkoak barnealdean kokatzen direneko kasuan I_1 dela, eta kontrako kasuari dagokiona, I_2. Hortaz, oszilazio-periodoak lehenengo eta bigarren kasuan honako hauek izango dira,

$$T_1^2 = 4\pi^2 \frac{I_1}{c}, \qquad T_2^2 = 4\pi^2 \frac{I_2}{c}, \qquad (4-6)$$

eta ondorioz, tortsio-konstantea

$$c = \frac{4\pi^2 (I_2 - I_1)}{T_2^2 - T_1^2} \qquad (4-7)$$

eran kalkula daiteke. Honen bidez, hariaren zurruntasun-koefizientea honako hau izango da:

$$n = \frac{8\pi(I_2 - I_1)l}{(T_2^2 - T_1^2)a^4}. \qquad (4-8)$$

Kalkula ditzagun orain I_1 eta I_2 direlakoak, hodi hutsaren, zilindro trinkoen eta zilindro hutsen arabera. Horretarako, kontsidera ditzagun elementu hauen masa-zentruetatik pasatzen diren eta beraien luzetarako ardatzen perpendikularrak diren ardatzak. Ardatz hauen inguruan hodiak, zilindro trinko batek eta zilindro huts batek dituzten inertzi momentuei I_H, I_{ZT} eta I_{ZH} baderitzegu, hurrenez hurren, eta Steiner-en teorema gogoan izanez, hauxe beteko da (ikus 4.2. irudia):

$$I_1 = I_H + 2I_{ZT} + 2I_{ZH} + 2m_1\left(\frac{h}{2}\right)^2 + 2m_2\left(\frac{3h}{2}\right)^2, \qquad (4-9a)$$

$$I_2 = I_H + 2I_{ZT} + 2I_{ZH} + 2m_1\left(\frac{3h}{2}\right)^2 + 2m_2\left(\frac{h}{2}\right)^2. \qquad (4-9b)$$

Azken adierazpen hauek erabiliz, honakoak ondoriozta ditzakegu:

$$c = \frac{16\pi^2(m_1 - m_2)h^2}{T_2^2 - T_1^2} \qquad (4-10)$$

eta

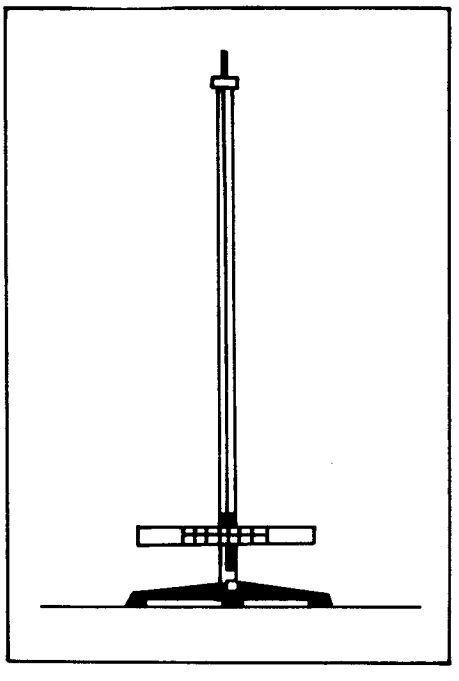
$$n = \frac{32\pi(m_1 - m_2)h^2 l}{(T_2^2 - T_1^2)a^4}. \qquad (4-11)$$

Beraz, hariaren zurruntasun-koefizientearen kalkulurako ez dugu zilindroen inertzi momenturik ezagutu behar, errazago neur daitezkeen bestelako zenbait magnitude baizik.

Tresnaren deskribapena

Saiakuntzan erabiliko den dispositiboak, deskribatu berria dugun Maxwell-en metodoa burutzeko beharrezkoak diren elementu guztiak dauzka. Hau da, tortsio-pendulu batetaz gain —hodi hutsa hariaren muturrean duelarik— (4.3. irudia), ondoko elementuak ere

ba ditugu: lau zilindro (bi hutsak eta beste bi trinkoak), kronometro bat, balantza bat, kalibre bat eta flexometro bat. Halaber, aluminiozko hagaska bat ere izango dugu. Hagaska honek bere masa-zentrutik pasatzen den ardatz perpendikular batekiko duen inertzi momentua ere lortuko dugu jarraian deskribaturiko saiakuntzan.



4.3. irudia. Pendulu osoaren itxura, aurrez aurre ikusirik.

Eragiketa-metodoa

A) Hariaren tortsio-konstantearen eta zurruntasun-koefizientearen kalkulua.

- Sar itzazue penduluko hodiaren barnealdean zilindro trinkoak eta kanpoaldean hutsak. Aldendu ezazue sistema oreka-posiziotik (angelu txikien hurbilketaren limitea 20°-takoa da gutxi gorabehera) eta neur ezazue T_1 periodoa (erreferentziarako posizio bat aukeraturik) gutxienez lau aldiz, aldi bakoitzean gutxienez lau oszilazio neurturik.
- Lor ezazue T_1 delakoaren batezbesteko balioa eta beraren errore koadratikoa.

- Erabilitako kronometroaren doitasuna eta dagokion tresna-errorea gogoan izanez, estima ezazue ΔT_1 .

- Ondoren, zilindroen kokapena aldatu beharko duzue, zilindro hutsak hodiaren

barnealdean ezarriz eta trinkoak kanpoaldean. Aipatu berria dugun prozedura berbera erabiliz, lor itzazue T_2 eta ΔT_2 magnitudeak.

- Neur ezazue balantzaren bitartez, zilindro hutsen masa (m_2) eta baita trinkoena ere (m_1). Izatez, bikotea osotzen duten bi zilindroak ez dira berdin berdinak eta ondorioz, ez dute masa berbera izango. Beraz, masaren balio modura, bikotea osotzen duten zilindroen masen batezbestekoa hartu beharko da. Errorearen estimaziorako, balantzaren tresna-errorea eta errore koadratikoa aintzakotzat hartu beharko dituzue. Azpimarra dezagun, errore koadratikoa kalkulatzerakoan, zilindro bien masen neurketak, magnitude ber baten bi neurketa modura kontsideratu beharko ditugula. Jarraian, kalibrea erabiliz zilindroen h luzera erdietsi beharko duzue, batezbestekoa eta errorearen estimazioa masen kasuan bezala egin beharko direlarik.

- Lortutako balio guztiak aintzakotzat hartuz, eta oinarri teorikoan lortutako formulak erabiliz, hariaren tortsio-konstantea (c) eta beraren errore koadratikoa aurki ditzakezue.

- Zurruntasun-koefizientea (n) kalkulatzeko, hariaren l luzera eta a erradioa beharrezkoak dira. a erradioa, doitasun handiz lortu beharko duzue, n delakoaren adierazpenean, erradioaren laugarren berredura azaltzen baita; hortaz, aipaturiko erradioa hariaren leku desberdinetan neurtu beharko da, ondoren beraren batezbesteko balioa eta errorea kalkula ditzakegularik. Behin c, a eta l parametroak eta beraiekin loturiko erroreak jakin ondoren, n delakoa eta beronen errorea erdiets daiteke.

B) Hodi hutsaren eta hagaskaren inertzi momentuen kalkulua.

- c konstantea ezagutuz, hodi hutsaren I_H inertzi momentua lor daiteke, pendulu hutsaren oszilazio-periodoa neurturik.

- Datu hori kalkulatu ondoren, koka ezazue aluminiozko hagaska hodi hutsaren barnean, sistema osoa orekatuta dagoela ziurtaturik. Sistema oszilaraziz eta dagokion periodoa neurtuz (gutxienez lau neurketa), sistema osoaren (hodia gehi hagaska) inertzi momentua lor daiteke.

- I_H eta sistema osoaren inertzi momentua ezagutuz, hagaskak bere masa-zentrutik gutxi gorabehera pasatzen den eta berarekiko perpendikularra den ardatz batekiko duen inertzi momentua kalkula daiteke kenketa sinple baten bidez.

- Konpara ezazue horrela erdietsitako emaitza hori, hagaskaren masa eta luzeran oinarrituz lortu den balio teorikoarekin. Bi balio horiekin loturiko erroreak gogoan izanez, bateragarriak al dira bi balioak?

5. praktika

Kater-en pendulua. *g*-ren neurketa

Helburua

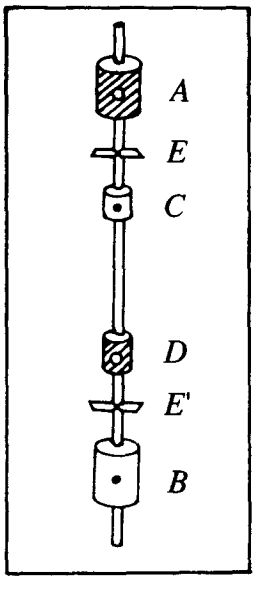
Praktika honetan Kater-en pendulua erabiliko dugu, g grabitatearen azelerazioaren determinazio zehatza egiteko asmoz.

Tresneria

Kronometroa, katetometroa, kalibrea.

Oinarri teorikoa eta tresnaren deskribapena

Kater-en pendulua ondoko elementuek osotuta dago: sorbatzak aurrez aurre dituzten E eta E' hortzak eta bi tamainu desberdinetako zilindroak: A eta B handiak, eta C eta D txikiak. A eta D zilindroak zurezkoak diren bitartean, B eta C altzairuzkoak ditugu. Halaber, C eta D zilindro txikiak barran zehar labain daitezke (ikus 5.1. irudia). Pendulua, E nahiz E' hortzaren inguruan oszilaraz dezakegu.



5.1. irudia. Kater-en penduluaren eskema

Oszilazio txikien kasuan, pendulu fisikoaren T periodoa honako ekuazio honen bitartez adieraz daiteke:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I}{Mgd}, \qquad (5-1)$$

non I delakoa sistemak biraketa-ardatzarekiko duen inertzi momentua den, M masa osoa, d masa-zentrutik biraketa-ardatzerainoko distantzia eta g grabitatearen azelerazioa. Steiner-en teorema aintzakotzat hartuz, I inertzi momentua honelaxe azal daiteke,

$$I = I_{MZ} + Md^2 = MK^2 + Md^2, \qquad (5-2)$$

non K parametroak, sistemaren biraketa-erradioa adierazten duen. (5–2) ekuazioa (5–1) adierazpenean ordezkatuz, T periodoak ondokoa bete behar duela ikus daiteke:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{K^2 + d^2}{gd}. \qquad (5-3)$$

Demagun, E eta E' hortzetatik masa-zentrurainoko distantziei h_1 eta h_2 deritzegula, hurrenez hurren. Hortaz, E eta E' hortzen inguruko oszilazioek izango dituzten T_1 eta T_2 periodoak (5–3) ekuazioaren bitartez adieraz ditzakegu, hau da,

$$T_1^2 = 4\pi^2 \frac{K^2 + h_1^2}{gh_1} \quad \text{eta} \quad T_2^2 = 4\pi^2 \frac{K^2 + h_2^2}{gh_2}. \qquad (5-4)$$

Bi ekuazio hauek konbinatuz, K parametroa desagertaraz dezakegu eta hauxe idatzi:

$$\frac{4\pi^2}{g} = \frac{T_1^2 + T_2^2}{2(h_1 + h_2)} + \frac{T_1^2 - T_2^2}{2(h_1 - h_2)}. \qquad (5-5)$$

Hemengo $h_1 + h_2$ batura, definizioz, bi hortzen arteko distantzia finkoa izango da, eta aurrerantzean L eritziko diogu. Penduluko zilindro higikorren posizioak, hortz bien inguruko oszilazio-periodoen balioak bat etor daitezen egokituko bagenitu, (5–5) ekuazioaren eskuin ataleko bigarren gaia nulua izango litzateke eta kasu honetan izango genukeen periodoa honela adieraz dezakegu:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}. \qquad (5-6)$$

Hots, pendulu sinpleari dagokion emaitzaren parekoa lortuko dugu. Kasu honetan, L delakoa, baliokidea den pendulu sinplearen luzera dela esan ohi da. Azken ekuazioaren arabera, T eta L magnitudeak neurtzea nahikoa izango litzateke g delakoa ezagutzeko.

Hala ere, hortz bien inguruko oszilazio-periodoek balio berbera izatea lortzeko egin beharreko prozesua, zaila eta luzea gerta daiteke. Ondorioz, komenigarriagoa da (5–5) adierazpena bere modurik orokorrenean erabiltzea. Hortaz, neurketak burutzeko, zilindro higikorren kokapena hautazkoa izan daiteke (periodo biek antzerakoak izan behar dutela gogoan izanik) eta T_1, T_2, h_1 eta h_2 ezagutuz (5–5) ekuazioak emango digu aurkitu nahi dugun g-ren balioa.

Eragiketa-metodoa

Esan dugunez, $T_1 \approx T_2$ izanik, (5–5) adierazpenaren eskuin ataleko bigarren gaia oso txikia izango dugu, eta, ondorioz, $(h_1 - h_2)$ magnitudearen balio hurbildua ezagutzea aski da, g-ren determinazio doia egin nahi badugu ere. Horretarako, utz ezazue pendulua kontu handiz mahaiaren gainean horizontalki, eta neur itzazue zenbait aldiz h_1 eta h_2 luzerak erregelaren bitartez. Masa-zentruaren posizioa penduluan bertan adierazita dago. Neurketak burutu ondoren, emaitza modura $h_1 - h_2$ eta beraren errorea izan beharko dituzue.

Ondoren, pendulua bertikalki dagokion tokian kokatuz, E eta E' hortzen inguruko T_1 eta T_2 oszilazio-periodoak neurtu beharko dira. Horretarako, gutxienez 100 oszilazio zenbatu beharko dituzue eta neurketa-prozesua lau aldiz errepikatu beharko da hortz bakoitzari dagokionez. Emaitzak honelako taulan bil ditzakezue:

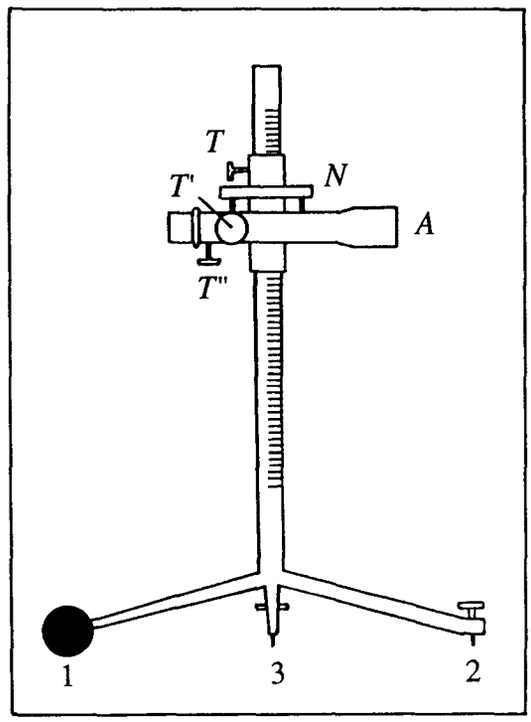
Periodoen neurketa

E hortza	E' hortza
$T_1(1) =$ $T_1(2) =$ $T_1(3) =$ $T_1(4) =$	$T_2(1) =$ $T_2(2) =$ $T_2(3) =$ $T_2(4) =$
$T_1 =$ $\Delta T_1 =$	$T_2 =$ $\Delta T_2 =$

Azkenik, pendulua orekaturik dagoela, hortzen arteko L distantzia neurtu beharko da. Azpimarra dezagun, $L = h_1 + h_2$ parametroaren balioa doitasunez lortzea oso garrantzitsua dela, $h_1 - h_2$ distantziaren kasuan ez bezala. Aipaturiko L-ren neurketarako, jarraian deskribaturik aurkituko dituzuen tresnetariko bat erabili beharko da, hau da, katetometroa edo kalibrea.

Katetometroaren erabilera

Katetometroa, distantzia bertikalen oso neurketa zehatzak egitea helburu duen tresna dugu. Alboko 5.2. irudian ikus daitezke berau osotzen duten elementuak: Zoluan finkatutako ardatz bertikal zilindrikoa eta ardatz honetan zehar irrista daitekeen pieza. Pieza honekin batera ardatz horizontaleko *A* betaurrekoa doa eta betaurreko honen gainean *N* burbuiladun nibela kokatuta dago. Ardatz bertikalak milimetrotan graduaturiko eskala eta dagokion noniusa dauzka. Betaurrekoarekin lotuta dagoen pieza, ardatzean finka dezakegu *T* presio-torlojuaren bitartez. Halaber, irudian adierazi gabe dagoen higidura moteleko torlojua ere ba dago, aipaturiko piezari goranzko eta beheranzko desplazamendu txikiak aplikatzeko aukera ematen diguna.



5.2. irudia. Katetometroa.

Katetometroa, neurketak egiteko moduan jarri nahi bada, ondokoa egin beharko dugu: betaurrekoa enfokatu, honen ardatza horizontalki kokatu eta azkenik, ardatz zilindrikoa bertikalki ipini. Betaurrekoa enfokatzeko asmoz, okularea sartu edo atera egin beharko dugu erretikuluaren gurutzea argiro ikusi arte. Ondoren, *T'* fokatze-torlojua biratu beharko da, harik eta neurtu nahi den gorputza paralaxiarik gabe ederki ikusi arte. Ardatzaren bertikaltasuna eta betaurrekoaren horizontaltasuna lortzeko, jarraian ageri diren aginduak bete beharko dituzue, hemen adierazitako ordena berean:

1) Betaurrekoa, 1 eta 2 oinekiko paraleloki ipini behar da. Bira itzazue 2 oineko torlojua eta betaurrekoaren beheko aldean dagoen *T''* torlojua, nibeleko burbuila erdiratu arte.
2) Bira ezazue betaurrekoa 90°-z, eta jar ezazue tresna berriro sestran, orain 3 oineko torlojuaren bitartez.
3) Bira ezazue betaurrekoa norantza berean beste 90°-z, eta errepika itzazue 1) ataleko pausoak, burbuila erdiratzeko aplikatu beharreko zuzenketaren erdia 2 oineko torlojuaren bidez burutuz eta beste erdia *T''* torlojuaz.
4) Bira ezazue betaurrekoa beste 90°-z, eta errepika 2) atalekoa.
5) Tresna hasierako posiziora eramango duen beste biraketa bat aplikatu ondoren, errepika ezazue 1) atalekoa.

Errepika ezazue emandako prozesua hiruzpalau aldiz. Amaitutakoan, ardatza bertikalki eta betaurrekoa horizontalki egongo dira. Azkenik, eta hala nahi izanez gero, erretikuluaren lerro horizontala zuzenki koka dezakegu, likido baten gainazal askea fokatuz.

Kontrakoa esaten ez den bitartean, tresna aldez aurretik behar den moduan ipinita dago; beraz, neurketa bakoitza egin aurretik *T''* torlojuari biraketa txiki bat aplikatzea aski izango da, nibeleko burbuila erdiratzeko. Katetometroaren bitartez neurtu nahi dugun gorputzaren altuera, gorputz horren goi- eta behe-muturrei dagozkien tresnaren eskalako irakurketen kenduraren bidez determinatuko dugu. Esku artean dugun kasuan, neur ezazue *E* eta *E'* hortzen arteko distantzia lau aldiz eta har ezazue emaitzen *L* batezbestekoa. Halaber, lor ezazue ΔL errorea. Jarraian adierazitako taula osotu beharko duzue:

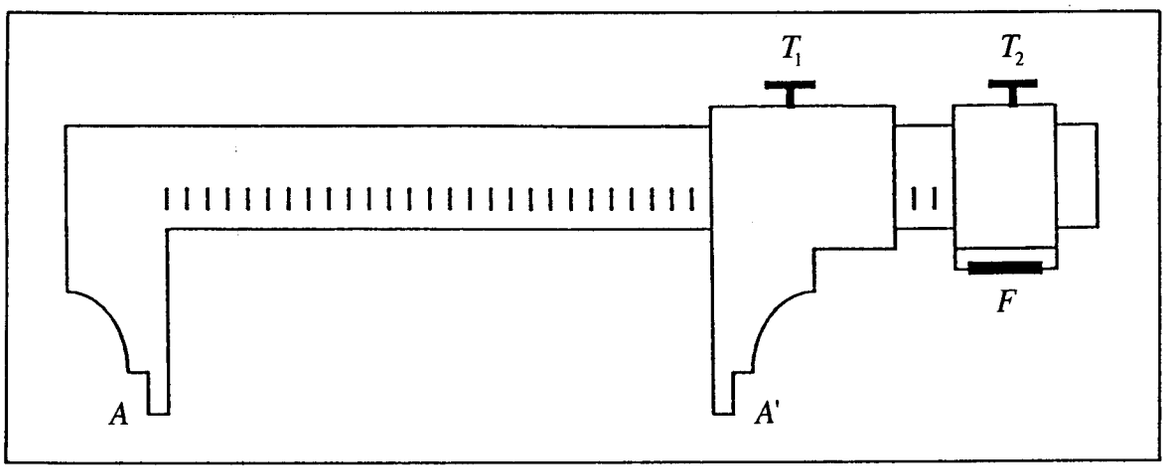
Katetometroaren bidezko neurketa

$L(1) =$ $L(2) =$ $L(3) =$ $L(4) =$
$L =$ $\Delta L =$

Kalibrearen erabilera

Kalibrea, luzeren neurketa zehatzetarako zuzendutako tresna dugu. Milimetrotan graduaturiko eskala bat dauka eta eskala honetan zehar noniusa duen pieza mugiaraz

daiteke (ikus 5.3. irudia). Neurketa burutzeko, neurtu nahi den gorputza kalibrearen *A* eta *A'* muturrekin kontaktuan jarri beharko dugu, kontaktua muturren barnealdean zein kanpoaldean egin daitekeelarik. Saiakuntza honetan erabiliko duzuen kalibrearen neurriak direla eta, pieza higikorrak *F* higidura moteleko torlojua dauka, azken hurbilketa modu erosoan egin dadin.



5.3. irudia. Kalibrearen eskema.

Penduluaren hortzen arteko *L* distantzia neurtzeko, komenigarria gertatuko zaizue pendulua euskarri horizontal baten gainean kokatzea, hortz biak gutxi gorabehera bertikalki gera daitezen. Jarraian, T_1 eta T_2 torlojuak nasaitu ondoren, higi ezazue kalibrearen pieza higikorra, harik eta hortzen arteko distantzia kalibrearen mutur bien artekoa baino apur bat handiagoa ($\approx$ 0.5 cm) izan arte. Orain T_2 finkatuz, *F* torlojua higitu beharko duzue doiketa zehatzagoa lortu arte. Kalibrearen muturren gaineko presio handiegiak muturrak hondatzeaz gainera, emaitza okerrak ere emango lizkizueke; hortaz, hori ekiditeko asmoz, gomendagarria da ondokoa egitea: eten ezazue *F* torlojuaren gaineko eragina, tamainu txikiko gorputzen bat (tabakoa erretzeko papera, adibidez) *A* eta *A'* muturren eta hortz bien artean harrapatuta geratzen denean. Gogoan izan, aurkitu nahi dugun *L* luzera, ez dela tresnak zuzenean emango digun irakurketa izango. Balio honi, kalibrearen bi muturren luzera (2 cm-takoa) gehitu beharko diogu, gure neurketaren kasuan, kontaktua muturren kanpoko aldean egingo baita.

Katetometroaren kasuan adierazi denez, neur ezazue *L* luzera zenbait aldiz (bost gutxienez). Emaitzen aurkezpenerako, presta ezazue lehen emandako taularen antzekoa.

Azkenik, lortutako T_1, T_2, L, $h_1 - h_2$, ΔT_1, ΔT_2, ΔL, eta $\Delta(h_1 - h_2)$ magnitudeen balioak erabiliz, kalkula itzazue g eta Δg.

6. praktika

Marruskadura-indarrak. Plano horizontala. Plano inklinatua

Egoera askotan ageri den eguneroko fenomenoa da marruskadura, eta, beraz, erraz beha daitekeena. Esaterako, autoen aldaketa-kaxaren eta motorearen arteko ukipena, bi xaflaren bidez lortu ohi da, bi xaflen artean ferodoa deritzon materiala kokatzen delarik, zeinak marruskaduraren bitartez motorea eta aldaketa-kaxa elkarrekin inkatzen dituen. Era berean, argi dago, autoa gurpilen eta zoluaren arteko marruskadurari esker higituko dena. Bestetik, adibide ikusgarri modura, eguratsean sartzean meteoritoek pairatzen duten deuseztapena aipa daiteke, zeina marruskaduraren ondorioz gertatzen den.

Marruskadura-fenomenoaren jatorria oso konplexua da, eta beraren osotasunean aztertzeko, ikuspuntu mikroskopikoa beharrezkoa da, molekulei buruzko edo beraien arteko elkarrakzioei buruzko hipotesiekin batera. Gainera, faktore askoren menpe dagoela suposa daiteke, horien artean, besteak beste, ukipenean ezarriko diren sistemen konposaketa, sistema bakoitzaren historia, ukipenaren baldintzak eta abar aipa daitezkeelarik. Honelatan, ba, ikuspuntu mikroskopikotik oraindik ere azterrezina dela esan daiteke, modu kuantitatiboan bederen.

Nolanahi dela, garrantzi praktikoa duten zenbait kasutan, marruskadura-efektuaren erlazio kuantitatiboa onar daiteke. Eta helburu praktikoei dagokienez, ekuazio enpirikoen bidez hainbat fenomenoren deskribapen doi xamarra lortu ahal izango da.

Marruskadura-fenomenoaren berehalako ondorioa honako hau da: ukipenean ezarritako bi sistemaren arteko higidura erlatiboaren hasierarako edo/eta jarraipenerako nolabaiteko zailtasunaren behaketa. Fisikaren ikuspuntutik, higidura erlatiboaren aurkako marruskadura-indarra agertu dela esango da.

Aztertuko den kasu edo egoera bakoitza parametro baten bidez karakteriza daiteke: μ marruskadura-koefizientea deritzonaren bidez, beti ere gutxi gorabeherako ezaugarria izango delarik, baldintzen edo inguruaren aldaketarik txikienak ere, aztertzen ari garen kasua guztiz alda baitezake. Beraz, egoera konkretutzat ondoko kontzeptu-multzoa kontsideratu beharko dugu: S_1 eta S_2 gorputz-bikotea eta biak ukipenean ezarriko

direneko B_1 baldintzak. Eta, hortaz, (S_1, S_2, B_1) ezaugarri-multzoa erabiliz adieraziko da.

Experimentalki neur daitekeenez, marruskadura-indarra elkar ukitzen duten gorputzen arteko indar normalaren proportzionala da. Honelatan, bada, kasu bakoitza ezaugarritzen duen μ koefizientea, $\mathbf{f}_r$ marruskadura-indarraren eta **N** indar normalaren arteko proportzionaltasun-faktorea da. Bestalde, experimentalki konproba daitekeenez, μ marruskadura-koefizienteak ez du ukipenean ezarritako gainazalen azaleraren menpekotasunik, nahiz eta hori marruskadura-fenomenoaren ideia intuitiboaren aurkakoa dela dirudien.

Aipa dezagun pixka bat eredu eta inplikazio intuitiboen kontu hau. Xehetasunik gabekoa den baina experientzia eta intuizioaren itxurazko kontrajarpena ageri duen eredu sinpleak, ondokoa onartu ohi du: benetako ukipenean dagoen gainazal mikroskopikoa zenbat eta handiagoa izan, marruskadura hainbat eta handiagoa izango da. Horren arabera, benetako gainazal mikroskopikoa ez dator bat experientzian zehar behaturiko gainazal makroskopikoarekin; eta gainera, gainazal makroskopikoaren unitateko indarrarekiko menpekotasuna agertuko du. Hori horrela dela erraz ikus daiteke, presio-gehikuntza eta ukipen-gainazal mikroskopikoa neurri berean aldatuz baitoaz.

Azkenik, marruskadura-indarrak abiadurarekiko duen menpekotasuna ere konproba daiteke experimentalki. Adibiderik adierazgarriena, bi koefizienteen definizioan bertan dugu. Batetik μ_e marruskadura-koefiziente estatikoa dugu, bi sistemen artean higidura erlatiborik ez dagoenean definitzen dena, eta bestetik μ_d marruskadura-koefiziente dinamikoa, higidura erlatiboa dagoenean definitzen dena.

Helburua

Sistema biren arteko higidura erlatiboa hasten den unean ukipen-gainazalean dagoen marruskadura-indarraren azterketa burutuko da praktika honetan.

Material desberdinezko gainazal biren arteko marruskadura-koefiziente estatikoak determinatuko dira. Zehaztapena bi era desberdinetan lortuko da, egurraren, metalaren eta beiraren arteko konbinaketa posible guztiak eginez. Lehenengo eta behin, modu zuzenean egingo da, plano horizontalaren gainean eta dinamometroaren bidez gorputzaren gaineko planoarekiko paraleloa den indarra eraginez. Ondoren, determinazioa zeharkako eran egingo da plano inklinatuaren gainean, horretarako labainketa hasiko deneko angelua neurtuko delarik.

Bi kasuetan, marruskadura-koefizientearen bi ezaugarri aztertuko dira: ukipen-gainazalaren azalerarekiko menpekotasunik eza, eta irrist egingo duen sistemaren

pisuarekiko menpekotasunik eza.

Tresneria

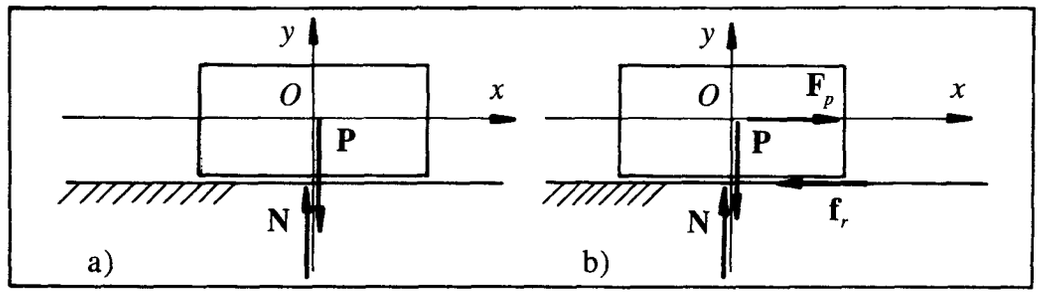
Dinamometroak.

Oinarri teorikoa

Arestian aipaturiko ideiak aplikagarriak dira, modu batean edo bestean, sarreran kontsideratutako adibideetan, edo asma daitekeen beste edozein marruskadura-kasutan. Dena den, plano horizontalean eta plano inklinatuan dauden sistemen kasuak aztertuko dira.

A. Plano horizontala

Demagun, edozein materialezko *M* masadun gorputza sistema material desberdinezko gainazal horizontalean kokatu dela. Hasieran ez dago sistemaren gainean eragina duen indarrik, beraren **P** pisua izan ezik, gainazalak eragindako **N** erreakzioak orekatuko duena, eta, ondorioz, geldi egongo da. Alboko 6.1a. irudian adierazitako indar-diagramaren arabera, ez dago higidurarik *Ox* eta *Oy* ardatzen norabideetan.



6.1. irudia. a) Indar horizontalik gabe. b) Indar horizontalaz.

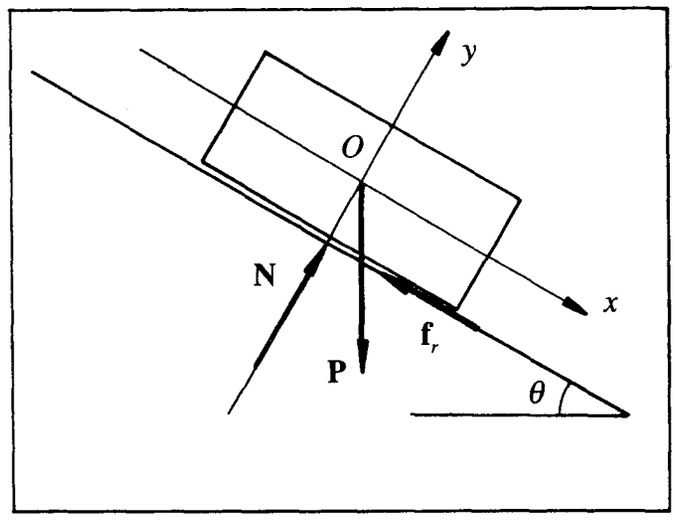
Marruskadurarik ez balego, masaren gainean planoaren paraleloa den $\mathbf{F}_p$ indarrak higidura sortaraziko luke, oso txikia izan arren. Hala ere, marruskadura dagoenez, indarra txikia bada ez da higidurarik sortuko, eta $\mathbf{F}_p$ indar hori balio konkretua lortutakoan soilik hasiko da higidura. Balio hori marruskadura-indar estatikoa deritzonaren berdina da: $\mathbf{f}_r$. Hain zuzen ere horrela deritzo, higidura erlatiborik gabeko egoeratik abiatu delako. Beraz, hori baino handiagoa den indarraz, higidura sortuko da. Azaldutako egoerari dagokion indar-diagrama, 6.1.b. irudian adierazi dena da.

B. Plano inklinatua.

Demagun, edozein materialezko M masadun gorputza material desberdinezko gainazal laun baten gainean kokatu dela. Plano horrek pibota du alde batetan, eta horren inguruan biraraz daiteke, angelu desberdinetako plano inklinatuetan ipiniz.

Hasieran planoa horizontalki kokaturik badugu, lehenago esan dugun moduan, eragina duen indar bakarra beraren **P** pisua izango da, gainazalak eragindako **N** erreakzioak orekatuko duena. Ondorioz, M masa geldi egongo da. Lehenagoko 6.1a. irudian adierazitako indar-diagramaren arabera, ez dago higidurarik Ox eta Oy ardatzen norabideetan. Honaino ez dago ezer berririk.

Gainazala pibotatuz, θ angeluko plano inklinatua jarriko dugu. Orduan aurreko irudiko indar-diagrama aldatu egingo da. Diagrama berria 6.2. irudian adierazi da. Erreferentzi sistemaren hautaketarik egokiena, higiduran zehar planoarekin bateratuta mantenduko dena da, alegia, 6.2. irudiko Oxy sistema.



6.2. irudia. θ angeluaz inklinaturiko planoaren gaineko gorputzari dagokion indar-diagrama.

θ angelu bakoitzaren kasuan, normalaren norabidean gorputzaren pisuak duen osagaia orekatzeko gai da gainazala, hots,

$$N = mg\cos\theta. \qquad (6-1)$$

Beraz, Oy ardatzean ez da higidurarik agertuko. Bestalde, Ox ardatzean agertuko diren indarrak, pisuaren osagaia eta horri aurka egingo dion marruskadura-indarra dira, hots:

$$P_x = mg\sin\theta, \qquad (6-2)$$

$$f_r \leq \mu N = \mu mg\cos\theta. \qquad (6-3)$$

Eta higidura hasten ez den bitartean, bi indar horiek orekan daude.

Ondorioz, argi dago, θ angeluaren gehikuntzaren arabera, pisua Ox ardatzean duen osagarria handituz joango dena eta f_r marruskadura-indarraren balioa txikituz. P_x delakoak f_r indarra gaindituko ez duenerarte, ez dago higidurarik. Baina handiagoa egingo deneko momentuan, masak irrist egingo du plano inklinatuan behera.

Higidura hasteko baldintza, ondokoa da:

$$mg\sin\theta = \mu mg\cos\theta. \qquad (6-4)$$

Ikus daitekeenez, planoaren gaineko gorputzaren masak ez du zerikusirik erortzen hasiko deneko angeluaren balioarekin, angelu hori marruskadura-koefizientearekin erlazionaturik dagoelarik:

$$\tan\theta = \mu, \qquad (6-5)$$

Emaitza hau bat dator sarreran aipatutakoarekin: izatez, marruskadura-koefizientean eragina duten ezaugarriak, planoaren eta masaren materiala eta beraien gainazalen leundura-maila dira.

Tresnaren deskribapena

Bi kasuetarako ekipo berbera erabiliko da: alde batetan ardatz birakorra duen eta aldamenean mailakaturiko gida zirkularra duen errektangelu-formadun xafla. Ardatzaren inguruan pibotatuz, θ inklinazio-angelua alda daiteke, gida zirkularrean finkatuz. Gainazal desberdinezko gainazal-sorta dago —beirazkoa, altzairuzkoa eta zurezkoa—, aipatutako xaflaren gainean koka daitekeena. Modu horretan, material desberdinezko plano inklinatuak izango ditugu.

Planoan kokatu behar den masa orga bat da, zeinean P_1, P_2,..., P_n pisu-sorta ezarriko den. Orgaren kontakturako azpialdea desmuntagarria da eta bertan material desberdinak ipin daitezke (lehen aipatutako berberak). Material bakoitzeko azalera desberdineko gainazalak daude.

Newton unitatetan kalibratutako bi dinamometro erabiliko dira.

Eragiketa-metodoa

A. Plano horizontala

- Dinamometroaren bidez (bietatik egokiena hautatu) orgaren pisua neurtu behar da. Dinamometroak ager dezakeen zeroko errorea kontutan hartu beharra dago.

Aipatutako pisu-neurketa, aldagarriak diren gainazal guztiak organ kargaturik burutzea komenigarria da, hemendik aurrera talde osoa orgak eta gainazal guztiek osotuko dutelarik. Horrela, kontakturako gainazala aldatuko den kasu bakoitzean, orgaren pisu-neurketa burutu beharra ekidingo dugu.

- Orga plano horizontalean kokatu eta dinamometroaren bidez tiratu, planoarekiko horizontala mantenduz. Higidura hasiko den aldiunean, irakur ezazue dinamometroak adierazten duen indarra.

- Pisu berriak ezarrita, errepika ezazue aurreko prozesua.

- Irudika itzazue neurketen emaitzei dagozkien puntu-bikoteak (dinamometroak emandako datua, orgaren pisua) grafiko batetan. Ondoren, lor itzazue μ koefizientearen balioa eta dagokion $\Delta\mu$ errorea, erregresio lineala erabiliz. Errepika ezazue aurrekoa, azalera txikiagoa erabiliz. Zer da beha daitekeena?

- Posible ote litzateke, μ delakoari dagokion balio zehatzagorik lortzea, balantzaren (miligramoaren zehaztasuna duena) eta pendulu sinplearen bidez lortu den grabitate-azelerazioaren balioa erabiliz? Azal ezazue zergatikoa.

B. Plano inklinatua.

- Orga plano inklinatuan kokatu. Higidura hasiko denerarte altxa ezazue, poliki-poliki planoa, eta aldiune horretan idatz ezazue θ angeluaren balioa.

- Errepika ezazue aurrekoa, pisu berriak ezarrita.

- Orga planoko toki berean kokatu beharko da. Horrek, ahal den neurrian, hasierako baldintzak aldatu gabe mantenduko ditu.

- Determina ezazue marruskadura-koefizientearen balioa.

- Hiru metodoetako zein da egokiena marruskadura-koefiziente estatikoa determinatzeko?

7. praktika

Balantza. Balantza hidrostatikoa. Mohr/Westphal-en balantza

Helburua

Praktika honen helburua balantzaren analisi sakona egitean datza. Ikusiko denez, hiru mota desberdinetako balantzetaz arituko gara: balantza arrunta, balantza hidrostatikoa eta Mohr/Westphal-en balantza. Nahiz eta zuzenean masen balioak determinatzeko erabiliko ditugun, zeharkako metodoen bitartez, bestelako magnitude interesgarrien balioak ere kalkulatzeko erabiliko ditugu. Era honetan aztertuko dugun sistema solidoa edo likidoaren dentsitate erlatiboa, kurba abailduaren luzera eta ingurumari irregularreko gainazal launaren azalera lortuko dira.

Tresneria

Balantza arrunta, balantza hidrostatikoa, Mohr/Westphal-en balantza.

Oinarri teorikoa

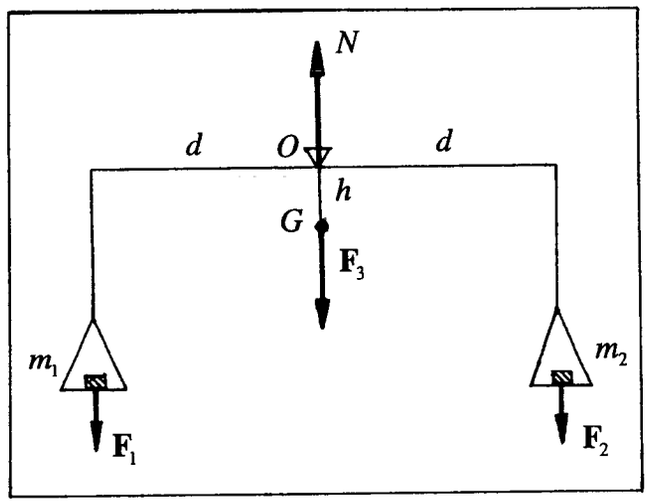
A. Balantza arrunta.

A.1. Sentikortasuna.

Hitz gutxitan esateko, Mekanikan lehen mailako palanka izenaz adierazi ohi dena da balantza arrunta. Beraren besoak erabat berdinak dira, eta *gurutzea* deritzo balantzaren osagai honi, zeinaren erdiko puntua plano horizontalaren gainean altzairuzko aihotzaren bidez kokatuko den (irudietako *O* puntua). Ahal den neurrian behintzat, euskarri- edo kokapen-puntua 'puntu ideala' izan dadin, aihotza erabili beharra dago, kasu honetan marra ideala delarik. Altzairuzkoa izateak kokapen-puntuaren mantentzea dakar

ondorioz, neurketetan zeharreko desegokierarik edo doikuntzarik eza ager ez dadin. Besoen ertzetan beste bi aihotz daude, masak gainean kokatuta edukiko dituzten platertxoak bertatik esekitzeko. *Orratza* deritzona ere ba da, bertikalean eta gurutzearekiko perpendikularki kokatuta eta berarekin bat eginik dagoena, eta beheertzean duen eskalan, besoetan ageri diren masa-diferentziek dakartzaten zeroarekiko desbidazioak irakur daitezke. Tresneriaren deskribapena egitean, balantza osotzen duten osagarriak irudikatu dira 7.3. irudian.

Bestalde, desorekarik ageri ez duen balantzako indar-eskema adierazi da 7.1. irudian. Bertan, idealki eraiki eta isolatutako balantza kontsideratuko dugu, eta, beraz, idealki arituko den balantza.



7.1. irudia. Orekan dagoen balantzako indarren eskema.

Platertxoetan masa bana ezarriko da. Beraz, kasu honetan, kontsideratu beharreko indarrak ondokoak dira: alde batetik, $\mathbf{F}_1$ eta $\mathbf{F}_2$, platertxoetan kokatutako m_1 eta m_2 masei dagozkien pisuak, eta bestalde, $\mathbf{F}_3$, sistema osoaren pisua dena (M). m_1 eta m_2 masak berdinak direneko kasuan, $\mathbf{F}_1$ eta $\mathbf{F}_2$ indarren momentuek elkar konpentsatuko dute, eta mahaiaren erreakzioak (7.1. irudiko N delakoak) beste hirurak konpentsatuko ditu. Hortaz, pisu 'handiagoko' balantza dugula esan genezake.

O euste-puntuarekiko indarren momentuak kalkulatuz gero, eta momentu erresultantea nulua dela jakinik, ondokoa ondoriozta dezakegu:

$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = \mathbf{0}. \qquad (7-1)$$

Hemen $\tau_3 = \mathbf{0}$ da, O puntua $\mathbf{F}_3$ indarraren lerroan baitago. Ondorioz,

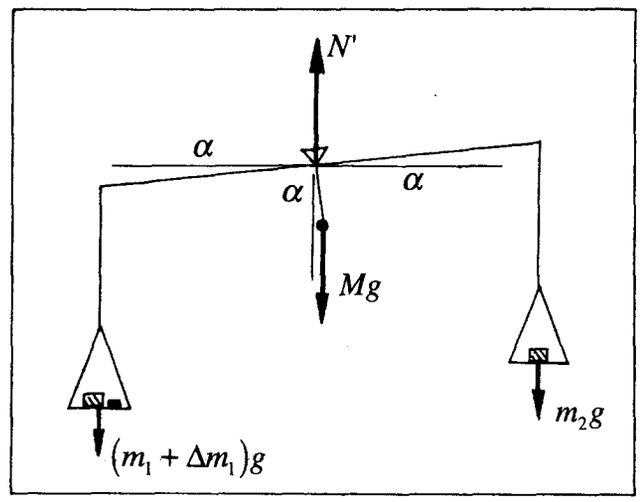
$$\tau_1 = -\tau_2. \qquad (7-2)$$

Magnitude horiek oreka kasuan duten balioa honelaxe adieraz daiteke 7.1. irudiko erreferentzi sisteman:

$$\mathbf{F}_1 = -m_1 g\mathbf{k}, \quad \mathbf{F}_2 = -m_2 g\mathbf{k}, \quad \mathbf{F}_3 = -Mg\mathbf{k}, \qquad (7-3a)$$

$$\tau_1 = m_1 gd\mathbf{i}, \quad \tau_2 = -m_2 gd\mathbf{i}, \quad \tau_3 = \mathbf{0}. \qquad (7-3b)$$

7.2. irudian, desorekan dagoen balantzako indar-diagrama adierazi da. Kasu honetan eta besoei dagokienez, bataren masa-soberakina gurutzearen desbidazioak konpentsatuko du. Irudian ageri denez, desbidazioa α angelu txikiaren baliokoa da. Desbidazioaren ondorioz, balantzaren masa-zentrua (G puntua) ez da O euste-puntutik pasatuko den lerro bertikalean kokatuko, eta beraz, $\tau_3 \neq \mathbf{0}$.



7.2. irudia. Desorekaturik dagoen balantzako indarren eskema.

M masa (balantzaren masa osoa), d luzerako besoak eta L luzerako orratza duen balantzaren kasuan Δm_1 masa-soberakinaren ondorioz, O puntuarekiko indar-momentuen arteko oreka gerta dadin, hots, (7–1) adierazpena bete dadin, teoriak ondorengo adierazpena aurrikusten du α desbidazio-angeluari dagokionez:

$$\tau_1 = (m_1 + \Delta m_1) gd\cos\alpha\mathbf{i}, \quad \tau_2 = -m_2 gd\cos\alpha\mathbf{i}, \quad \tau_3 = -Mgh\sin\alpha\mathbf{i}. \qquad (7-4)$$

eta α angelua txikia dela kontutan harturik, honako hurbilketa hau egin dezakegu,

$$\cos\alpha \approx 1, \quad \sin\alpha \approx \alpha, \tag{7-5}$$

ondorioz, aurreko (7–2) eta (7–3) adierazpenekin konbinaturik, α angeluaren balioa honelaxe adieraz dezakegularik:

$$\alpha = \frac{d\Delta m_1}{hM}. \tag{7-6}$$

Hortaz, α desbidazio-angeluak desoreka eragin duen gainkargarekiko eta gurutzearen besoarekiko proportzionaltasun zuzena dauka. Era berean, balantzaren masa eta sistemaren grabitate-zentrutik euskarrirako (biraketa-ardatza) distantziarekiko zeharkako proportzionaltasuna dauka.

Aurreko adierazpena ondoko eran ere idatz dezakegu:

$$\frac{n}{L} = \frac{d\Delta m_1}{hM}, \tag{7-7}$$

non n delakoa orratza desbidatutako zatiketa-kopurua den (honetaz, ikus ezazue 7.3. irudia eta kontutan har ezazue $h << L$ dela).

Δm_1 masa-soberakin berarekin zenbat eta desbidazio handiagoa agertu, balantza hainbat eta sentikortasun-maila handiagokoa dela esan ohi da. Hori kontutan hartuz, balantzaren *sentikortasuna* (s) defini daiteke, *eskalan irakurriko dugun masa-soberakin unitateko zatiketa-kopurua* dela esanez, hots,

$$s \equiv \frac{n}{\Delta m_1}, \tag{7-8}$$

non $\Delta m_1 = 1$ mg izango den.

Arestian erdietsitako adierazpena kontsideratuz,

$$s = \frac{Ld}{hM}. \tag{7-9}$$

Ondorioz, balantzaren sentikortasuna ezaugarri geometrikoa dela esan genezake, beraren geometrian soilik baitatza. Balantzaren besoetan ager daitezkeen masa-diferentziak detektatzeko gaitasuna adieraziko du sentikortasunak.

A.2. Kurba abailduaren luzeraren determinazioa.

Marra okertuari dagokion luzeraren neurketa, bereziki espazioan zehar kurbaturik dagoenenan (hots, kurba abailbua denean), oso zaila da eta kasu gehienetan ezinezkoa. Kurba hori, haria, burdinari-zatia edo antzeko zerbait deneko kasuan, balantzaren bidezko luzeraren determinazioa erraza ez ezik oso zehatza da. Horrela izan dadin, suposaketa bakarra onartu beharra dago, kontsideraturiko elementua homogenoa izatea, hain zuzen.

Demagun, beraz, L_0 luzera ezaguneko material berberaz eginikoa eta zeharkako sekzio bereko hari abaildua dugula. Argi dagoenez, elementu bien luzerek eta masek agertuko duten erlazioa, berbera izango da, hots proportzionalak izango dira,

$$\frac{L}{L_0} = \frac{M}{M_0}, \qquad (7-10)$$

eta ondorioztatu egin dezakegunez:

$$L = L_0 \frac{M}{M_0}. \qquad (7-11)$$

A.3. Ingurumari irregularreko gainazal launaren azaleraren determinazioa.

Determinatu nahi dena gainazal homogenoaren azalera bada, arestian aipaturiko argudio berberak erabilgarriak dira kasu honetan, printzipioz, ingurumari irregularreko gainazala izanik. Beraz:

$$S = S_0 \frac{M}{M_0}. \qquad (7-12)$$

B. Balantza hidrostatikoa.

B.1. Gorputz solidoen dentsitatearen determinazioa.

Metodoaren funtsa, aztergaia den gorputz solidoa lehenengo airean eta gero likidoan sartuta pisatzean datza. Gorputza likidoan murgiltzean ageri den itxurazko pisu-galera, kanporatutako likidoaren bolumenari dagokion pisuaren berdina da. Arkimedes-en printzipioa besterik ez da hori.

Demagun, V bolumendun eta M masadun gorputza. Beraren dentsitatea

$$\rho = \frac{M}{V} \qquad (7-13)$$

da, noski. Kontsidera dezagun, kanporatutako likidoaren M_0 masa eta horri dagokion bolumena V. Likidoaren dentsitatea ondokoa da,

$$\rho_0 = \frac{M_0}{V}. \qquad (7-14)$$

Argi dagoenez,

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{M}{M_0} \qquad (7-15)$$

da, eta, ondorioz, aztertzen ari garen gorputza murgilduko den likidoaren ρ_0 dentsitatea ezaguna izanik, sistemari dagokion dentsitatea determina dezakegu.

C. Mohr/Westphal-en balantza.

C.1. Likido baten dentsitatearen determinazioa.

Edozein sistemaren ρ dentsitatea (masa espezifikoa edo bolumen-unitateko masa) definitu den modu berean, sistemari dagokion σ pisu espezifiko absolutua ere defini daiteke, bolumen-unitateko pisua dela esanez:

$$\sigma \equiv \frac{P}{V} = \frac{Mg}{V}. \qquad (7-16)$$

Era berean, σ_r delako pisu espezifiko erlatiboa defini dezakegu. Orokorrean, sistema bat oinarritzat hartuko da, eta beste guztien pisuak oinarri den sistemaren pisuarekiko definituko dira. Ur distilatua (4°C tenperaturan) hartu ohi da erreferentzi sistematzat, beraren dentsitatea $\rho_0 = 1\,\mathrm{g/cm^3}$ delarik.

Argi dago, σ_r pisu espezifiko erlatiboak eta ρ_r dentsitate erlatiboak balio berbera dutena.

$$\sigma_r \equiv \frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{Mg/V}{M_0 g/V} = \frac{M/V}{M_0/V} = \frac{\rho}{\rho_0} = \rho_r. \qquad (7-17)$$

Bestalde, σ pisu espezifikoa duen likidoan dagoen V bolumeneko sistemak jasango duen goranzko bultzada ondokoa da:

$$B = \sigma V. \qquad (7-18)$$

Hortaz, likido desberdinetan jarraian murgildutakoan sistema berberak jasango dituen bultzadak eta likidoei dagozkien pisu espezifikoen arteko erlazioek (zatidurek) balio berbera dute:

$$\frac{B}{B'} = \frac{\sigma}{\sigma'}. \qquad (7-19)$$

Beraz,

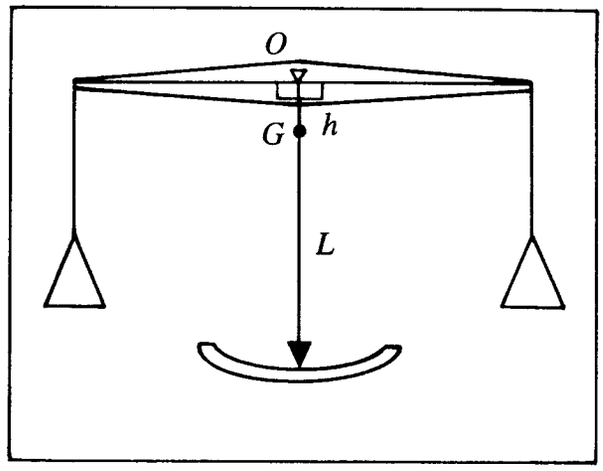
$$\sigma = \sigma' \frac{B}{B'}. \qquad (7-20)$$

Azkenik, σ' delakoa ezagutuz gero, σ delakoa determina dezakegu. Edozein kasutan bultzaden arteko erlazioa ezagututa, pisu espezifikoen arteko erlazioa lor dezakegu, non azken hori bata bestearekiko agertuko den σ_r pisu espezifiko erlatiboa (edo ρ_r dentsitate erlatiboa), hots, aztertzen ari garen likidoa erreferentzi likidoarekiko.

Tresnaren deskribapena

A. Balantza arrunta.

Luzera eta gainazalaren azalera determinatzeko behar den tresneria balantza bera baino ez da. Balantza arruntaren eskema 7.3. irudian ageri da.



7.3. irudia. Balantza arruntaren eskema.

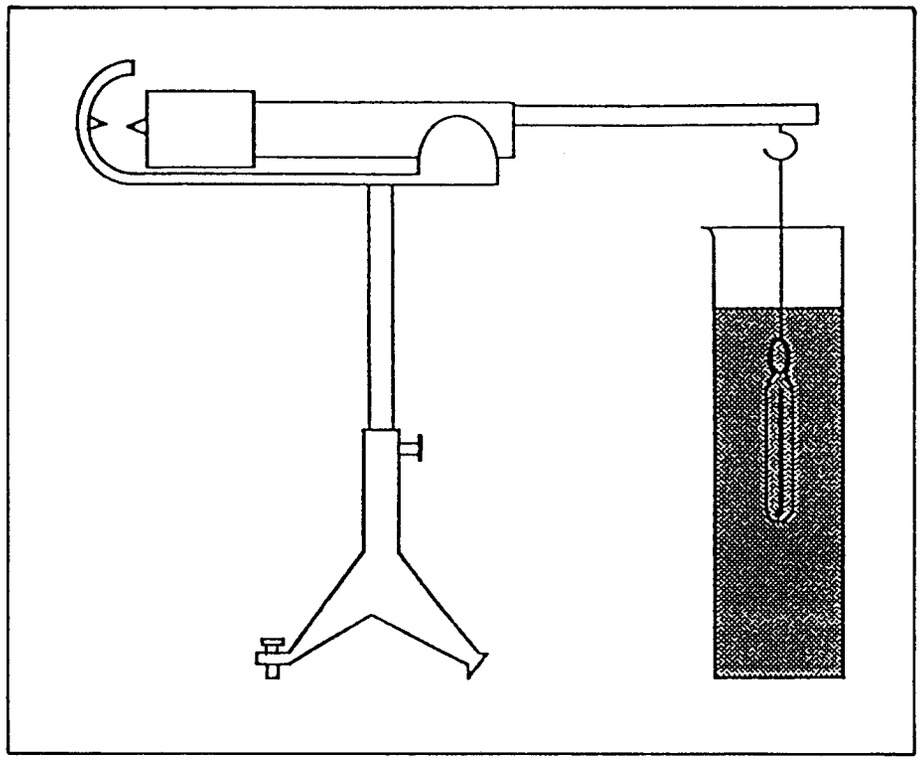
Deskribatu denez, gurutze izenaz ezaguna den luzera bereko besoetatik esekita

dauden platertxoek osotzen dute balantza. Horretaz gainera, platertxoetako masa-diferentziaren proportzionala den arkua bere behe-ertzean dagoen eskalan zehar deskribatuko du, gurutzearekin tinko loturik dagoen orratzaren bidez. Multzo osoa kanpotik babestuko duen gordegailuan sartuta dago (gogora ezazue 'oinarri teorikoa' delako atalean aipatutakoa). Gordegailuaren hormak gardenak dira eta platertxoak eskuragarriak izan daitezen modukoak. Isolamendurako kutxak erregulagarriak eta ikutu behar ez diren euste-puntuak ere ba ditu, aldez aurretik egokituak izan beharko direlarik.

Deskribatutako tresneria oso delikatua denez, komenigarria da kontu handiz erabiltzea, mugimenduak edo edozein bultzadak, txikiak izanik ere, neurketa-prozesuaren gainean eragina ager baitezake; esaterako, orratzak bere posizioa finka baitezake, edo isolamendurako kutxaren kokapena alda baitezake, beronek sistemaren kalibrazio berriaren beharra ekarriko lukeelarik.

B. Balantza hidrostatikoa.

Kasu honetan ere, erabili beharreko tresneria balantza bera da, ez arestian aipaturiko zailtasun-maila handiarekin, baina bai oinarrizko ezaugarriekin.



7.4. irudia. Mohr/Westphal-en balantzaren eskema.

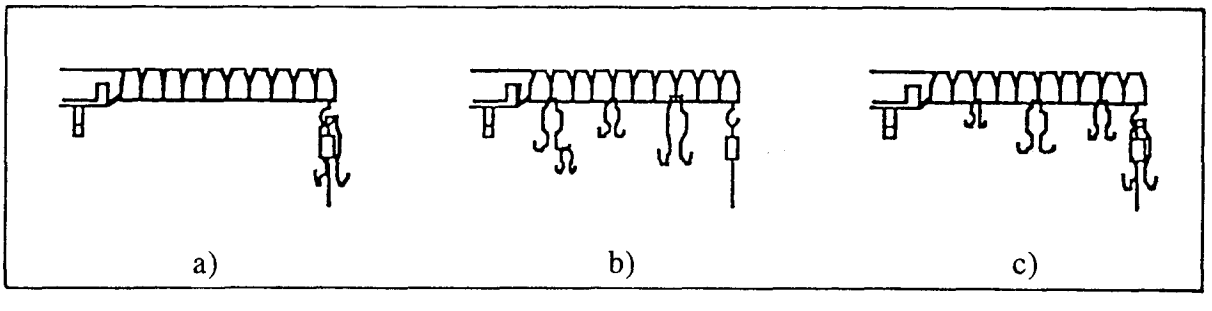
C. Mohr/Westphal-en balantza.

7.4. irudian Mohr/Westphal-en balantzaren eskema adierazi da. Agerian dagoenez, ez da orain artean deskribatu diren balantzen antzekoa, beso desberdinetakoa baita. Pisu

finkoa duen masa trinkoa da ezkerreko besoa (erlatiboki mintzatuz), non mailakaturiko arkuan zehar higituko den orratza daukan, eta balantzaren oreka-posiziorako kasuan erdiko marrarekin bat egin behar duen. Eskuineko besoak distantzia berberaz banatutako hamar koska ditu. Beraren ertzetik, platinozko hari mehetik esekita, 'murgilkaria' deritzona dago, beste besoaren masa airean orekatzeko erabiliko dena. Normalean, aipaturiko murgilkari hori murgilduko den likidoaren tenperatura jakiteko termometro txikia da.

Balantzaren oinarria hiru euste-puntuek osotzen dute, horietariko bat erregulagarria delarik. Besteen moduan ere, praktikarako guztiak finkatu (eta erregulatu) egin behar dira eta, beraz, ezinezkoa da aldatzea. Era berean, dena espero den moduan atera dadin, tripodea ez da ikutu behar. Edozein kasutan egin dezakezuen gauza bakarra, gurutzea aldatzeko dagoen torlojua erabiltzea da.

Kasu honetan erabilitako pisuak urkilak dira (sarri laborategietan 'reiter' deritzenak). Bi urkila handienak masa berekoak dira, nahiz eta forma desberdinekoak izan. Bietariko edozein hamargarren koskan kokaturik, hots, besoaren ertzetik esekiz gero, balantzak orekatuta egon behar du, murgilkaria 4°C-tan dagoen ur distilatuan murgildutakoan. Horixe da bultzada-unitatetzat hartuko dena; beraren benetako balioa ezezaguna da. Bestalde, beste edozein koskatan kokatutakoan, kokatuak izan direneko posizioari dagokion zenbakiak, urkilaren balioaren hamarrenak adieraziko ditu.



7.5. irudia. a) Murgilkaria 4°C-tako ur distilatutan. Dentsitate erlatiboa: 1.0000. b) Murgilkaria ura baino arinagoa den likidoan murgilduta. Dentsitate erlatiboa: 0.7141. c) Murgilkaria ura baino astunagoa den likidoan murgilduta. Dentsitate erlatiboa: 1.5820.

Beste urkila txikien masak aurrekoen masen 1/10, 1/100 eta 1/1000 baliokoak dira, eta besoaren muturrean jartzean (hamargarren koskan), onarturiko bultzada-unitatean 0.1, 0.01 eta 0.001 balioak adierazten dituzte. Halaber, balantzaren besoan jarritako edozeinek, dagoeneko markari dagokion bezainbeste hamarren adieraziko ditu. Adibide modura, 7.5. irudietan hiru neurketa desberdin adierazi dira.

Eragiketa-metodoa

A. Balantza arrunta.

A.1. Luzera eta azaleraren balioaren determinazioa

Aipatutako bietan bete beharreko urratsak ia berberak direnez, batera deskribatuko dira. Kalibrea erabiliz, neurtu L_0 eta S_0 ezagun izan behar duten balioak.

Jarraian, determinatu masa guztien balioak, horretarako zeroaren kokapena lortu beharko delarik. Ondorengoa kontutan hartu behar da.

Jaurtiki balantza poliki poliki eta itxaron hiru oszilazio oso burutu ditzan. Ondoren, orratzaren elkarren jarraiko bost oszilazioerdi maximo behatu eta koadernoan idatz; hiru alde batera eta bi bestera. Behaturiko irakurketak a_i izanik, non $i = 1,2,..,5$ den, balantzaren zeroa ondoko adierazpenak emango digu:

$$a = \frac{1}{2}\left(\frac{a_1 + a_3 + a_5}{3} + \frac{a_2 + a_4}{2}\right). \qquad (7-21)$$

Aipatutako prozesua zenbait alditan errepikatu beharko da (hiru bider gutxienez), batetik bestera mailakapen erdiko alderik behatu behar ez delarik.

Zenbait pisaketa-metodo dago, baina normalean erabilitakoa eta jarraian deskribatuko dena, *'tara' edo karga konstanteko metodoa* deritzona da. Metodo honen bidez, pisaketan eragina eduki lezakeen balantzaren eraiketan eginiko akatsen ondoriozko erroreren batzu ekidin daitezke, esaterako, gurutzearen zurruntasunik ezarena, besoen luzeraren berdintasunik ezarena eta beste.

Platertxo batean, pisaketan zehar neurtu eta erabiliko den masarena baino balio handiagoko karga konstantea erabiltzean datza metodoa, zeinari *tara* deritzon. Neurtu nahi dugun ezarritako masa (m_s) beste platertxoan kokatuko da eta, ondoren, tara orekatzeko beharrezkoak diren masa guztiak (denetara M) gehituko dira.

Beraz, ondokoa lortuko da:

$$\text{Tara} \;__\Delta__\; m_S + M. \qquad (7-22)$$

Eskuineko platertxotik ezarritako masa kendu eta beharrezkoa den M' masa kokatuko da, tararekiko berriro oreka lortzeko. Hortaz:

$$\text{Tara} \;__\Delta__\; M'. \qquad (7-23)$$

Beraz,

$$m_s = M' - M. \qquad (7-24)$$

B. Balantza hidrostatikoa.

B.1. Gorputz solidoen dentsitatearen determinazioa.

Platertxoetariko batek bere behealdean duen gakotik, aztertu nahi den gorputz solidoa esekiko da. Beste platertxoan gorputz solidoaren masa baino handiagoa den tara kokatuko da, eta neurketa osoan zehar aldatu gabe izan beharko da (*tara konstantearen metodoa*).

Aipatutako metodoa segituz, ondoko eskema kontutan hartuz determinatuko da gorputz solidoaren masa:

$$\text{Tara} \quad __\Delta__ \quad m_S + m_{\text{haria}} + M_1, \qquad (7-25)$$

$$\text{Tara} \quad __\Delta__ \quad m_{\text{haria}} + M_2, \qquad (7-26)$$

$$m_s = M_2 - M_1. \qquad (7-27)$$

Burdinaritik eseki ezazue berriro aztertu nahi den gorputz solidoa, eta murgil ezazue ur distilatuz beteriko gordegailuan. Ondoren, balantza orekatuko duzue. Bukatzeko, lehenagoko eskema segituz, lor ezazue kanporatutako ur-bolumenaren masa. Hots,

$$\text{Tara} \quad __\Delta__ \quad m_S + m_{\text{haria}} - B + M_3, \qquad (7-28)$$

non B delakoa bultzada den. Beraz,

$$\text{Okupaturiko ur - bolumenari dagokion masa} \equiv M_0 = M_3 - M_1. \qquad (7-29)$$

Dentsitate erlatiboa determinatuko da ondoren. Zerekiko da erlatiboa?

Uraren tenperatura ezaguturik, eta 7.1. taulako datuak erabiliz, benetako dentsitatearen balioa determina dezakezue.

C. Mohr/Westphal-en balantza.

C.1. Likido baten dentsitatearen determinazioa.

Zein da, Mohr/Westphal-en balantzaren kasuan murgilkariak 4°C-tako ur distilatuan pairatutako bultzada-unitatetzat hartzearen zergatikoa?

7.1. Taula

Uraren dentsitatea (g/cm^3), tenperatura desberdinetan

Tenperatura	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
0	0.99987	0.99997	1.00000	0.99997	0.99988	0.99973	0.99953	0.99927	0.99897	0.99862
20	0.99823	0.99780	0.99730	0.99681	0.99626	0.99568	0.99506	0.99440	0.99372	0.99300
40	0.99225	0.99147	0.9907	0.9898	0.9890	0.9881	0.9872	0.9862	0.9853	0.9843
60	0.9832	0.9822	0.9811	0.9801	0.9789	0.9778	0.9767	0.9755	0.9743	0.9731
80	0.9718	0.9706	0.9693	0.9680	0.9667	0.9653	0.9640	0.9626	0.9612	0.9598
100	0.9584	–	–	–	–	–	–	–	–	–

Ondo garbiturik eta lehorturik dagoenean, koka ezazue murgilkaria balantzaren eskuineko ertzeko gakotik. Momentu horretan, balantzak guztiz orekatuta egon behar du. Horrela ez balitz, oreka lortzeko oinarrian dagoen doikuntza-torlojua erabili beharko litzateke. Hala ere, aipatu denez, ekintza horrek praktika egiten hasi aurretik egon behar du eginik.

Praktikan, jarraian deskribatuko diren pausuak errepikatu behar dira, erabiliko diren hiru likidoen kasuetarako: ur distilatua, eta ezezagunak diren bi likido, azken hauen urarekiko dentsitateak determinatuko direlarik.

1) Altxa ezazue balantzaren zati mugikorra, bera finkatzeko dagoen torlojuaren bidez askatuz.
2) Murgilkaria guztiz murgilduta egon dadin, aldatu balantzaren altuera, hondoa zein hormak jo ez ditzan edo eta inguruan burbuilak jaso ez ditzan.
3) Puntu honetan, behatu alde batera edo besterako balantzaren desoreka. Zein da horren azalpena?

Argi dago, unitate modura hartzen den urkila hamargarren posizioan kokatuz gero, oreka eskuratuko duzuela. Zergatik?
Beste likidoen kasuan, koka itzazue urkilak oreka eskuratzeko posizioetan. Dentsitate erlatiboa idatzi. Zerekiko da erlatiboa?
Murgilkariaren termometroa erabiliz, zein da likidoaren dentsitatea?

OHAR GARRANTZITSUAK.

1. Gurutzeak neurketetan soilik egon behar du aske (desarraturik alegia), neurtu ondoren lotu edo gatibatu egin beharko delarik. Pisuak ez dira jarri behar balantza desarraturik dagoenean.

2. Balantza desarratzeko, oso astiro biratu behar da mekanismoa, ahal den neurrian orratza eskalatik atera ez dadin, eta gurutzean astinketa bortitzik gerta ez dadin.

3. Kutxa isolatzailearen ateek itxita egon behar dute, balantza oszilatzen ari den bitartean.

4. Lan egiteko modurik egokiena ondokoa da: ezkerreko eskua desarraketa-mekanismoan edukiz, eskuineko eskuaz —beti ere pintzak erabiliz— eta eskuin aldeko leihotik, pisuak jarriko dira, handienetik hasita txikienera, harik eta oreka lortu arte. Aldi bakoitzean desarratu egingo da balantza, jarritako pisua handiegia edo txikiegia den ikusteko, balantzari segidan eutsiz. Eusketa, orratza bere posizio normaletik pasatzean egin behar da, zeren bestela astinketa handiegia jasotzeko arriskua baitago.

5. Kutxako pisuekin saiatu ondoren (gramo-ehuneneraino), urkilak (reiterrak) erabiliko dira. Gurutzeko urkilen jarreraren arabera, gramo-milarenak neurtu ahal izango ditugu.

8. praktika

Inertzi momentua

Helburuak

Praktika honetan, gorputz batek ardatz baten inguruan duen inertzi momentua lortuko dugu; horretarako, gorputzari indar-bikotea aplikatuko zaio eta honek sortarazitako azelerazio angeluarra izango da neurtuko dugun magnitudea.

Tresneria

Ordenadorea, balantza, Vernier kalibrea, flexometroa.

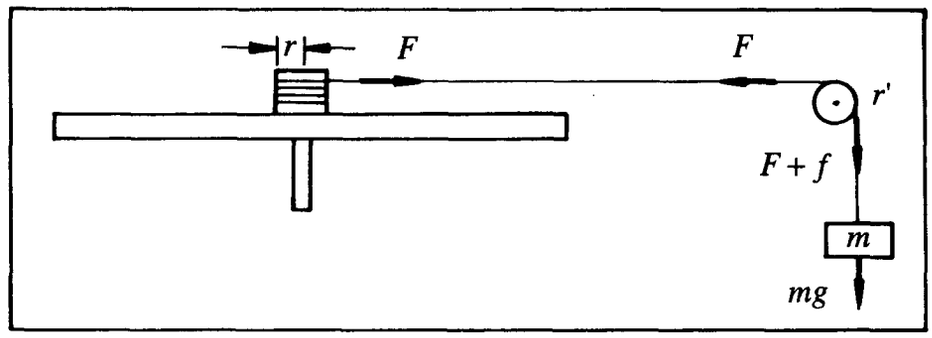
Oinarri teorikoa

Edozein gorputz zurrunen inertzi momentua, biraketa-higiduraren oinarrizko ekuaziotik abiatuz lor daiteke:

$$\tau = I\alpha, \qquad (8-1)$$

non τ delakoa, aplikaturiko indar-sistemaren momentu erresultantea, I delakoa gorputzak biraketa-ardatzarekiko duen inertzi momentua, eta α, sortarazitako azelerazio angeluarra diren.

Gure saiakuntzan, gorputz zurruna ardatz batetan kokatutako diskoa izango da, eta hari bati lotuta eroriko den m masak sortaraziko du momentua. Horretarako, 8.1. irudian ikus daitekeenez, aipaturiko haria, biraketa-ardatzaren inguruan kokatutako r erradiodun danborrean harilkatuta dago (laborategian, danborra diskoaren azpian dago).



8.1. irudia. Muntaia experimentalaren eskema.

Demagun, harilkadura zehazki horizontala eta danborraren gainazalean eginda dagoela oso-osorik eta, bestalde, hariaren sekzioa arbuiatuz gero, hariaren edozein punturen azelerazioa, biraka arituko den danborraren gainazaleko puntuen azelerazio tangentzialaren berdina izango dela. Hortaz, eroriko den masaren a azelerazio linealaren eta gorputz zurrunaren α azelerazio angeluarraren arteko erlazioa ondokoa da:

$$a = r\alpha. \qquad (8-2)$$

Bestalde, biraka arituko den gorputzaren gaineko τ momentua Fr izango dugu, F delakoa hariaren tentsioa izanik (ikus 8.1. irudia).

Lehen hurbilketa modura, eroriko den masak duen azelerazioa oso txikia dela onartuko dugu eta, ondorioz, hariak jasaten duen F tentsioa, masaren mg pisuaren berdina dela kontsidera daiteke. Beraz, τ momentua mgr biderkadura izango da eta (8–1) eta (8–2) ekuazioak gogoan izanik eta marruskaduraren eragina arbuiatuz, honako hau beteko da:

$$mgr = I\frac{a}{r}. \qquad (8-3)$$

Adierazpen horretan azelerazioarekin lotuta ageri diren magnitudeetatik batek ere denboraren menpekotasunik ez duenez, azelerazioak ere konstante iraun beharko du denboran zehar. Halaber, (8–3) ekuazioko m masa, danborraren r erradioa eta grabitatearen azelerazioa ere ezagut ditzakegu. Beraz, erorketa-azelerazioa neurtuz, gorputz zurrunaren I inertzi momentuaren balio hurbildua (8–3) adierazpenaren bidez kalkula dezakegu. Bestalde, azelerazioa konstantea bada, masak h altueratik erortzeko behar duen denbora-tartea azelerazio horrekin lotuta egongo da ondoko erlazio ezagun honen bitartez hain zuzen ere: $h = (1/2)at^2$.

Hala ere, ba dakigu (8–3) ekuazioa erabat zuzena ez dela, eta hobatu egin daiteke, jakina. Newton-en bigarren legearen arabera, eroriko den masaren azelerazioa a bada, hariaren F tentsioak $mg - F = ma$ ekuazioa bete beharko du eta, ondorioz, $F = m(g - a)$ izango da. Hortaz, aurreko arrazonamendu berbera erabiliz, lortuko dugun ekuazioa hauxe izango da:

$$m(g - a)r = I\frac{a}{r}. \qquad (8-4)$$

(8–4) ekuazio hau (8–3) adierazpena baino zuzenagoa da, baina marruskadura-indarren eta txirrikaren inertzi momentuaren eraginak ez ditu aintzakotzat hartu. Praktika honetarako erabiliko dugun dispositiboan, aipaturiko efektu horiek arbuiatzean egingo dugun errorea txikia izango da, eroriko den masa oso handia edo oso txikia ez den bitartean. Lehenengo kasuan, erorketa-denborak oso laburrak izango dira (doitasunez neurtzeko zailak, beraz) eta diskoaren biraketa azkarrak airearekiko marruskadurazko efektu nabarmenak sortaraz ditzake. Masak oso txikiak direneko kasuan, higidura hain astiro gerta daiteke, non erorketan zehar uniformeak ez diren marruskadurak ager daitezkeen. Guri dagokigun kasuan, 100 eta 120 g bitarteko masa izango da egokia, aipaturiko efektuak arbuiagarritzat jo ditzagun.

A. Txirrikaren marruskadura

Biraka ari den sistema baten marruskadura, sistemaren abiadura angeluarraren proportzionala den momentuaren bitartez adieraz daiteke zenbait kasutan. Momentu horrek eta abiadura angeluarrak aurkako norantza dutela jakinik, honela idatz dezakegu:

$$\tau_m = -b\omega. \qquad (8-5)$$

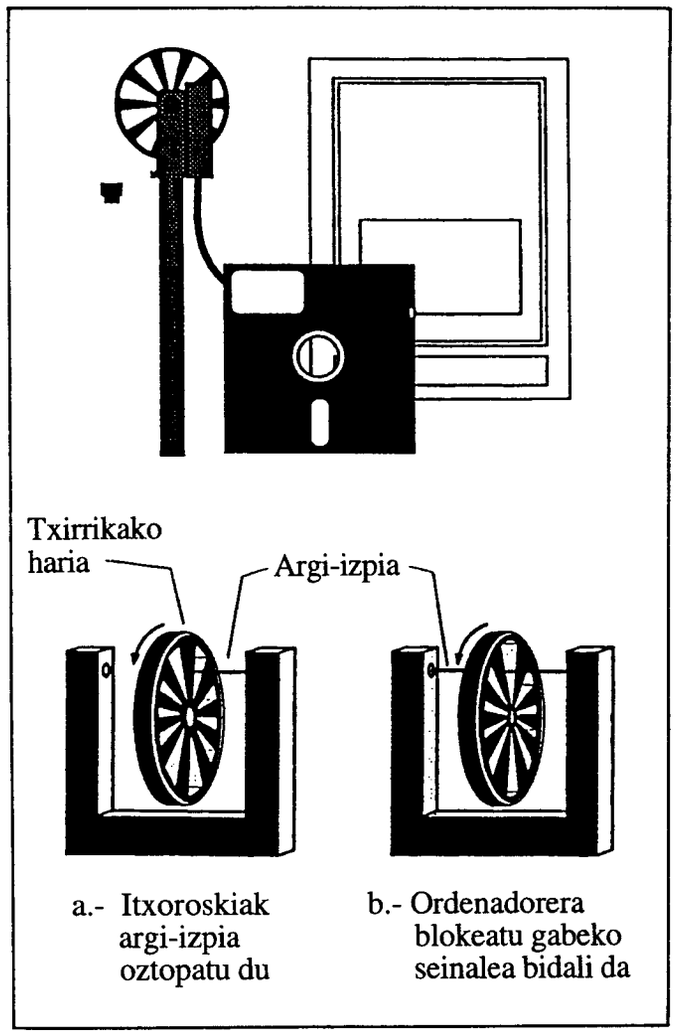
Horrela, bada, demagun sistemak ω_0 hasierako abiadura angeluarra izanik, marruskadura-momentu horren eragina baino pairatzen ez duela. Ondorio modura, sistemaren abiadura angeluarra motelduz joango da, (8–1) ekuaziotik abiatuz lor dezakegun ondoko adierazpenaren arabera:

$$-b\omega = I\alpha = I\frac{d\omega}{dt}. \qquad (8-6)$$

Aipatu dugun hasierako baldintza aintzakotzat hartuz, (8–6) ekuazioaren ebazpena hauxe da:

$$\omega(t) = \omega_0 e^{-t/T}. \qquad (8-7)$$

T delakoari lasaikuntza-denbora deritzo, eta I/b zatiduraren berdina da. (8–7) gisako funtzioak (8–6) ekuazioa betetzen duela erraz egiazta daiteke, ω_0 delakoa $t = 0$ aldiuneari dagokion abiadura angeluarra izanik.



8.2. irudia. Txirrika adimentsuaren muntaiaren eta funtzionamenduaren eskema.

B. Txirrika adimentsua

Praktika honetan, masaren erorketa-azelerazioa neurtzeko asmoz, txirrika 'adimentsua' erabiliko dugu. Goiko 8.2. irudian adierazita dago dispositiboa, eta bertan ordenadoreari eta txirrikari konektaturiko 'argi-langa' bat izango dugu. Txirrikak itxoroskiak dauzka eta horien zeregina, argi-izpia pasatzen ez uztea da. Argi-langak ordenadoreari bidaliko dion seinalea desberdina izango da argi-izpia pasatzen den ala ez arau. Horretan oinarrituta eta ordenadorearen barne-erlojua erabiliz, programak

txirrikaren itxoroskiek argi-izpia oztopatzen duteneko elkarren segidako denbora-tarteak neur ditzake. Denbora-tarte horietatik abiatuz eta txirrikaren eta beraren itxoroskien datu geometrikoak ezagutuz, programak txirrikaren biraketa-higidura zehaztuko du. Modu berean, txirrikaren arrailetik doan hariaren edozein aldiunetako desplazamendua, abiadura eta azelerazioa ere kalkula ditzake programak. Diogun, azkenik, programa berberaren bitartez magnitude horien guztien denborarekiko portaera grafikora eraman daitekeela.

Eragiketa-metodoa

1) Lehenengo eta behin, piztu ezazue ordenadorea, 'sistema' izeneko disketea goiko aldeko diskete-unitatean sartuta dagoela. Zenbait denbora itxaron ondoren, pantailako azken lerroan **A>** ikurra azalduko da eta horrek ordenadorea erabiltzeko prest dagoela esan nahi digu. Atera ezazue 'sistema' disketea eta gorde dagokion tokian. Sar ezazue orain 'smart pulley' izeneko disketea eta **spt** teklea ezazue. Hortaz, pantailako azken lerroan **A>spt** irakurriko dugu. 'Return' edo 'enter' deritzon tekla sakatu ondoren, ordenadorea txirrika adimentsuaren programa kargatzen ari da eta prozesua amaitu ondoren, saka ezazue berriro 'return' tekla. Orain pantailan aukera anitzeko menua ageriko zaizue; hauta ezazue kurtsorea higitzen duten teklen bitartez, lehen aukera, 'M-Motion Timer' delakoa alegia. Ondoren sakatu 'return'. Hori egin eta gero, ordenadorea txirrikaren higiduraren hasieraren zain geratuko da neurtzen hasteko, eta behin neurketa hasi ondoren, nahi dugunean eten dezakegu, 'return' tekla berriro sakatuz.

2) Sistemaren erabileran treba zaitezten, txirrikaren marruskadura aztertzen saiatuko gara. Horretarako, ipin ezazue programa 'M-Motion Timer' egoeran, aurreko atalean emandako oharrak gogoan izanik. Ondoren, higiaraz ezazue txirrika, eskuaz bulkada txiki bat emanez. Ordenadorea neurtzen hasiko da, eta entzun daitekeen burrunbadatxoa izango da horren adierazle. Txirrika gelditutakoan, eten ezazue neurketa, 'return' tekla sakatuz. Zenbait segundoren buruan, argi-langari dagokion denbora-taula azalduko da pantailan. Lortutako datuen analisia egin nahi badugu, 'return' sakatu beharko dugu berriro, eta pantailan beste menu bat izango dugu. Kurtsorearen bitartez 'graph data' aukera hautatu beharko da eta 'return' sakatu. Hurrengo menuetan, hauta itzazue elkarren segidan ondoko aukera hauek (beti ere 'return' teklaren bitartez): 'velocity vs. time', 'A-smart pulley (linear/string)', 'select graph style' (dena 'off' egoeran), 'automatic scaling' *X* ardatzerako eta 'automatic

scaling' Y ardatzerako ere. Itxaron segundo batzu, eta pantailan izango duzue, txirrikaren arraileko puntu baten **abiadura linealak** denborarekiko duen portaerari dagokion grafikoa. Praktikaren txostenean irudi horren eskema koalitatiboa eman beharko duzue, ageri diren eskalak gutxi gorabehera adieraziz. Aurki itzazue gutxi gorabehera abiadura maximoaren balioa eta pausagunera heltzeko txirrikak behar izan duen denbora. Esan nolakoa den kurba horren eitea eta zein den beraren esangura fisikoa.

3) Azter dezagun koalitatiboki, aurreko atalean erdietsi dugun kurba, $v(t) = v_0 \exp(-t/T)$ (bertan $v_0, t = 0$ aldiuneko abiadura maximoa izanik) funtzio exponentzialaren gisakoa den ala ez. Kontutan izan, (8–7) ekuazioa aplikagarria balitz, abiadura linealak horrelakoa izan beharko lukeela. Ekuazio horren arabera, abiaduraren balioa hasierako balioaren erdiraino jaisteko behar den denbora-tartea ($t_{1/2}$ deritzoguna) honako hau litzateke: $v_0/2 = v_0 \exp(-t_{1/2}/T)$, hots, $\exp(-t_{1/2}/T) = 1/2$, eta ondorioz, $t_{1/2} = T \ln 2$. Ohar zaitezte, denbora-tarte horrek hasierako abiaduraren balioaren menpekotasunik ez duela.

Pantailan behatutako kurba abiapuntutzat hartuz, $t_{1/2}$ parametroaren balioa estimatu beharko duzue. Jarraian, 2) atalean egindako neurketa errepikatu egin beharko duzue, baina oraingoan txirrikaren hasierako abiadurak aurreko kasukoak baino askoz ere txikiagoa izan beharko du. Lor ezazue pantailan txirrikaren abiadura lineala denboraren funtzioan azaltzen duen grafikoa, eta bertatik, estima ezazue berriro ere $t_{1/2}$ parametroa. Konpara itzazue erdietsi dituzuen $t_{1/2}$ delakoaren bi balioak, eta dauden erroreak aintzat hartuz, esan ezazue $t_{1/2}$ denbora hasierako abiaduraren independentea denentz. Egindako neurketa horietan oinarrituz, estima ezazue txirrikaren T lasaikuntza-denbora.

(8–7) adierazpenak ondo deskribatzen al du txirrikaren jokaera? Zehatzago jakin nahi izanez gero, zer nolako saiakuntza egingo zenukete?

$t_{1/2}$ parametroaren estimazioa egiteko, programak bi aukera eskaintzen dizkigu:

i) Grafikoaren gaineko saretxoa. Hori lortzeko, pantailan grafikoa ageri dela, sakatu 'return' tekla, eta azalduko den menuan, 'alter type of graph' izenekoa hautatu beharko duzue. Hurrengo menu guztiak ez dira aldatu behar, 'select graph style' deritzona izan ezik, zeinean zuriune-barraren bitartez 'grid on the graph' aukera 'on' egoeran ipini beharko duzuen.

ii) Grafikoari dagokion (t,v) datu-bikoteen taula. Taula hori ikusi nahi badugu, pantailan grafikoa dugula, sakatu 'return' tekla eta ageriko den menuko 'display table of values' delakoa hautatu.

4) Orain, erabiliko dugun dispositibo mekanikoa prestatu beharko da. Vernier kalibrearen bitartez neur ezazue haria harilkatuta dagoeneko danborraren diametroa. Lor ezazue erabiliko den pisu-ezargailuaren masa, balantzaren bidez. Egiazta ezazue torlojua ondo kokatuta dagoela (torlojuak finko egon behar du azkoinaren presioa dela eta; halaber, torlojua bizpahiru milimetroz baino ez da danbor barnean sartu behar). Egiazta ezazue diskoa horizontalki dagoela eta ia marruskadurarik gabe bira dezakeela. Haria danborrean harilkatzerakoan, gogoan izan behar dugu, haria gainezarrita utzi ezin dugula; hau da, danborraren gainazalean harilkatu beharko dugu oso-osorik. Bestalde, txirrika eta danborraren arteko hari-zatiak zuzen egon behar du. Ondoren, ordenadorean menu nagusiko 'M-Motion Timer' hautatu beharko duzue. Jarri ezazue 100 g-ko masa pisu-ezargailuan eta utz ezazue erortzen. Lurra jo bezain laster, neurketa eten egin beharko duzue, 'return' tekla sakatuz. Jarraian, erorketa-abiadura denboraren funtzioan pantailaratu beharko da, lehenago 2) atalean egin dugunez.

   Praktikaren txostenean, lortu duzuen kurbaren gutxi gorabeherako eskema egin beharko da. Aipa itzazue kurba horren ezaugarri nagusienak.

   - Behatutako erorketa, azelerazio konstanteko higidura al da?
   - Masak lurra jo dueneko aldiunea antzeman al daiteke kurban?
   - Zenbateko iraupena izan du erorketak?
   - Grafikoa abiapuntutzat hartuz, eman ezazue erorketari dagokion azelerazioaren gutxi gorabeherako balioa. Lortutako balio hori eta aldez aurretik estimaturiko erorketa-denbora erabiliz, kalkula ezazue erorketa-distantzia.
   - Kalkulatutako distantziaren balio hori bat al dator masa erortzen utzi deneko altuerarekin?

5) Erorketa-azelerazioaren balio doiagoa erdiesteko asmoz, honako prozedura hau erabiliko dugu: teoriaren arabera, abiadurak emendio lineala izan beharko luke erorketan zehar (azelerazioa konstantea delako) eta ondorioz, lortutako grafikoan portaera lineal hori ageri deneko denbora-tarte ahalik eta luzeena aukeratu beharko dugu. Hautatutako denbora-tarte hori mugatzen duten denboren balio hurbilduak hartu beharko ditugu pantailatik eta ondoren, 3) atalean aipatu dugun 'display table of values' delakoa aukeratu beharko da. Bertan, muturreko bi denbora horien balio zehatzak lor daitezke $(t_1 \text{ eta } t_2)$ eta bai denbora horiei dagozkien abiadurak ere $(v_1 \text{ eta } v_2)$. Bi aldiune horien artean abiadurak emendio lineala pairatzen duenez (horixe baita grafikoan behatu duguna), tarte horretako azelerazioa honelaxe kalkula

dezakegu: $a = (v_2 - v_1)/(t_2 - t_1)$. Azelerazioaren balio hori (8–4) ekuazioan sartuz, diskoaren inertzi momentua lortu beharko duzue.

6) Neur itzazue praktikan erabilitako diskoaren eta danborraren pisuak. Lortutako masen balioak eta gorputz osoaren forma geometrikoa kontutan hartuz, kalkula ezazue saiakuntzan biraka izan dugun gorputzaren inertzi momentua eta estima ezazue beraren errorea. Konpara itzazue balio hau eta loturik duen errorea, aurreko atalean erdietsitako emaitzekin (inertzi momentuaren balioa eta beraren errorea).

7) Azkenik, 5) atalean egin dugunaren antzera, neur ezazue 170 g-tako masaren erorketa-azelerazioa, diskoa zentrutik kanpoko zuloan finkatuta dagoeneko kasuan. Horretarako, saia zaitezte diskoa ahalik eta horizontalen ipintzen. Lortutako baliotik abiatuta, kalkula ezazue biraka aritu den sistemaren inertzi momentua. Konpara ezazue 5) atalean lortutakoarekin. Ondoren, erabilitako bi biraketa-ardatzen arteko distantzia neurtu beharko duzue.
Azaldutako erroreak aintzakotzat hartuz, kasu honetan Steiner-en teorema bete dela esan al genezake?

9. praktika

Inertzi momentuen determinazio experimentala

Helburuak

Praktika honetan, gorputz desberdinen inertzi momentuen determinazioa lortu nahi da alde batetik, eta Steiner-en teoremaren baieztapena egin, bestetik.

Tresneria

Tortsio-ardatza bere osagarriekin (barra eta muntaietarako eraztuna), dinamometroa, eta nibela. Aztertuko diren objektuak: masa zilindriko metalikoak, zurezko zilindro trinkoa eta metalezko zilindro hutsa, zurezko eta metalezko diskoak. Erregela eta kronometroa. Ordenadorearen kronometro elektronikoa erabiliko da (ikus azken atala).

Oinarri teorikoa

Aurreko praktikan ikusi dugunez, edozein gorputz zurrunen inertzi momentua, biraketa-higiduraren oinarrizko ekuaziotik abiatuz lor daiteke, hots, honako ekuaziotik,

$$\tau = I\alpha, \qquad (9-1)$$

non τ delakoa, aplikaturiko indar-sistemaren momentu erresultantea, I delakoa gorputzak biraketa-ardatzarekiko duen inertzi momentua, eta α, sortarazitako azelerazio angeluarra diren. Dakigunez, sistemaren inertzi momentua honelaxe definitzen da,

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \qquad \text{edo} \qquad I = \int_V r^2 dm, \qquad (9-2)$$

sistema diskretua edo jarraia izan arau, hurrenez hurren.

Gorputz solido batek higidura oszilakorra duenean, dagokion periodoa era honetan adieraz edo kalkula daiteke,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}, \qquad (9-3)$$

D delakoa indar-momentu zuzentzailea izanik. Azken ekuazio honek bidea ematen digu I inertzi momentua beste aldagaien bidez kalkulatzeko.

Steiner-en teorema.

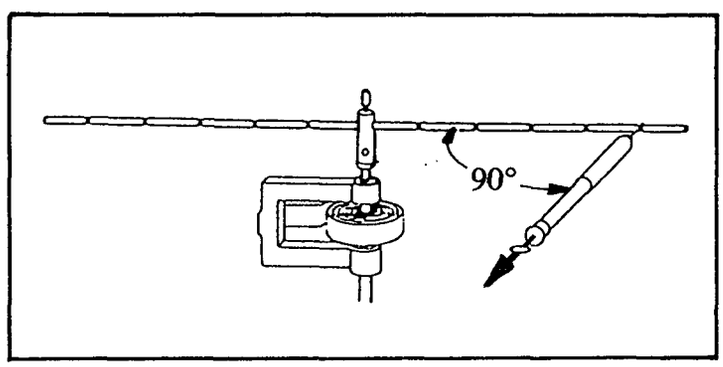
Teorema honek bi ardatz paralelorekiko inertzi momentuen arteko erlazioa adierazten digu, bietako bat masa-zentrutik pasatzen delarik. Demagun masa-zentrutik pasatzen den ardatzarekiko inertzi momentua I_O dela, eta bertatik a distantziara dagoen ardatz paraleloarekikoa I_A dela, gorputz solidoaren masa m izanik. Teorema honen arabera, bien arteko erlazioa honako hau da:

$$I_A = I_O + ma^2. \qquad (9-4)$$

Eragiketa-metodoa

a) Tortsio-ardatzaren indar-momentu zuzentzailearen determinazioa.

Ipin ezazu barra tortsio-ardatzaren gainean. Bira ezazu barra π radianetako angeluz eta, dinamometroaren laguntzaz neur ezazu oreka gordetzeko behar den indarra, neurketa marka bakoitzetik eginik. Neurketa egiten ari zaren bitartean, dinamometroa barrarekiko perpendikularki eduki behar duzu, 9.1. irudian ageri den moduan.



9.1. irudia

Neur itzazu, halaber, marka bakoitzetik biraketa-ardatzera dagoen distantzia. Lorturiko balioekin 9.1. taula osa ezazu. Horretarako kontutan izan itzazu honako adierazpen hauek:

$$\tau_F = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad \Rightarrow \quad \tau_F = rF. \qquad (9-5)$$

Hemen F dinamometroan neurturiko indarra da, r delakoa, markatik biraketa-ardatzerako distantzia, eta τ_F, indarraren momentua.

Bestalde

$$\tau_{\text{malgukia}} = D\theta, \qquad (9-6)$$

non θ biraturiko angelua den (kasu honetan $\theta = \pi$). Honelatan, $\tau_F = \tau_{\text{malgukia}}$ bada, orduan

$$D = \frac{rF}{\pi}. \qquad (9-7)$$

Neurketa desberdinez taula osotuz (ikus 9.1. taula), lor ezazu D-ren batezbesteko balioa.

9.1. Taula

r [m]	___	___	___
F [N]	___	___	___
$\tau = rF$ [N m]	___	___	___
$D = \tau/\theta$ [N m/rad] ($\theta = \pi$)	___	___	___

Batezbesteko D [N m/rad] : $\overline{D}$ = _____

b) Inertzi momentuen determinazioa.

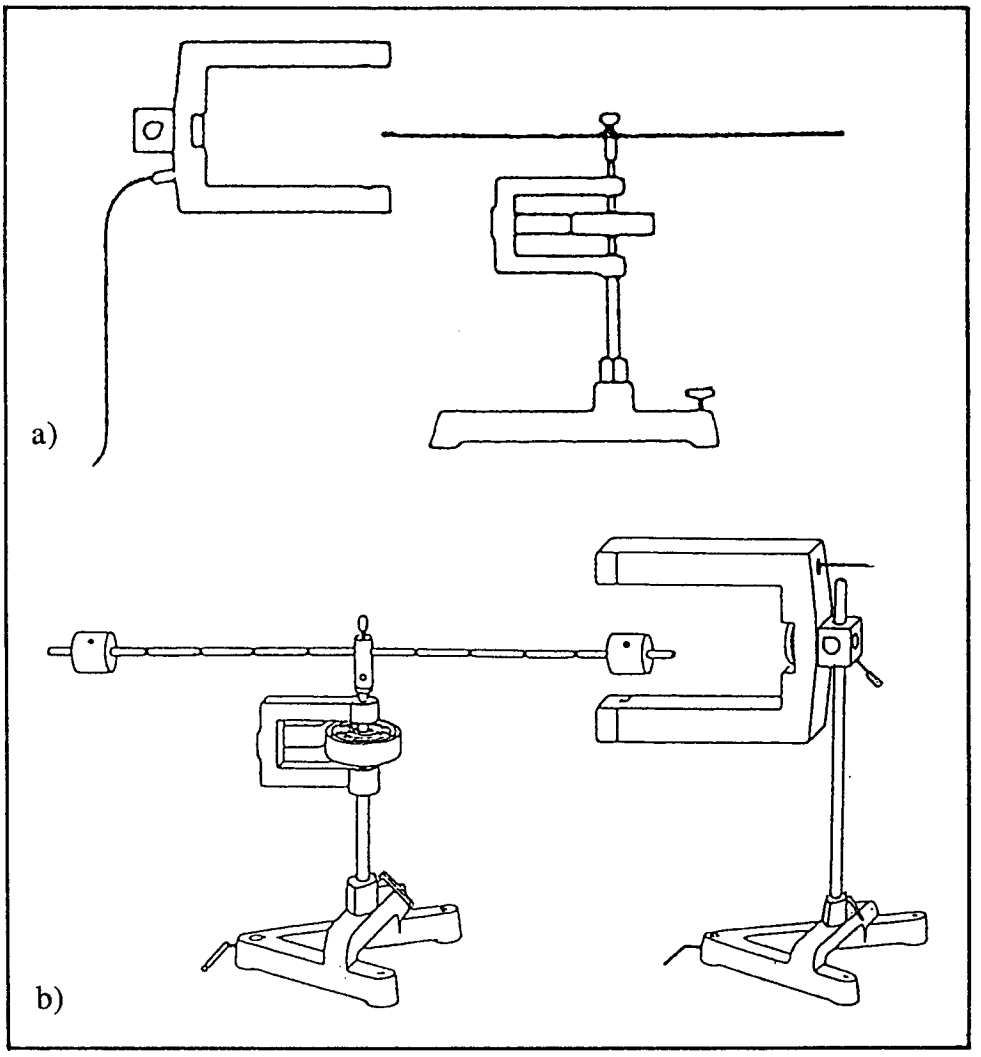
Kasu guztietan neurtu beharrekoak, batetik oszilazio-periodoa eta bestetik solido desberdinen dimentsioak dira, ondoren kalkuluaren bidez problema experimentala ebazteko, eta teorikoki espero den balioarekin konparatzeko. Ondoko sekuentzia ezar daiteke:

a) Muntaiaren euskarriaren (hots, barrarena edo aroarena) oszilazio-periodoaren determinazioa eta, beraz, inertzi momentuarena.

b) Multzo osoaren (euskarria + aztertzen ari garen gorputza) oszilazio-periodoaren determinazioa eta, beraz, inertzi momentuarena.
c) Bien arteko kendura eginez, aztertzen ari garen gorputzaren inertzi momentua kalkula daiteke.

Eragiketa-metodoa

Lehenengo, munta ezazu barra inolako masarik gabe, 9.2. irudian ageri den moduan. Nibela horizontalki dagoela ziurta ezazu. Determina ezazu beraren periodoa. Gero, masak simetrikoki jarriz karga ezazu, aurretik neurturiko distantzietara prezeski. Kasu bakoitzean, determina ezazu periodoa. Presta ezazu 9.2. taularen antzekoa.



9.2. irudia. a) Masarik gabe b) Masak simetrikoki jarrita.

9.2. Taula

r [m]	___	___	___	___
T [s]	___	___	___	___
$I_{(\text{barra+masa})}$ [kg m^2]	___	___	___	___
$I_{(\text{masas})}$ [kg m^2]	___	___	___	___
r^2 [m^2]	___	___	___	___
I/r^2 [kg]	___	___	___	___

Kalkula itzazu zilindroen masak. Pisa itzazu eta konpara itzazu emaitzak. Determina itzazu erroreak.

Egin ezazu antzera hurrengo kasuetan ere:

1) Munta ezazu eraztuna eta neur ezazu beraren oszilazio-periodoa. Determina ezazu hutsean duen inertzi momentua.
   Errepika ezazu prozesua, baina eraztuna honelaxe kargaturik:
   a) Zurezko zilindro trinkoaz.
   b) Metalezko zilindro hutsaz.
   c) Kendurak eginez, determina itzazu beraien inertzi momentuak.

2) Munta ezazu zurezko diskoa, eta, esandako prozesuari jarraituz, kalkula ezazu beraren inertzi momentua.

Konpara itzazu elkarrekin hiru kasuetan lorturiko inertzi momentuak, eta halaber beraien masa eta dimentsioetatik espero diren balio teorikoekin. Kalkula itzazu metodo bietan eginiko erroreak, eta azter ezazu ea emaitzak bateragarriak diren.

Steiner-en teorema.

Disko metalikoa erabiliz, neur itzazu markaturik dauden posizio zentralarekiko posizio desberdinak. Posizio horietatik pasatuko dira diskoa biraka arituko deneko ardatzak. Hasieran munta ezazu tortsio-ardatzean, posizio zentralean. Nibel baten laguntzaz, eta oinak mugituz, beraren horizontaltasuna lortu behar duzu. Neur ezazu posizio horri dagokion periodoa, masa-zentrutik pasatzen den ardatz bati dagokiona,

hain zuzen. Beste posizioekin ere, egin ezazu gauza bera, 9.3. taula betetzeko.

9.3. Taula

a [m]	___	___	___	___
a^2 [m^2]	___	___	___	___
T [s]	___	___	___	___
T^2 [s^2]	___	___	___	___
$I = \frac{1}{4\pi^2} T^2 D$ [kg m^2]	___	___	___	___
$\left(D = ___ \frac{\text{N m}}{\text{rad}}\right)$				
$\frac{I - I_0}{a^2}$ [kg]	_____			

Kalkula ezazu diskoaren masa. Pisaketaren bidez neur ezazu masa hori eta konpara itzazu emaitzak, erroreak aztertuz.

Eranskina: kronometro elektronikoa

Periodoak neurtzeko, kronometro elektronikoa erabili behar da. U formadun pieza baten gainean muntaturiko elementu sentikor batek, bere muturrak biltzen dituen lerro zuzenaren edozein eteketa detektatzen du. Pieza bibrakorrak lerro hori moztean, seinale bat bidaltzen da ordenadorera. 9.2. irudian ageri da muntaiaren eskema.

Ordenadoreari dagokionez, honako oharrak eduki behar dira kontutan:

- Konekta ezazu ordenadorea, atzealdean dagoen etengailuaren bidez. Pantaila pizteko, eragin beraren behealdean dagoen etengailuari. Gero inprimagailua piztu.
- Neurketako programari **ME** deritzo eta **ME** (intro) tekleatuz egikaritzen da. Programaren aginte-oharrei jarrai iezaiezu. Behar den unean, aukera ezazu **CRONOMETRO** agintea kurtsorearen agintailuez. Aukera ezazu **INICIAR NUEVA MEDICION**.
- Oszilaraz ezazu periodoa neurtu behar duzun elementua eta aldi berean $\mathbf{F_1}$ sakatu. Neurturiko balioak ageri dituen pantaila, paperean kopia daiteke, horretarako **PRINT SCREEN** tekla sakatuz edo menu nagusian **EMITIR VALORES MEDICION** eta **IMPRIMIR** aukeratuz.
- Programatik irteteko, **FIN** aukeratu behar da. Gero itzal ezazu ordenadorea, itzal pantaila eta itzal inprimagailua.

10. praktika

Oszilazio bortxatu eta indargetuak

Helburuak

Praktika honetan, Pohl-en tortsio-pendulua erabiliko da, oszilazio indargetuak aztertzeko, lehenengo kanpo-indarrik gabe eta gero kanpo-indarra aplikaturik.

Oinarri teorikoa

A) Osziladore indargetua

Beraren higiduraren ekuazio orokorra honako hau da,

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \qquad (10-1)$$

β indargetze-faktorea eta ω_0 maiztasun propioa izanik.

Ekuazio horren ebazpenean, hiru kasu desberdin aztertu ohi dira:

A.1. Higidura oszilakor indargetua, $\omega_0^2 > \beta^2$ denean. Orduan, soluzioa honelaxe adieraz daiteke,

$$x(t) = Ae^{-\beta t}\cos(\omega_1 t - \delta), \qquad \omega_1^2 = \omega_0^2 - \beta^2 \quad \text{izanik}, \qquad (10-2)$$

non A eta δ direlakoak osziladorearen hasierako baldintzen menpekotasuna duten konstanteak diren.

Ikus daitekeenez, oszilazioen anplitudea gero eta txikiagoa egiten da denbora pasa ahala, $e^{-\beta t}$ faktoreak agerian uzten duenez, eta anplitudea denboraren arabera adierazten duen kurbari, $x_{in} = Ae^{-\beta t}$ kurba inguratzailea dagokio.

Oszilazioaren anplitudearen elkarren ondoko bi maximoren arteko zatidurak $e^{\beta t_1}$ balio du (hemen $t_1 = 2\pi/\omega_1$ izanik), eta zatidura horri higiduraren dekrementua deritzo, βt_1 dekrementu logaritmikoa izanik.

A.2. Higidura aperiodiko kritikoa, $\omega_0^2 = \beta^2$ denean. Orduan, soluzioa honelaxe adieraz daiteke,

$$x(t) = (A + Bt)e^{-\beta t}. \qquad (10-3)$$

A.3. Higidura gainindargetua, $\omega_0^2 < \beta^2$ denean. Soluzioa honelaxe adieraz daiteke,

$$x(t) = e^{-\beta t}\left[Ae^{\omega_2 t} + Be^{-\omega_2 t}\right], \qquad \omega_2^2 = \beta^2 - \omega_0^2 \quad \text{izanik.} \qquad (10-4)$$

Zer esanik ez, azken kasu bietako A eta B konstanteek hasierako baldintzen menpekotasuna dute.

B) Osziladore bortxatu eta indargetua

Kasurik sinpleena kanpo-indar bortxatzaile harmonikoari dagokiona da, hots, $F(t) = F_0 \cos \omega t$ denean. Kasu honetan higiduraren ekuazioa hauxe da:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 = f \cos \omega t, \qquad (10-5)$$

non $f = F_0/m$ den.

Soluzio iraunkorra (hau da, efektu iragankorrak desgertzean irauten duena) hauxe da,

$$x(t) = D\cos(\omega t - \delta), \qquad (10-6)$$

hots, kanpo-indarraren maiztasun bereko oszilazioak, nahiz eta berarekiko δ radian desfasaturik egon. Oszilazioen anplitudea ondokoa da,

$$D(\omega) = \frac{f}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\omega^2\beta^2}}, \qquad (10-7)$$

eta desfasea

$$\delta(\omega) = \arctan \frac{2\omega\beta}{\omega_0^2 - \omega^2}. \qquad (10-8)$$

D anplitudearen balio maximoa egiten duen maiztasunari, anplitude-erresonantziaren maiztasuna edo pultsazioa deritzo, eta ω_R ikurraz adierazi ohi da:

$$\omega_R = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}. \qquad (10-9)$$

Indargetzea motela bada, erresonantzi pultsazioak ia maiztasun propioaren balio berbera du, baina indargetzea handituz doan neurrian, txikituz doa, anulatu arte; indargetzearen balio batetik gora ez dago erresonantziarik.

Tresnaren deskribapena

Pohl-en tortsio-penduluaren bidez oszilazio askeak egin daitezke, eta, erants dakiokeen motore baten bidez, tortsiozko oszilazio bortxatuak, maiztasun motelekoak, aldi berean Foucault-en korronteen bitartezko balazta batez indargetze desberdinak ezarriz.

Sistema oszilakorraren higidura honako ekuazioaren bidez adieraz daiteke, bertako θ aldagaia oreka-posiziotik dagoen desbidazio angeluarra delarik,

$$I\ddot{\theta} + r\dot{\theta} + c\theta = \tau(t), \qquad (10-10)$$

non I delakoa inertzi momentua den, r indargetze-koefizientea, c tortsio-konstantea eta $\tau(t)$ kanpotik aplikaturiko indar-momentua. Indargetze-faktorea $\beta = r/2I$ da, maiztasun propioa, $\omega_0 = \sqrt{c/I}$, eta oszilazio indargetuen maiztasuna, $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$.

Malgukian gertatzen den deformazioa ia harmonikoa da denboraren arabera (froga ezazue baieztapen hau, motorearen bielaren muturrak higidura zirkular uniformea egiten duela eta bielaren luzera motorearen gurpilaren erradioa baino askoz handiagoa dela kontutan harturik), eta, beraz, kanpotik aplikaturiko $\tau(t)$ indar-momentua ere ia harmonikoa izango da.

Eragiketa-metodoa

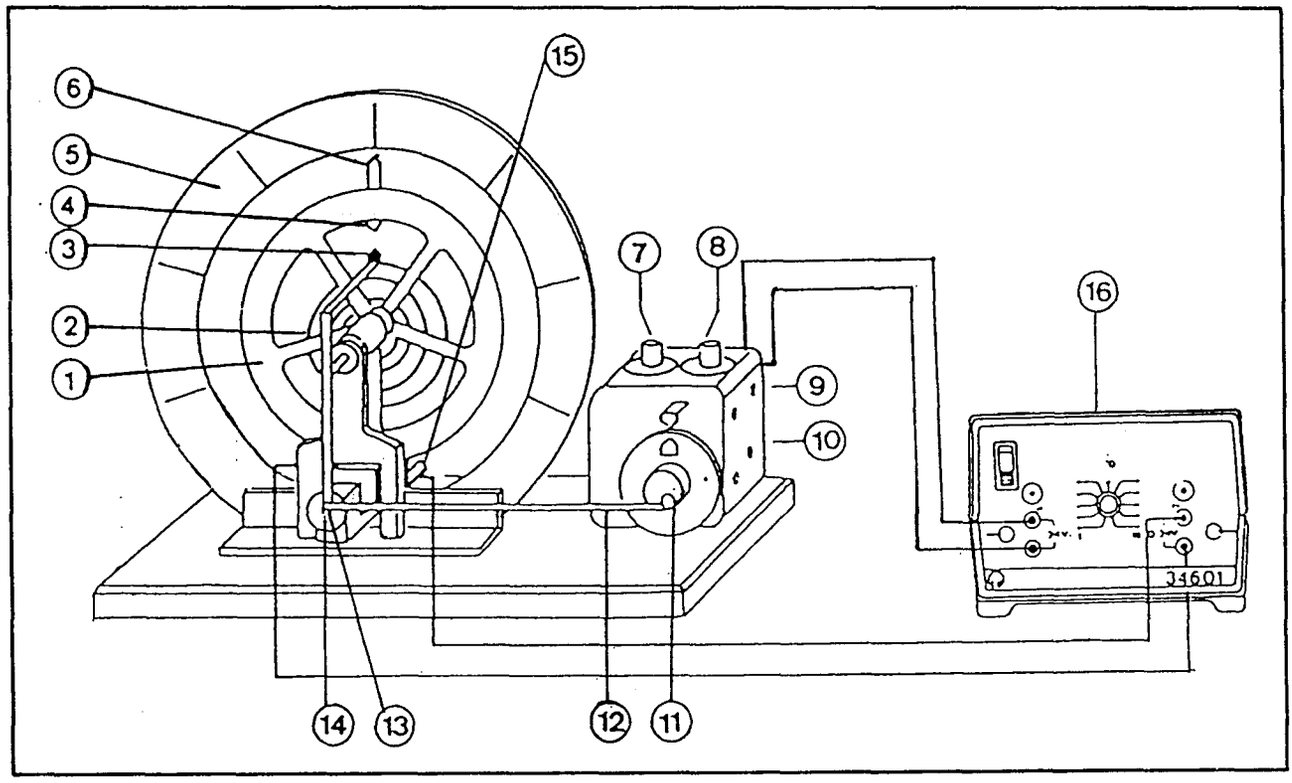
A) Osziladore indargetua

Hasieran oszilazio indargetuak aztertuko ditugu, alegia, kanpo-indar bortxatzailerik gabeak. Baldintza hauetan aurretik azalduriko A atalean egongo gara. Marruskadura-indarra ez da erabat nulua inoiz ere, nahiz eta balaztari ez eragin, zeren mekanismoak ekidin ezinezko marruskadura-puntuak baititu.

Balazta, berez, V_d voltaia jarraiaz elikaturiko elektroimana da. Sorturiko I_d intentsitatearen kausaz (Foucault-en korronteak) sistemaren indargetzea sortzen da, eta, beraz, intentsitate hori indargetze-faktorearekin erlazionaturik dago, nahiz eta erlazioa proportzionalitate arruntekoa ez den. Tarteko erresistentzia ezagutuz, harilen borneen arteko potentzial-diferentziaren irakurketak I_d intentsitatearen balioa kalkulatzeko balioko digu.

OHAR GARRANTZITSUA: balazta elikatzen duen voltaia ez da mantendu behar, balazta erabiltzen ez denean.

Jarraian, sistema oszilakorraren azterketa egingo dugu, indargetzearen balio desberdinen kasuan.



10.1. irudia. Muntaia osoaren eskema.

(1), (2) Tortsio-pendulua. Batetik penduluaren gorputza (1), kobrezkoa dena, eta bestetik malguki espirala (2). Malgukia oszilazioen kitzikatzaileari lotuta dago mutur batetik.

(3), (4) Konparazio-adierazleak, oszilazioen kitzikatzailearen eta tortsio-penduluaren arteko fase-erlazioak adierazteko.

(5) Tortsio-oszilazioen anplitudea neurtzeko eskala.

(6) Anplitude-adierazlea.

(7), (8) Tentsio kitzikatzailearen erregulaziorako botoiak, tentsioa motorearen biraketen kopuruaren proportzionala izanik: doiketa fina (7) eta baldarra (8).

(9) Motorearen elikadurarako kaskiloak.

(10) Kitzikapen-tentsioaren neurketarako kaskiloak.

(11) Gurpil bultzatzailea eta exzentrikoa.

(12) Biela.

(13) Gidarako ildoa, bielaren aplikazio-puntua oszilazio-kitzikagailuan desplazatzeko (oszilazio-kitzikagailuaren oszilazio-anplitudearen doiketarako).

(14) Biela ildoan finkatzeko torlojua.

(15) Penduluaren balaztapenerako elektroimana.

(16) Balaztapen-elektroimanerako korronterako eta oszilazioak sortarazten dituen motorerako elikadura-iturria.

a) $V_d = 0$

Zer esanik ez, marruskadura-indarra ahalik eta txikiena deneko kasuan gaude (beraz, β koefizientea ahalik eta txikiena da).

Zentra ezazue pendulua 11) gurpilaren bidez, 3) eta 4) adierazleak lerrokaturik geratzeko moduan.

a1) Neur ezazue 10 oszilaziori dagokien $10T$ denbora, T periodoa kalkulatzeko (eta, beraz, ω_0 maiztasuna).

a2) Higiaraz ezazue pendulua mugako posizioraino, gero aska ezazue pausagunetik eta ondoren irakur itzazue A anplitudearen balio desberdinak, beti alde berean eta hamar oszilazioren tarteekin.

a3) Marraz ezazue $\ln A$ vs T adierazpen grafikoa. Doi ezazue dagokion lerro zuzenarekin, eta, adierazpen horretatik lor itzazue indargetze-konstantea eta dekrementu logaritmikoa. Bukatzeko, kalkula ezazue ω_0 maiztasun propioa.

b) $V_d > 0$

Orain handiagotu egingo dugu elektroimanari ezarritako V_d voltaiaren balioa, horrela kasu desberdinei dagokien β koefizientea kalkulatzeko, aurreko prozeduraren arabera (8 edo 10 balio, 0 eta 7V bitartean).

b1) Neur ezazue 10 oszilaziori dagokien $10T$ denbora, T periodoa kalkulatzeko (eta, beraz, ω_1 maiztasuna). Hamar oszilazio burutu baino lehenago pendulua orekara heltzen bada, n oszilaziori dagokien nT denbora neurtuko duzue eta batezbesteko balioa kalkulatuko duzue.

b2) Higiaraz ezazue pendulua mugako posizioraino, gero aska ezazue pausagunetik eta ondoren irakur itzazue A anplitudearen balio desberdinak, zenbait oszilazioren tartearekin. Zenbatero irakurri behar duzuen, indargetzearen arabera erabaki beharko duzue. Indargetzea oso bizkorra bada (hau da, V_d -ren balio handiak), agian oszilazio bakoitzaren anplitudea neurtu beharko dugu.

b3) a3) atalean adierazitakoa egin.

c) $V_d > 7\text{V}$

Amaitzeko, saia zaitezte indargetze kritikoari dagokion puntua lortzen, alegia, oszilaziorik ez dagoen egoeren artean voltaia minimoari dagokiona. Behin puntu hori lortu ondoren, neur ezazue, pausagunetik eta anplitude maximotik abiaturik oreka lortzeko osziladoreak behar duen denbora (kalkula ezazue zenbait

neurketaren batezbesteko balioa). Gero, V_d voltaia handitu eta orekara heltzeko behar duen denbora neurtu. Teoriak aurrikusitakoa betetzen al da?

B) Osziladore bortxatu eta indargetua

B1) Motorearen kalibratua. Kanpo-osziladorearen maiztasuna aldakorra da (0 eta 2 Hz bitartekoa, gutxi gorabehera), eta multimetro baten bidez, (10)-eko irteerako voltaiaren neurketaren bidezko unitate arbitrarioetan adieraz daiteke. Egin ezazue motorearen maiztasunaren kalibratua (beraren periodoa neurtuz), horretarako *maiztasuna vs voltaia* adierazpen grafikoa eginez, eta behar den doiketa (zazpi edo zortzi balio). Era horretan, hortik aurrera voltaia neurtuz maiztasuna kalkulatu ahal izango duzue.

B2) Sistemaren indargetzea 2 edo 3 volta inguruan finkatuko duzue (lehenago azterturiko balioa). Ondoren, konekta ezazue osziladorea sistemarekin, eta lor ezazue oszilazio bortxatuen anplitudea, maiztasunaren zenbait balio desberdinetarako (20 bat, maximoaren inguruan puntu gehiago neurtuz). Maiztasun bakoitzaren kasuan, oszilazioa egonkortu arte itxaron behar duzue.

Ondoren, indargetzearen beste balio bat hartuko duzue (hau ere lehenago azterturikoa), 5 edo 6 volta ingurukoa, eta prozedura guztia errepikatuko duzue.

B3) Kasu bietan anplitudea maiztasun bortxatzailearen funtzioan adieraziko duzue, erresonantzi maiztasunaren balioa eta dagokion anplitude maximoa kalkulatuz. Amaitzeko, anplitude maximoen arteko zatidura lortuko duzue.

B4) B2 atalean erabilitako indargetzeei dagozkien β -ren balioak erabiliz, lor itzazue kasu bietako ω_R teorikoak —(10–9) adierazpenekoak— eta anplitude maximo bien arteko zatidura —(10–10) adierazpeneko $D(\omega_R)$—. Konpara itzazu balio horiek, B3 atalean experimentalki lorturikoekin.

11. praktika

Magnitude dinamikoen neurketa aire-errei baten bidez

Helburua

Praktika honetan Mekanika Klasiko ez-erlatibistan oinarrizko kontzeptu modura ageri diren erlazio funtsezkoenak eraiki nahi dira: indarraren eta azelerazioaren arteko proportzionaltasuna, energiaren kontserbazioa, oziladore harmoniko sinplearen periodoaren karratuaren eta sistemaren konstante berreskuratzailearen arteko proportzionaltasuna, eta abar. Hori guztiori, experimentuak oso baldintza kontrolatuetan eta lan-hipotesi konkretuetan soilik lor daiteke.

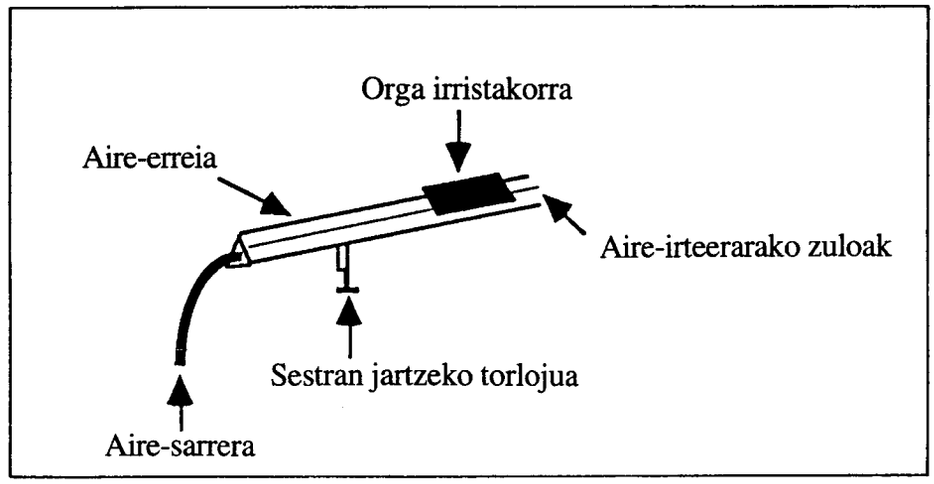
Oinarri teorikoa

Lehenago aipaturiko neurketak egiteko posibilitatea, eredu batetan biltzeko oso zailak diren marruskadura-indarren minimizazioan oinarritzen da, indar horiek orokorki eredu batetan biltzeko zailak direla kontutan hartuz, nahiz eta indar horiek kuantifikatu egin daitezkeen baldintza apartekoetan, eta, oro har, zenbait hipotesi —adibidez, energiaren kontserbazioarena— betetzen ez direneko experimentuen bidez. Ohar gisa azpimarratu nahi dugu, ezen aztertuko dugun kasuan, marruskadura-indarren eraginaren minimizazioak ez duela soilik dispositibo experimentalaren menpekotasuna (tresneria horretarako diseinaturik dagoen arren), baizik eta horretaz gainera experimentatzaileak praktikaren buruketan izango duen arduraren menpekotasuna ere ba duela.

Tresnaren deskribapena

Funtsean, erabiliko dugun ekipo experimentalak honako osagai hauek ditu: aire-erreia, tresna osagarrien sail bat (masa desberdinetako orgak, goma bultzatzaileak,...) eta zelula

fotoelektrikoa, zeinaren bidez objektuen pasatze-denbora detektatuko dugun, eta, halaber, beraren abiadura konstantea eta pausagunetik abiadura horretaraino eramatean jasan duen batezbesteko azelerazioa neurtuko ditugun.



11.1. irudia Aire-erreiaren eskema.

a) Beraren izenak adierazten duenez, aire-erreia 'airetan flotatzen' dauden objektuen higidura unidimentsionala ahalbidetzen duen karril edo erreia da, hain zuzen ere, erreian luzetara eginda dauden zulo txiki batzutatik presioz irteten den aireak sortzen duen xaflaren gainean flotatuz, alegia. Horretarako behar den airea, aspiragailu arrunt batek sortua da. Erreiaren sekzioa triangeluarra da eta oinarri modura doiketa-torlojuak dauzka, bai albotarako eta bai luzetarako nibelazioa egiteko (ikus 11.1. irudia).

b) Tresna osagarrien sailak honakoak ditu:
- Bi orga irristakor handi (beraien masa 354 g-takoa da).
- Orga irristakor txiki bat (169 g).
- Pisu-ezargailu bat (5 g).
- Pisu-multzo bat (denetara, 60 g).
- Kartulinazko txartelak (138 mm-tako luzerakoak).
- Bukaerako orratz-eramaileak (14 g).
- Bukaerako magneto-eramaileak (16 g).
- Gomak, plastilina, txirrika,...

c) Zelula fotoelektrikoan detektaturiko aldaketek (pizketa → itzalketa edo itzalketa → pizketa) denbora-neurgailu bat aktibatzen dute. Zelularen lehenengo egoera-aldaketa gertatzean, kontagailua martxan jartzen da, eta igarotako denbora *display* digital batetan ageri da (etengabe aldatuz). Bigarren egoera-aldaketa gertatzean (itzalketa → pizketa)

display-a gelditu egiten da, **nahiz eta kontagailuak barnetik bere martxan segitzen duen**. Beraz, display-aren irakurketak (Δt delakoak) luzera ezaguneko (L) objektuaren pasatze-denbora adieraz diezaguke, eta, ondorioz, beraren abiadura kalkulatu ahal izango dugu, baldin eta, nolabaiteko bermeaz, v abiadura hori konstantea dela onartzen badugu. Honelatan, bada,

$$v = \frac{L}{\Delta t}. \qquad (11-1)$$

Behin v abiadura ezaguturik, objektua 0-tik v abiaduraraino eramateko izan duen batezbesteko azelerazioa kalkula dezakegu. Hain zuzen, F indarrak m masadun objektuan ds distantzian zehar eragiten badu, ondoko adierazpena beteko da,

$$Fds = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = \frac{1}{2}md\left(v^2\right), \qquad (11-2)$$

eta, beraz,

$$\frac{d\left(v^2\right)}{ds} = \frac{2F}{m} = 2a, \qquad (11-3)$$

eta hauxe v^2 versus s adieraztean lorturiko kurbaren tangentea da. Zer esanik ez, a azelerazioa konstantea bada, orduan $v^2(s)$ lerro zuzena da. Kasu horretan nahikoa da, distantzia konkretu batetarako, s-rako, v^2 ezagutzea, modu honetan azelerazioa kalkulatu ahal izateko:

$$a = \frac{v^2}{2s}. \qquad (11-4)$$

Edozertara, kontutan hartu behar da, ezen indarra (eta azelerazioa) konstantea ez bada, (11–4) ekuazioak batezbesteko azelerazioa kalkulatzeko balio izango digula, hain zuzen ere, s distantzian barrena eragitean azkenean v abiadura berbera sortzeko beharko genukeen batezbesteko indarrari dagokiona.

Eragiketa-metodoa

Burutuko ditugun neurketak honako hauek izango dira:

1) **Indar konstantearen eraginpeko higidura**
   a) Azelerazioak objektuari aplikaturiko indarrarekiko duen menpekotasuna.
   b) Azelerazioak objektuaren masarekiko duen menpekotasuna.

2) **Energia zinetikoaren azterketa**
   a) Abiaduraren karratuak aplikaturiko indarrarekiko duen menpekotasuna.
   b) Abiaduraren karratuak objektuaren masarekiko duen menpekotasuna.

3) **Energia potentzial grabitatorioaren azterketa**
   a) Energia potentzial grabitatorioaren aldaketa, altueraren arabera.
   b) Energia potentzial grabitatorioaren aldaketa, masaren arabera.

4) **Higidura oszilakorra**
   a) Periodoak masarekiko eta konstante berreskuratzaile elastikoarekiko duen menpekotasuna.
   b) Bi osziladore mihiztaturi dagozkien oszilazio-modu normalen periodoen neurketa.

Experientzia guztiei buruzko ohar orokorrak

1) Aipatu denez, aire-erreia marruskaduraren efektua minimizatzeko diseinaturik dago. Horregatik garbi gorde behar da, airerako irteeretan inolako oztoporik gabe. Ez da arraiatu behar, ez eta kolpeez edo bestela desorekatu ere. Halaber, orgak kontu handiz erabili behar dira. Gomendio berezi modura, behin fotozelula zeharkatu ondoren orgak eskuz geldiaraztea gomendatzen da. Modu honetan erreiaren muturretan talkak gertatzea ekidingo da. Errotulagailu bigun batez, erreferentziarako markak egin daitezke erreian, distantziak neurtzeko.

2) Oso garrantzizkoa da, orgak ukurtu gabe higitzea eta beraren higiduran erreiaren kontra talka ez egitea. Horrek handiagotu egingo luke marruskadura, eta neurketak faltsutu egingo lituzke.

3) Experientzia guztietan, batera erabiliko dira fotozelula eta denbora-kontagailua. Normalean ez da zertan konexio elektrikorik ukitu behar. Edozertara, kontagailuaren selektorea 'denbora' ('time') posizioan dagoela ziurtatu behar da. 'Kontagailua + fotozelula' sistema pizteko, kontagailuaren eskuineko goialdean dagoen etengailua **1** posizioan jarriz egiten da. Lehenago adierazi dugunez, kronometroak bere martxan segitzen du barnetik, display-an markaturiko neurketa gelditu arren ere. Horregatik, neurketa bakoitza egin aurretik, kontagailua zeroan jarri behar da eskuz, horretarako kontagailuaren ezkerreko goialdean dagoen display-aren alboko etengailua 'reset' posizioan jarriz.

4) Abiaduraren kalkulurako erabilitako txartelen luzeraren neurketa zuzenaz gainera, beraien luzera eraginkorra neurtu behar da, hau da, fotozelulan elkarren jarraiko bi egoera-aldaketa sortzeko (pizketa → itzalketa edo itzalketa → pizketa), txartela daraman orgak ibilitako distantzia. Horretarako lehenengo egoera-aldaketa gertatzean orgak duen posizioa markatu behar da eta ondoren, orga astiro higiarazi behar da, bigarren aldaketa gertatu arte, eta orduan posizio hori markatu behar da. Txartelaren luzera eraginkorra bi marka horien arteko distantzia da. Neurketa hori egiteko, ez da zertan airerik konektatu behar.

5) Presiozko airea sortzen duen aspiragailua, oso zaratatsua da batzutan. Hori dela eta, ahalik eta gutxien erabiltzea gomendatzen da, ahal denean itzalita edukirik.

* * * *

1a) Azelerazioak objektuari aplikaturiko indarrarekiko duen menpekotasuna.

Orga handi batetan kartulinazko txartel bat plastilinaz tinkatuko dugu. Konekta ezazue fotozelula. Neur itzazue txartelaren luzera erreala eta eraginkorra (aurretik esandakoaren arabera). Fotozelula jaurtikigailutik 1m-tara jarriko da, gutxi gorabehera. Konekta ezazue aspiragailua. Jaurtiki ezazue orga, 1, 2, 3 eta 4 goma bultzatzaile erabiliz, hurrenez hurren. Jaurtiketarako, erabil ezazue 'tiragoma' motako teknika (orgari atzealdetik eutsiz), horrela ibilgailuaren ukurtzea ekiditeko. Arau modura, jaurtiketarako luzapena —zeina datu finkoa den eta (11–4) ekuazioaren bidez azelerazioa kalkulatzeko beharrezkoa— 10÷15 cm ingurukoa izan behar da eta kasurik desegokienean doitu behar da (hots, 4 goma erabiliz). **Jaurtiketa bakoitza 4 aldiz errepikatu behar da, gutxienez**. Bakoitzean, kartulinak fotozelulatik pasatzeko behar izan duen denbora anotatu behar duzue.

i) Kalkula itzazue batezbesteko denbora eta beraren desbidazio koadratikoa.

ii) Kalkula itzazue batezbesteko abiadurak eta dagozkien erroreak.

iii) Kalkula itzazue batezbesteko azelerazioak eta dagozkien erroreak.

iv) Egin ezazue, erabilitako goma-kopurua (abszisatan) *versus* azelerazioa (ordenatuetan eta m/s^2 unitatetan) ageri duen adierazpen grafikoa. Grafikoan, sar ezazue (0,0) puntua ere.

v) Adierazpen horrek lineala izan behar du. Grafikoki adierazitako puntuak kontutan hartuz eta karratu minimoen metodoaz, kalkula ezazue lerrozuzenaren malda (eta beraren errorea).

vi) Zer esangura du lorturiko emaitzak?

1b) Azelerazioak objektuaren masarekiko duen menpekotasuna.

Orga handi batetan kartulinazko txartel bat plastilinaz tinkatuko dugu. Konekta ezazue fotozelula. Fotozelula jaurtikigailutik 1m-tara jarriko da, gutxi gorabehera. Osa itzazu honako osaketa duten ibilgailuak, elkarren jarraian: orga handi bat (2 masa-unitate); orga handi bat eta txiki bat (3 masa-unitate); 2 orga handi (4 masa-unitate); eta 2 orga handi eta txiki bat (5 masa-unitate). Orgen arteko bilketek arazoak sortzen dituzte (batez ere, tartean orga txikia denean) eta magneto baten bidez edo plastilina-zati batez egin daitezke (hori kasu bakoitzean ikusi beharko da, multzoaren marruskadura handia edo txikia den ikusita). Konekta ezazue aspiragailua. Jaurtiki itzazue orgak, bi goma bultzatzaile erabiliz. **Jaurtiketa bakoitza 4 aldiz errepikatu behar da, gutxienez**. Bakoitzean, kartulinak fotozelulatik pasatzeko behar izan duen denbora idatzi behar duzue.

i) Kalkula itzazue batezbesteko denbora eta beraren desbidazio koadratikoa.

ii) Kalkula itzazue batezbesteko abiadurak eta dagozkien erroreak.

iii) Kalkula itzazue batezbesteko azelerazioak eta dagozkien erroreak.

iv) Egin ezazue, erabilitako masa-unitateen alderantzizkoa (abszisatan) *versus* azelerazioa (ordenatuetan eta m/s^2 unitatetan) ageri duen adierazpen grafikoa. Grafikoan, (0,0) puntua ere sar ezazue.

v) Adierazpen horrek lineala izan behar du. Grafikoki adierazitako puntuak kontutan hartuz eta karratu minimoen metodoaz, kalkula ezazue lerrozuzenaren malda (eta beraren errorea).

vi) Zer esangura du lorturiko emaitzak?

2a) Abiaduraren karratuak aplikaturiko indarrarekiko duen menpekotasuna.

2b) Abiaduraren karratuak objektuaren masarekiko duen menpekotasuna.

Aurreko bi ataletako emaitza experimentalak erabiliz,

i) Kalkula itzazue v^2, v^{-2} eta dagozkien erroreak.

ii) Egin ezazue, erabilitako gomen kopurua (abszisatan) *versus* v^2 (ordenatuetan eta m^2 / s^2 unitatetan) ageri duen adierazpen grafikoa. Grafikoan, sar ezazue (0,0) puntua ere.

iii) Egin ezazue, erabilitako masa-unitateak (abszisatan) *versus* $1 / v^2$ (ordenatuetan eta s^2 / m^2 unitatetan) ageri duen adierazpen grafikoa. Grafikoan, sar ezazue (0,0) puntua ere.

iv) Aurreko ii) eta iii) adierazpenek linealak izan behar dute. Grafikoki adierazitako puntuak kontutan hartuz eta karratu minimoen metodoaz, kalkula itzazue lerrozuzenen maldak (eta beraien erroreak).

v) Zer esangura dute lorturiko emaitzek?

3a) Energia potentzial grabitatorioaren aldaketa, altueraren arabera.

Bramantezko hari baten bidez, orga handi bat (kartulina-txartel batekin) eta pisu-ezargailu lotu. Haria aire-karrilaren muturretako batetan dagoen txirrikatik pasatu behar da. Pisu-ezargailua lurra ukitzen dagoenean orgak duen posizioa anotatu behar da (adibidez, erreian marka fina eginez). Ondoren, markaturiko posiziotik banatu behar da orga, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 eta 0.5 m-tako distantzietara, elkarren segidan. Kasu bakoitzean, utz ezazue aske sistema, eta idatz ezazue kontagailuan markaturiko fotozelulatik pasatzeko sistemak behar izan duen denbora. **Jaurtiketa bakoitza <u>gutxienez 4 aldiz</u> errepikatu behar da.**

i) Kalkula itzazue batezbesteko denbora eta beraren desbidazio koadratikoa.

ii) Kalkula itzazue batezbesteko abiadurak.

iii) Kalkula itzazue batezbesteko energia zinetikoak eta dagozkien erroreak.

iv) Egin ezazue, erorketa-altuera (abszisatan) *versus* energia zinetikoa (ordenatuetan) ageri duen adierazpen grafikoa. Grafikoan, sar ezazue (0,0) puntua ere.

v) Adierazpen horrek lineala izan behar du. Grafikoki adierazitako puntuak kontutan hartuz eta karratu minimoen metodoaz, kalkula ezazue lerrozuzenaren malda (eta beraren errorea).

vi) Zer esangura du lorturiko emaitzak?

3b) Energia potentzial grabitatorioaren aldaketa, masaren arabera.

Bramantezko hari baten bidez, orga handi bat (kartulina-txartel batekin) eta pisu-ezargailua lotu. Haria aire-erreiaren muturretako batetan dagoen txirrikatik pasatu behar da. Pisu-ezargailua lurra ukitzen dagoenean orgak duen posizioa anotatu behar da

(adibidez, erreian marka fina eginez). Ondoren, 10 g-tako gehikuntzaz, gehi itzazue pisuak pisu-ezargailuan, denetara 60 g-tara iritsi arte. Orga 0.2 m banatuko duzue markaturiko posiziotik. Kasu bakoitzean, utz ezazue aske sistema, eta idatz ezazue kontagailuan markaturiko fotozelulatik pasatzeko sistemak behar izan duen denbora. **Jaurtiketa bakoitza gutxienez 4 aldiz errepikatu behar da.**

i) Kalkula itzazue batezbesteko denbora eta beraren desbidazio koadratikoa.
ii) Kalkula itzazue batezbesteko abiadurak.
iii) Kalkula itzazue batezbesteko energia zinetikoak eta dagozkien erroreak.
iv) Egin ezazue, masa (abszisatan) *versus* energia zinetikoa (ordenatuetan) ageri duen adierazpen grafikoa. Grafikoan, sar ezazue (0,0) puntua ere.
v) Adierazpen horrek lineala izan behar du. Grafikoki adierazitako puntuak kontutan hartuz eta karratu minimoen metodoaz, kalkula ezazue lerrozuzenaren malda (eta beraren errorea).
vi) Zer esangura du lorturiko emaitzak?

4a) Periodoak masarekiko eta konstante berreskuratzaile elastikoarekiko duen menpekotasuna.

0.7 m inguruko bi gomaren bidez, orga handi bat (bere barnean nylonezko hagaska bat duelarik) aire-erreiaren muturrekin lotu. Fotozelula oreka-posizioan kokatu. Orga oreka-posiziotik banatu eta periodoerdiari dagokion denbora anotatu. **Neurketa bakoitza askotan errepikatu behar da.** Ondoren, gehi ezazue mutur bakoitzean beste goma bat, eta errepika ezazue prozesua. Bukatzeko, gehi ezazue hirugarren goma bat.

i) Kasu bakoitzean, kalkula itzazue batezbesteko periodoerdia eta beraren desbidazio koadratikoa.
ii) Egin ezazue, mutur bateko **gomen kopuruaren erro karratuaren alderantzizkoa** (abszisatan) *versus* oszilazio periodoa (ordenatuetan) ageri duen adierazpen grafikoa. Grafikoan, sar ezazue (0,0) puntua ere.
iii) Adierazpen horrek lineala izan behar du. Grafikoki adierazitako puntuak kontutan hartuz eta karratu minimoen metodoaz, kalkula ezazue lerrozuzenaren malda (eta beraren errorea).
iv) Zer esangura du lorturiko emaitzak?

0.7 m inguruko bi gomaren bidez, lot itzazue aire-erreiaren muturrak lehenengo orga txiki batekin (masa-unitate bat, bere barnean nylonezko hagaska bat duelarik) eta gero orga handi batek eta orga txiki batek osoturiko multzoarekin (3 masa-unitate). Berriro ere, orgen arteko loturak arazoak sor ditzake, marruskadura biziki emenda baitezake. Agian, irtenbiderik egokiena plastilina erabiltzea izan daiteke. Fotozelula oreka-

posizioan kokatu. Orga oreka-posiziotik banatu eta periodoerdiari dagokion denbora anotatu. **Neurketa bakoitza askotan errepikatu behar da.**

i) Kalkula itzazue batezbesteko periodoerdia eta beraren desbidazio koadratikoa.

ii) Egin ezazue, **masa-unitateen erro karratua** (abszisatan) *versus* oszilazio-periodoa (ordenatuetan) ageri duen adierazpen grafikoa. Grafikoan, sar itzazue aurreko atalean orga handiarekin (2 masa-unitate) lorturiko puntua eta bai (0,0) puntua ere.

iii) Adierazpen horrek lineala izan behar du. Grafikoki adierazitako puntuak kontutan hartuz eta karratu minimoen metodoaz, kalkula ezazue lerrozuzenaren malda (eta beraren errorea).

iv) Zer esangura du lorturiko emaitzak?

4b Bi osziladore mihiztaturi dagozkien oszilazio-modu normalen periodoen neurketa.

0.4 m inguruko goma baten bidez (horretarako aurreko ataletan erabilitako 0.7 m-tako goma erabil daitezke, erditik tolestuta), lot itzazue elkarrekin bi orga handi (bietako batek nylonezko hagaska eduki behar du bere zentruan), eta konekta itzazue multzoaren muturrak aire-erreiaren muturrekin, horretarako 0.4 m-tako beste bi goma erabiliz. Koka ezazue fotozelula orgetako baten oreka posizioari dagokion tokian. Orgak beren oreka-posizioetatik aldenduko dituzue, 10 cm inguru (distantzia hau erreian adieraz daiteke marka finen bidez) eta bi modu desberdinetan. Lehenengo kasuan, orgak norantza berbererantz eta distantzia berberaz desplazatuko dituzue, eta, ondorioz, fasean oszilatuko dute. Bigarrenean, orgak distantzia berera baina aurkako norantzaz, eta ondorioz, aurkako faseaz oszilatuko dute. Era honetan eginik, bi osziladore mihiztatu hauen oszilazio-modu normalak kitzikatuko dira. Kasu bakoitzean 10 periodori dagokien denbora anotatuko duzue. **Neurketa bakoitza lau aldiz errepikatu behar da, gutxienez.**

i) Kalkula ezazu modu normal bakoitzari dagokion batezbesteko periodoa (eta beraren desbidazio koadratikoa).

ii) Kalkula ezazue bi periodoen arteko zatidura (eta beraren errorea).

iii) Zatidura horri dagokionez, zein da teorian aurresandako balioa?

12. praktika

Soinuaren abiadura

Helburua

Experimentalki soinuaren abiadura determinatzea.

Tresneria

Osziloskopioa, seinale sinusoidalaren sorgailua, mikrofonoa, bozgorailua eta erregela graduatua.

Oinarri teorikoa

Soinu-uhinak airetan duen uhin-luzera, bidaliriko oszilazioen eta hedapen-norabideko posizio desberdinetan harturiko oszilazioen arteko fase-diferentzia aztertuz neur daiteke. Oszilazioaren maiztasuna zein den ezagutuz, soinuak airetan duen abiadura (v) uhin-luzeraren (λ) eta maiztasunaren (f) arteko biderkaduraz kalkula daiteke (izan ere, $v = f\lambda$).

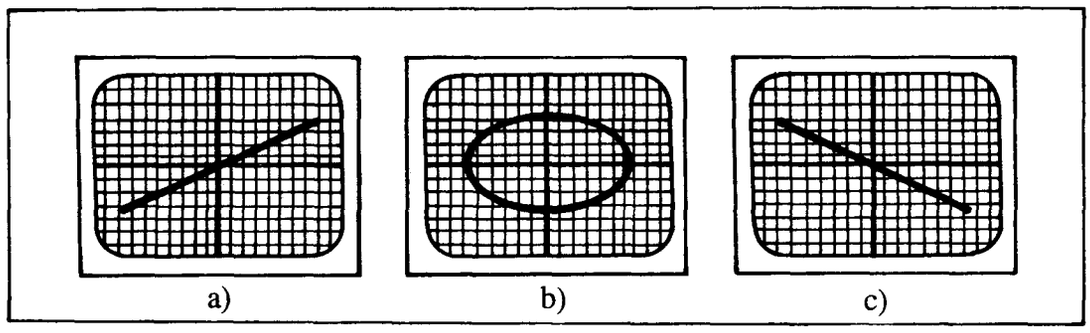
Gure kasuan, hargailua koartzozko mikrofonoa izango da, zeinaren irteera osziloskopioaren y-sarrerara konektaturik egongo den. Seinale sinusoidalaren sorgailua, karbono-partikuladun bozgorailu bati konektaturik dago, eta honek soinu-transmisore modura egiten du lan. Aldi berean, sorgailuaren irteera osziloskopioaren x-sarrerarekin konektaturik dago. Bai x eta bai y-sarreretako seinaleak biak maiztasun berekoak direnez, osziloskopioko puntuak azalduko duen irudia, Lissajous-en irudi sinplea izango da, elipsea, oro har. Irudi hori lerro zuzena izango da, fase-diferentzia π radianen anizkoitz osoa denean; anizkoitz bikoitiek malda positibodun lerro zuzena sortzen dute, eta bakoitiek malda negatiboduna. Malda bereko lerro zuzenak sortzen dituzten eta elkarren ondoan dauden mikrofonoaren bi posizioen arteko distantzia, soinuaren uhin-luzera da, 2π radianetako fase aldaketa bati baitagokio.

Hain zuzen, harturiko seinalea ekuazio honi dagokiona baita,

$$y = A\sin(\omega t + \varphi) = A\sin(\omega t + 2\pi x/\lambda), \qquad (12-1)$$

non $\varphi = 2\pi x/\lambda$ bidaliriko seinalearen eta harturikoaren arteko desfasea den.

$\varphi = 2\pi$ denean, orduan $x = \lambda$ da. x distantziaren balio desberdinetarako, osziloskopioan 12.1. irudiak ikus daitezke.



12.1. irudia. a) Fase-diferentzia π radianetako anizkoitz bikoitia da. b) Fase-diferentzia $\pi/2$ radianetako anizkoitz bakoitia da. c) Fase-diferentzia π radianetako anizkoitz bakoitia da.

a eta b irudien artean, elkarren ondokoak badira, $\varphi = \pi$ desfasea egongo da, eta horrek distantziaren balioa $x = \lambda/2$ izango dela adieraziko du.

Eragiketa-metodoa

1. Harturiko soinu-uhinaren desfasearen behaketa.

1.1. *Bidaliriko seinalearen behaketa.*

Bozgorailua eta mikrofonoa aurrez aurre jarri behar dira, mahai gainean eta lerroan, erregela graduatu batekin. Uhin-sorgailua bozgorailuarekin konektatu eta maiztasuna (1000 Hz) eta voltaia doituko dira, seinale entzungarria lortu arte. Seinalea osziloskopioaren II kanalera konektatuko da. Gero, osziloskopioa piztuko da eta seinale sinusoidala bistaratuko da. Nola aldatzen da maiztasuna aldatzean? Eta seinalearen anplifikazioa aldatzean?

1.2. *Igorritako eta harturiko seinaleen behaketa.*

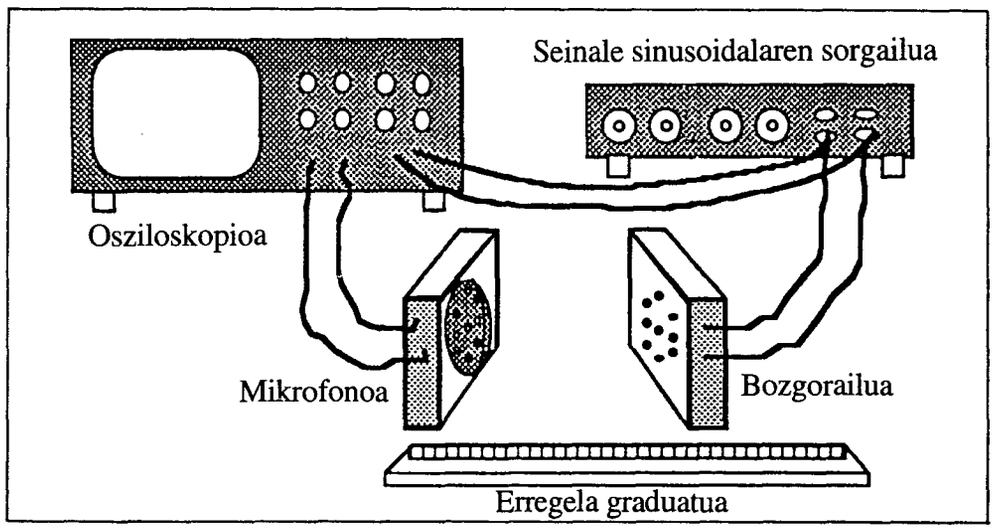
Igorritako seinale entzungarria osziloskopioan behatu eta gero, sorgailuaren maiztasuna, f, finko mantenduko da. Konekta ezazue mikrofonoa osziloskopioaren I kanalera (y seinalea), mikrofonoan harturiko seinalea behatu ahal izateko (ikus muntaiaren eskema 12.2. irudian). Bozgorailua mikrofonoaren aurrean ipinita,

osziloskopioaren kontrolak doituko dituzue, pantailan irudi garbia (forma sinusoidala) lortu arte, eta premiazkoa bada, osziloskopioaren anplifikazioa emendatuko duzue. Beha itzazue osziloskopioaren I eta II kanalak, zein bere aldetik eta biak batera, era dualean. Zer gertatzen zaie irudiei, bozgorailua mikrofonorantz hurbiltzean edo bertatik urruntzean? Maiztasun horren kasuan, kalkula al daiteke soinuaren abiadura? **Adieraz ezazue zein izango den prozedura.**

Bozgorailuaren eta mikrofonoaren arteko espazioaren inguruan sor daitekeen isladaturiko soinuaren gainazalak eragina izango luke osziloskopioaren aztarnaren garbitasunean eta, beraz, inguruetan ekidin egin behar da, soinua islada dezakeen edozein objektu.

1.3. *Soinuaren abiaduraren kalkulua.*

Aurreko atalean v kalkulatzeko aipaturiko neurketa-prozedurarekin, egin itzazue beharrezkoak diren neurketak eta dagozkien v-ren kalkuluak, prozesua 3 aldiz errepikatuz, gutxienez. Aurkez itzazue emaitzak taula batetan.



12.2. irudia. Muntaiaren eskema.

2. Lissajous-en irudiak.

Aurreko muntaia aldatu gabe, aukeraturiko f maiztasunaz, alda ezazue osziloskopioaren agintailua era dualetik x-y erara. Lor ezazue seinale eliptikoa osziloskopioan (12.1.b irudia), osziloskopioaren anplifikazio-kontrolak aldatuz, eta bozgorailua eta mikrofonoa ahalik eta hurbilen mugituz. Alda ezazue bozgorailuaren eta mikrofonoaren arteko distantzia, osziloskopioan lerro zuena

lortu arte (12.1.a edo c irudia) eta bozgorailuaren posizioa anotatu (mahaian posizio konkretuan ipin daiteke hasieran). Gero, higi ezazue berriro bozgorailua, lerroa berriro garbi eta posizio berean agertu arte. Beharrezkoa bada, alda ezazue osziloskopioaren anplifikazioa. Apunta ezazue higituriko x distantzia. Errepika ezazue experimentua 3 aldiz gutxienez. Aurkez itzazue emaitzak taula batetan.

3. Soinuaren abiaduraren kalkulua.

3.1. Sorgailuaren f maiztasuna ezaguturik, eta aurreko 1.3. eta 2. ataletako behaketa guztiak kontutan harturik, kalkula ezazue λ -ren batezbesteko balioa, ondoren soinuaren abiadura ondorioztatzeko, $v = f\lambda$ dela gogoan harturik. Lorturiko emaitzak, neurketen taulan sartuko dituzue. Kalkula ezazue v-ren neurketako errore absolutua.

3.2. Errepika ezazue experimentua (1.3., 2. eta 3.1. atalak) maiztasunen 900÷4000 tartean, f-ren **hamar** balio desberdinetarako, eta kasu bakoitzean kalkula ezazue soinuaren abiadura.

3.3. Egin ezazue λ uhin-luzera versus $1/f$ ageri duen adierazpen grafikoa, eta bertatik kalkula ezazue soinuaren abiadura.

Errore-iturriak

Muntaiaren, objektuen, hormen eta experimentatzailearen isladapenek irakurketa faltsuak sortaraz ditzakete, baina zenbait kauzino hartuz gero, hala nola, inguruetako gainazal isladatzaileak ekidinez, experimentatzaileak eskuak muntaiatik urrun edukiz eta maiztasun egokiak aukeratuz, emaitza bateragarriak lor daitezke. Laborategiko presioa eta tenperatura ere kontutan hartu behar al dira?

13. praktika

Pendulu mihiztatuak

Helburua

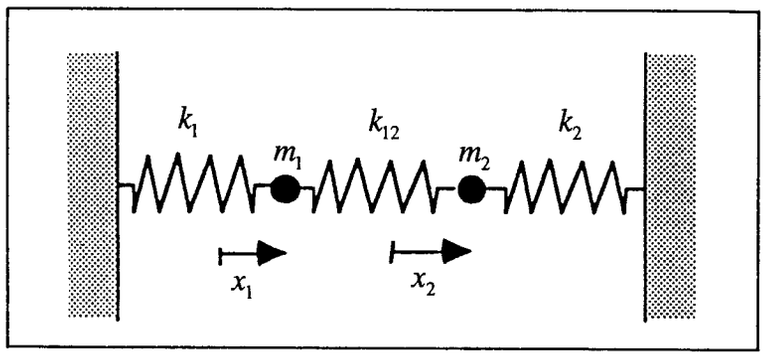
Praktika honetan higidura oszilakorraren kasuan sarri ageri den egoera aztertu nahi da: osziladoreen arteko mihiztadura. Horretarako bi pendulu mihiztatu erabiliko ditugu. Sistemaren oszilazio-modu normalak aztertuko dira, beraien maiztasun propioak eta osziladoreen arteko energi aldaketa determinatuz, horretarako pultsazioen azterketa eginez.

Tresneria

Ordenadorea, dinamometroa.

Oinarri teorikoa

Sarri ageri den egoera, bi osziladore mihiztaturi dagokiena da, bakoitzaren higidurak elkarren independenteak ez direlarik. Adibide modura, 13.1. irudian ageri dena aipa daiteke: bertan, m_1 eta m_2 masen higidurak elkarren menpekoak dira.



13.1. irudia. Bi masen oszilazioak mihiztaturik daude, hots, elkarri eragiten diote.

Baldin x_1 eta x_2 direlakoak m_1 eta m_2 masei dagozkien oreka-posizioetatiko desplazamenduak badira, higidura-ekuazioak honako hauek izango dira:

$$m_1\ddot{x}_1 = -k_1x_1 + k_{12}(x_2 - x_1), \tag{13-1a}$$

$$m_2\ddot{x}_2 = -k_2x_2 - k_{12}(x_2 - x_1), \tag{13-1b}$$

eta, antzeko gaiak konbinatuz, honelaxe adieraz ditzakegu:

$$\ddot{x}_1 + \frac{k_1 + k_{12}}{m_1}x_1 = \frac{k_{12}}{m_1}x_2, \tag{13-2a}$$

$$\ddot{x}_2 + \frac{k_2 + k_{12}}{m_2}x_2 = \frac{k_{12}}{m_2}x_1. \tag{13-2b}$$

Ezkerraldeko gaiak osziladore harmoniko sinpleari dagozkionen antzekoak dira, konstante elastikoak $k_1 + k_{12}$ eta $k_2 + k_{12}$ izanik, hurrenez hurren, eta horrek hauxe esan nahi du: oszilazioaren maiztasuna, osziladoreak independenteak diren kasuko berbera ez dela (alegia, bien arteko k_{12} konstantedun malgukirik gabea). Beste desberdintasun bat ere ba dugu, hain zuzen ere, eskuinaldeko ataletan zero gaia eduki beharrean, *beste* osziladoreari dagozkion gaiak baititugu. Prezeski, horixe da *mihiztadura-gaia* deritzona.

Laburpen honetan, ekuazioak modu orokorrean ebatzi ordez, emaitza nagusiak adieraziko ditugu soilik, azalpenak bi osziladoreak berdinak direneko kasura mugatuz, hots, $m_1 = m_2 = m$ eta $k_1 = k_2 = k$ direneko kasua aipatuz. Kasu horretan, ekuazioak honelaxe idatz daitezke:

$$m\ddot{x}_1 + (k + k_{12})x_1 - k_{12}x_2 = 0, \tag{13-3a}$$

$$m\ddot{x}_2 + (k + k_{12})x_2 - k_{12}x_1 = 0. \tag{13-3b}$$

Problema hau oso modu errazean azter daiteke, honako bi koordenatu berriak erabiliz:

$$\eta_1 \equiv x_1 - x_2, \tag{13-4a}$$

$$\eta_2 \equiv x_1 + x_2, \tag{13-4b}$$

hau da,

$$x_1 = \frac{1}{2}(\eta_2 + \eta_1), \tag{13-5a}$$

$$x_2 = \frac{1}{2}(\eta_2 - \eta_1), \tag{13-5b}$$

Aldagai-aldaketa hori eginez, higidura-ekuazioak honelaxe idatziko dira:

$$m(\ddot{\eta}_1 + \ddot{\eta}_2) + (k + 2k_{12})\eta_1 + k\eta_2 = 0, \qquad (13-6a)$$

$$m(\ddot{\eta}_1 - \ddot{\eta}_2) + (k + 2k_{12})\eta_1 - k\eta_2 = 0, \qquad (13-6b)$$

eta, bien arteko batuketa eta kenketa eginez, ondokoak lortuko ditugu:

$$m\ddot{\eta}_1 + (k + 2k_{12})\eta_1 = 0, \qquad (13-7a)$$

$$m\ddot{\eta}_2 + k\eta_2 = 0, \qquad (13-7b)$$

Ikus daitekeenez, η_1 eta η_2 koordenatuak *ez daude mihiztaturik* eta, beraz, elkarren *independenteak* dira. Beraien ekuazioak osziladore harmoniko sinpleari dagozkionak dira, hots,

$$\eta_1(t) = A\cos(\omega_1 t + \delta_1), \qquad (13-8a)$$

$$\eta_2(t) = B\cos(\omega_2 t + \delta_2), \qquad (13-8b)$$

maiztasunak honako hauek direlarik:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k + 2k_{12}}{m}} \quad \text{eta} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m}}. \qquad (13-9)$$

Ekuazio mihiztatu gabeak dituzten, eta, beraz, bakoitzak bere oszilazio-maiztasuna duten koordenatu hauei, *koordenatu normalak* deritze. Horietatik x_1 eta x_2 posizioak lor ditzakegu (13–5) ekuazioen bidez, ω_1 eta ω_2 maiztasunezko oszilazioen gainezarmenaz, azken hauek sistemaren *maiztasun propioak* direla esan ohi delarik.

Honako hasierako baldintza konkretuak inposatuz, $x_1(0) = -x_2(0)$ eta $\dot{x}_1(0) = -\dot{x}_2(0)$, (13–4) ekuazioak erabiliz $\eta_2(0) = 0$ eta $\dot{\eta}_2(0) = 0$ izango direla ikus dezakegu, eta, beraz, $\eta_2(t) = 0$. Orduan, (13–5) eta (13–8) adierazpenen arabera, edozein aldiunetan $x_1(t) = -x_2(t) = \alpha\cos(\omega_1 t + \delta_1)$ izango da. Hau da, partikula biek ω_1 maiztasunez eta fase-oposizioan (aurkako faseaz) oszilatuko dute denbora osoan. Oszilazio-modu honi *antisimetrikoa* deritzo.

Ostera, beste hasierako baldintza hauek inposatuz, $x_1(0) = x_2(0)$ eta $\dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0)$, orduan $\eta_1(0) = 0$ eta $\dot{\eta}_1(0) = 0$ direla ikus dezakegu, eta, beraz, $\eta_1(t) = 0$, eta horren ondorioz, $x_1(t) = x_2(t) = \beta\cos(\omega_2 t + \delta_2)$. Alegia, oraingoan partikula biak fase berberaz

(fasean) eta ω_2 maiztasunaz. Hauxe da oszilazio-modu *simetrikoa*. Ikus daitekeenez, oszilazio-modu honetan erdiko malgukiak ez du inolako zereginik ez eraginik.

Sistemaren higidurarik orokorrena, modu simetrikoaren eta antisimetrikoaren konbinazio lineala izango da:

$$x_1(t) = \alpha_1 \cos(\omega_1 t + \delta_1) + \alpha_2 \cos(\omega_2 t + \delta_2), \qquad (13-10a)$$

$$x_2(t) = -\alpha_1 \cos(\omega_1 t + \delta_1) + \alpha_2 \cos(\omega_2 t + \delta_2). \qquad (13-10b)$$

Bestalde, pultsazioen fenomenoa gerta daiteke, alegia, mihiztaduraren bidez bi osziladoreen artean gerta daitekeen energiaren elkartruke periodikoa. Hain zuzen ere, ondoko hasierako baldintzak ezarriz,

$$x_1(0) = D, \quad x_2(0) = 0, \quad \dot{x}_1(0) = 0, \quad \dot{x}_2(0) = 0, \qquad (13-11)$$

ondoko balioak izango ditugu,

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{D}{2}, \quad \delta_1 = \delta_2 = 0, \qquad (13-12)$$

eta ondorioz,

$$x_1(t) = \frac{D}{2}\left[\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)\right], \qquad (13-13a)$$

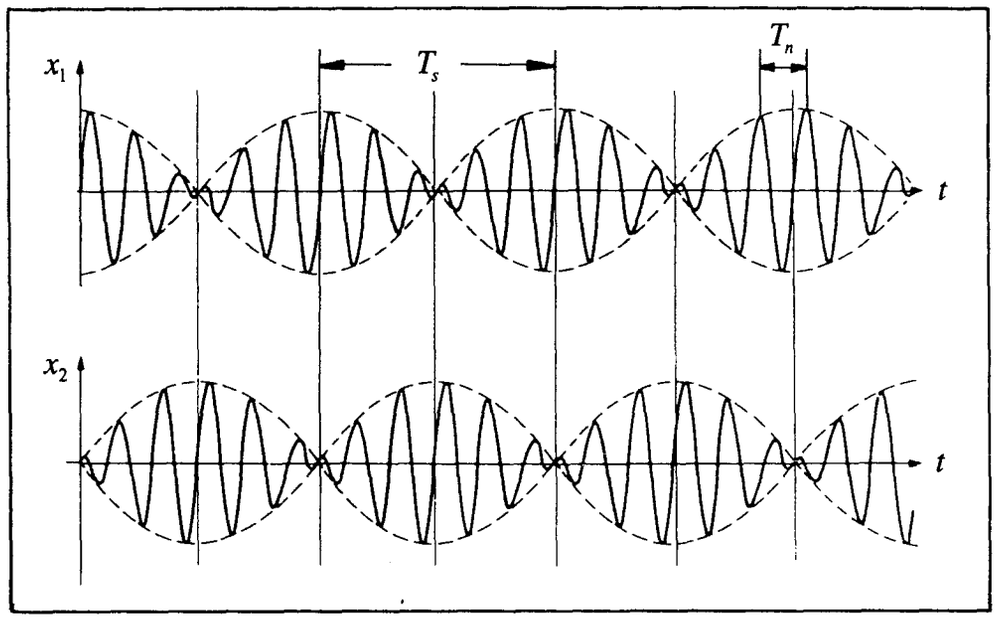
$$x_2(t) = \frac{D}{2}\left[-\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)\right], \qquad (13-13b)$$

eta azken hauek beste era batetan idatziz,

$$x_1(t) = D\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right)\cos(\overline{\omega}t), \qquad (13-14a)$$

$$x_2(t) = D\sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right)\sin(\overline{\omega}t), \qquad (13-14b)$$

$$\Delta\omega \equiv \omega_1 - \omega_2 \quad \text{eta} \quad \overline{\omega} \equiv \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad \text{izanik.}$$



13.2. irudia.

Bi hauen adierazpen grafikoa 13.2. irudian ageri dena da. Ikus daitekeenez, masen oszilazioak aztertuz, anplitude aldakorreko oszilazioak direla esan daiteke, maiztasuna

$$f_n = \frac{\overline{\omega}}{2\pi} \qquad (13-15)$$

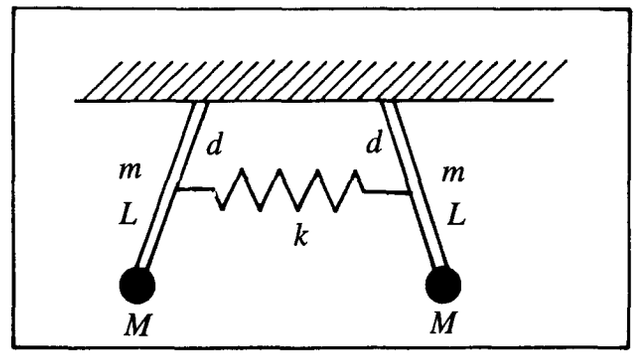
delarik, hots modu simetrikoari eta antisimetrikoari dagozkien maiztasunen batezbestekoa, eta anplitudearen inguratzaileak ere denborarekiko menpekotasun harmonikoa duelarik. Anplitudearen maximoen —hots, pultsazioen— maiztasuna, inguratzailearen maiztasunaren bikoitza da, hots,

$$f_s = \frac{\Delta\omega}{2\pi}. \qquad (13-16)$$

Bi osziladoreetako bat bere anplitude maximoan dagoenean, bestea minimoan dago, hots, nodo batetan.

Pendulu mihiztatuen kasua

Demagun malguki baten bidez bi pendulu zurrun mihiztatu ditugula, 13.3. irudian ageri den moduan.



13.3. irudia. Bi penduluak malgukiaren bidez mihiztatu dira.

Demagun penduluko hagaska bakoitzaren masa m dela eta luzera L, hagasken muturretako masak M baliokoak direla, eta k konstantedun malgukia esekidura-puntutik d distantziara dagoela. Bi penduluen oszilazio anplitudeak θ_1 eta θ_2 izanik, froga daitekeenez, oszilazio txikien kasuan, koordenatu normalak, aurreko kasuaren antzera, honako hauek dira,

$$\eta_1 = \theta_1 - \theta_2, \tag{13-17a}$$

$$\eta_2 = \theta_1 + \theta_2, \tag{13-17b}$$

$$\omega_1^2 = \frac{\left(\frac{m}{2} + M\right)gL + 2kd^2}{\left(\frac{m}{3} + M\right)L^2}, \tag{13-18a}$$

$$\omega_2^2 = \frac{\left(\frac{m}{2} + M\right)g}{\left(\frac{m}{3} + M\right)L}. \tag{13-18b}$$

Modu antisimetrikoa ω_1 maiztasunari dagokio (penduluek fase-oposizioan eta anplitude berberaz oszilatzen dute), eta modu simetrikoa ω_2 maiztasunari (fasean eta anplitude berberaz). Halaber, kasu orokorrean bi oszilazio-modu horien gainezarmena dugu. Zer esanik ez, erabilgarriak dira (13–4) eta (13–10) bitarteko ekuazio eta adierazpenak.

Pendulu mihiztatuekin ere ager daiteke pultsazioen fenomenoa, kasu honetan desplazamendu angeluarrei dagokienez, (13–13) eta (13–14) ekuazioak aplika daitezkeelarik.

Tresnaren deskribapena

Sistema experimentalak malguki baten bidez mihiztaturiko bi pendulu ditu, malgukiaren posizioa aldakorra delarik. Halaber, penduluen muturretako masak aldatu egin daitezke. Datuen bilketari dagokionez, sistema automatizaturik dago, horretarako penduluen esekidura-puntuetan konektaturik dauden takosorgailuen bidez, beroriek posizio angeluarraren menpekotasuna duen voltaia sortzen dutelarik. Informazio hori ordenadorera pasarazten da *interface* baten bidez, eta *software* egokiaz tratatua da, datuak eta grafikoak emateko.

Eragiketa-metodoa

Lehenengo eta behin ordenadorea, pantaila eta inprimagailua piztu behar dira. Neurketarako programa 'pendulos' direktorioan dago eta 'pend' izenekoa da. Programa hori egikaritzeko, PEND<intro> tekleatu behar da. Programa kargatu ondoren, beraren azalpenei jarraitu behar zaizkie.

Praktikaren helburu nagusia, modu normalei eta mihiztadurari dagozkien ekuazioak egiaztatzea da, lehenago aipaturikoak hain zuzen. Horretarako, pauso hauek eman behar dira.

Malgukiaren konstante elastikoaren determinazioa

Neur ezazue, indarraren balio desberdinetarako luzapena, dinamometro baten bidez. Muga elastikoen barnean, bi magnitude horien arteko proportzionaltasuna dugu (Hooke-ren legea). Malgukiaren konstantea lortzeko, lorturiko puntuei lerro zuzen bat doitu beharko zaie.

Mihiztadurarik gabeko osziladore bien maiztasun propioen determinazioa

Jar itzazue bi penduluak oszilatzen, mihiztadurarako malgukirik gabe eta ordenadoreko menuan 'Medir frecuencias f1, f2' aukeratuz. Har itzazue zenbait balio, eta kalkula ezazue beraien batezbestekoa. Penduluei banaka dagozkien maiztasunak lortuko dituzue horrela. Errepika ezazue prozedura masen balio posible guztiekin. Kalkula ezazue adierazpen teorikoaren balioa. Balio honetatik abiaturik eta muturrean jarritako masarena ezagutuz (kasu bakoitzean), estima ezazue hagaskaren masa eta beraren inertzi momentua.

Maiztasun propioen determinazioa

Kasu honetan sistemaren modu normalak aztertu behar dira. Horiek kitzikatzeko, aski

da, hasierako posizio eta abiadurei balio egokiak ematea. Posibilitaterik errazena, pendulu biak distantzia berdinez aldentzea da,

a) norantza berean, modu simetrikoa lortzeko,

b) aurkako norantzan, modu antisimetrikoa lortzeko,

eta hasierako abiadurarik gabe askatzea.

Gero, pasa zaitezte 'Registrar pulsaciones' agindura, eta bil itzazue kasu bakoitzeko oszilazioak. Behin 'onargarria' den neurketa bat bildu ondoren (hots, zeinean fasean edo fase-oposizioan oszilatzearen baldintza ondo betetzen den), itzul zaitezte menura eta pasa zaitezte 'Evaluar pulsaciones' agindura, bertan neurketa bere eskala optimoan agertuko zaizuelarik. Kurtsore grafikoa aktibatzeko, **F9** tekla sakatu behar da eta gero kurtsore-teklekin eragiten da. Bestalde, + tekla sakatuz, kurtsorearen posizioaren doiketa fina lor daiteke, eta koordenatuen pantaila bat ere. Kurtsorea desaktibatzeko – tekla sakatu behar da. Puntu egokietan kokatuz, posiblea da oszilazio-periodoa determinatzea (har ezazue zenbait oszilaziori dagokien denbora, zehaztasuna hobatzeko). Programak automatikoki kalkulatzen du periodoa eta f_n maiztasuna, **F2** eta **Alt F2** aginduekin. Egiazta ezazue ezen programak emaniko maiztasunak zuzenak direla (gutxienez, neurketa batzuren kasuan).

Konpara itzazue lorturiko maiztasunak teoriak aurresandakoekin. Errepika ezazue prozesua, masen balio desberdinetarako eta malgukiaren posizio desberdinetarako (gutxienez, hirutarako).

Pultsazioak

Menuaren barnean, pasa zaitezte 'Registrar pulsaciones' delakora, eta presta itzazue penduluak (13–11) hasierako baldintzen arabera. Gero, pasa zaitezte 'Evaluar pulsaciones' atalera, bertan neurketa eskala optimoan agertuko zaizuelarik. Aktiba ezazue kurtsore grafikoa aurreko atalean azaldu den moduan.

Programak automatikoki kalkulatzen du periodoa eta f_n maiztasuna, **F2** eta **Alt F2** aginduekin. f_n maiztasuna eta dagokion periodoa 'eskuz' lortu behar dira, kurtsoreen bidez markatuz, edota grafikoa inprimatuz eta paperaren gainean kalkulatuz (Itxuraz **F1** teklarekin ere ebalua daiteke, baina horrek ez du ongi funtzionatzen, dirudienez).

Errepika ezazue prozesua, masen balio desberdinetarako eta malgukiaren posizio desberdinetarako.

Lehenagoko (13–14), (13–15) eta (13–16) adierazpenek pultsazioen maiztasuna, f_s, eta oszilazioen maiztasuna, f_n, modu simetriko eta antisimetrikoen maiztasunekin erlazionatzen dituzte. Lor itzazue dagozkien periodoen arteko erlazioak, eta konpara itzazue emaitza experimentalak teoriatik aurresandakoekin, errore-kalkulua erabiliz.

14. praktika

Uhin geldikorrak soka batetan

Helburua

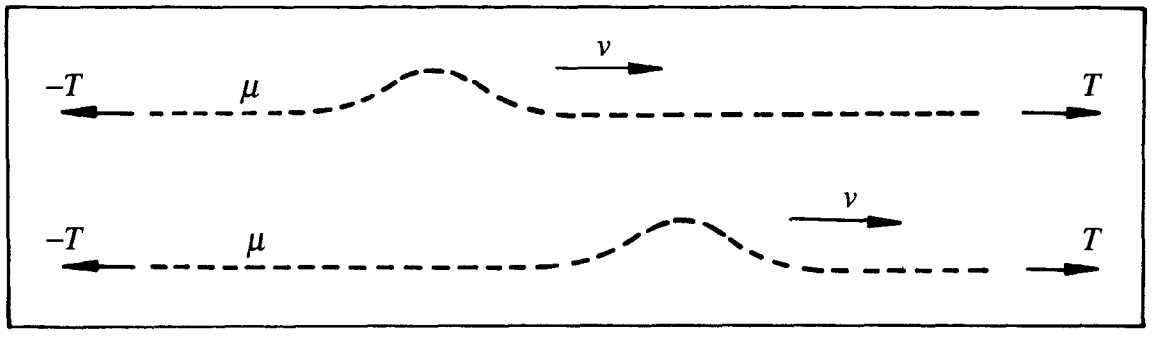
Soketako uhin geldikorren kasuan, magnitude desberdinen arteko erlazioak aztertzea.

Tresneria

Sorgailu elektrikoa, bibragailu mekanikoa.

Oinarri teorikoa

Atezaturiko soka sistema egokia da, beraren norabide perpendikularreko perturbazioak hedarazteko, alegia, bertan zeharkako uhinak ager daitezen (ikus 14.1 irudia).



14.1. irudia. Zeharkako uhinen hedapena atezaturiko sokan.

Bira x delakoa sokaren norabidea, T soka jasaten ari den tentsioa, eta μ sokaren luzera-unitateko masa, alegia, masaren dentsitate lineala. Sokaren oreka-egoeratiko zeharkako perturbazioari $E(x,t)$ deituko diogu. Froga daitekeenez, perturbazioak honako ekuazioa betetzen du,

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{T}{\mu}\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}, \qquad (14-1)$$

hau da, uhinen ekuazioa. Horren arabera, perturbazioa abiadura honetaz hedatuko da sokan barrena:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}. \qquad (14-2)$$

Bestalde, sokan desjarraitasunik ez dagoen bitartean, perturbazioa aldaketarik gabe hedatuko da. Dena dela, desjarraitasunak daudenean (adibidez, masaren dentsitate-aldaketak, ingurune-baldintzen aldaketak, eta abar) uhinen kasuan karakteristikoak diren fenomenoak gertatuko dira: isladapena eta transmisioa.

Praktika honetan uhin geldikorrak aztertu nahi dira, sokaren muturrak finko mantenduz sortzen diren uhin geldikorrak, hain zuzen ere. Froga daitekeenez, baldintza horietan sokaren bibrazioan eite geldikorra ageri da (alegia, denborarekin aldatzen ez dena) maiztasunaren balio konkretu hauen kasuan,

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{nv}{2L}, \qquad (n = 1,2,\ldots), \qquad (14-3)$$

non L sokaren luzera den. Maiztasun horietan sokaren puntu bakoitzak anplitude finkoaz oszilatzen du, posizioaren eta denboraren arabera, oszilazioaren balioa era honetan adieraz daitekeelarik,

$$E(x,t) = \left[2E_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda_n}\right)\right]\cos(2\pi f_n t), \qquad (14-4)$$

eta eitearen uhin-luzera honakoa delarik:

$$\lambda_n = \frac{v}{f_n}. \qquad (14-5)$$

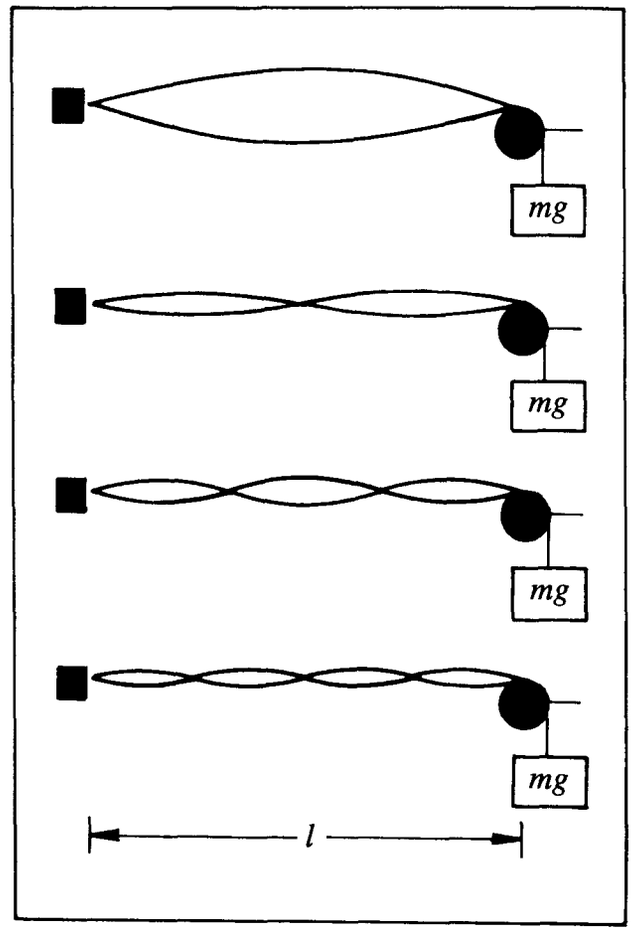
Oszilazio geldikorraren eiteak 14.2. irudian ageri direnak dira.

Muntaia experimentalaren deskribapena

Muntaia experimentalean uhinak sortaraziko dira soka batetan, sorgailu elektriko batez elikaturiko bibragailu mekaniko baten bidez, eta bertan uhinaren maiztasuna, anplitudea eta eitea aldagarriak direlarik. Sorturiko bibrazio mekanikoa zuzenean transmitituko da

soka baten muturrera, adibidez. Sokaren beste muturrean balio desberdineko masak lot daitezke, era horretan sokaren tentsioa kontrola daitekeelarik.

Maiztasuna eta tentsioa aldatuz, lehenago azalduriko adierazpen teorikoen egiaztapena egin daiteke.



14.2. irudia. Sokako uhin geldikorren itxura.

Eragiketa-metodoa

1) Tentsioa vs sokaren deformazioa diagramaren azterketa.

Sokaren materiala gomazkoa da, oso deformagarria eta luzagarria (horregatik masa-dentsitatea ez da berbera izango tentsio desberdinen kasuan) eta portaera ez-linealekoa (alegia, ez dago proportzionaltasunik tentsioaren eta deformazioaren artean).

Beraz, lehenik eta behin, tentsioaren arabera masa-dentsitateak duen aldaketa ezagutzea komeni zaigu. Horretarako,

a) lor ezazue tentsiorik gabeko egoeran sokak duen dentsitate lineala,

b) eta gero, ezar itzazue tentsio desberdinak (0 eta 3 N bitartekoak), neur itzazue dagozkien deformazioak, kalkula itzazue dagozkien masa-dentsitateak, eta, azkenean, adieraz itzazue lorturiko emaitzak taula eta grafikoetan.

2) Uhin geldikorren sorkuntza.

- Sokaren luzera konkretuaz (1 m eta 2 m bitartekoa) eta tentsioaren balio desberdinetarako (0 eta 3 N bitartekoak) lor itzazue oszilazio-moduei dagozkien eite geldikorrak, kasu bakoitzari dagozkion maiztasuna eta uhin-luzera determinaturik. Gutxienez, lehenengo lau moduak lortuko dituzue kasu bakoitzean; tentsioaren balioaren arabera, zenbait kasutan hamar modu ere lortu ahal izango dituzue.
- Azal itzazue emaitzak taula batetan eta $f_1, f_2, \ldots$ vs T motako grafikoan.
- Kalkula ezazue tentsio bakoitzari dagozkion uhinen hedapen-abiadura ((14–5) ekuazioa), $1/\lambda_n$ vs f_n adierazpeneko datuei lerro zuzen bat doituz.
- (14–3) ekuaziotik honako adierazpen hau ondoriozta daiteke:

$$T = \left(2L\frac{f_n}{n}\right)^2 \mu. \qquad (14-6)$$

  Adierazpen honetatik abiatuz, lor itzazue μ masa-dentsitatearen balioak, tentsio bakoitzaren kasuan. Konpara itzazue emaitza hauek lehenago lorturikoekin, eta azter itzazue errore posibleak.
- Tentsio konkretua harturik, alda ezazue sokaren luzera eta bila itzazue maiztasun berriak. Egiazta ezazue (14–3) adierazpena. Errepika ezazue prozesua bi luzera desberdinetarako.

ELEKTRIKAko praktikak

II. gai teorikoa

Korronte jarraiko eta alternoko zirkuituen teoria

A. KORRONTE JARRAIKO ZIRKUITUEN TEORIA

II.1. DEFINIZIOAK. OHM-EN LEGEA

Eroalea: aske higi daitezkeen kargak dauzkan materiala edo substantzia.

Korrontea: kargen fluxua edo jarioa.

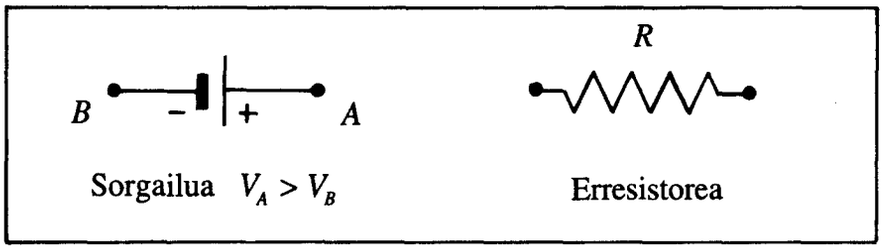
Korronte-intentsitatea: eroale baten zeharkako sekzioa denbora-unitatean zeharkatzen duen karga-kantitatea, hots,

$$I = \frac{dq}{dt}. \qquad (\mathrm{II}-1)$$

Korronte-intentsitatearen unitatea amperea da: $[A] = \mathrm{C}s^{-1}$.

Kargak *eremu elektriko* edo *eroale* batetako bi punturen arteko $(V_A - V_B)$ *potentzial-diferentziaren* eraginez higitzen dira. Potentzial-diferentziaren unitatea volta da eta 1 J/C-ren berdina da.

Korrontea potentzial-diferentzia deuseztatzen saiatzen da, beraz, berau manten dadin *sorgailu* bat (*bateria* adibidez) behar beharrezkoa da. II.1. irudian sorgailu baten adierazpen eskematikoa ageri da, sorgailuaren borneen arteko potentzial-diferentzia $(V_A - V_B)$ izanik.



II.1. irudia. Sorgailuaren eta erresistorearen adierazpen grafikoa.

Ohm-en legea: korronte-intentsitatea eta berau sortzen duen potentzial-diferentziaren arteko arrazoia konstantea da (eroalearen menpekotasuna du),

$$I = \frac{V_A - V_B}{R}, \qquad (\mathrm{II}-2)$$

non R delakoa *eroalearen erresistentzia* den, beraren unitateak ohm izenekoak izanik (Ω ikurra erabili ohi da). Erresistentziak geometriaren eta eroalearen egituraren menpekotasuna du, S sekziodun eta l luzeradun eroale zilindrikoaren kasuan era honetan eman daitekeelarik,

$$R = \rho \frac{l}{S}, \qquad (\mathrm{II}-3)$$

non ρ delakoa erresistibitate elektrikoa den, $[\rho] = \Omega\mathrm{m}$, tenperaturaren menpekotasuna duelarik.

Erresistoreen elkarketak:

Serie-elkarketa: R erresistentzia baliokidea honelaxe kalkula daiteke seriean dauden R_i balioko N erresistentzien bidez:

$$R = \sum_{i=1}^{N} R_i. \qquad (\mathrm{II}-4)$$

Paralelo-elkarketa: Erresistentzia baliokidea honela definiturikoa da:

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}. \qquad (\mathrm{II}-5)$$

II.2. ENERGIA, INDAR ELEKTROERAGILEA. JOULE-REN LEGEA.

Kargek energia potentziala galtzen dute eroalea zeharkatzean, V_A potentzialetik beste potentzial txikiagora, V_B, pasatuz. Eroaletik pasatzen den karga q bada,

$$W = q(V_A - V_B) \qquad \text{(II-6)}$$

energia bero moduan iraungitzen da, karga higikorrek eroalearen karga "finkoen" aurka talka egitean. Iraungiriko potentzia honakoa da:

$$P = \frac{dW}{dt} = (V_A - V_B)\frac{dq}{dt} = (V_A - V_B)I = RI^2. \qquad \text{(II-7)}$$

Adierazpen honi *Joule-ren legea* deritzo.

Iraungiriko energia hau sorgailuak elikatzen du. *Indar elektroeragilea*, ε (i.e.e), sorgailuak karga-unitateko elikaturiko energiari deritzo, hots,

$$\varepsilon = \frac{dW}{dq}. \qquad \text{(II-8)}$$

Unitateei dagokienez, $[\varepsilon]$ = volta.

I korronte-intentsitatea sortzeko, sorgailuak elikatzen duen *potentzia* ondokoa da:

$$P = \frac{dW}{dt} = \varepsilon\frac{dq}{dt} = \varepsilon I. \qquad \text{(II-9)}$$

Potentzia hau ez da oso-osorik erabilgarria sorgailuak elikatzen duen zirkuituan, zeren energia horren parte bat sorgailuko *barne-erresistentzian* (r_g) bero eran iraungitzen baita. Beraz,

$$\varepsilon I = r_g I^2 + (V_A - V_B)I = r_g I^2 + RI^2, \qquad \text{(II-10)}$$

$$\varepsilon = r_g I + (V_A - V_B) = (r_g + R)I. \qquad \text{(II-11)}$$

hots, sorgailuaren borneen arteko potentzial-diferentzia eta beraren indar elektroeragilea, korrontea nulua denean (zirkuitua zabalik dagoenean) soilik izango dira berdinak.

Honelatan, ba, zirkuitu osorako Ohm-en legea honelaxe idatz daiteke:

$$I = \frac{\varepsilon}{r_g + R}. \qquad (\text{II}-12)$$

II.3. SARE ELEKTRIKOAK. KIRCHHOFF-EN LEGEAK.

Zirkuitu konplexuetan, indar elektroeragileak eta erresistentziak ezagutu arren, Ohm-en legea ez da nahikoa intentsitate guztiak kalkulatzeko. Oztopo hori gainditzeko Kirchhoff-en legeak ditugu. Horiek azaltzeko, defini ditzagun lehenik sareei dagozkien zenbait kontzeptu:

- *Sarea*: puntu batetik bi aldiz pasa gabe bidaia daitekeneko zirkuitua.
- *Sare elektrikoa*: sare-multzoa.
- *Korapiloa*: bi eroale baino gehiago batzen direneko puntua.

Problemak ebazten laguntzen duten *Kirchhoff-en legeak* ondokoak dira:

a) Korapiloetan:

$$\sum_i I_i = 0. \qquad (\text{II}-13)$$

Batura modu algebraikoan egin behar da eta, izatez, lege honek kargaren kontserbazioa adierazten digu. Korapiloranzko norantza duten intentsitateak positibotzat hartu ohi dira, eta korapilotikoa dutenak negatibotzat (dena den, alderantzizko erizpidea erabil daiteke, noski).

b) Sareetan:

$$\sum_i \varepsilon_i = \sum_j R_j I_j. \qquad (\text{II}-14)$$

Lege hau energiaren kontserbazioari dagokio.

Indar elektroeragileei eta intentsitateei buruzko hitzarmena

Sareetako legea aplikatzean, *zeinuei buruzko hitzarmena* hartu behar da kontutan.

Hasteko, sare bakoitzari norantza arbitrario bat aplikatu behar zaio, erreferentzia gisa. Normalki erabili ohi den hitzarmenaren arabera,

1) indar elektroeragilea positiboa da, sarean aukeraturiko ibilbidea mutur negatibotik sartzen bada, eta
2) potentzial-erorketa positiboa da, erresistorea zeharkatzen duen korronte-intentsitatearen norantzak sarean aukeraturiko ibilbidearen norantza berdina badu.

Sare bakoitzeko ekuazio bat dago, eta korapilo bakoitzeko, beste bat. Hala ere horietariko batzu soberan daude (adibidez, korapiloetako bat beti soberan dago) eta sistemaren konplexutasunak sare-hautaketen menpekotasuna du.

Kirchhoff-en legeak automatikoki aplikatzeko eta konputagailuaz erabiltzeko *era laburtua* ondokoa da:

1) Sare bakoitzari intentsitate bat esleitu.
2) Eroale bat bi sareetakoa bada, bertako intentsitate modura bi sare horietako intentsitateen batura algebraikoa hartu, horretarako zeinu positibotzat, Kirchhoff-en 2. legea aplikatzen ari gareneko sarearen norabidea erabiliz.

Metodo hau *gainezarmen-printzipioan* oinarriturik dago: *«Sare lineal batetan indar elektroeragile bat baino gehiagok eragiten badute, intentsitate erresultantea, bakoitzak bere kasa emandako intentsitate guztien batura izango da».*

Erabilgarritasun handiko eta kalkuluak errazten dituena, *Thévening-en teorema* da: *«Bi mutur erakusten duen sare elektrikoak, mutur horien tartean lot daitekeen edozein elementurekiko sorgailu modura jokatzen du. Sorgailu hipotetiko horren indar elektroeragilea mutur biren arteko potentzial-erorketa berbera da, eta barne-erresistentzia, sare elektrikoaren indar elektroeragile guztiak deuseztatuko balira mutur horien artean azalduko litzatekeen erresistentzia».*

II.4. ARIKETAK

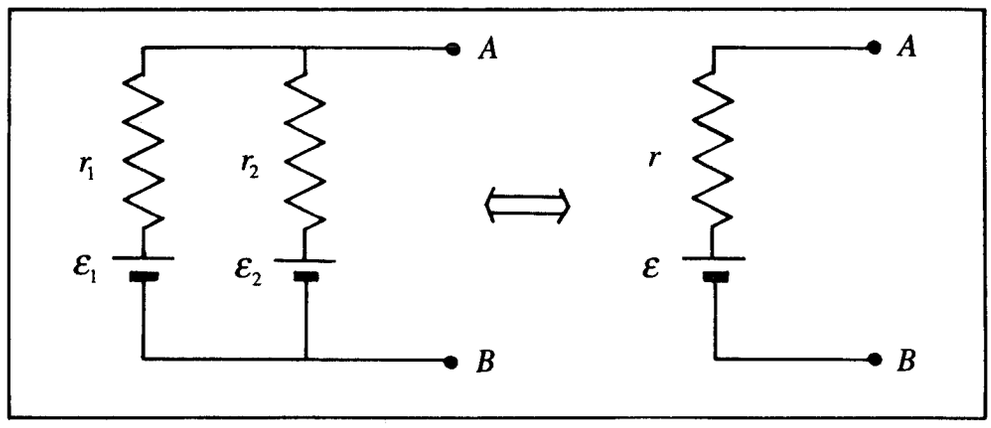
1.- Aurki bedi paralelo-elkarketan loturiko bi sorgailuren antolaketari dagokion sorgailu baliokidea.

2.- Aurki bitez sorgailu batek karga posible bati potentzia maximoa emango dioneko baldintzak, eta potentzia maximo horren balioa.

ARIKETEN EBAZPENA

1.- *Sorgailuen paralelo-elkarketa*

Ariketa hau ebazteko, Thévening-en teorema erabiliko dugu. Horretarako II.2. irudian adierazi den baliokidetzaz oinarrituko gara.



II.2. irudia. Zirkuitu elektrikoa eta Thévening-en teoremaren arabera dagokion eskema baliokidea.

$$\varepsilon = V_{AB} = \varepsilon_1 - Ir_1 \quad \text{izanik,}$$

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + r_2} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{\varepsilon_1 r_1 + \varepsilon_1 r_2 - \varepsilon_1 r_1 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2},$$

Beraz,

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2}, \qquad r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}.$$

$\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ eta $r_1 = r_2$ badira, ondoko kasu partikularra dugu:

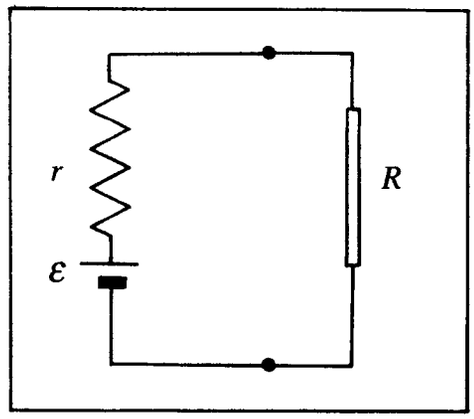
$$\varepsilon = \varepsilon_1 \qquad \text{eta} \qquad r = \frac{r_1}{2}.$$

2. *Sorgailu batek karga bati emandako potentzia maximoa*

$$P = RI^2 = R\left(\frac{\varepsilon}{R+r}\right)^2,$$

$$\frac{dP}{dR} = \varepsilon^2 \frac{(R+r)^2 - 2(R+r)R}{(R+r)^4} = 0,$$

$$(R+r)^2 - 2(R+r)R = 0 \quad \Rightarrow \quad R^2 + r^2 + 2rR - 2R^2 - 2Rr = 0,$$



II.3. irudia. Zirkuituaren eskema.

$$r^2 - R^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad r = R,$$

eta potentzia maximoa:

$$P = R\left(\frac{\varepsilon}{2R}\right)^2 = \frac{\varepsilon^2}{4R}.$$

B. KORRONTE ALTERNOKO ZIRKUITUEN TEORIA

Korrontea balio positiboak eta negatiboak hartuz aldatzen denean "ALTERNOA" dela diogu. Kasu honetan elementu berriak kontutan eduki behar ditugu.

II.5. KONDENTSADOREAK. KAPAZITATEA

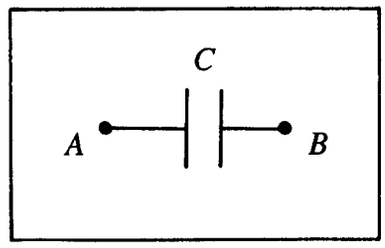
Kondentsadorea balio berbereko baina aurkako zeinuko karga duten bi eroalez osoturiko multzoa dugu. Froga daitekeenez, eroale horietariko baten karga eta beraien arteko potentzial-diferentziaren zatidura *kapazitatea* deituriko konstantea da,

$$C \equiv \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{1}{V_{AB}} \int I dt, \qquad \text{(II-15)}$$

beraren unitateak ondokoak dira,

$$[C] = \mathrm{C} \cdot \mathrm{V}^{-1} = \text{faraday}, \qquad \text{(II-16)}$$

eta zirkuituetan adierazteko erabili ohi den ikurra, II.4. irudikoa.



II.4. irudia. Kondentsadorearen ikurra

Kondentsadorearen xaflen arteko potentzial-diferentzia ondokoa dugu:

$$V_A - V_B = \frac{1}{C}\int I dt. \qquad (\text{II}-17)$$

Adierazpenean ikus daitekeenez, kondentsadorearen borneen arteko potentzial-diferentzia infinituraino haziko litzateke korronte jarraiaren kasuan. Baina sorgailuen indar elektroeragilea finitua denez, gertatzen dena bestelakoa da; denbora-tarte bat pasa ondoren, hots, kondentsadorea "kargatu" egiten denean eta beraren potentzial-diferentziak indar elektroeragilearekin bat egiten duenean, korrontea eten egiten da.

Korronte alternoa dugunean, berriz, konsentsadorea etengabe kargatzen eta deskargatzen ari denez, korrontea dario.

Kondentsadoreen elkarketak

Kondentsadoreen elkarketaren kasuan, multzoari dagokion kapazitate baliokidea ondoko eran kalkula daiteke:

Serie-elkarketa:

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}. \qquad (\text{II}-18)$$

Paralelo-elkarketa:

$$C = \sum_i C_i. \qquad (\text{II}-19)$$

II.6. HARILAK. AUTOINDUKZIO-KOEFIZIENTEA

Faraday-ren legeak dioenez, zirkuitu bat zeharkatzen duen fluxu magnetikoa aldatzean, bertan indar elektroeragilea sortarazten da. Beraren balioa fluxu-aldaketa horretako

abiaduraren berdina da, eta zeinua, aldaketari oposatzeko ekintzari dagokiona. Moduluari dagokionez,

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (\mathrm{II}-20)$$

Ohar gaitezen, fluxu magnetikoaren definizioa hauxe dela,

$$\Phi \equiv \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}, \qquad (\mathrm{II}-21)$$

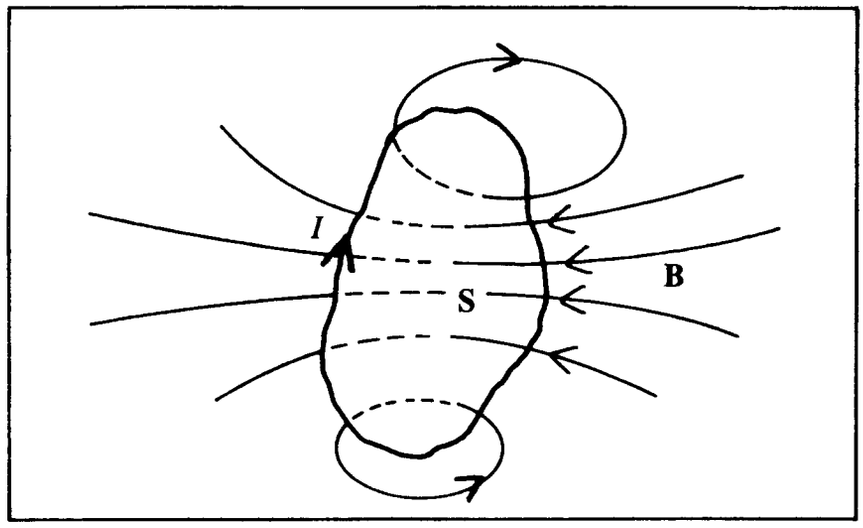
non **B** eremu magnetikoa edo fluxu-dentsitatea den. Fluxuaren unitatea weber izenekoa da (Wb) eta eremu magnetikoarena, tesla (T).

II.5. irudiko zirkuituak sortzen duen **B** eremu magnetikoa, zirkuitua zeharkatzen duen I korrontearen proportzionala da, hurbiltasunean eremu magnetikora ekarpenik egin dezakeen beste zirkuiturik ez badago. Baldintza hauetan, zirkuitua zeharkatzen duen fluxua bertatik doan korronteak sorturikoa da eta beraren intentsitatearen proportzionala izango da, hots,

$$\Phi = LI, \qquad (\mathrm{II}-22)$$

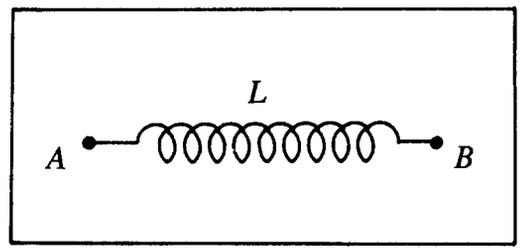
non L delakoa zirkuituari dagokion *autoindukzio-koefizientea* edo *induktantzia* deritzon konstantea den, zeinaren unitateak ondokoak diren:

$$[L] = \mathrm{Wb} \cdot \mathrm{A}^{-1} = \text{henry}. \qquad (\mathrm{II}-23)$$



II.5. irudia. Zirkuitu isolatua zeharkatzen duen fluxua

Autoindukzio fenomenoa zirkuitu osoan barrena zabaldurik egon arren, fluxua eta sortarazitako indar elektroeragilea handiagoak izango dira eroaleak bere baitan biribilkaturik dauden eskualdeetan, hots, *haril* edo *induktoreetan*, zeintzuen adierazpen grafikoa II.6. irudian egin den.



II.6. irudia. Haril edo induktorearen ikurra

Erresistentziarik ez dutela suposatuz, hariletan azaltzen den potentzial-diferentzia sortaraziriko indar elektroeragilearen berdina da, beraz, "potentzial-erorketa" kontsidera daiteke, hots,

$$V_A - V_B = L\frac{dI}{dt}. \qquad \text{(II – 24)}$$

Korronte jarraiaren kasuan $dI/dt = 0$ denez, potentzial-erorketa hori nulua da.

Harilen elkarketak

Haril edo induktoreen elkarketaren kasuan, multzoari dagokion indukzio-koefiziente baliokidea ondoko eran kalkula daiteke:

Serie-elkarketa:

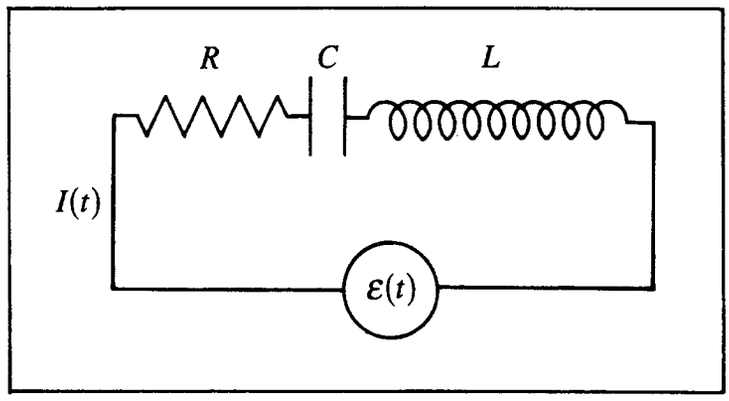
$$L = \sum_i L_i. \qquad \text{(II – 25)}$$

Paralelo-elkarketa:

$$\frac{1}{L} = \sum_i \frac{1}{L_i}. \qquad \text{(II – 26)}$$

II.7. KORRONTE ALTERNOKO ZIRKUITUEN EKUAZIOA EGOERA IRAGANKOR ETA IRAUNKORREN KASUAN

Erresistorez, kondentsadorez eta harilez osoturiko zirkuitua, $\varepsilon(t)$ indar elektroeragile alterno bati lotzen zaionean, $I(t)$ intentsitate alternoko korrontea dabil zirkuitutik. $\varepsilon(t)$ eta $I(t)$ lotzen dituen ekuazio diferentziala aztertuko dugu jarraian. Serie-elkarketako zirkuitu batetan, adibidez II.7. irudikoa bezalakoan, indar elektroeragileak tentsio erorketen baturaren balio berbera izan behar duela idatz dezakegu.



II.7. irudia. *RLC* serie-elkarketako zirkuitua.

Zirkuituko elementu desberdinen muturren arteko tentsio-erorketetarako lorturiko adierazpenak kontutan hartuz, ondokoa dugu,

$$\varepsilon(t) = V_R + V_C + V_L = IR + \frac{1}{C}\int I dt + L\frac{dI}{dt}, \qquad \text{(II-27)}$$

eta deribatuz,

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = R\frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} + L\frac{d^2I}{dt^2}. \qquad \text{(II-28)}$$

Beraz, bigarren ordenako ekuazio diferentzial lineala eta koefiziente konstanteak dituena daukagu. Beraren soluzio orokorrena ekuazio homogenoaren soluzio orokorraren eta ekuazio osoaren soluzio partikular baten batura izango da.

Ekuazio homogenoa ondokoa dugu,

$$L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = 0, \qquad \text{(II-29)}$$

eta beraren soluzio orokorra ondoko erakoa da,

$$I = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}, \qquad \text{(II}-30)$$

non λ_1 eta λ_2 direlakoak ekuazio karakteristikoaren erroak diren, hots,

$$L\lambda^2 + R\lambda + \frac{1}{C} = 0, \qquad \text{(II}-31)$$

beraien balioak honako hauek izanik:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -m \pm n. \qquad \text{(II}-32)$$

Beraz:

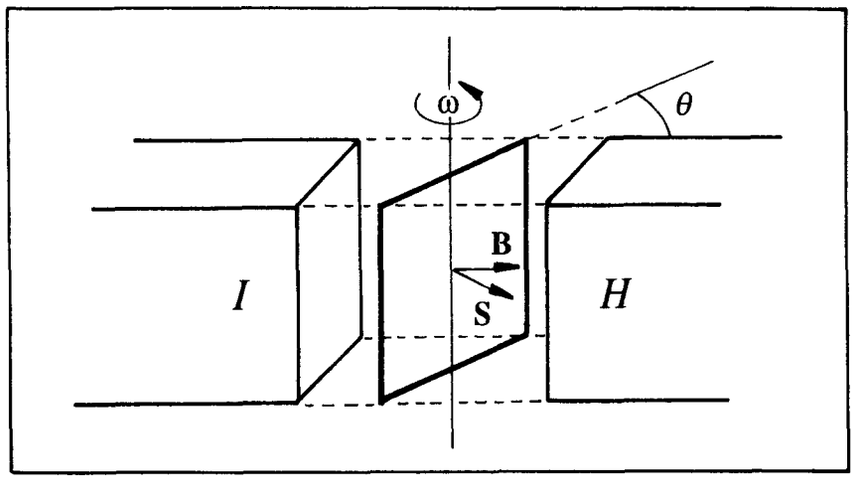
$$I(t) = e^{-mt}\left(A_1 e^{nt} + A_2 e^{-nt}\right), \qquad \text{(II}-33)$$

eta horrek zirkuituaren *egoera iragankorra* adierazten du, intentsitatea exponentzialki gutxitzen baita, hots, e^{-mt} eran. Denbora-tarte bat pasa ondoren, soluzio hau ekuazio osoaren soluzio partikularrarekiko arbuia daiteke, azken honi *soluzio iraunkorra* deritzolarik. Egoera egonkorraren deskribapenerako $\mathcal{E}(t)$ indar elektroeragilea nolakoa den zehaztu behar da, hurrengo lerroetan ikusiko dugun eran.

Aldiune konkretu batetan ipinitako indar elektroeragile konstante bati ($d\mathcal{E}/dt = 0$, $t = t_0$ izan ezik) dagokion zirkuituaren erantzun bakarra, soluzio iragankorra da, eta A_1 eta A_2 konstanteak $t = t_0$ aldiuneko baldintzen arabera mugatzen dira.

II.7.1. Indar elektroeragile sinusoidala

Indar elektroeragilearen adierazpen errazena *funtzio sinusoidala* da, bai adierazpen matematikoa erraza delako eta baita ere praktikan sortzeko oso erraza delako. Azken baieztapen hau egiaztatzeko, demagun S azaleradun N espiraz osoturiko zirkuitu launak ω abiadura angeluar konstantez eremu magnetiko uniforme baten barnean biratzen ari dela, II.8. irudian ageri den modura.



II.8. irudia. Indar elektroeragile sinusoidalaren sorgailua.

Zirkuitua zeharkatzen duen fluxua, ondokoa da,

$$\Phi = N\mathbf{B}\cdot\mathbf{S} = NBS\cos\theta, \qquad (\text{II}-34)$$

eta sortarazitako indar elektroeragilea,

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = NBS\sin\theta\frac{d\theta}{dt}. \qquad (\text{II}-35)$$

Kontutan hartuz $\theta = \omega t$ dela (hasierako fasea nulua eginez),

$$\varepsilon = NBS\omega\sin\omega t = \varepsilon_0\sin\omega t. \qquad (\text{II}-36)$$

Orokorki, $t = 0$ denean $\theta = \theta_0$ har daiteke eta orduan

$$\varepsilon = \varepsilon_0\sin(\omega t + \theta_0), \qquad (\text{II}-37)$$

zeinaren adierazpen grafikoa II.9. irudian ageri den. Hemen,

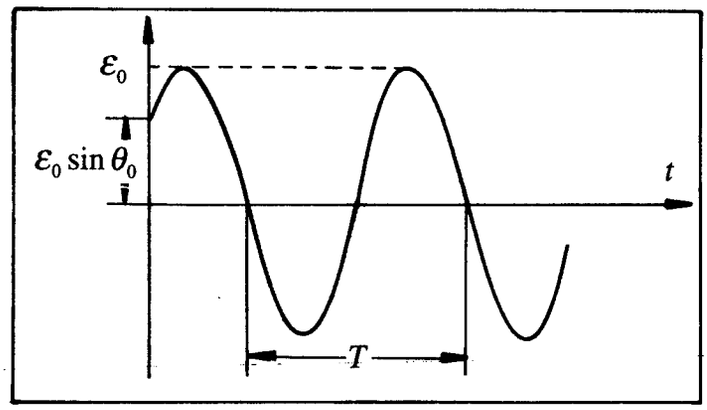
ε_0 indar elektroeragilearen balio maximoa da,

θ_0 hasierako fasea, eta

ω maiztasun angeluarra, $\omega = 2\pi f$,

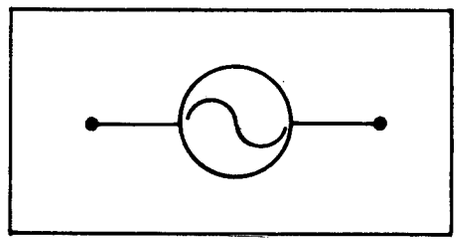
non f maiztasuna den (hertzetan neurtua, hots, ziklo segundoko unitatetan).

Indar elektroeragilearen periodoa $T = 2\pi/\omega = 1/f$ da.



II.9. irudia. Indar elektroeragile sinusoidala.

Indar elektroeragile sinusoidalaren sorgailua, II.10. irudian marraztutako ikurraz adierazi ohi da:



II.10. irudia. Indar elektroeragile sinusoidalaren ikurra.

Indar elektroeragilearen batezbesteko balioa, periodo osoa kontutan hartuta, nulua da,

$$\langle \varepsilon \rangle_T = \frac{1}{T}\int_0^T \varepsilon_0 \sin \omega t dt = -\frac{\varepsilon_0}{\omega T}[\cos \omega t]_0^T = 0. \qquad \text{(II} - 38)$$

Hori baino balio erabilgarriagoa, periodo erdi batetan kalkulatutako batezbestekoa gertatzen da:

$$\langle \varepsilon \rangle_{T/2} = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} \varepsilon_0 \sin \omega t dt = -\frac{2\varepsilon_0}{\omega T}[\cos \omega t]_0^{T/2} = \frac{2\varepsilon_0}{\pi}. \qquad \text{(II} - 39)$$

Azken honi indar elektroeragilearen *batezbesteko balioa* deritzo. Bestetik, *batezbesteko balio koadratikoa*, alegia, i.e.e.-aren karratuaren batezbestekoaren erro karratua, *balio efikaza* (edo eraginkorra) ere deiturikoa kalkulatzea komenigarria da:

$$\langle \varepsilon^2 \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \varepsilon_0^2 \sin^2 \omega t dt = \frac{1}{2}\varepsilon_0^2. \qquad \text{(II – 40)}$$

Beraz, balio efikaza ondokoa da:

$$\varepsilon_{\text{ef}} = \sqrt{\langle \varepsilon^2 \rangle} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}}. \qquad \text{(II – 41)}$$

«i.e.e. sinusoidal baten balio efikazak, balio berbereko i.e.e. konstante batek erresistore bati aplikatzean Joule efektuaz iraungitzen duen energia berbera iraungitzen du, hots, i.e.e. sinusoidalak iraungitzen duen energia eta balio efikaz berbereko i.e.e. konstanteak erresistentzia berberean iraungitzen duena, bat datoz». Hots,

Korronte jarraia	Korronte alternoa
$P = RI^2 = \frac{\varepsilon^2}{R} = \frac{\varepsilon_0^2}{2R}$	$\langle P \rangle = \frac{\langle \varepsilon^2 \rangle}{R} = \frac{\varepsilon_0^2}{2R}$

Azkenik, *forma-faktorea* balio efikazaren eta periodoerdiko batezbestekoaren arteko arrazoia edo zatidura da. Indar elektroeragile sinusoidalen kasuko forma-faktorea ondokoa da:

$$\frac{\varepsilon_{\text{ef}}}{\langle \varepsilon \rangle} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.11. \qquad \text{(II – 42)}$$

Indar elektroeragilearen aldaketa denborala, sinusoidala ez den beste mota batetakoa bada, aipaturiko zatiduraren balioa bestelakoa izango da.

Ariketa: Aurki bitez $\langle \varepsilon \rangle$, ε_{ef} eta forma-faktoreak indar elektroeragile karratu eta triangeluarretarako.

II.7.2. Egoera iraunkorra, inpedantzia.

II. 7. irudian kontsideraturiko zirkuituaren ebazpena aztertuko dugu, beraren gainean honako indar elektroeragile sinusoidalak eragitean,

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin \omega t = IR + \frac{Q}{C} + L\frac{dI}{dt}. \qquad \text{(II – 43)}$$

Izatez, ekuazio diferentzial osoaren soluzio berezia aztertzen ari gara, kasu honetan honako hau izango delarik,

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi), \qquad \text{(II – 44)}$$

$$\text{non} \quad I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \quad \text{eta} \quad \tan\varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \qquad \text{(II – 45)}$$

diren, ordezkapen zuzenaz froga daitekeenez. Soluzio honek, intentsitatea sinusoidala dela adierazten du bederen; baina tentsioarekiko "desfasaturik" dago. Tentsioaren eta intentsitatearen arteko balio maximoak erlazionatzen dituen *inpedantzia* izeneko Z magnitutea defini daiteke,

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{Z} \qquad \text{(II – 46)}$$

eginik,

$$\text{non} \quad Z \equiv \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} \quad \text{den.} \qquad \text{(II – 47)}$$

Inpedantziak, korronte jarraian erresistentziak jokatzen duen antzeko papera betetzen du korronte alternoaren kasuan, eta gainera desfasearen existentzia adierazten du. Elementu sinpleetarako (erresistentzia, kondentsadorea, harila), honako balio hauek dauzka:

a) *Erresistentzia.*

$$V = IR \quad \text{eta} \quad I = \frac{V_0}{R}\sin \omega t \quad \text{direnez,} \qquad \text{(II – 48)}$$

$$Z = R \quad \text{eta} \quad \varphi = 0, \qquad \text{(II – 49)}$$

eta, ikus daitekeenez, V eta I-ren arteko *desfaserik ez dago.*

b) *Kondentsadorea:*

$$V = \frac{1}{C}\int I dt \quad \text{eta} \quad I = C\frac{dV}{dt} = \omega C V_0 \cos\omega t = \omega C V_0 \sin(\omega t + \pi/2) \quad \text{direnez,} \qquad (\text{II}-50)$$

$$Z = \frac{1}{\omega C} \quad \text{eta} \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}, \qquad (\text{II}-51)$$

alegia, faseari dagokionez, intentsitatea tentsioarekiko *aurreraturik dago.*

c) *Harila:*

$$V = L\frac{dI}{dt}, \quad I = \frac{1}{L}\int V dt = \frac{1}{\omega L}(-V_0 \cos\omega t) = \frac{V_0}{\omega L}\sin(\omega t - \pi/2), \qquad (\text{II}-52)$$

$$Z = \omega L, \quad \text{eta} \quad \varphi = \frac{\pi}{2}, \qquad (\text{II}-53)$$

alegia, faseari dagokionez, intentsitatea tentsioarekiko *atzeraturik dago.*

Indar elektroeragilearen kasurako batezbesteko balioak eta balio efikazak definitu genituen eran, intentsitaterako ere defini daitezke. Dena den, $I = \mathcal{E}/Z$ erlazioa, balio maximoen, batezbestekoen, balio efikazen, gailurren artekoen ... kasu guztietan betetzen da. Hala ere, ezer espezifikatzen ez bada, *balio efikazez* berba egiten dela ulertu behar da.

II.8. NOTAZIO KONPLEXUA: FASOREAK

Korronte alternoko sare elektrikoetarako ekuazio diferentzialen ebazpena asko erraz daiteke, moduluak eta desfaseak adierazteko notazio konplexua erabiliz.

Horretarako, zenbaki konplexuen kasuko ondoko emaitza erabiliz,

$$e^{ia} = \cos a + i \sin a, \qquad (\text{II}-54)$$

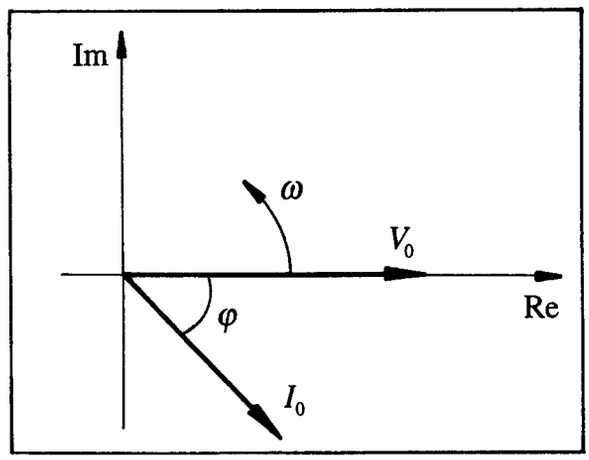
ondokoak idatz ditzakegu:

$$V = V_0 \sin\omega t = \mathrm{Im}\left(V_0 e^{i\omega t}\right), \qquad (\text{II}-55\text{a})$$

$$V = V_0 \cos\omega t = \mathrm{Re}\left(V_0 e^{i\omega t}\right), \qquad (\text{II}-55\text{b})$$

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi) = \mathrm{Im}\left(I_0 e^{-i\varphi} e^{i\omega t}\right), \qquad (\text{II}-55\text{c})$$

$$I = I_0 \cos(\omega t - \varphi) = \mathrm{Re}\left(I_0 e^{-i\varphi} e^{i\omega t}\right), \qquad (\text{II}-55\text{d})$$



II.11. irudia. Plano konplexuko adierazpen fasoriala.

Beraz, tentsio eta korronte sinusoidalak, plano konplexuan ω abiaduraz biraka ari diren bektoreez adieraz ditzakegu (ikus II.11. irudia). $e^{i\omega t}$ atala bietarako amankomuna denez, idatzi gabe gogoan eduki dezakegu (gauza berbera egingo dugu parte erreal eta irudikariekin). Beraz, tentsioa eta intentsitatea V_0 eta $I_0 e^{-i\varphi}$ balio maximo edo efikaza eta desfasea argi azaltzen duten *fasoreez* adieraz ditzakegu.

Tentsio eta intentsitatearen balioen zatiketaz definituriko inpedantzia ere kantitate konplexua da:

$$Z = \frac{V_0 e^{i\omega t}}{I_0 e^{-i\varphi} e^{i\omega t}} = \frac{V_0}{I_0 e^{-i\varphi}} = |Z| e^{i\varphi}. \qquad \text{(II} - 56)$$

eta konstante mantentzen da denboran zehar. Ohm-en legea kantitate konplexuen artean betetzen da orain (fasoreen eta inpedantziaren artean), korronte jarraian kantitate errealen artean betetzen zen era berberean. Beraz, Kirchoff-en legeak ekuazio diferentzialak ebatzi beharrik gabe aplika daitezke.

Inpedantziak erresistoreen eran elkartzen dira, alegia, inpedantzia baliokidea ondoko eran kalkula daiteke:

$$Z_{\text{serie}} = \sum_i Z_i, \qquad \text{(II} - 57\text{a)}$$

$$\frac{1}{Z_{\text{paralelo}}} = \sum_i \frac{1}{Z_i}. \qquad \text{(II} - 57\text{b)}$$

Paraleloan konektaturiko zirkuituetan, komenigarria izaten da hainbatetan, Y *admitantzia* konplexua definitzea, horretarako

$$Y \equiv \frac{1}{Z} \qquad \text{(II – 58)}$$

eginez, zeren orduan

$$Y_{\text{paralelo}} = \sum_i Y_i \qquad \text{(II – 59)}$$

baita.

Zirkuitu konplexuetan,

$$Z = R + iX. \qquad \text{(II – 60)}$$

Hemengo magnitudeei honelaxe deritze:

R	erresistentzia,
$X \equiv \omega L - 1/\omega C$	erreaktantzia,
$X_L \equiv \omega L$	induktantzia,
$X_C \equiv 1/\omega C$	kapazitantzia

Beraz,

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}, \qquad \text{(II – 61)}$$

$$\varphi = \arctan\frac{\omega L - 1/\omega C}{R} = \arctan\frac{X_L - X_C}{R} = \arctan\frac{X}{R}. \qquad \text{(II – 62)}$$

II.9. ERRESONANTZIA SERIE-ELKARKETADUN *RLC* ZIRKUITUAN

Fasoreen bidez serie-elkarketadun *RLC* zirkuitua ebatziko dugu berriro:

$$\varepsilon(t) = RI + \frac{1}{C}\int I dt + L\frac{dI}{dt}. \qquad \text{(II – 63)}$$

Fasoreak erabiliz, hots, (*notazioari dagokionez, ikus hurrengo orrialdeko oharra)

$$\varepsilon = (\varepsilon_0)e^{i\omega t} \quad \text{edo} \quad \varepsilon = \varepsilon_0, \qquad \text{(II – 64)}$$

$$I = (I_0 e^{-i\varphi})e^{i\omega t} \quad \text{edo} \quad I = I_0 e^{-i\varphi} \qquad \text{(II – 65)}$$

eginez,

$$\int I dt = \frac{1}{i\omega} I, \qquad \frac{dI}{dt} = i\omega I, \tag{II-66}$$

$$\mathcal{E}_0 e^{i\omega t} = \left(R I_0 e^{-i\varphi} + \frac{1}{i\omega C} I_0 e^{-i\varphi} + i\omega L I_0 e^{-i\varphi} \right) e^{i\omega t}, \tag{II-67}$$

$$\mathcal{E}_0 = \mathcal{E} = \left(R + \frac{1}{i\omega C} + i\omega L \right) I, \tag{II-68}$$

eta $\quad Z \equiv R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \quad$ denez, $\qquad$ (II-69)

$$\mathcal{E} = ZI. \tag{II-70}$$

Erreaktantzia anulatzen deneko kasua, $(X = \omega L - 1/\omega C = 0)$ alegia, induktantzia eta kapazitantziaren konpentsazioaz zirkuituak erresistentzia modura jokatzen dueneko kasua, oso interesgarria da. Efektu hau, zirkuitu konkretu batetan, ongi mugaturiko maiztasun batetan gertatzen da. Berari erresonantzi maiztasuna deritzo:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}. \tag{II-71}$$

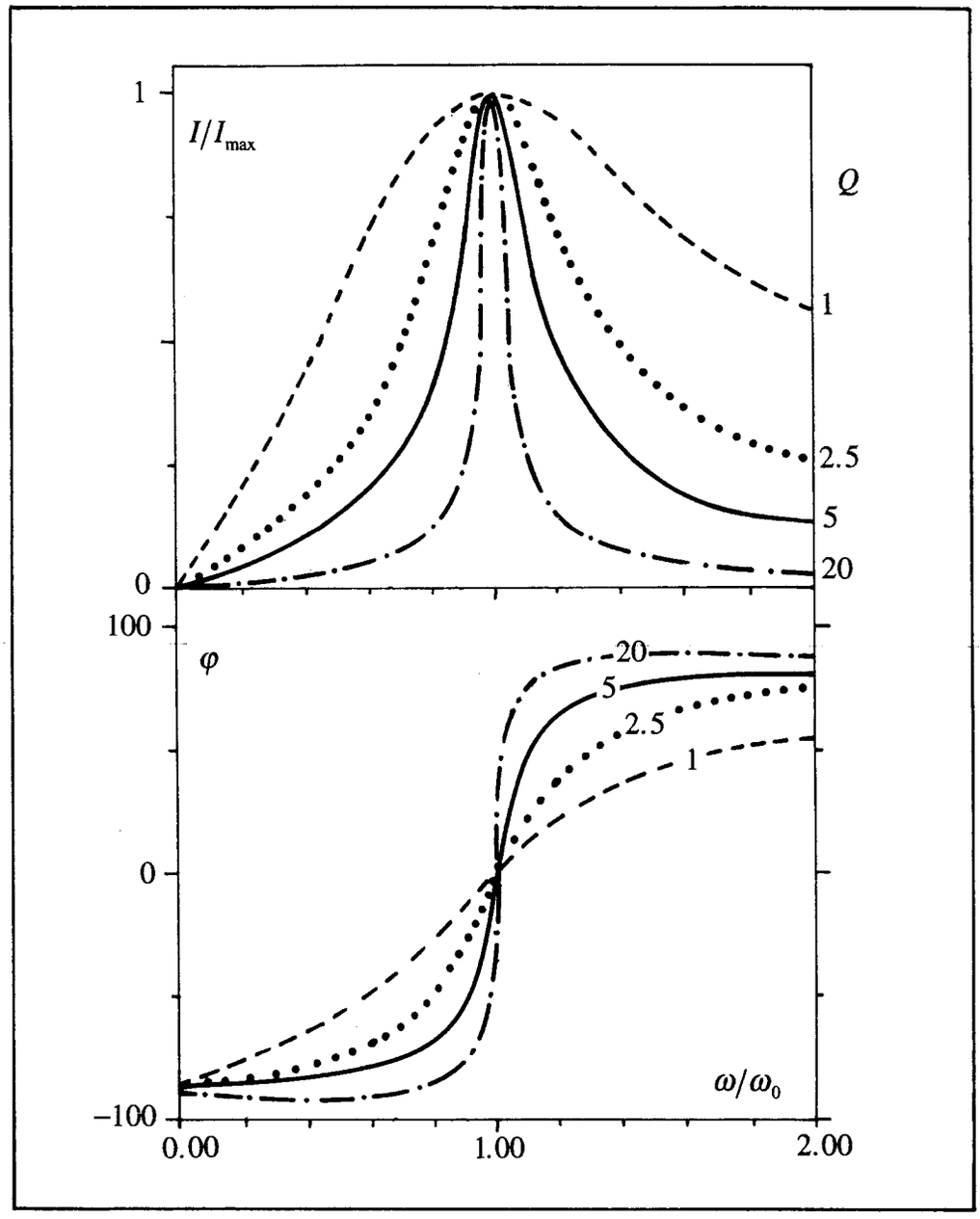
Erresonantzi maiztasunean, inpedantzia minimoa da eta, gainera, zirkuitua erresistibo hutsa da. Beraz, tentsio eta intentsitatearen artean ez dago desfaserik erresonantzi maiztasunean.

RLC serie-elkarketako erresonantzian gainera, intentsitatea maximo batetik pasatzen da. Maximoak erresistentziaren balioaren menpekotasuna du eta erresonantziaren "gailurtasuna" ondoko adierazpenaz ezaugarritzen da:

$$Q \equiv \frac{\omega_0 L}{R}. \tag{II-72}$$

Q balioari zirkuituaren *kalitate-faktorea* deritzo (ikus II.12. irudia).

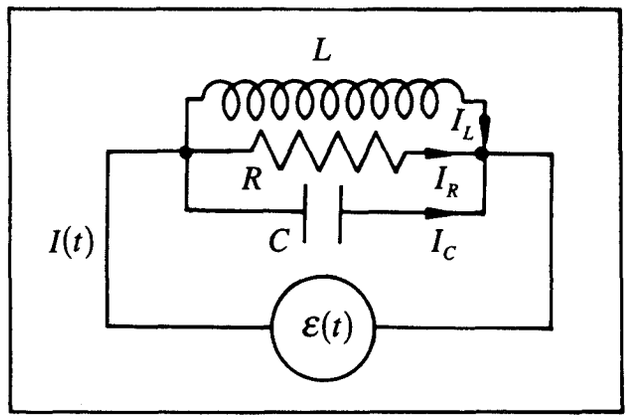
Oharra: Fasoreak notazio desberdinez adierazi ohi dira. Izan ere, 18. eta 20. gaietan $\hat{i} = I_0 e^{-i\varphi}$, $\hat{v}$,... eran adierazi dira, 28. gaian letra beltzagoaz azaldu diren bitartean, **i**, **v**,... bektoreen erara. Notazio horiek baliokideak dira, noski, eta normalki erabiliak.



II.12. irudia. Normalizaturiko intentsitatea (I/I_{max}) eta desfasea (φ) serie-elkarketako *RLC* zirkuituan kalitate-faktorearen (Q) balio desberdinetarako. Maiztasuna, ω_0, erresonantzi maiztasunera normalizaturik adierazi da.

II.10. PARALELO-ELKARKETADUN ZIRKUITUA. ERRESONANTZIA

Kontsidera dezagun II.13. irudiko zirkuitua



II.13. irudia. Paralelo-elkarketadun zirkuitua.

Adar bakoitzeko korronteak honakoak dira,

$$I_i = \varepsilon Y_i, \qquad \text{(II} - 73)$$

non Y_i direlakoak adar bakoitzeko admitantziak diren. Beraz,

$$Y_C = i\omega C, \quad Y_R = \frac{1}{R} \quad \text{eta} \quad Y_L = \frac{1}{i\omega L} \qquad \text{(II} - 74)$$

direnez, intentsitateak honako hauek izango dira,

$$I_C = i\omega C\varepsilon, \quad I_R = \frac{\varepsilon}{R} \quad \text{eta} \quad I_L = \frac{\varepsilon}{i\omega L}, \qquad \text{(II} - 75)$$

eta intentsitate osoa,

$$I = I_C + I_R + I_L = \varepsilon\left(\frac{1}{R} + i\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)\right) = \varepsilon Y_{\text{tot}} = |I|e^{i\varphi}. \qquad \text{(II} - 76)$$

Beraren moduluak ondokoa balio du,

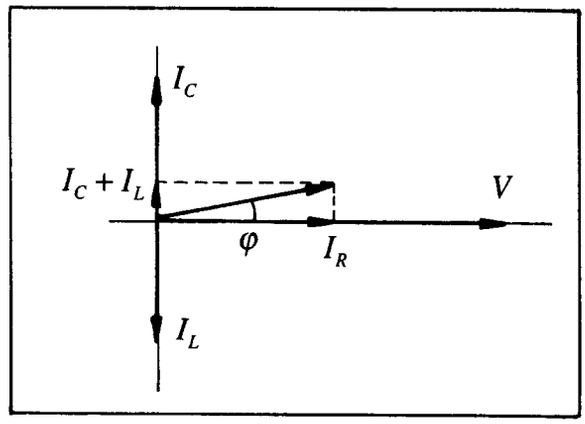
$$|I| = |\varepsilon|\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}, \qquad \text{(II} - 77)$$

eta tentsioarekiko desfasea

$$\varphi = \arctan\frac{\omega C - 1/\omega L}{1/R} = \arctan\left(R\omega C - \frac{R}{\omega L}\right), \qquad \text{(II – 78)}$$

$$I = |I|e^{i\varphi}. \qquad \text{(II – 79)}$$

Kasu honi dagokion fasoreen diagrama II.14. irudian ageri da.

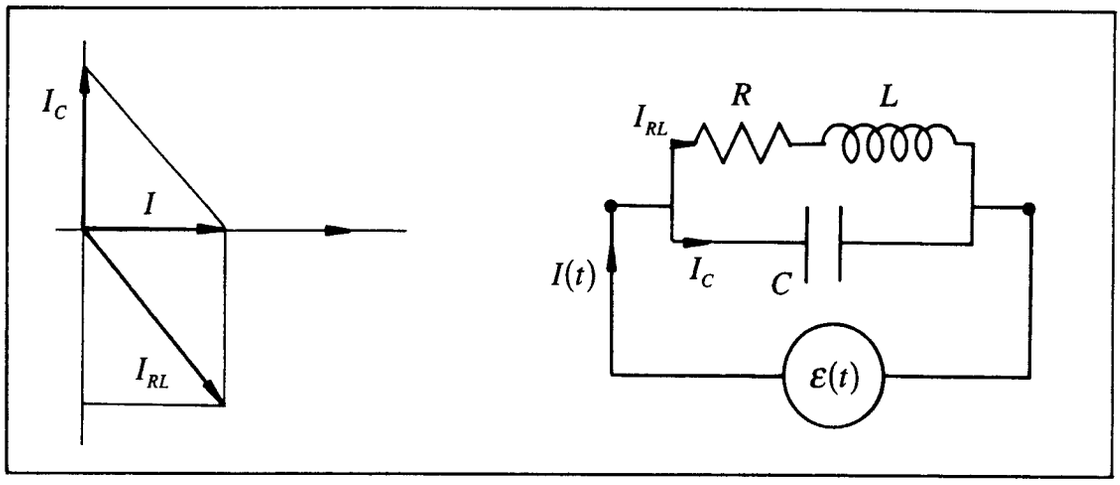


II.14. irudia. Paralelo-elkarketadun zirkuituaren fasoreen diagrama.

Paralelo-elkarketa duen zirkuitu interesgarria, bi adarretakoa da, bata induktiboa eta bestea kapazitiboa izanik. Orduan,

$$I = I_C + I_L = \varepsilon i\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right). \qquad \text{(II – 80)}$$

$\omega C = 1/\omega L$ denean, zirkuitutik ez da korronterik pasatuko eta zirkuitu honek maiztasun horretarako korrontea iragazten duela esan ohi da. Kasu horri dagokion maiztasuna, $\omega_0 = \sqrt{1/LC}$ erresonantzi maiztasuna da.



II.15. irudia. *L* eta *C* adarretako zirkuitu erreala.

Praktikan oso zaila da erresistentzia apurrik gabeko induktoreak aurkitzea. Kasu praktiko honetako egoera II.15. irudian adierazi da. Bertan,

$$I_C = i\omega CV, \qquad I_{LR} = \frac{V}{R + i\omega L}, \qquad I = I_C + I_{LR}, \tag{II-81}$$

$$I = V\left(i\omega C + \frac{1}{R + i\omega L}\right) = V\left(\frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} + i\left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}\right)\right) = |I|e^{i\varphi}. \tag{II-82}$$

Hots, moduluak ondokoa balio du,

$$|I| = V\sqrt{\frac{R^2}{\left(R^2 + \omega^2 L^2\right)^2} + \left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}\right)^2}, \tag{II-83}$$

eta desfaseak,

$$\varphi = \arctan\frac{\omega C\left(R^2 + \omega^2 L^2\right) - \omega L}{R}. \tag{II-84}$$

Intentsitatearen balio minimoa eta desfase nulua azalduko dira, maiztasunak ondokoa balio duenean:

$$\omega_R C\left(R^2 + \omega_R^2 L^2\right) = \omega_R L, \tag{II-85}$$

$$\omega_R^2 L^2 = \frac{L}{C} - R^2 \quad \rightarrow \quad \omega_R = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}. \tag{II-86}$$

Orduan intentsitatearen balioa hauxe da:

$$|I| = V\frac{R}{R^2 + \omega_R^2 L^2} = V\frac{R}{R^2 + \frac{L}{C} - R^2} = V\frac{RC}{L}. \tag{II-87}$$

Beraz, erresonantzian zirkuituak honako inpedantzia hau azalduko du,

$$Z = \frac{L}{RC}, \tag{II-88}$$

alegia, erresistibo hutsa.

II.11. POTENTZIA. POTENTZI FAKTOREA

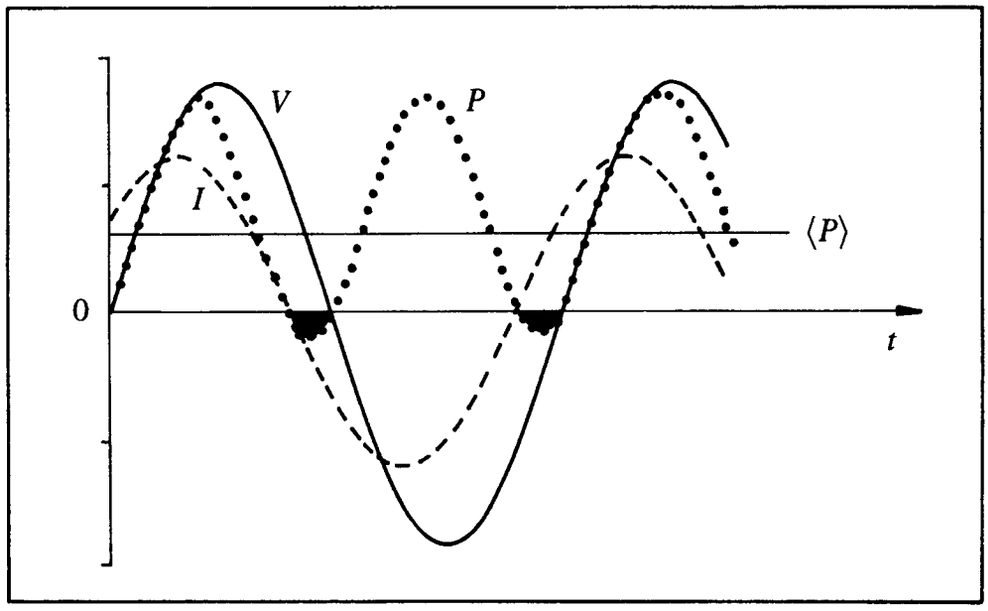
Demagun, $Z = R + iX$ inpedantziadun zirkuitua, $V = V_0 \sin \omega t$ tentsio sinusoidalaz elikatua. Korronte-intentsitatea ondokoa izango da:

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi), \qquad \text{non} \qquad \varphi = \arctan \frac{X}{R} \qquad \text{den.} \qquad \text{(II-89)}$$

Inpedantzian iraungiriko aldiuneko potentzia berriz,

$$P = VI = V_0 I_0 \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi), \qquad \text{(II-90)}$$

eta II.16. irudiak adierazten duenez, maiztasun angeluar bikoitzaz aldatzen da. Ikus daitekeenez, potentzia positiboa zein negatiboa izan daiteke. Lehendabiziko kasuan sorgailutik energia hartzen da. Potentzia negatiboa denean, berriz, kondentsadoreetako zein induktoreetako eremu elektriko eta magnetikoetan metaturiko energia, sorgailuari itzultzen zaio.



II.16. irudia. Zirkuituko inpedantzian iraungiriko P potentziaren adierazpena. $\langle P \rangle$ delakoak batezkesteko potentzia adierazten du.

Kalkuluetarako, honako berdintza matematikoak erabiliko ditugu:

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b, \qquad \sin 2a = 2 \sin a \cos a, \qquad \text{(II-91a)}$$

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b, \quad \cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 1 - 2\sin^2 a, \quad \text{(II-91b)}$$

Horien bidez era honetan idatz dezakegu (II–90) adierazpena:

$$P = V_0 I_0 \sin\omega t(\sin\omega t\cos\varphi - \cos\omega t\sin\varphi) = V_0 I_0 \sin^2\omega t\cos\varphi - V_0 I_0 \sin\omega t\cos\omega t\sin\varphi =$$
$$= \frac{V_0 I_0}{2}(1-\cos 2\omega t)\cos\varphi - \frac{V_0 I_0}{2}\sin 2\omega t\sin\varphi =$$
$$= \frac{V_0 I_0}{2}\cos\varphi - \frac{V_0 I_0}{2}(\cos 2\omega t\cos\varphi + \sin 2\omega t\sin\varphi) =$$

$$P = \frac{V_0 I_0}{2}\cos\varphi - \frac{V_0 I_0}{2}\cos(2\omega t - \varphi). \qquad (\mathrm{II}-92)$$

Emaitza honek adierazten duenez, potentziak, $\frac{1}{2}V_0 I_0$ balioko anplitudeaz, $\frac{1}{2}V_0 I_0 \cos\varphi$ batezbesteko balioaren inguruan oszilatzen du.

$\frac{1}{2}V_0 I_0 = V_{\mathrm{ef}} I_{\mathrm{ef}}$ balioari *itxurazko potentzia* deritzo eta volta×ampere (voltampere) izeneko unitateetan neurtzen da. Bestalde, potentziaren batezbesteko balioa hauxe da:

$$\langle P\rangle = V_{\mathrm{ef}} I_{\mathrm{ef}} \cos\varphi. \qquad (\mathrm{II}-93)$$

Erraz ikus daiteke, gai konstantea batezbesteko potentziarekin bat datorrela, zeren alde aldakorraren batezbestekoa periodoaren edozein multiplotan zero bihurtzen baita. Gai hori *potentzia eraginkorra* da, hots, erresistentzian benetan iraungirikoa,

$$\langle P\rangle = R I_{\mathrm{ef}}^2, \qquad (\mathrm{II}-94)$$

eta watt izeneko unitateetan neurtzen da. Berau, inpedantziaren alde errealari dagokiona bailitzen idatz daiteke:

$$\langle P\rangle = I_{\mathrm{ef}}^2 Z\cos\varphi = V_{\mathrm{ef}} I_{\mathrm{ef}} \cos\varphi. \qquad (\mathrm{II}-95)$$

Erreaktantziari dagokion potentzia edo inpedantziaren alde irudikariari, *potentzia erreaktiboa* deritzo:

$$P_{\mathrm{erreak}} = V_{\mathrm{ef}} I_{\mathrm{ef}} \sin\varphi. \qquad (\mathrm{II}-96)$$

Potentzia erreaktiboak kondentsadoreetan eta induktoreetan metaturiko energia eta gero sorgailuetara itzultzen dena adierazten du eta volta×ampere erreaktiboetan neurtzen da.

Azkenik $\cos\varphi$ faktorea aipatu behar da, beronek itxurazko potentziatik kontsumitzen den frakzioa mugatzen du eta *potentzi faktorea* izenaz ezaguna da.

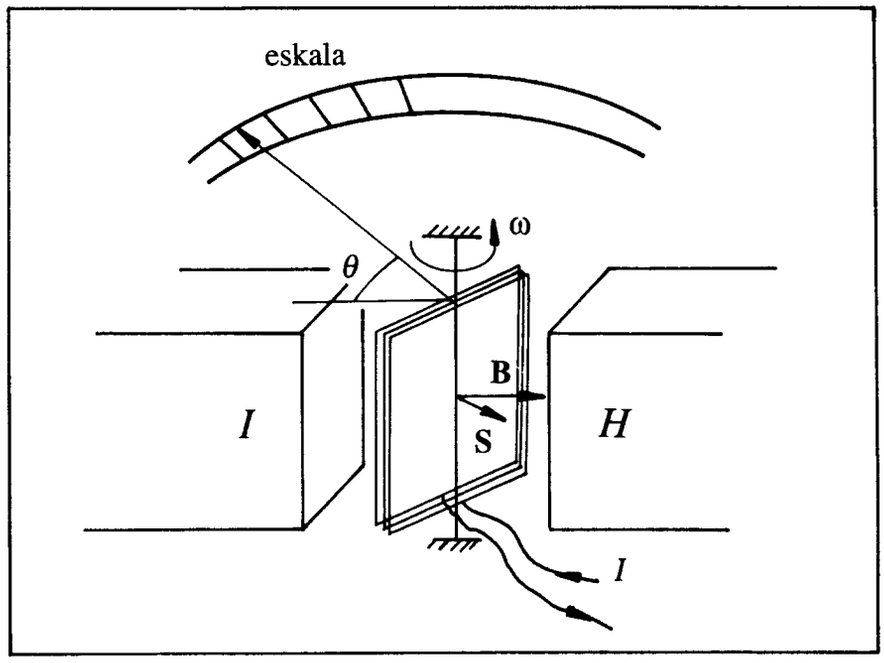
C. NEURGAILUAK

Edozein laborategitako neurgailu arruntenen artean voltimetroak, amperemetroak eta osziloskopioa daude. Dena den, atal honetan lehenengo eta behin galvanometroa aztertuko dugu (hainbat voltimetroren eta amperemetroren oinarri) eta, halaber, osziloskopioa.

II.12. GALVANOMETROA ETA NEURGAILU ERATORRIAK

II.12.1 Galvanometroa

Galvanometroa korronte elektrikoa detektatzeko eta neurtzeko tresna da. Eremu magnetikoak korronte batez zeharkaturiko zirkuitu batetan sortzen duen ekintzan oinarriturik dago. Galvanometro orokorrena "gorputz higikorrekoa" da eta ondoko elementuez osoturik dago (ikus II.17. irudia).



II.17 irudia. Gorputz higikorreko galvanometroaren osagaiak.

1. Gorputz higikorra. *S* azalerako karkasa errektangularrean hari eroalezko *n* espira biribilkatuak. Harilaren mutur askeak kanpoko zirkuituarekin lotzen dira.
2. Eremu magnetikoaren sorgailua. Orokorki, ferritazko magneto iraunkorra izan ohi da, burdin tartean eremu magnetiko oso uniformea sortzen duena.
3. Esekidura. Gorputz higikorra eremu magnetikoan kokatzen duena, ardatz

batekiko biraketa onartuz eta neurgailuak lan egin dezan momentu berreskuratzailea sortzen duena. Egoera arruntean, korronterik ez badago, espiren planoa eremu-lerroen paraleloa da.

Demagun indukzio magnetikoa **B** dela, eta haril karratuaren eremuarekiko alde perpendikularrek (alegia, bertikalak direnek) *a* luzera dutela (bektorialki, **a**) eta beste biek (horizontalak direnek) b luzera (bektorialki, **b**). Hariletik *I* korronte-intentsitatea dabilenean, eremu magnetikoak alde bertikal bakoitzaren gainean ondoko indarraz eragiten du:

$$\mathbf{F} = I(\mathbf{a} \times \mathbf{B}). \qquad \text{(II} - 97)$$

Alde horizontalen gaineko indarrek elkar deusezten dute. *a* aldedun hari bertikal bakoitzaren gainean *aIB* indarrak eragiten du, eta espira baten alde bertikal bien gaineko indarrek espiran sortuko duten indar-momentua ondokoa da:

$$\tau = aIBb\cos\theta = ISB\cos\theta. \qquad \text{(II} - 98)$$

Harila *n* espiraz osoturik dagoenez, momentu osoa honako hau izango da:

$$\tau = nISB\cos\theta. \qquad \text{(II} - 99)$$

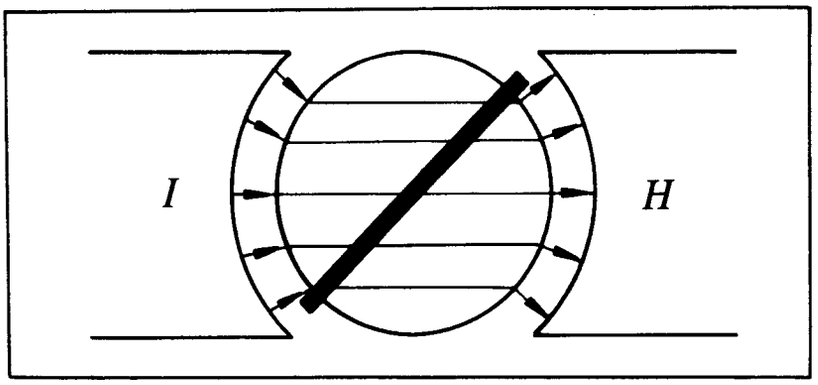
Indar-momentu hau harila edo karkasa bere jatorrizko posiziotik desbideratzen saiatuko da. Beraren aurka indar-bikote berreskuratzailea dago, desbiazioaren proportzionala dena, hots,

$$\tau' = C\theta, \qquad \text{(II} - 100)$$

non *C* delakoa harilari eusten dion hariaren bihurdura-gaitasuna adierazten duen tortsio-konstantea den. Orekan:

$$C\theta = nSBI\cos\theta. \qquad \text{(II} - 101)$$

Erlazio errazagoa lortzeko, pieza polarrei eite zilindrikoa eman ohi zaie eta burdin tartean, karkasa modura burdingozozko nukleo zilindrikoa erabili ohi da (ikus II.18. irudia).



II.18. irudia. Eremu erradialaren lorpena gorputz higikorreko galvanometroan.

Karkasa eta pieza polarren arteko tartean eremu-lerroak erradialak dira eta eremua oso uniformea eta intentsoa. Karkasaren gaineko indarrek indar-bikote bat osotzen dute, beraren balioa beti ondokoa izanik,

$$\tau = nSBI, \qquad (\text{II}-102)$$

eta hori θ-ren balioa edozein delarik, 90°-tako tartearen barnean.

Baldintza hauetan, oreka-posizioa ondoko erlazioaz mugaturik dator,

$$C\theta = nSBI, \qquad (\text{II}-103)$$

eta, beraz, orekan

$$\theta = \frac{nBS}{C} I. \qquad (\text{II}-104)$$

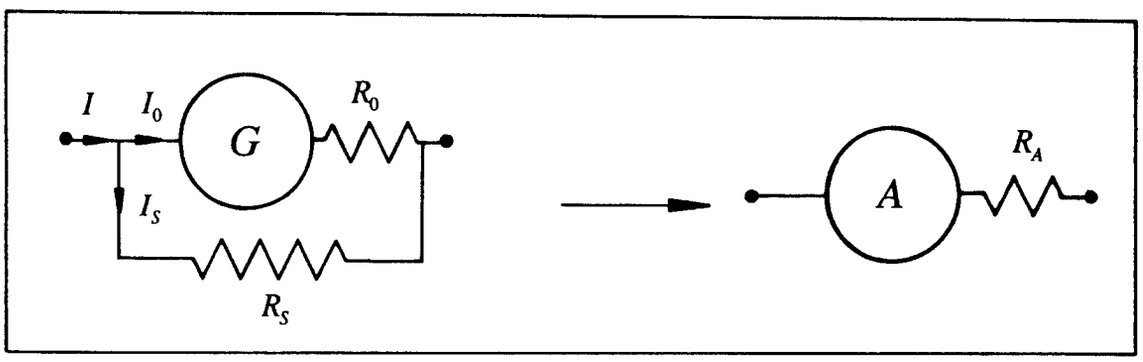
Honelatan, bada, karkasaren desbideraketa bertatik (espiretatik) dabilen korronte-intentsitatearen proportzionala da, eta $nSB/C = \theta/I$ konstanteari galvanometroaren intentsitatearekiko sentikortasuna deritzo. Gorputz higikorrak, marruskadurarik gabe beraren euskarrietan mantentzen diren bi pibote daramatza. Indar-bikote berreskuratzailea malguki espiral batek sortzen du. Karkaxaren desbideraketa eskala batetan irakurtzen da, bertan gorputz higikorrarekin bat egiten duen orratz baten mutur askea higi baitaiteke. Galvanometro hau oso zurruna da eta voltimetro eta amperemetroetan erabilitako arruntena suertatzen da. Mota honetako galvanometro baten sentikortasunaren muga, eskalako dibisio bakoitzeko $\sim 10^{-6}$ ampere baliokoa da.

II.12.2. Amperemetroak

Laborategian arruntki erabiltzen diren amperemetroak, gorputz higikorreko galvanometroak dira izatez, beraien eskala intentsitate-unitateetan kalibraturik dagoelarik. Sarritan, eskalaren desbiazio osoa gorputzetik 1 mA-tako intentsitatea bidaiatzen duenean gerta dadin kalkulatuta daude. Honek ez du baztertzen intentsitate handiagoak neurtzeko posibilitatea: horretarako, *shunt* deritzon motako muntaia egin ohi da, alegia, karkasarekin paraleloan dagoen erresistentzia egokia (R_S) gehitzea nahikoa izaten da (ikus II.19. irudia).

Demagun, adibidez, R_0 eta R_S gorputzaren eta shuntaren erresistentziak direla, hurrenez hurren, eta bestetik, I_0 eta I_S harileko eta shunteko intentsitateak direla, eta I delakoa neurtu nahi den intentsitatea. Magnitute hauen artean ondoko erlazioa beteko da:

$$I_0 = \frac{I}{1 + R_0/R_S}. \qquad \text{(II-105)}$$



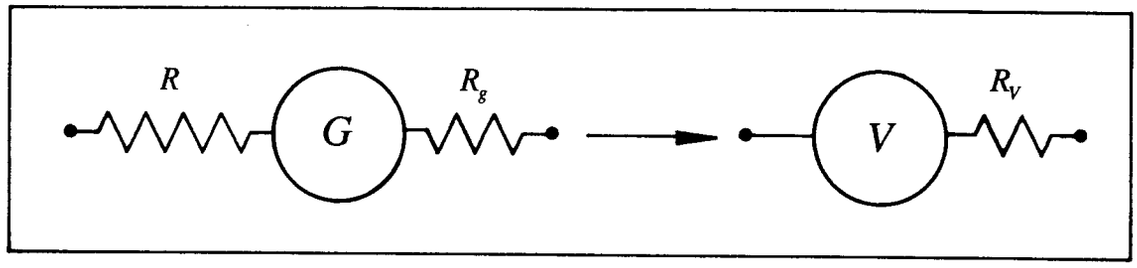
II.19. irudia. Amperemetroa.

Galvanometroaren barnetik intentsitate osoaren ongi mugaturiko zati bakar bat pasatzen da eta bestea desbiderarazi egiten da. Adibidez, $R_S = R_0/9$ izanik $I_0 = I/10$ lortzen da. Eskala osoaren desbideraketa, gorputzetik 1mA intentsitateak pasatzean sortua, zirkuitu nagusitik 10 mA-tako intentsitatea pasatzean adierazten da. R_S-ren balioa aldatuz, eskala desberdinetako amperemetroa eduki dezakegu.

Amperemetroak, intentsitatea neurtu nahi den zirkuituaren adarrean serie-elkarketan lotzen dira. Amperemetroa zirkuituan lotzean, neurtu nahi den intentsitatea ez aldatzeko, beraren erresistentzia ohmikoak oso txikia izan behar du.

II.12.3. Voltimetroak

Demagun I korronte-intentsitatea pasatzen deneko zirkuituko bi punturen artean deribazio bat egin dela. Deribazio horretan R_g erresistentziadun G galvanometroa eta berarekin serie-elkarketan R erresistentzia oso handia (ikus II.20. irudia). Deribazioa osotzen duten erresistentzien batura, $R+R_g$, zirkuituko bi punturen arteko erresistentzia baino askoz handiagoa bada, deribaziotik dabilen intentsitatea oso txikia da. Beraz, zirkuitutik pasatzen den intentsitatea, eta halaber, zirkuituko bi puntu horien arteko potentzial-diferentzia, deribazioa egin aurretiko berbera izango da. Baldintza hauen pean galvanometrotik doan korronte-intentsitatea ondokoa da:



II.20. irudia. Voltimetroaren eskema.

$$I_g = \frac{V}{R+R_g}, \qquad \text{(II-106)}$$

hots, V potentzial-diferentziarekiko proportzionala. Beraz, eskala voltatan gradua daiteke eta, ondorioz, galvanometroak eta serie-elkarketan ipinitako erresistentziak, biek batera, voltimetroa osotuko dute. Argi dago, galvanometroarekin serie-elkarketan ipinitako R erresistentziaren balioa aldatuz, tresna berbera erabil daitekeena, magnitude desberdinetako potentzial-diferentziak neurtzeko. Voltimetroa zuzen erabili arren, goian aipatu denez, kontsideraturiko zirkuituko puntuen artean, beraiekiko paraleloan ipini behar da, eta, gainera, puntu horien arteko erresistentziak voltimetroarenak baino askoz txikiagoa izan behar du.

II.13. OSZILOSKOPIOA

Osziloskopioa garrantzi handiko neurgailua da, berarekin edozein motatako seinale elektriko ikus, beha eta neur baitaiteke. Atal honetan neurgailu honen oinarriak eta beraren erabilera laburki deskribatuko dira.

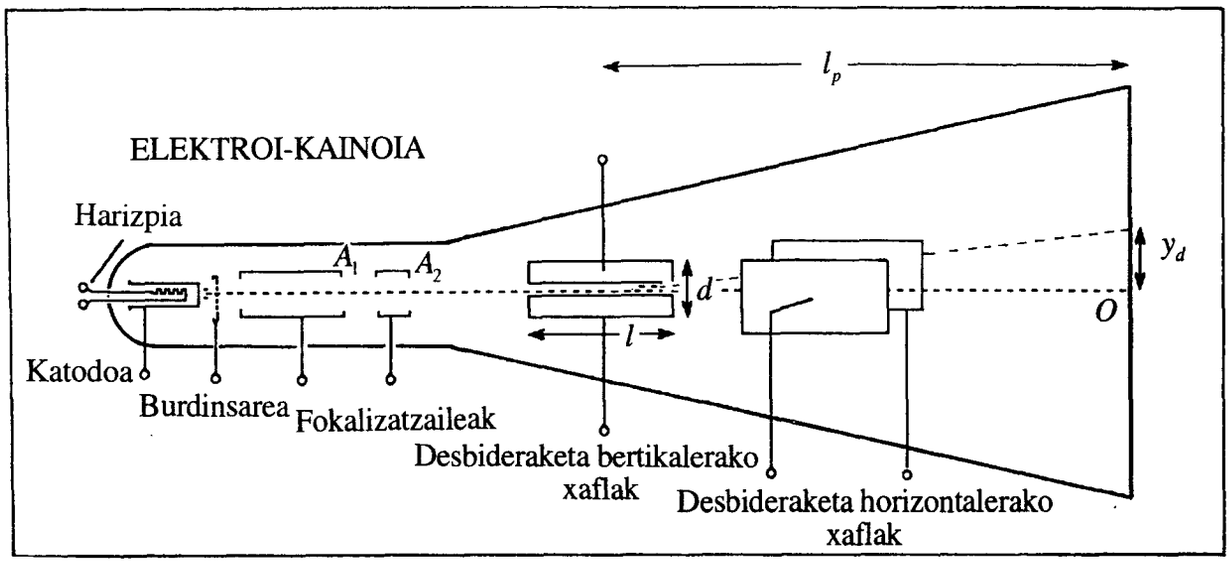
II.13.1. Osziloskopioaren oinarriak eta osagai garrantzitsuenak

Osziloskopioaren oinarrizko osagaia izpi katodikoen hodia da (beraren egitura elementala II.21. irudiko eskeman adierazi da). Bertan, "elektroi-kainoia" deritzon elektrodoen sistema baten bidez, katodotik irteten den elektroi-sorta azeleratu eta fokalizatu egiten da, azkenik pantaila fluoreszente baten aurka talka eginez, eta bertan puntu argitsu bat sortuz. Desbiaziorako xaflen multzo-pare bati tentsio elektrikoak aplikatuz, puntu argitsua pantailako edozein puntutan koka daiteke. Azter dezagun xehetasunez elementu bakoitza.

a) Elektroi-kainoia

Elektroiak igortzen dituen katodoak eite zilindrikoa du. Zilindroaren barnean, beroeroalea den xafla zeramiko batez isolaturik, harizpia dago. Katodoa inguratzen, kontrolerako burdinsarea dago. Beraren betebeharra, elektroiak aldaratzen dituen potentzial negatibo batez katodotik irteniko elektroi-kopurua erregulatzea da. Ondoren, kontrolerako burdinsaretik ihes egiten duten elektroiak, potentzial altuan ipiniriko anodo edo elektrodo azeleratzailerantz bortizki azeleratuak dira. Anodoek irekidura axiala dute elektroi-sorta beraietan zehar pasa dadin, eta aldi berean fokalizatzaile moduan ere jokatzen dute. Espazio hutsean, elektroien elkarren arteko aldarapen elektrostatikoa dela eta, elektroi-sorta batek dibergitu egingo luke. Potentzial hazkorretan kokaturiko A_1 eta A_2 elektrodoen zeregina, pantailan sorta fokalizatu ahal izateko, sorta konbergi araztea da. Konbergentziaren arrazoia, batetik burdinsarearen eta A_1 anodoaren tarteko eta bestetik A_1 eta A_2 anodoen tarteko eremu elektrikoan datza.

Era horretan eginda lortzen den efektua, lente konbergente batek argi-sorta dibergente baten gainean egiten duenaren antzekoa da; hain zuzen ere, honexegatik, sistema fokalizatzaileari *lente elektronikoa* deritzo. Lehen anodoaren potentziala aldatuz, lente elektroniko horren fokoa egokitu egin daiteke. Intentsitatearen eta fokuaren kontrolek sortaren korrontea eta pantailaren gaineko puntu argitsuaren neurria mugatzen dute (ikus II.21. irudia).



II.21. irudia Osziloskopio batetako izpi katodikoen hodiaren eskema.

b) Desbideraketa-sistema

II.21. irudiak adierazten duen eran, bi xafla-bikotez osoturik dago. Hodiaren ardatzarekiko simetrikoki kokaturik daude eta bikote bakoitza potentzial desberdinekin lot daiteke. Beraz, eremu elektrikoa sortaren perpendikularra izanik, irudiaren planora (bertikala) edo plano ortogonalera (horizontala) muga daiteke. Kontsidera ditzagun desbideraketa bertikalerako xaflak, beraien parametroak l (xaflaren luzera sortaren norabidean) eta d (beraien arteko distantzia) direlarik. Eremu elektrikorik gabe O puntuan erasotzen duen elektroiak, xafletatik pasatzean ondoko desbideraketa bertikala jasango du:

$$y_d = \frac{1}{2} l_p \frac{l}{d} \frac{V_p}{V}, \qquad \text{(II-107)}$$

non V_p xaflen arteko potentzial-diferentzia den.

Hodiaren sentikortasuna (V tentsio azeleratzailearekikoa) ondokoa dugu:

$$\frac{y_d}{V_p} = \frac{1}{2} l_p \frac{l}{d} \frac{1}{V} = k \frac{1}{V}, \quad \text{non} \quad k \equiv \frac{1}{2} l_p \frac{l}{d} \quad \text{den.} \qquad \text{(II-108)}$$

Beraz, tentsio azeleratzaile konkretu baterako, pantailako desbideraketak xaflen arteko potentzial-diferentziaren proportzionalak dira eta sentikortasuna tentsio azeleratzailea gehitzen den arabera gutxituz doa. Propietate honetaz baliatuz, osziloskopioa voltimetro modura erabil daiteke.

Era berean, desbideraketa horizontalerako xafletarako, pareko azterketa egin dezakegu ondorio berberetara iritsiz. Xaflen arteko tentsioak aldakorrak badira, era berean izango dira pantailako desbideraketak eta arinki aldatzen den seinalea pantailan ikusi ahal izango dugu; honetan datza izpi katodikoetako hodiaren erabilgarritasuna.

c) Pantaila

Hodiaren ardatzarekiko perpendikularki kokaturik dago eta elektroi-kainoiaren beste aldean. Barnealdea material fluoreszente batez estalita dago, beraz, elektroiek bera erasotzean lumineszente bihurtzen da. Iturri elikatzailerainoko elektroien itzulia, beirazko azalaren barne-azaleratik egiten da, elektroien itzulia errazteko orokorki grafitoz estalita dagoena; beraz, babes elektrostatiko eran ere lan egiten du. Elektroiek pantaila erasotzen dutenean, beraien energiaren parte bat argi bihurtuko da eta beste bat, berriz, bero. Azken honek pantailaren estaldura narria dezakeenez, pantaila erre ez dadin, puntu argitsua higiduran mantentzea komeni da.

Pantailak, orokorki sare bat darama sortaren desbideraketak errazago neurtu ahal izateko. Duela gutxi, sare hori hodiaren barneko partean grabatzea lortu da, era honetan paralaxia-erroreak ekidinez.

II.13.2. Seinalea ikusteko zirkuituak

Pantaila planotzat hartzen badugu (ikus II.21. irudia), edozein A puntuk, xafla desbideratzaileetako potentzial-diferentzien proportzionalak diren (x,y) koordenatuak izango ditu

$$x = k_1 V_x, \qquad \text{(II}-109\text{a)}$$

$$y = k_2 V_y. \qquad \text{(II}-109\text{b)}$$

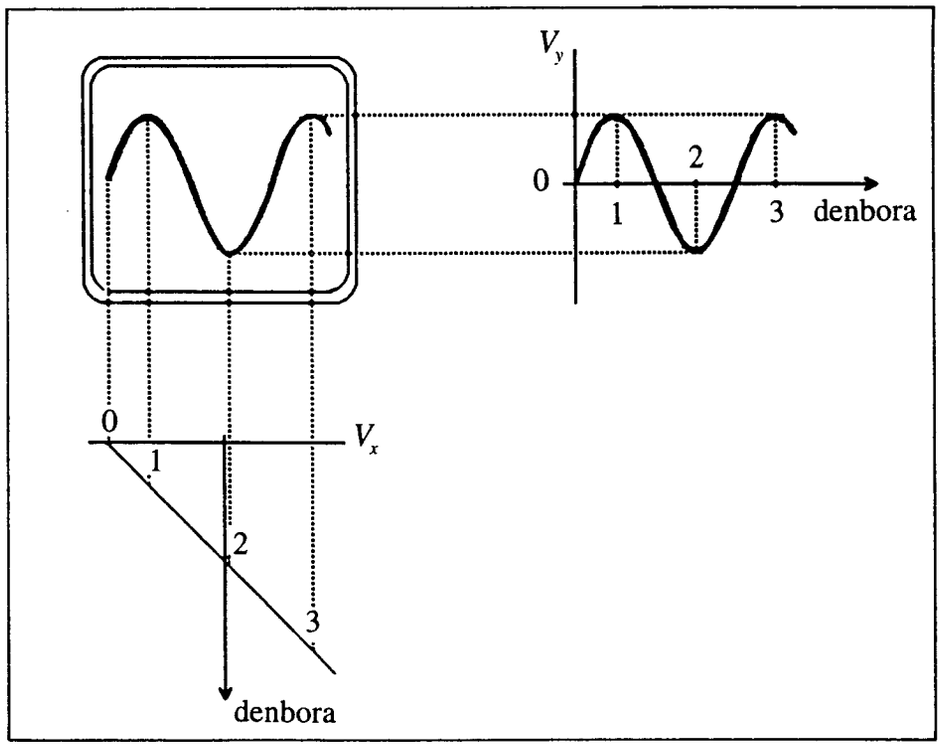
V_x eta V_y aplikaturiko seinaleak $V_y = f(V_x)$ funtzioaz erlazionaturik badaude, puntu argitsuak pantailan bidaiatzean *funtzioaren adierazpen grafikoa* irudikatuko du. Tentsio hauek ez dira zuzenean xafletan aplikatzen, zeren sentikortasuna handiagoa izan dadin, aldez aurretik anplifikatu egiten baitira.

Sentikortasun desberdinak aukeratu ahal izateko, indargetzaileak ere erabiltzen dira (ikus II.24. irudiko eskema). Potentzial-diferentzia sinusoidalki aldakorra bada, hots, $V_p = V_0 \cos \omega t$, puntuak aplikaturiko tentsioaren maiztasun berbereko higidura harmoniko sinplea deskribatuko du,

$$y_d = y_0 \cos \omega t, \qquad \text{(II}-110\text{)}$$

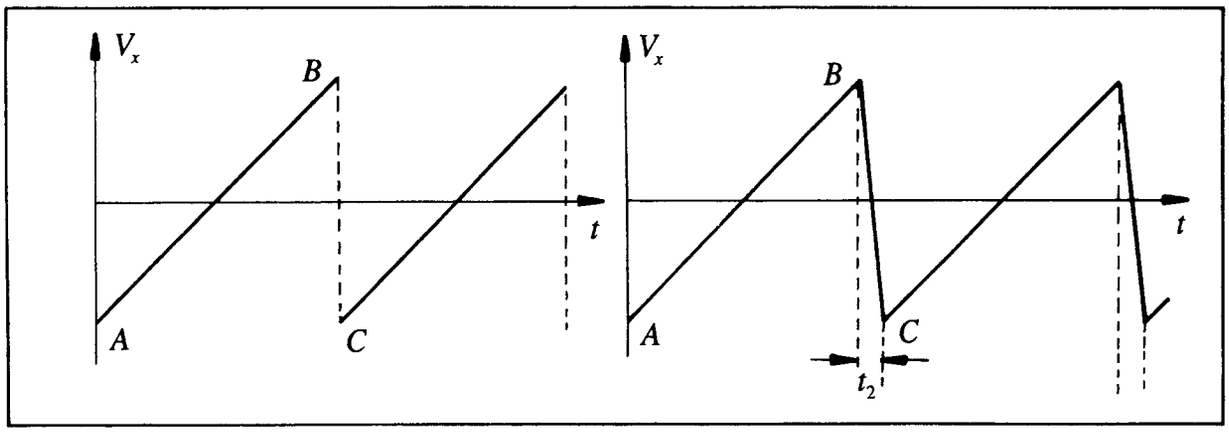
y_d eta V_p proportzionalak baitira.

Maiztasunak ~30 Hz-etako muga gainditzean, behatzailearen begiek pantailan lerro jarrai bat ikusiko dute, $2y_d$ luzeraduna, irudia erretinan mantentzen baita.



II.22. irudia. Pantailan irudia sortzeko, seinalearen eta ekorketaren konposaketa.

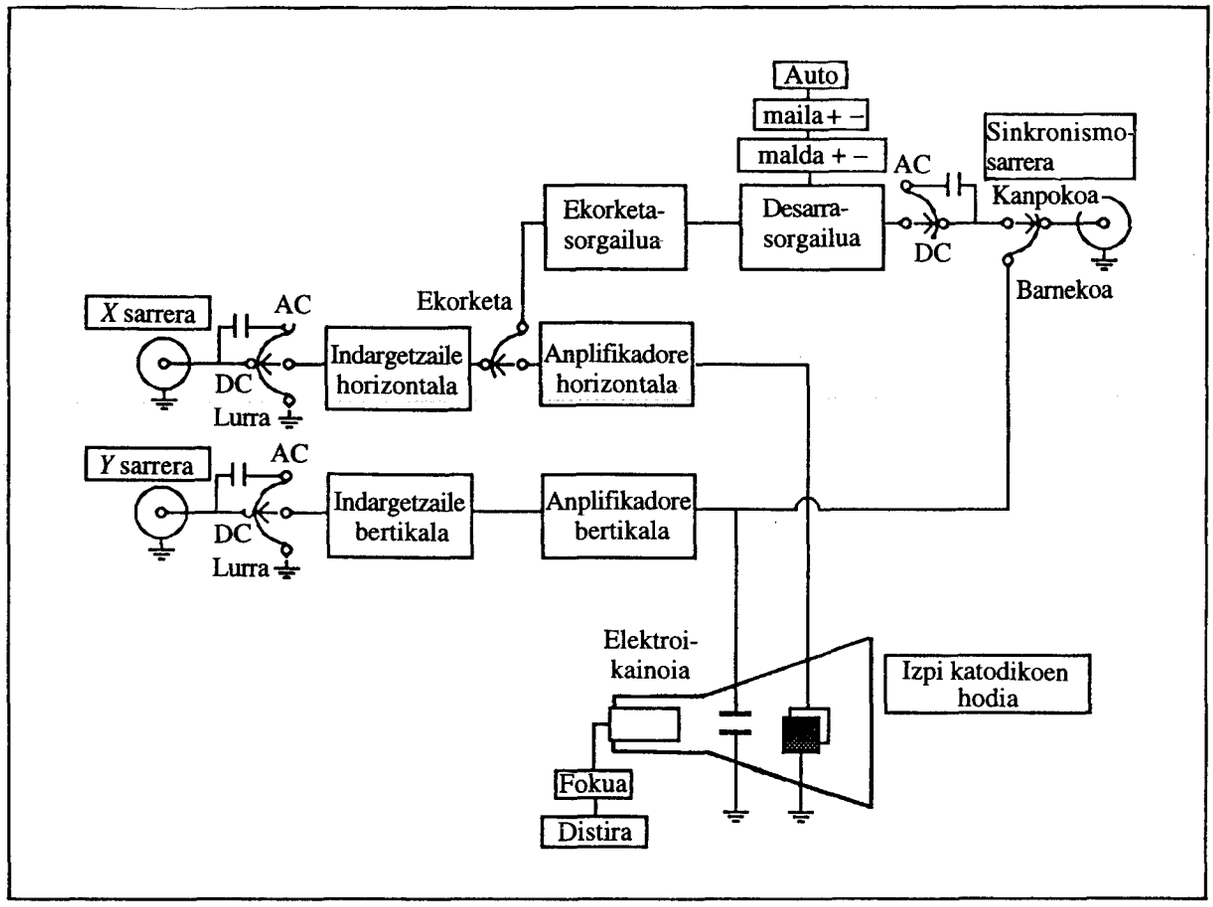
Pantailan, xafletan aplikaturiko uhinaren eitea ikusi nahi bada, xafla horizontaletan denborarekiko lineala den tentsioa aplikatu behar da (V_p eta t magnitudeek elkarren proportzionalak izan behar dute). Era honetan, tentsio horizontalak puntua ezkerretik eskuinera linealki higituko du, jatorrira itzuliz, eta aldi berean seinale bertikalak puntua goitik behera sinusoidalki higituko du. Bien konposaketak, aplikaturiko uhinaren eitea ematen digu, II.22. irudian ikus daitekeena.



II.23. irudia. a) Ekorketaren eite ideala. b) Eite erreala, itzulera denboraz.

Xafla horizontaletan erabilitako tentsio lineala, osziloskopioaren barnean kokaturiko ekorketa-zirkuitu baten bidez lortzen da. Zerra-hortzen motako uhinak II.23.a. irudiko eitea du. Praktikan oso zaila da *B-C* tarte bertikala lortzea eta uhina II.23.b. irudian adierazten denaren antzekoagoa da.

t_2 denbora-tartea oso laburra izaten da, 10^{-9}s ordenakoa, eta *itzulera-denbora* deritzo. Itzulera-lerroa pantailan ager ez dadin, barne-zirkuitu batek, tarte horretan distira zero bihurtzen du automatikoki. *A*-tik *B*-ra pasatzeko denbora-tarteari *exploraketa-* edo *ekorketa-denbora* deritzo, eta osziloskopioetan denboren oinarria deiturikoa erabiliz, ekorketa-denbora tarte zabalen artean alda daiteke. Oso interesgarria da behatzea, ekorketa-abiadura aldatuz, xafla bertikaletan aplikaturiko tentsio periodikoaren uhin-kopuru desberdinak pantailan ikus daitezkeela.



II.24. irudia. Osziloskopioaren barne-zirkuituen eskema.

Lorturiko irudia zuzena izan dadin, ekorketa-seinalearen eta behatu nahi den seinalearen periodoen arteko erlazioa sinplea izan beharko da, hots, beraien arteko *sinkronismoa* beharrezkoa da. Gehienetan, sinkronismoa automatikoki lortzen da, eta

orokorki hiru motatakoa izan daiteke: *barneko sinkronismoa*, *kanpokoa* edota *sarearekikoa*. Barne-sinkronismoaren kasuan, ekorketa-seinalea behatu nahi den seinalearekin automatikoki sinkronizatzen da. Kanpo-sinkronismoaren kasuan, berriz, sinkronismoa kanpotik aplikaturiko seinale baten bidez lortzen da. Eta sarearen maiztasun berbereko seinale bat erabiliz, sarearekiko sinkronismoa edukiko dugu. Posible da, halaber, seinalearen xehetasunen bat anplifikatzeko asmoz, eskuaren bidez ekorketa desarratzen duen seinalearen malda edo maila aldatzea (ikus II.24. irudia).

Bestaldetik, osziloskopioaren sarrerako kanaletan, bi posizioetako, *AC* eta *DC*, konmutadorea dago. *AC* posizioaren kasuan, kondentsadore bat serie-elkarketan dago, osagai jarrai posible guztiak desagertarazteko. Sarrerako inpedantzia paralelo-elkarketan dauden ondoko bi elementuekin lortzen da: erresistore bat (R_i, balio handikoa, ~1 MΩ) eta kondentsadore bat (C_i, balio baxukoa, ~30 pF). Aplikazio batzutan inpedantzia hori txikia da eta zunda indargetzaileak erabiltzea derrigorrezkoa da.

II.13.3. Osziloskopioaren bidezko neurketak

Ikusi ahal izan dugunez, funtsean osziloskopioa voltimetroa da, eta horregatik neurtu nahi den zirkuituaren inpedantziarekiko paraleloan ipini beharko dugu. Inpedantziaren balioa ezaguna bada, zirkuitutik dabilen korrontea (inpedantzia kokaturiko kanpo-zirkuitutik alegia) muga dezakegu. Gainera, tentsio-uhinaren ikuskapenak, maiztasunak, denborak eta desfaseak neurtzeko bidea eskaintzen digu.

a) Korrontea eta tentsioak

Kanpo-zirkuituaren *R* erresistentziarekiko paralelo-elkarketan, osziloskopioaren sarrerako erresistentzia eta kapazitatea edukiko ditugu. Azken hauei kablearenak gehitu behar zaizkie. Honen kapazitatea oso handia izan daiteke (100pF-takoa, adibidez). 1MΩ erresistentziak (R_s) eta 20-30pF balioko kapazitateak (C_s), paraleloan jarrita, osziloskopio "ARRUNT" baten sarrerako inpedantzia osotzen dute (ikus II.25. irudia).

Maiztasun txikietan inpedantzia hau onargarria da:

1kHz kasurako: $1/\omega C = 1/(2\pi \times 10^3 \times 30 \times 10^{-12}) = 10^9/200 = 5 \times 10^6 \Omega \Rightarrow \quad Z = 1\text{M}\Omega$

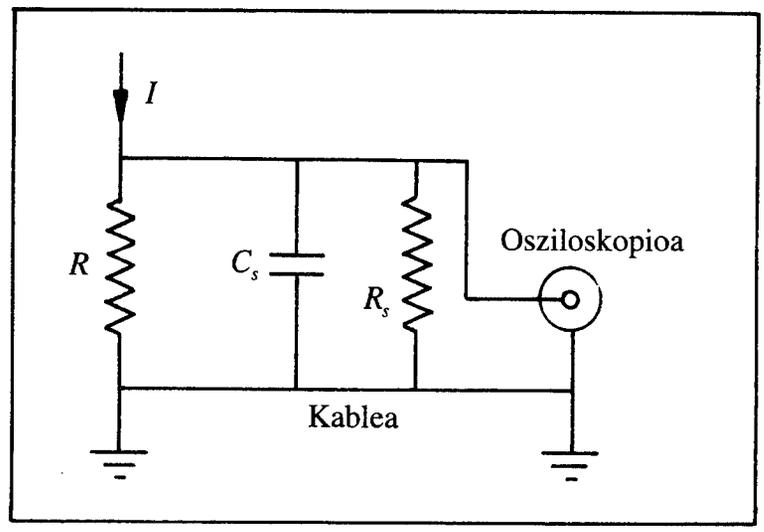
Maiztasun handietan, berriz, kablea edo osziloskopioaren sarrerako kapazitatea, zirkuiturako 'karga' handiegiak suerta daitezke,

1MHz kasurako: $1/\omega C = 1/(2\pi \times 10^6 \times 30 \times 10^{-12}) = 10^6 / 200 = 5 \times 10^3 \Omega \Rightarrow \quad Z = 5\text{k}\Omega$

eta oraindik inpedantzia txikiagoa, kableek kapazitate nabaria badute (kablearen kapazitatea 100 pF-takoa bada) inpedantzia 1kΩ baino txikiago bilaka daiteke. Hauxe da korronteen neurketa 1μA baino balio handiagoetara mugatu behar izateko arrazoia

(sentikortasun-muga ~1μV, inpedantzia 1kΩ). Maiztasun handietarako arriskugarria da voltimetro eran lan egitea, sarrera-inpedantzia oso txikia gertatzen baita.

Frogako puntek sarrera-inpedantzia handitzen dute, baina era berean sentikortasuna gutxitzen (×10). Beraien erabilgarritasuna sarrera-seinalearen deformaketa ezean (kapazitate baliokide txikia) datza.



II.25. irudia. Osziloskopioaren eta sarrerako inpedantziaren arteko lotura.

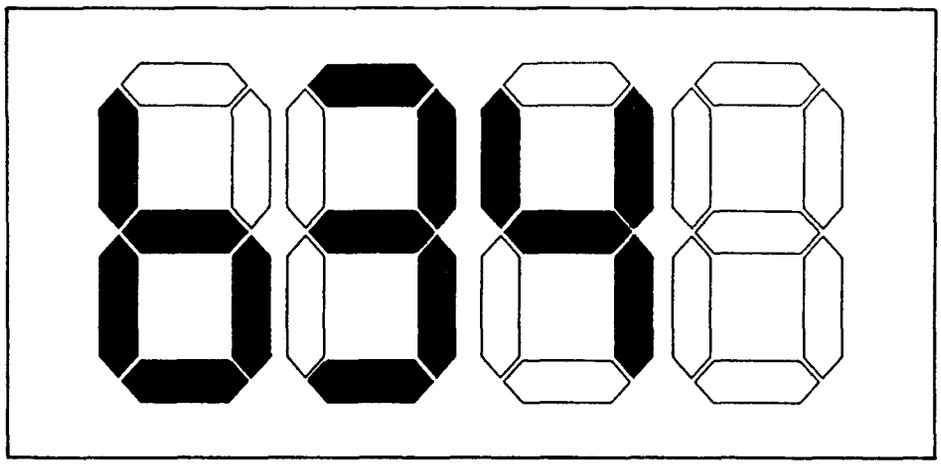
b) Denborak eta desfaseak

Beharbada neurgailuaren mugarik handiena da, zeren R = 1MΩ eta C = 30pF balioetarako denbora-konstantea 30μs ingurukoa baita. Beraz, atzerapen-denborak eta/edo desfaseak zuzen neurtu ahal izateko, neurgailuaren erabilera 30 kHz maiztasunetarako mugaturik aurkitzen da.

II.14. NEURGAILU ETA TRESNA DIGITALAK.

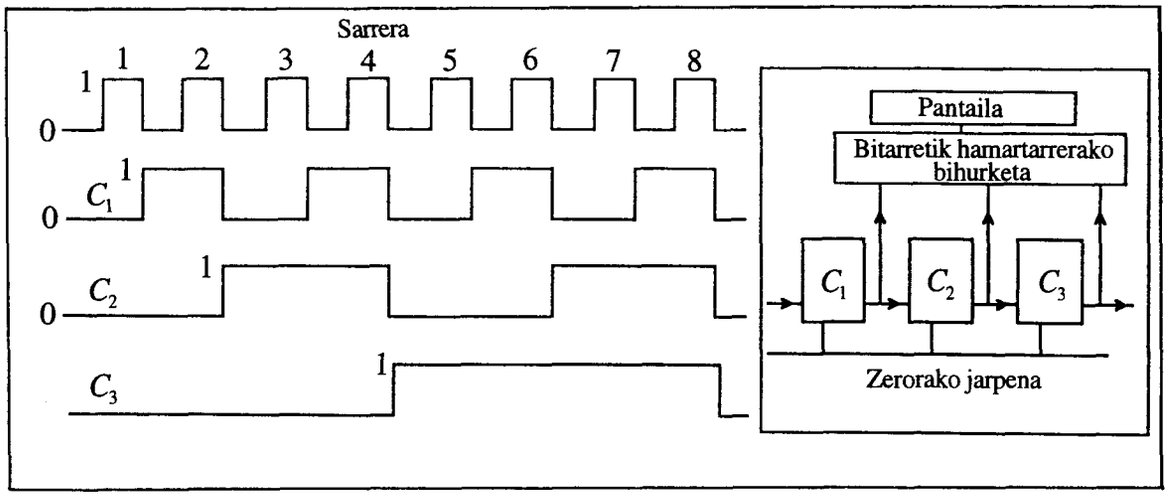
Lehenago azterturiko galvanometroek eta osziloskopioek era *analogikoan* lan egiten dute, hau da, ematen duten erantzuna neurtu nahi den seinalearen antzekoa edo analogoa da, eta seinalearekiko sintonian aldatzen da, era jarraian alegia. Bestelako neurgailuak ere egiten dira gaur egun (gero eta zehatzagoak eta merkeagoak direnak, gainera), beren funtzionamendurako printzipio desberdinak erabiltzen dituztenak: tresna *digitalak* dira. Tresna hauek, neurtu behar den seinalearen lagin bat harturik, diskretizatu egiten dute, eta gero emaitza era digitalean agertzen dute, horretarako gehienetan zazpi segmentutako dispositiboak erabiliz (ikus II. 26. irudia), edota, berrikiago, pantaila alfanumerikoak.

Gehienetan, tresna digitalek abantaila nabarmenak dituzte analogikoekin konparatuta, batez ere doitasunari, sentikortasunari eta sarrerako inpedantziari dagokienez. Gainera, horrelakoetan ez dago ez paralaxia-errorerik ez behatzailearen interpretazioagatiko errorerik, hots, neurgailuaren orratzaren posizioaz edota osziloskopioaren aztarnaz (dagokion eskalan) gertatzen direnak.



II.26. irudia. Aurkezpen digitalerako zazpi segmentutako dispositiboak.

Gehien erabili ohi diren tresnen artean, kontagailuak (maiztasunaren eta denboraren neurketan erabiliak), voltimetroak eta osziloskopio digitalak deskribatuko ditugu laburki.



II.27. irudia. Kontagailu bitarraren funtzionamendua.

II.14.1. Kontagailuak

Kontagailu elektronikoak denbora-tarte konkretuan ageri diren pultsu edo taupaden kopurua "kontatzeko" erabili ohi dira, edo, alternatiboki, bi pultsuren arteko denbora-tartea zehazteko. Tresna horien gune edo nukleoa "erloju" bat da, beraz, eta horrekin batera, pultsuen kontaketa egiten duten zirkuitu elektronikoak daude. Azken hauen egituraketa, zirkuitu biegonkorren lerroketan oinarritzen da. Zirkuitu biegonkorrak bi egoera desberdinetan egon daitezke, eta prestaturik daude, pultsu elektrikoaren parte beherakorra beren sarreran agertzean egoeraz aldatzeko (ikus II.27. irudia, non zirkuitu horiek C_1,C_2,... ikurrez adierazita dauden). Zirkuitu biegonkor bakoitzaren egoera, zirkuitu horretan bertan "gorderiko datua" izateaz gain, hurrengo zirkuitu biegonkorrerako sarrera modura erabiltzen da. II.27. irudian zirkuitu biegonkorretako

egoeren sekuentzia adierazi da, lehenengo zirkituaren sarrerako pultsuen sekuentziaren parean.

Ikus daitekeenez, aldiune konkretu batetan zirkuitu biegonkorren egoeren multzoak, aldiune horretararte kontagailuaren sarreran agertu diren pultsuen kopurua adierazten du kode bitarrean. Oro har, informazioa gordetzeko elkarrekin konektaturik dauden zirkuitu biegonkorren multzoari, *"erregistro"* deritzo. Kontagailua osotzeko, horretaz gainera honako hauek behar dira: zirkuitu biegonkor guztiak aldi berean zeroan ipintzeko dispositiboa, bitarretik hamartarrerako bihurgailua eta datuen aurkezpenerako pantaila.

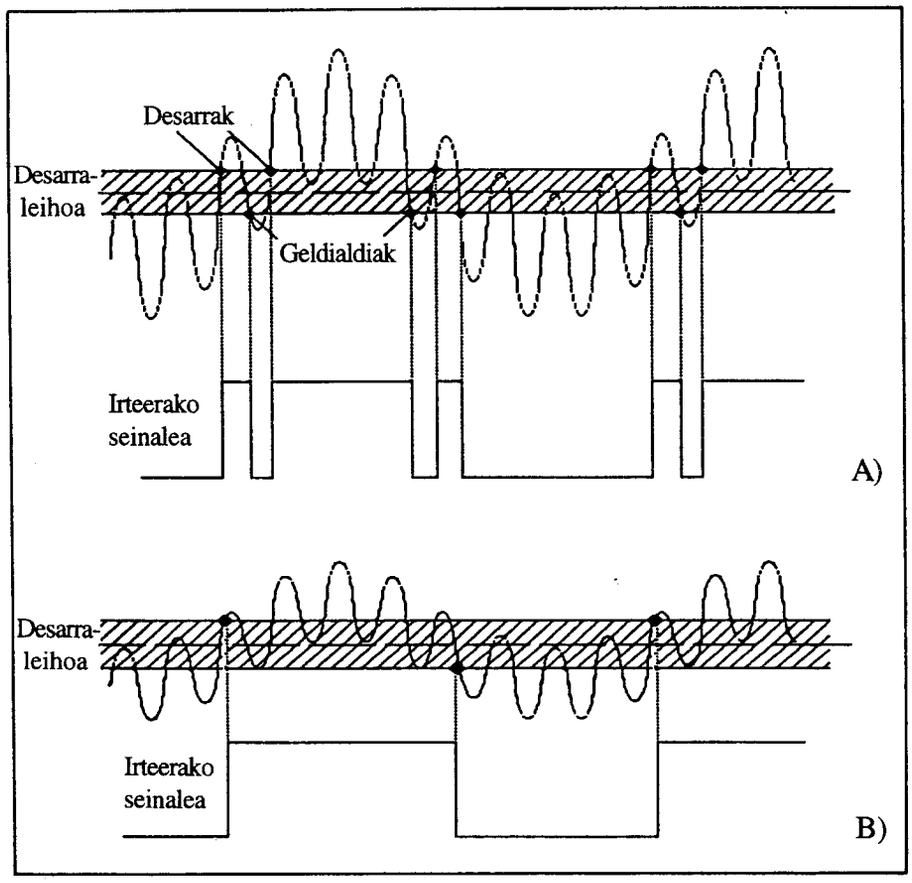
Denboraren barne-erreferentzia, hau da, "erlojua" edukitzeko, kontagailuek koartzozko kristalezko osziladorea daukate beren barnean, zeinak 10 MHz inguruko maiztasunean lan egiten duen eta zeinaren bidez, maiztasunaren zatiketaz, 1μs-tako denbora-txantiloia lortzen den. Maiztasun-txantiloiaren egonkortasuna areagotzeko, osziladorearen koartzozko kristala tenperatura konstantea gordetzen duen "labe" txiki batetan ipin daiteke. Era horretan eginez, 10^8 bakoitzeko parte batekoak baino txikiagoak diren erroreak lor daitezke, horrela 8 zifra esangarri dituzten neurketak egin daitezkeelarik, eta zenbait kasutan 11 zifratakoak.

Frekuentziometroa edo maiztasun-neurgailua lortzeko, aipaturiko kontagailuaz gain beste elementu hauek ere beharrezkoak dira:

* Hamarkako zatigailuak: Sei edo zazpi hamarkako zatigailuren bidez, barne-denbora-txantiloiaren anizkoitz zehatzak lor daitezke. Horrela, 1MHz-etako txantiloiaz eta zazpi hamarkako zatigailuren bidez, 1μs, 10μs, 100μs, 1ms, 10ms, 100ms, 1s, eta 10s-tako denbora-tarteak lor ditzakegu. Zatitzaile hauek sarrerako seinalearekin ere erabil daitezke, seinalearen periodoaren neurketetarako.

* Ate digitala: Honek pultsuak kontagailura bertara iristen direneko denbora-tartea kontrolatzen du. Izatez, pultsuen bidez eragiten den konmutadorea da. Horrela, aginte-pultsuak atea irekitzen du (hasiera) eta kontatu behar diren pultsuak bertatik pasa daitezen ahalbidetzen du. Hurrengo aginte-pultsuak atea ixten du, eta kontagailuranzko pultsuen fluxua geldiarazten du (bukaera).

* Sarrerako zirkituak: Hauen helburua, sarrerako seinale analogikoa tentsio-maila diskretu bihurtzea da, azken hauek tresnaren zirkuitu digitalekin eta bertako logikarekin bateragarriak izan daitezen. Hori lortzeko modu bat, seinale analogikoa zerotik pasatzen den unean pultsu bat sortzea da, horretarako nolabaiteko histeresiaz eragiten duten konparagailuak erabiliz. Praktikan ager daitezkeen seinaleek dituzten anplitudeen tartea oso zabala denez, indargetzaile bat erabili ohi da sarreran, neurtu nahi den seinalearekin batera gainezartzen den zarataren kausazko desarra faltsuak ekiditeko (ikus II.28. irudia).



II.28. irudia. A) Seinale zaratatsuak sorturiko desarra faltsuak.
B) Erroreen zuzenketa, seinalea indargetuz.

* Aukerarako eta kontrol logikorako konmutadoreak: Hauen bidez aukeratu egin ditzakegu funtzinamendu-moduak (kontagailu arrunta, frekuentziometroa, periodo-neurketa,...), sarrerako seinalearen laginketa-denbora, eta abar. Gainera, posible egiten zaigu aukeratzea, neurketa bakarra (zeinaren emaitzak pantailan dirauen ordena berria eman arte) edo prozesuaren barne-kontrol logikoa (zeinaren bidez denbora-tarteka seinalearen laginketa egin dezakegun, eta pantailan azken emaitza etengabe erakuts daitekeen).

Aipatu ditugun zirkuitu eta dispositibo guztiak, elkarrekin konekta daitezke modu desberdinetan, neurketa denboral desberdinak burutzeko. Tresna guztiek edozein motatako neurketa burutzeko balio ez duten arren, posibilitaterik arruntenak aipatuko ditugu jarraian.

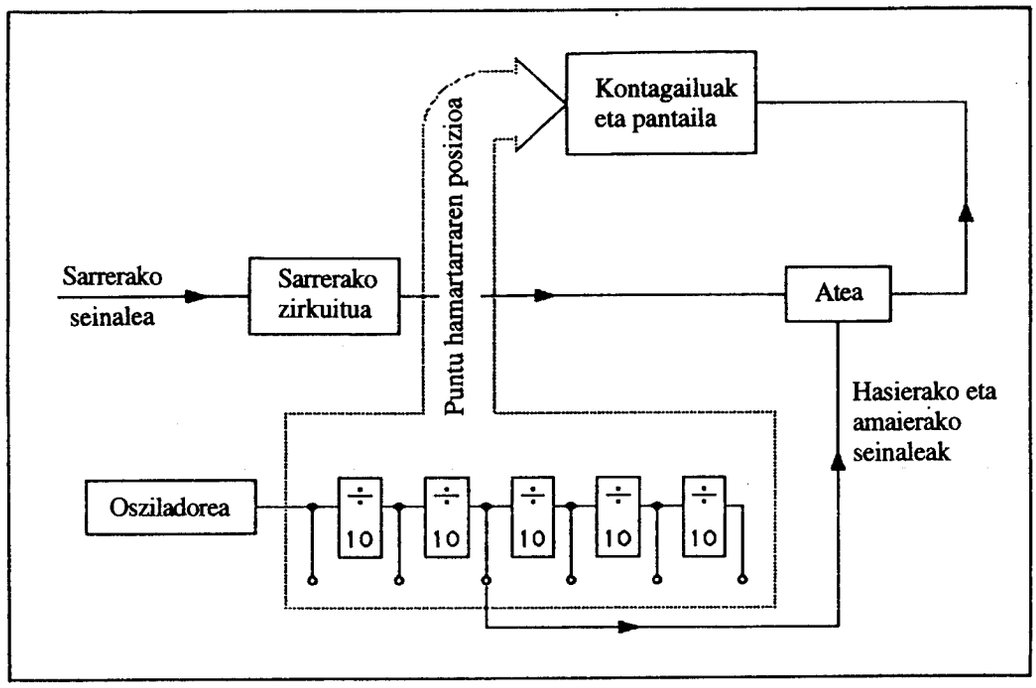
II.14.1.1. Kontaketa edo totalizazioa

Funtziorik sinpleena da eta honetan datza, alegia, tresnaren sarreran aplikaturiko pultsuak ate logikotik pasatuz kontagailurantz zuzentzean. Ateari kontrol-pultsuak aplikatuz determinatzen da kontaketa-denbora, eta hori eskuz hasiera/geldiketa botoiaren bidez, edo sinkronismorako kanpo-seinalearen bidez.

Sarrerako pultsuen bidean hamarkako zatigailuak ere gehi daitezke, horrela eraginkorki haien frakzio bat baino kontatzen ez delarik. Kontaketa-errorea sarrerako bi pultsuren arteko etendurarekin lotuta dago, eta esangarritasun gutxieneko digituaren ±1 baliokoa da.

II.14.1.2. Maiztasunaren neurketa

Esandakotik abiaturik, hurrengo pauso logikoa, denbora-tarte ezagunetan (1s-takoak adibidez) kontagailuaren atean hasierarako eta geldiketarako seinaleak aplikatzea litzateke, seinale horiek barne-osziladoretik lor daitezkeelarik. Denbora-tarte horretan zenbaturiko pultsuen kopuruak, sarrerako seinalearen maiztasunaren neurketa zuena ageri du (ikus II.29. irudia)



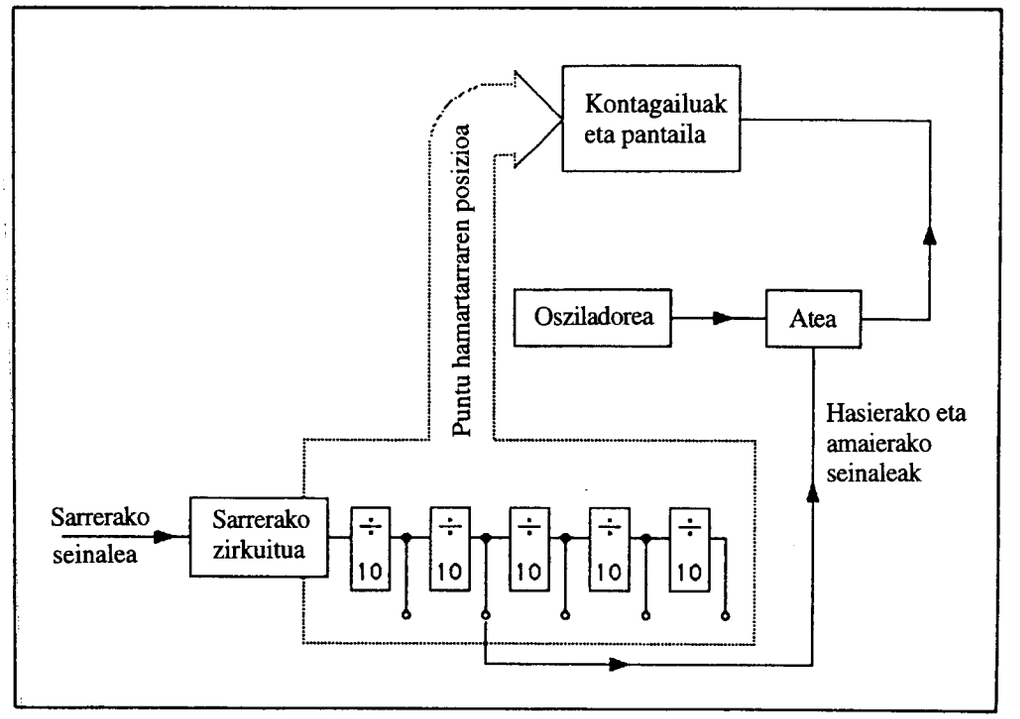
II.29. irudia. Maiztasunen neurketarako kontagailuaren konexioen eskema.

Kontaketaren emaitzan ageri den kopuruak pantailaren ahalmena gainditzen duenean (adibidez, 6 digitutako tresnan 1MHz baino handiagoak diren maiztasunak), beharrezkoa da kontaketa-denbora txikiagoak erabiltzea, digiturik esangarrienen desagerpena ekiditeko. Bestalde maiztasun txikietako neurketen doitasuna emendatu egin daiteke kontaketa-denbora luzatuz. Edozertara, beharrezkoa da osziladorearen zatigailuaren eta pantailaren artean konexioa egitea, kontaketaren denboraren aldaketa egitean puntu hamartarraren kokapena zuzendu dela ziurtatzeko.

Maiztasunen neurketari dagokion errorea, kontaketaren amaieran dagoen ziurgabetasunaren (esangarritasun txikiena duen digituan ±1 baliokoa) eta maiztasun-txantiloiaren perdoiaren (zeina neurketaren emaitzaren frakzio modura adierazten den, adibidez, 5 parte 10^6-tan) gehiketaz emana izango da.

II.14.1.3. Periodoaren neurketa

Denboran zehar errepikatzen den seinalearen periodoa, seinalearen elkarren segidako puntu identikoen arteko denbora-tartea da. Puntu baliokide hauek zerotik balio positiboetarantz pasatzekoak izan daitezke, adibidez. Periodoa maiztasunaren alderantzizkoa da, eta neurtzeko, maiztasuna baino zehatzagoa eta bizkorragoa izan ohi da, maiztasun baxuko seinaleen kasuetan. Seinalearen periodoaren neurketa, maiztasunaren neurketarako erabiliriko konexioak alderantzikatuz egin daiteke, horrela seinale ezezagunaren ziklo batetan gertatzen diren erloju-pultsuak kontatuz, hain zuzen. Seinale ezezaguna kontagailuaren atera hasierako eta amaierako seinaleak bidaltzeko erabiltzen da.



II.30. irudia. Periodoen eta periodo anizkoitzen neurketarako konexioen eskema.

Tarteko mailako maiztasuneko seinaleen kasuan, bereizmena emendatzeko, elkarren jarraiko zenbait periodoren denboraren batezbestekoa egin daiteke (ikus II.30. irudia), horretarako hamarkako zatigailuak sarrerako seinalearekin batera erabiliz. Kasu honetan pantailako puntu hamartarraren kokapena, batezbestekoa lortzeko hartutako periodoen kopuruari lotuta egon beharko da, beti ere kopuru hori 10 zenbakiaren berredura izango delarik.

II.14.2. Voltimetro digitalak

Voltimetro eta amperemetro analogikoak korronte-neurgailuen (galvanometroak) oinarria duten arren, gaur egunean tentsioa, korrontea, erresistentzia, eta abar neurtzeko tresna digitalak daude, zeintzuen oinarria tentsio-voltimetroa edo bihurgailu

analogiko/digitalak (A/D) diren. Lehenengo voltimetro digitalak 60ko hamarkadan azaldu ziren, eta ordutik hona etengabe hobatuz joan dira bai doitasunari eta bai neurketa-ahalmenari dagokienez, prezioa ere merketu egin delarik, eta, horregatik, gaur egunean analogikoak baino asko gehiago erabiltzen dira.

II.14.2.1. A/D bihurketa:

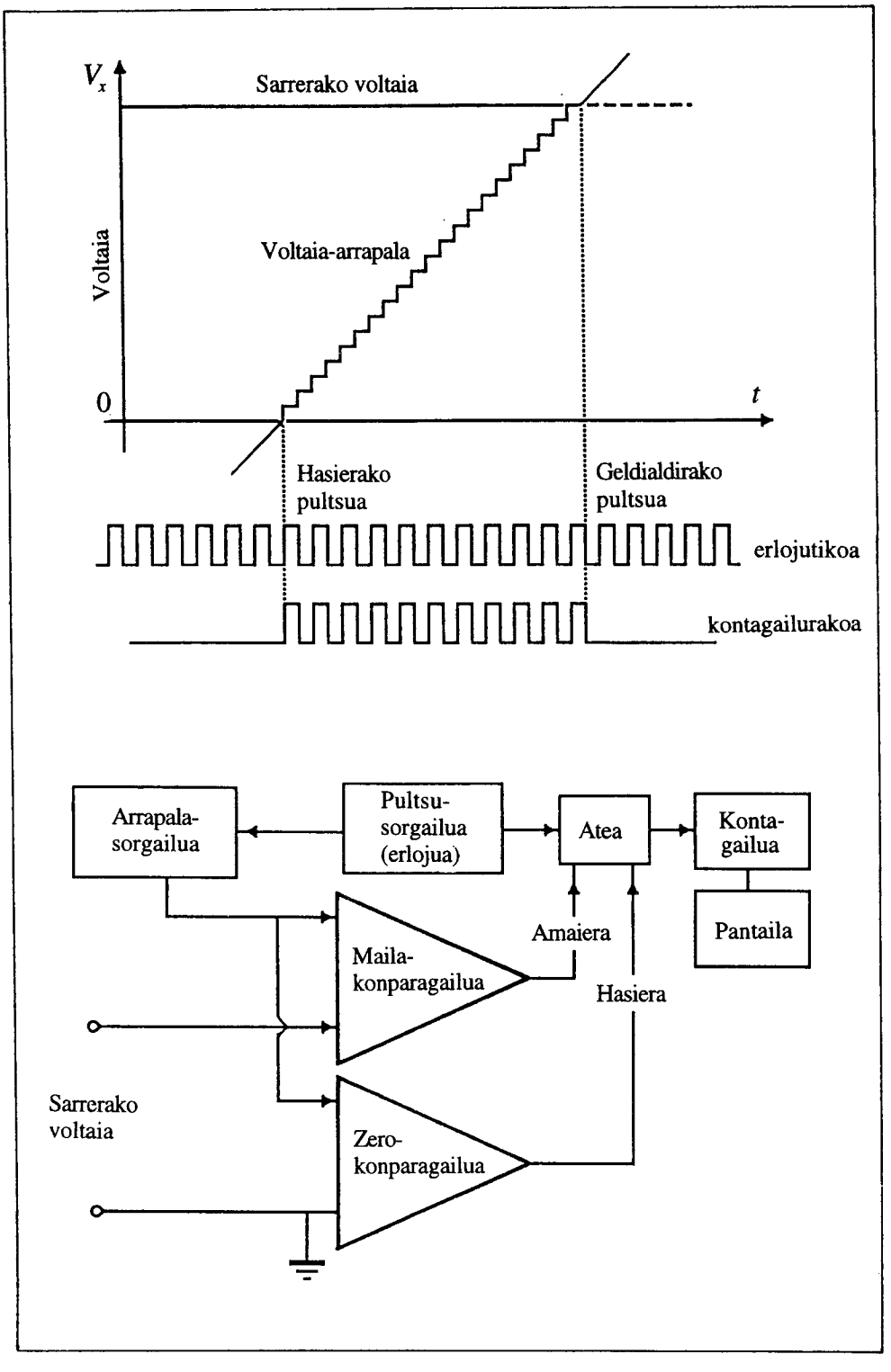
Teknika desberdinak daude voltaien A/D bihurketa egiteko, jarraian garrantzikoenak diren lau hauek aipatuko ditugularik:

- Elkarren ondoko hurbilketak
- Malda edo arrapala arrunta (voltaia-denbora bihurketa)
- Voltaia/maiztasuna bihurketa
- Arrapala bikoitza

Elkarren ondoko hurbilketen metodoak korronte jarraiko potentziometroek egiten duten eragiketaren antzera funtzionatzen du. Voltaia-zatigailua konmutadore-serie baten bidez konektatzen da konparagailu batekin (potentziometroaren galvanometroaren antzekoa dena), azken honek voltaia ezezaguna barne-erreferentzia batekin konparatzen duelarik. Zirkuitu logikoen serie baten bidez, konparagailuaren irteera tentsio-zatigailuaren urratsak kontrolatzeko erabiltzen da, zeroa lortu arte. Une horretan konmutadoreen posizioa voltaia ezezagunaren neurria da. Metodo hau oso bizkorra da, baina ez da oso erabilia voltimetroen kasuan, abiadura handiko datuen lorpenean eta kontrol-sistemen kasuan baizik. Seinale zaratatsuen kasuan, bihurkeka-abiadura moteldurik geratzen da, iragazkiak jartzeko premiaren kausaz.

Arrapala arrunteko metodoan lehenago aipaturiko kontagailu digitala erabiltzen da (ikus II.31. irudia). Barnean sortua den doitasun handiko voltaia-arrapala, neurtu behar den seinalearekin batera bidaltzen da voltaia-konparagailu bitara. Arrapala voltaia ezezagunetako maila txikienarekin berdintzen denean (lurrekoarekin, adibidez), zero-konparagailuak "hasierako seinalea" bidaltzen du kontagailuaren atera, eta honek kristal-osziladorearen pultsuak kontagailura bertara pasatzen uzten ditu.

Sarrerako voltaiaren maila arrapalarenaren berdina denean, bigarren konparagailuak itxi egiten du atea, eta eten egiten du kontaketa. Kontaturiko pultsuen kopurua sarrerako voltaiaren neurri zuzena da, baldin eskala edo bihurketa-faktore egokia erabiltzen bada. Oro har, voltaiaren barne-arrapala bera osziladorearen pultsuen bidez sortzen da, integrazioz eta kontagailuan eskala zuzena ziurtatzeko moduan. Neurketaren doitasunean eragina dute voltaiaren barne-arrapalaren linealtasunak, osziladorearen egonkortasunak eta konparagailuaren doitasunak. Bestalde, beharrezkoa da iragazkien erabilera, neurtu behar den seinalearen zarata ezabatzeko.

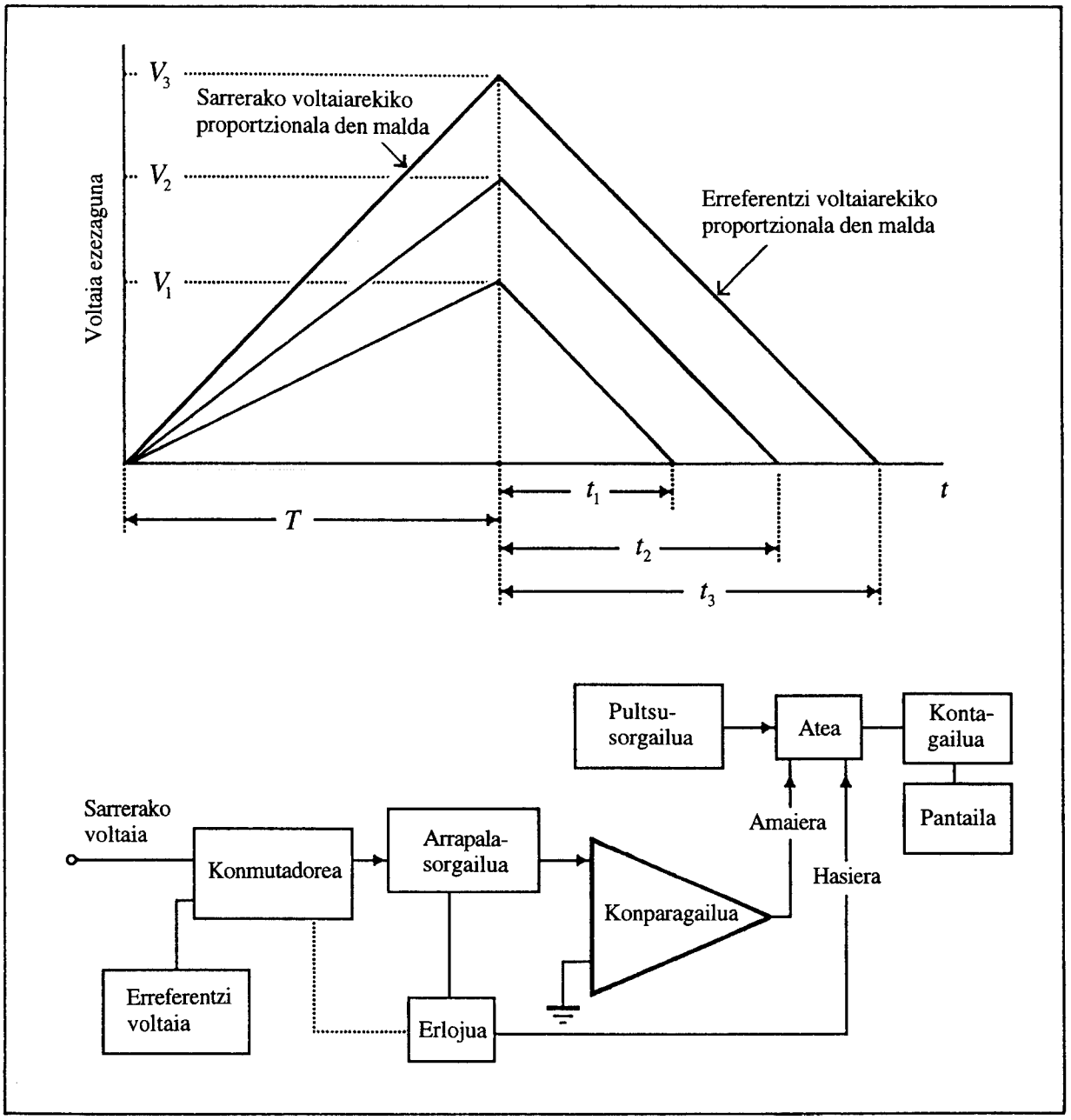


II.31. irudia. Arrapala arrunteko voltimetro digitalaren eskema.

Voltaia/maiztasuna bihurketarako metodoan, maiztasuna neurtu behar den voltaiarekiko erlazio zuzenean sortzen da, eta denbora-tarte finkoan kontatua da, bihurketa analogiko/digitala sortzeko. Kontaketa-denbora, elikadura-tentsioaren periodoaren anizkoitza izateko moduan aukeratzen da (Europan, 50Hz), horrela saretik

etor daitezkeen zaratak ezabatzeko. Argi dago, sarearen tentsioaren proportzionala den zarata alternoak periodo batetan izango duen batezbestekoa zero izango dela. Metodoaren doitasuna voltaia/maiztasuna bihurgailuaren linealtasunean oinarritzen da, eta gehienetan ez da izaten elkarren ondoko hurbilketen edo arrapalaren metodoetan bezain handia.

Arrapala bikoitzeko metodoan aurreko bi metodoen abantailak konbinatzen dira. Horretarako, voltaia/maiztasuna bihurketa baino zehatzagoa den voltaia/denbora bihurketa erabiltzen da, baina seinalearen laginketarako denbora konstantea duena, zeina elikadura-sarearen zarataren ezabapen ona lortzeko moduan aukeratzen den.



II.32. irudia. Arrapala bikoitzeko voltimetro digitala.

Metodo honetan tentsio ezezaguna elkarren ondoko bi pausutan determinatzen da (ikus II.32. irudia). Lehenengo pausuan arrapala-sorgailuak neurtu behar den voltairen proportzionala den malda sortzen du, T=1/sarearen maiztasuna denbora-tartean. Malda hori sarrerako voltaiaren integrazioz sortzen da, eta prozedura kondentsadore bat kargatzean datza, anplifikadore operazional baten bidez, voltaia horren proportzionala den abiadura batez. T denboraren amaieran, konmutadoreak erreferentzi voltaia aurkezten dio sorgailuari, eta kondentsadorea abiadura konstantez deskargatzen da, sarrerako tentsioen proportzionalak diren denboretan zerora iritsiz. Honelatan, irudian ageri denez, $t_1 \approx V_1$, $t_2 \approx V_2$, eta abar.

Metodoaren doitasunak honako ezaugarri hauen menpekotasuna du:

- Konmutadorea: sarrerako tentsioa / erreferentziakoa
- Anplifikadore operazionala eta kargatu behar den kondentsadorea
- Konparagailua
- Erreferentzi voltaia

Dena den, voltimetroaren sentikortasuna eta bereizmena alde batetik eta egonkortasuna eta doitasuna bestetik oso handiak egin daitezkeen arren (bereimenezko 7 digitutaraino, 100nV-tako sentikortasuna, miloiko zenbait partetako doitasuna, ...), neurketako abiadura ez da oso handia, sarearen maiztasunaren erdira mugaturik baitago.

II.14.2.2. Multimetro digitalak:

A/D bihurgailuaren eta sarrerako zirkuituen serie baten (tentsio-zatigailuak, shuntak) konbinazioz, multimetro digitala (DMM) egin daiteke, beraren bidez voltaia eta korrontearen intentsitatea neurtzeko, bai korronte jarraian, bai korronte alternoan (aldez aurreko artezketarekin), eta bai erresistentzia neurtzeko ere, honetarako aparatuaren barnean sarturik dagoen korronte konstanteko iturria erabiliz.

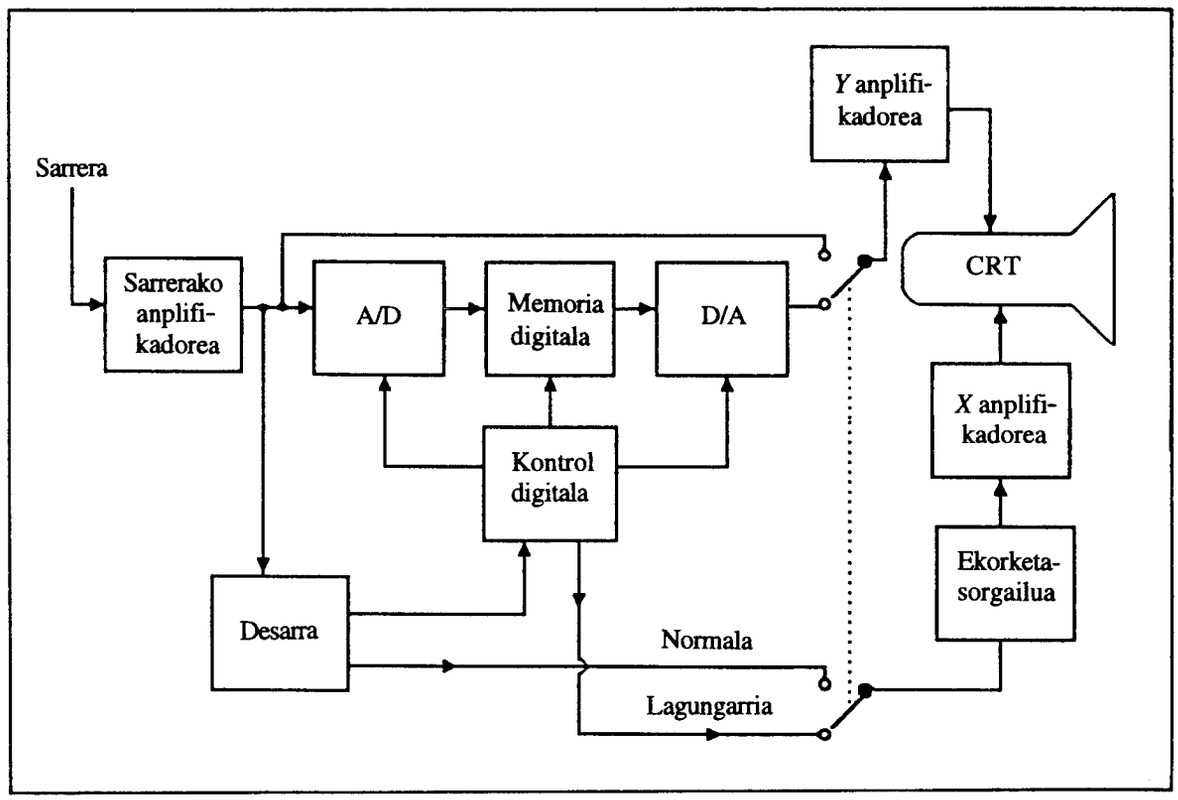
Voltimetro gisa, beraren sarrerako inpedantzia oso handia da (10MΩ edo 100MΩ eta 1GΩ-tara irits daiteke) eta eskala guztietan konstantea da. Amperemetroa voltimetrotik abiaturik eraikitzen da, erresistore ezagun baten tentsio-erorketa neurtuz, eta 1nA-tako sentikortasuneraino irits daiteke, 1kΩ-etako erresistore batez. Erresistentzi neurgailu gisa, 1mA-takoa edo txikiagoa den korrontea erabiltzen du, 1mΩ-etako ordenako bereizmenaz.

Tresna hauetako askok mikroprozesadore bat daukate barnean, beronek kalibrazio automatikoa egiten duelarik, eta halaber, eskala-aldaketa eta zenbait funtzio matematiko ere, hala nola, erreferentzi balioen kendura (Offset), neurketa erlatiboak, neurketen batezbestekoa, eta abar.

II.14.3. Osziloskopio digitalak

A/D bihurgailu bizkorren garapenaren eta memoria-zirkuitu digitalen merketzearen ondorioz, memoriadun osziloskopio digitalak gero eta erabiliagoak dira. Adibidez, mota

honetako tresnek 1024 puntutako memoria eduki dezakete, bakoitzak kanal bakoitzeko 8 bitetako bereizmena duelarik. Tresnaren barne-antolakuntza II.33. irudian adierazita dago.



II.33. irudia. Osziloskopio digitalaren eskema.

Sarrerako seinalea A/D bihurgailura eramaten da, zeinaren laginketa-abiadura denboraren oinarriko hautagailuak (edo ekorketa-sorgailuak) determinatzen duen. Bihurgailuaren irteera memoria digitalean pilatzen gordetzen da, 256ko parte letako bereizmen bertikalaz (8 bit), hau da, 0.4%-koa, ardatz horizontalean 0.1%-ekoa den bitartean (1024 puntu).

Seinalea ikusi ahal izateko, periodikoki bihurgailu digital/analogiko batetara bidaltzen da, eta handik osziloskopioaren pantailara (izpi katodikoen hodia). Eragiketa lagungarri moduan egiteko posibilitateari esker, informazioa era jarraian irakur daiteke memoriatik, beraren edukina sarrerara heltzen ari diren seinalearen balioekin berriztua den bitartean.

15. praktika

Neurketa-tresnen erabilera. Kondentsadorearen deskarga

Kondentsadorea, zirkuituen diseinuan erabiltzen den osagai elektronikoa dugu, hainbat funtzio izan ditzakeelarik: energia metatu, korronte jarraia blokeatu alternoa pasatzen utziz, eta abar. Kondentsadoreetan gertatzen diren prozesu nagusi biak, karga eta deskarga dira, eta hauexek ditugu, hain zuzen ere, praktika honetan aztertuko diren fenomenoak.

Helburuak

Saiakuntza honetan, edozein laborategitan oinarrizkoak diren bi tresnen ezaugarriak eta erabilera aztertzen arituko gara. Tresna hauek, multimetroa eta elikadura-iturriak dira. Tresna hauen erabileraren aplikazio modura, erresistentzietan zehar gertatzen den kondentsadorearen deskarga ikertuko dugu.

Tresneria

Multimetroa, korronte jarraiko sorgailua, kronometroa.

Oinarri teorikoa

Kondentsadorea kargatzeko, berau bateria edo elikadura-iturri batetara konektatzea baino ez da behar. Kargatu ondoren, kondentsadorea bateriatik deskonektatu eta R erresistentziarekin paraleloan jartzen badugu, kondentsadorea aipaturiko erresistentzian zehar deskargatzen hasiko da.

Prozesu honetan, korronte elektrikoa soma daiteke erresistentzian zehar, beraren jatorria kondentsadorearen harmadura batetik besterako karga-transferentzian datzalarik. Edozein dt denbora-tartetan, erresistentzian zehar pasatzen den karga-kantitatea, Idt

izango da, kantitate horrek eta kondentsadoreak pairatutako karga-urripenak berberak izan behar dutelarik:

$$Idt = -dQ. \qquad (15-1)$$

Bestalde, kondentsadorearen kargaren eta beraren harmaduren arteko voltaiaren artean dagoen erlazioa honako hau da:

$$Q = CV = CRI. \qquad (15-2)$$

Ohm-en legea eta (15–1) eta (15–2) adierazpenak kontutan hartuz, hauxe lor dezakegu:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{V}{R} = -\frac{Q}{RC}. \qquad (15-3)$$

Azken ekuazio honek ondokoa adierazten du: denbora-unitatean kondentsadoreak jasandako karga-urripena kondentsadorearen beraren kargarekiko proportzionala da. (15–3) ekuazio diferentzialak ebazpen hau du:

$$Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}, \qquad (15-4)$$

non Q_0 delakoa $t = 0$ aldiunean kondentsadoreak duen hasierako karga den. Voltaiari dagokionez, azken adierazpen horretako bi atalak C magnitudeaz zatituz, (15–4) ekuazioaren antzekoa den beste bat lor dezakegu:

$$V = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}. \qquad (15-5)$$

RC biderkadurak denboraren dimentsioak ditu eta *batezbesteko bizitza* edo *denbora-konstantea* deritzo. Beraren esangura honako hau da: $t = RC$ segundo igarotakoan, kondentsadorearen kargak (edo voltaiak) $1/e$ frakzioko urripena jasan du, hots, zegokion hasierako balioaren 36.8%-ko urripena.

Edozein zirkuituren RC biderkadura erdiesteko, ondoko metodoa erabil dezakegu. Lehenik, kondentsadorearen harmaduren arteko tentsioa $V_0/2$ baliora heltzeko (V_0 hasierako balioa izanik) behar den denbora-tartea $\left(t_{1/2}\right)$ neurtuko dugu, eta gero, (15–5) ekuazioaren arabera, hauxe izango dugu:

$$RC = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}. \qquad (15-6)$$

(15–4) edo (15–5) ekuazioak, erorketa exponentzialaren adierazleak dira, eta antzeko emaitzak prozesu erradioaktiboak aztertzean ere ikus daitezke. Beraz, desintegrazio erradioaktiboa, kondentsadorearen deskargari dagokion era berdintsuan deskriba daiteke.

Tresnaren deskribapena

1) Neurketa-tresnak. Multimetroak, aldagai elektriko desberdinen neurketarako zuzendutako dispositiboak dira, kasu gehienetan ondoko aldagaiak neurtzeko erabiltzen direlarik:

   - Korronte alternoak eta jarraiak.
   - Erresistentziak.

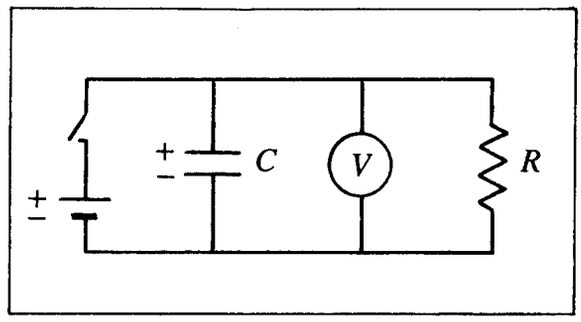
   Gaur egun, bi motatako multimetroak aurki ditzakegu: analogikoak eta digitalak. Lehenengo motakoen oinarrizko osagaia, koadro higikorreko tresna bat da. Berau, *shunt* eta tentsio-zatigailu egokien laguntzaz, funtzio eta eskala desberdinetara molda daiteke. Irakurketa analogiko edo digitaleko multimetro elektronikoek, ordea, dispositibo anplifikatzaileren bat dute. Honela, oinarrizko galvanometroari aplikatutako energia ez datorkio aztertzen ari garen zirkuitutik, multimetroaren barneko elikadura-iturritik baizik.
   Aipa dezagun, multimetroak korronte alternoan (AC) lanean ari direnean, tentsio eta intentsitateetarako neurturiko balioak, balio efikazak direla, kontrako adierazpenik ematen ez den bitartean. Halaber, mota horretako neurketak, neurgailuan adierazitako maiztasun-tartearen barnean dauden seinale sinusoidaletarako soilik dira baliagarriak.
   Bestalde, tentsio eta korronte jarraien (DC) neurketarako multimetroen erabilpenari dagokionez, azpimarra dezagun ondokoa: *multimetroek orratz-adierazgailua duteneko kasuan, polaritatea beti errespetatu behar dela*; irakurketa digitala deneko kasuetan, berriz, alderantzizko polaritateak, balio negatiboen agerpena ekarriko du soilik.
   Erresistentzien neurketa, Ohm-en legean oinarrituz burutzen da nagusiki: neurgailuaren barne-pilak sortarazitako tentsioa aplikatu ondoren, neurketa-zirkuituan zehar dagoen korrontearen balioa emango digu multimetroak.

Zenbait multimetro elektronikok 'zerorako doiketa' deritzon kanpo-elementua daukate, erroreak konpentsatu ahal izateko. *Doiketa hori, edozein neurketa baino lehenago burutu behar da.*

2) Elikadura-iturriak. Iturri hauen bitartez, zirkuitu desberdinak elikatzeko tentsio jarraiak lor ditzakegu, iturri horiek emandako irteerako intentsitate eta voltaien tarteak zabalak direlarik. Aipaturiko iturriek dauzkaten neurgailuen bidez, kasu bakoitzerako ditugun irteerako korrontea eta voltaia ezagut ditzakegu. Elikadura-iturriek erregulazio ona izan behar dute, hau da, irteerako tentsioak ez du iturritik ateratako korrontearekiko menpekotasunik azaldu behar, eta, horretaz gain, tenperaturaren, sare elektrikoaren tentsioaren eta beste zenbait faktoreren aldaketen aurrean, egonkorra izan behar du.

Eragiketa-metodoa

1) Multimetroaren erabileraz trebatzeko asmoz, neur itzazue elikadura-iturriak emandako zenbait tentsio desberdin. Erresistentzia batzuren balioak ere neur ditzakezue.



15.1. irudia. Prestatu behar den zirkuituaren eskema.

2) Presta ezazue 15.1. irudian adierazitako zirkuitua. Zirkuitua itxitakoan, kondentsadorea kargatu egingo da, voltimetroak V_0 balioa azaldu arte. Orain zirkuitua irekitzen bada, kondentsadorearen tentsioa txikituz joango da, (15–5) legearen arabera (ikus 3. oharra).

a) Lor ezazue (15–6) adierazpenaren bitartez, zirkuitu horren RC konstantea (ikus 3. oharra).

b) Neur ezazue deskarga-prozesu batetan zehar, aldiune desberdinetarako kondentsadorearen tentsioa (hamar edo hogei puntu hartzea nahikoa da). (15–5) ekuazioan logaritmo nepertarrak hartu eta irudika ezazue $\ln V$ funtzioa, t denboraren funtzioan. Emaitzak lerro zuzena izan behar du. Kalkula ezazue zirkuituaren RC konstantea eta berarekin loturiko errorea, erregresio linealaren bidez. Grafiko berean, irudika ezazue metodo honek emandako 'zuzena' ere. Azkenik, konpara ezazue emaitza, aurreko sailean lorturiko RC balioarekin.

OHAR GARRANTZITSUAK:

1) Edozein zirkuitu, elikadura-iturriarekin edo sarearekin konektatu aurretik, erakuts iezaiozue irakasleari, zuen muntaia ikus dezan.

2) Kondentsadore elektrolitikoen kasuan (kolore urdinekoak), polaritatea errespetatu behar da (kondentsadorearen arraila polo positiboari dagokio). **Polaritatea alderantziz ezarriko balitz, kondentsadoreak eztanda egingo luke.**

3) Irudiko zirkuitua osotzerakoan, voltimetroaren barne-erresistentziak eta R erresistentziak osoturiko elkarketari dagokion erresistentzia baliokidearen balioa kontutan hartu beharko duzue. Horretarako, voltimetroaren barne-erresistentzia aldez aurretik neurtu behar da.

4) b) sailean, V-ren neurketarako erabilitako voltimetroak, gutxi gorabehera 1 s-tako erantzun-denbora duela aintzakotzat hartu behar duzue. Beraz, elkarren ondoko neurketen artean, aipaturiko denbora-tartea baino handiagoa aukeratzea komenigarri gerta dakizueke.

5) a) eta b) sailetan lorturiko RC konstantearen balioak bere balio nominalarekin konparatzean, ez da harritzekoa izango desadostasun handia agertzea. Honen arrazoia, hauxe duzue: kondentsadore elektrolitikoen kapazitatea 50 Hz-etarako adierazita dago, eta berau, 0 Hz-etako maiztasunari (korronte jarraia) dagokiona baino nabarmenki handiagoa da.

16. praktika

Korronte jarraia. Iturrien barne-erresistentzia

Helburuak

Praktika honen helburu nagusia, korronte jarraiko zirkuituen azterketan erabiltzen diren tresna eta neurketa-metodoetan trebatzean datza. Halaber, mota horretako zirkuituen zenbait ezaugarri ere ikertuko ditugu.

Tresneria

Multimetroa, potentziometroa, korronte jarraiko sorgailua.

Oinarri teorikoa

Idealak ez diren korronte jarraiko iturriak, hots, laborategian erabiliko ditugunak, indar elektroeragile (i.e.e.) batez eta honekiko seriean konektaturiko erresistentzia batez (barne-erresistentzia deritzona) osoturik daudela kontsidera dezakegu. Bestalde, voltimetroa edo amperemetroaren gisako neurketa-tresnek ere, ba dute barne-erresistentziarik eta ondorioz, neurketak burutzen ari direneko zirkuituaren osagai modura kontsideratu beharko ditugu. Voltimetroek, orohar, barne-erresistentzia handiak dituzte, 1 MΩ-etako ordenakoak; amperemetroen barne-erresistentziak, berriz, oso txikiak izaten dira (laborategian erabiliko ditugunak 1 Ω-etako ordenakoak dira).

Aipaturiko neurketa-tresnek, neurtu nahi den zirkuituaren gainean sortarazten duten perturbazioa, arbuiagarritzat jo daiteke ondoko baldintza betetzen deneko kasu guztietan: voltimetroaren barne-erresistentziak 'infinitua' eta amperemetroarenak ia nulua izan behar dute zirkuituko beste erresistentzien balioen aldean. Esan beharra dago, ezen baldintza hau kasu gehienetan betetzen dela, baina eskuartean dugun zirkuituan oso erresistentzia handiak (1 MΩ-etako ordenakoak) zein oso txikiak (1 Ω-etako

ordenakoak) kokatu badira, arestian egindako suposamendua ez da onargarria izango. Mota honetako efektuak 17. praktikan aztertuko ditugu.

Zirkuituetako edozein bi punturen arteko voltaia neurtzeko asmoz, aipaturiko bi puntuen artean paraleloan konektatu beharko dugu voltimetroa. Gogoan izan behar dugu, zirkuituko bi punturen artean inolako elementurik (sorgailuak, erresistentziak, kondentsadoreak edo harilak) ez badago, puntu biek potentzial elektriko berbera izango dutela. Bestalde, zirkuituko edozein puntutan zehar pasatzen ari den korrontearen intentsitatea neurtu nahi badugu, amperemetroa seriean kokatu beharko dugu puntu horretan.

Zirkuituetan amperemetroa ez da inoiz paraleloan konektatu behar: tresna honen barne-erresistentzia hain txikia denez, amperemetroaren borneen artean ezarritako potentzial-diferentzia txiki bat nahikoa litzateke tresnan zehar oso intentsitate handia sortarazteko, amperemetroa hondatu egingo lukeelarik. Laborategian erabiliko ditugun neurketa-tresnak 'multimetroak' deritzenak dira. Neurgailu hauek voltimetro, amperemetro nahiz ohmetro (erresistentzien neurgailua) moduan erabil ditzakegu, funtzio desberdinen aukera, tresnak berak duen konmutadorearen bitartez egin dezakegularik. Azkenik, aipa dezagun, potentziometroa izenekoa, izatez, erresistentzia aldakorra dela, beraren balioa era jarraian alda daitekeelarik.

Eragiketa-metodoa

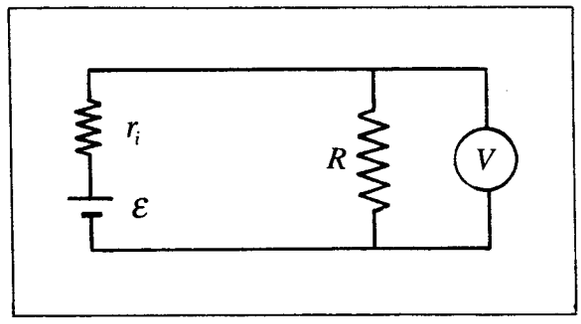
Ondoren adierazitako neurketa eta behaketa guztiak burutu beharko dituzue. Bil itzazue lortutako emaitzak eta ondorioak orri batetan, geroago praktikaren txostenean deskribatu eta azaldu beharko baitira.

1) Hauta itzazue magnitude-ordena bereko hiru erresistentzia (10^4 Ω-etako ordenakoak). Neur ezazue multimetroaren bitartez erresistentzia bakoitzaren balioa. Jarraian, lor ezazue hiru erresistentziek osoturiko elkarketaren erresistentzia baliokidea, lehenik seriean konektatuz, eta ondoren paraleloan. Konpara itzazue erdietsitako balioak, kalkula daitezkeen balio teorikoekin.

2) Hiru iturri-mota desberdin aztertutuko ditugu. Lehenengoa, laborategiko mahaietan kokatuta dagoen 'dorre' tankerako iturria izango da. Honen indar elektroeragile maximoa 15 eta 16 V bitartekoa da gutxi gorabehera. Dorrearen alde batetan indar elektroeragile horren erregulagailua dugu. Iturri honen borneei voltimetroa konektatuz, beraren ezaugarriak ikertuko ditugu. Horretarako, hasieran, koka ezazue erregulagailua indar elektroeragilea maximoa deneko

posizioan. Egoera honetan, voltimetroko irakurketa aipaturiko i.e.e.-a dela kontsidera dezakegu. Ondoren, 220 Ω-etako erresistentzia bat voltimetroarekiko paraleloan konektatu beharko da eta beha ezazue voltimetroak neurturiko tentsioak pairatu duen aldakuntza.

Errepika ezazue prozesua, 100 Ω-etako erresistentzia erabilirik. Osotutako zirkuitu desberdinak, voltimetroko irakurketa egin bezain laister deskonektatu beharko dituzue (voltimetroak ematen duen balioa egonkor bihurtuko da segundo gutxiren buruan). Deskriba itzazue behaturiko desberdintasunak.



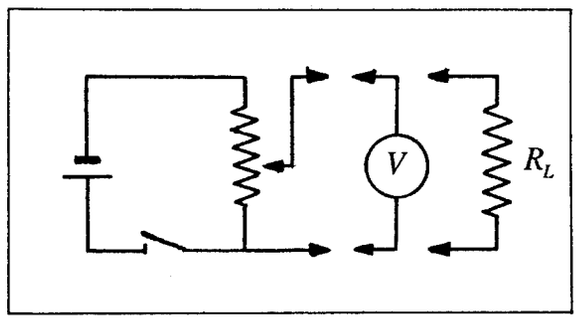
16.1. irudia. Zirkuituaren eskema.

Aipaturiko neurketak burutzeko osotu beharko duzuen zirkuituaren eskema, 16.1. irudian adierazita dago. Azal ezazue zergatik aldatzen den neurtutako V voltaia, R erresistentzia aldatzean. Multimetroaren bitartez neurtutako R erresistentzia desberdinen balio experimentalak eta beraiei dagozkien V voltaien balioak abiapuntutzat hartuz, estima ezazue iturriaren r_i barne-erresistentzia eta beraren ε indar elektroeragilea.

Ohar garrantzitsua: dakigunez, erresistentzia elektrikoak egoera geldikorrean daudela, hondatu (urtu) egin daitezke, beraien beroketa-ahalmen maximoa gaindiarazten duten korronteak erresistentzietan zehar pasatzen badira. Aipaturiko limitea erresistentziak barreia dezakeen potentzia maximoak finkatuko du. Laborategian erabiltzen diren erresistentziek, oro har, 0.25 eta 2 watt bitarteko potentzia maximoa dute. Beraz, edozein neurketa burutu baino lehen, eskuartean dugun erresistentzian zehar pasatuko den intentsitatearen kalkulu hurbildua egin beharko dugu, dagokion potentziak (RI^2) aipaturiko limitea gaindituko ez duela egiaztatzeko asmoz. 2) atalean proposaturiko saiakuntza ezohiko kasua dugu, eta osoturiko zirkuitua denbora-tarte labur batez soilik mantendu beharko dugu itxita.

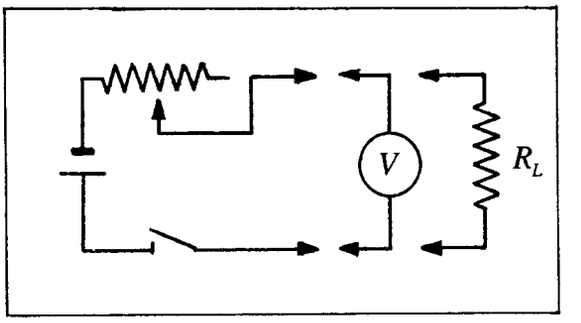
3) Aztertu beharreko bigarren iturri-mota, pila lehorra izango da. Lehenengo eta behin, pila eta voltimetroaren arteko konexio zuzena burutu, eta beha ezazue iturriaren borneen arteko tentsioa. Orain, 2) ataleko prozedura errepikatu beharko da; hau da, voltimetroari paraleloan konektatu beharko zaizkio lehenengo 220, ondoren 100 eta azkenik 50 Ω-etako erresistentziak. Har itzazue voltaiaren balio desberdinak. Lortutako emaitzak abiapuntutzat hartuz, pilaren barne-erresistentziaren balioa estimatu beharko da.

4) Kasu honetan korronte jarraiko iturri modura erabiltzen den tresna, dorrea eta potentziometroaz osoturik dago. Konekta iezaiozue dorreari potentziometroa, 16.2. irudian adierazi denez. Azter itzazue potentziometroaren ezaugarriak, beraren borneen artean voltimetroa konektatuz eta potentziometroaren agintailua mutur batetik besteraino eramanez. Potentziometroaren agintailua erdi inguruko posizio batetan finkatu ondoren, konekta iezazkiozue voltimetroari paraleloan aurreko ataleko erresistentziak. Har ezazue voltimetroaren neurketa kasu bakoitzean. Deskriba eta interpreta ezazue behatutakoa. Kalkula ezazue potentziometroak eta dorreak osotutako iturriaren barne-erresistentzia. Barne-erresistentzia honek, ba al du potentziometroaren agintailuaren posizioarekiko menpekotasunik?



16.2. irudia. Potentziometroa konektatzeko lehenengo modua.

5) Ba dugu dorrea eta potentziometroa elkarrekin konektatzeko beste modu bat, 16.3. irudian azaldu dena. Egin itzazue aurreko ataleko neurketa berberak muntaia berri honetan, agertzen diren desberdintasunak behaturik.



16.3. irudia. Potentziometroa konektatzeko bigarren modua.

6) Laburbil, interpreta eta konpara itzazue ikertutako hiru iturri-mota desberdinen ezaugarriak.

17. praktika

Korronte jarraia. Bonbila baten kurba karakteristikoa

Helburuak

Praktika honen helburu nagusia, korronte jarraiko zirkuituen azterketan erabiltzen diren tresna eta neurketa-metodoetan trebatzean datza. Halaber, mota horretako zirkuituen zenbait ezaugarri ere ikertuko ditugu.

Tresneria

Bi multimetro, korronte jarraiko sorgailua, potentziometroa.

Oinarri teorikoa

Zirkuitu elektrikoetan erabiltzen diren neurketa-tresnek beren helburua bete dezaten, korronte elektrikoa tresna horietan zehar pasatzea beharrezkoa gertatzen da orokorrean. Aipaturiko neurketa-tresnek barne-erresistentzia dute eta ondorioz, aztertzen ari den zirkuituaren osagai modura kontsideratu behar ditugu.

Voltimetroek, orohar, barne-erresistentzia handiak dituzte, 1 MΩ-etako ordenakoak; amperemetroen barne-erresistentziak, berriz, oso txikiak izaten dira (laborategian erabiliko ditugunak 1 Ω-etako ordenakoak dira). Zirkuituetako edozein bi punturen arteko voltaia neurtzeko asmoz, voltimetroa aipaturiko bi puntuen artean paraleloan konektatu beharko dugu. Gogoan izan behar dugu, zirkuituko bi punturen artean inolako elementurik (sorgailuak, erresistentziak, kondentsadoreak edo harilak) ez badago, puntu biek potentzial elektriko berbera izango dutela. Bestalde, zirkuituko edozein puntutan zehar pasatzen ari den korrontearen intentsitatea neurtu nahi badugu, amperemetroa seriean kokatu beharko genuke puntu horretan.

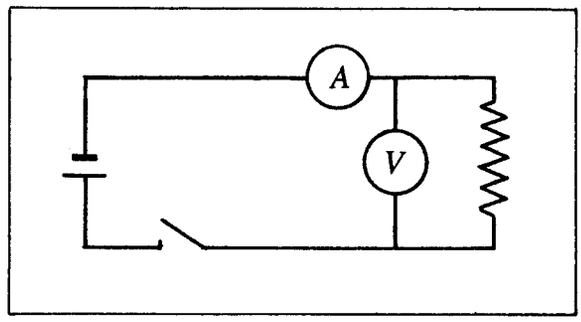
Aurreko praktikan adierazi dugunez, **amperemetroa ez da inoiz paraleloan konektatu behar zirkuituetan**: tresna honen barne-erresistentzia hain txikia denez, amperemetroaren borneen artean aplikaturiko potentzial-diferentzia txiki bat nahikoa litzateke tresnan zehar oso intentsitate handia sortarazteko, amperemetroa hondatu egingo lukeelarik! Laborategian erabiliko ditugun neurketa-tresnak 'multimetroak' deritzenak dira. Neurgailu hauek voltimetro, amperemetro nahiz ohmetro moduan erabil ditzakegu, funtzio desberdinen aukeraketa, tresnak berak duen konmutadorearen bitartez egin dezakegularik.

Arestian aipatu dugunez, neurketa-tresnak zirkuituaren osagai gisa kontsideratu beharko ditugu. Hori dela eta, tresna horiek zirkuituetan kokatutakoan, egokitzat jo ditzakegun neurketa-baldintzak aldaraz ditzakete. Horrela ba, edozein neurketa-mota burutu aurretik, efektu guzti horiek gogoan izatea garrantzitsu gertatzen da.

Eragiketa-metodoa

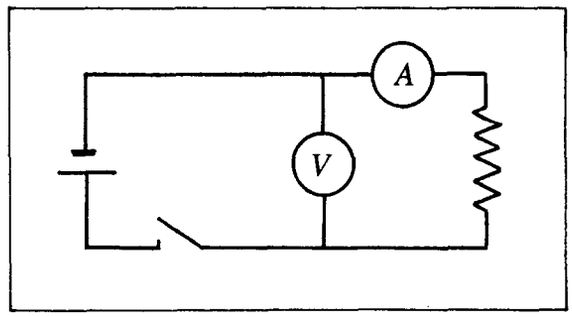
Ondoren adierazitako neurketa eta behaketa guztiak burutu beharko dituzue; bil itzazue lortutako emaitza eta ondorioak orri batetan, geroago praktikaren txostenean deskribatu eta azaldu beharko baitira.

1) Erresistentziak voltimetro bat eta amperemetro bat erabiliz neur daitezke. Horretarako, erresistentziaren borneen arteko V voltaia eta erresistentzian zeharreko I intentsitatea neurtu behar dira, ondoren, Ohm-en legea aplika dezakegularik: $R = V/I$. Hala ere, arestian aipatu dugunez, neurketa-tresnek eragin handia izan dezakete zirkuituaren gainean eta erroreak sortaraz ditzakete. Neurtu nahi dugun zirkuituan, neurketa-tresnak bi era desberdinetan koka ditzakegu: lehen posibilitatea 17.1. irudian ageri dena dugu eta 'muntaia laburra' deritzo.



17.1. irudia. Muntaia laburra.

Bigarrena, 17.2. irudian ikus dezakezue eta hau 'muntaia luzea' izenaz ezaguna da. Kasu bietan, neurketa-tresnen barne-erresistentziak aintzakotzat hartzen ez badira, errore sistematikoak agertuko zaizkigu $R = V/I$ adierazpena erabiltzean, V eta I direlakoak voltimetroak neurtutako voltaia eta amperemetroak neurtutako intentsitatea izanik, hurrenez hurren. Aipaturiko errorea, ordea, oso txikia izan daiteke R erresistentziaren balioaren zenbait tartetarako, bi muntaien kasuetan balio-tarte hauek desberdinak izango direlarik. Hortaz, R erresistentziaren balioaren arabera, muntaia bat bestea baino egokiagoa izan daiteke.



17.2. irudia. Muntaia luzea.

Zer nolako abantailak eta eragozpenak ditu azaldu dugun muntaia bakoitzak? Noiz komeni izango da bata edo bestea erabiltzea? Galdera hauei erantzuteko, ondokoa gogoan izan beharko duzue: 17.1. irudiko muntaia laburraren kasuan, amperemetroak neurtuko duen intentsitatea ez da zehazki izango erresistentzian zehar pasatuko dena, baizik eta, Kirchhoff-en legeen arabera, voltimetroa eta erresistentzia zeharkatuko dituzten intentsitateen batura. Muntaia luzean, berriz, voltimetroak neurtuko duen voltaia ez da zehazki izango erresistentziari dagokion potentzial-erorketa, amperemetroak eta erresistentziak osoturiko elkarketari dagokiona baizik (ikus 17.2. irudia).

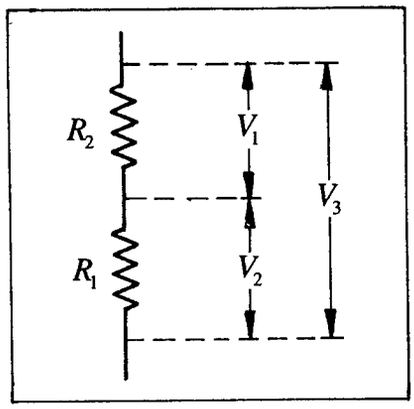
Jarraian, aurki ezazue neurtu nahi dugun R_0 erresistentziaren benetako balioari dagokion adierazpen teorikoa, experimentalki neurtutako erresistentziaren $R = V/I$ eta neurketa-tresnen barne-erresistentzien (R_A eta R_V) menpean. Kalkulua bi muntaia desberdinen kasuetarako egin beharko duzue. Egiazta ezazue, lortutako emaitza, aurreko galderei emandako erantzunetan aplikaturiko arrazonamenduekin bat datorrela.

2) Iturri modura, laborategiko 'dorreak' erabiliz, neur itzazue elkarren segidan eta proposaturiko bi muntaien bitartez ondoko hiru erresistentziak: 50 Ω, 1 KΩ eta 1

MΩ. Bi metodoen bidez erdietsitako emaitzak azaldu, interpretatu eta konparatu egin beharko dituzue. 50 Ω-etako erresistentziaren kasuan, iturriaren indar elektroeragile maximoa baino txikiagoa den balioa (5 V adibidez) erabili beharko duzue, ondoko oharra gogoan izanik. Indar elektroeragilea aldatzeko, iturriaren erregulagailua duzue dorrean bertan.

Ohar garrantzitsua: Kasu guztietan, zirkuitua konektatu eta neurketa burutu aurretik, amperemetro modura arituko den multimetroan zehar pasatuko den intentsitatearen magnitude-ordena kalkulatu beharko da. Edozein kasutan ere, zirkuituak bete behar duen baldintza hauxe da: Amperemetroan zehar ezin daiteke 0.2 A-takoa baino handiagoa den intentsitatea pasa. (Adibidez, neurtu beharreko erresistentzia 10 Ω-etakoa bada gutxi gorabehera, sorgailuaren indar elektroeragileak 2 V-takoa baino txikiagoa izan beharko du). Horregatik, AMPEREMETROA EZ DA INOIZ ERE 10 A-TAKO ESKALAN KOKATU BEHAR. KASU BAKOITZEAN, AMPEREMETROA 0.2 A-TAKO (200 mA) ESKALAN KOKATUKO DUGU LEHENDABIZI, eta neurtutako intentsitatearen balioa eskala txikiagoetan neurtzeko bezain baxua bada, aipaturiko eskala txikiagoak hautatu ahal izango ditugu.

3) Neurketa-tresnek zirkuituen gainean sortaraz ditzaketen aldakuntzak horren handiak izan daitezke, ezen aurkitu nahi genuen magnitudearen balioa aldarazi egin dezaketela. Murrizketa hau, seriean konektaturiko bi erresistentziatan barrena dagoen potentzial-erorketa (ikus 17.3. irudia) voltimetro baten bitartez neurtzean ikus dezakegu. Konekta iezazkiozue iturriari 100 edo 200 Ω-etako bi erresistentzia seriean. Neur ezazue erresistentzia bakoitzean zeharreko potentzial-erorketa (V_1 eta V_2), eta ondoren, bien elkarketari dagokiona (V_3).



17.3. irudia. Erresistentzietako potentzial -erorketak.

Zein da neurtutako 3 magnitudeen artean bete beharreko erlazioa? Betetzen al dute burututako neurketek? Errepika itzazue neurketak, 100 KΩ-etako ordenako bi erresistentzia erabilirik. Azkenik, neurketa berberak errepikatu beharko dituzue 1MΩ-etako ordenako erresistentziak harturik. Lortutako emaitzei so eginez, zein da erdiets daitekeen ondorioa? Nola azal daitezke emaitzak?

4) Ikertu nahi den hurrengo elementua bonbila txiki bat da. Neur ezazue bonbilaren erresistentzia multimetroaren bitartez. Jarraian, voltaia aldakorreko iturria osotu beharko duzue dorrea eta potentziometroa elkarrekin konektatuz, 16. praktikaren 16.2. irudian adierazita dagoen moduan. Potentziometroaren agintailua, irteerako voltaia minimoa (ia nulua) deneko posizioan kokatu beharko da. Horrela osoturiko iturria, bonbilari konektatu beharko diozue. Potentziometroaren agintailuaren bitartez, bonbilari ezarri zaion voltaia astiro-astiro emendatuz joan beharko duzue, harizpia goritu eta argia ikusi arte. Eta bonbilan argia ikusi bezain pronto, **eten ezazue prozesua eta itzul voltaia jatorrizko egoerara (voltaia minimora)**.

Ekin diezaiogun orain, bonbilaren erresistentziaren neurketari. Horretarako, konekta itzazue voltimetroa eta amperemetroa muntaia laburra edo luzea osoturik (kasu honetan muntaiarik egokiena zein den erabaki beharko duzue). Har itzazue tresnek adierazitako voltaia zein intentsitatearen balioak, potentziometroaren bitartez zirkuiturako sarrerako voltaia emendatuz zoazten heinean. Har ezazue abiapuntu modura voltaiaren balio minimoa, eta beste 20 voltaia desberdinetarako datuak (V eta I) ere neurtu behar dituzue. **VOLTAIAREN BALIOA EZIN DA INOIZ 6 V-TAKOA BAINO HANDIAGOA IZAN!**

Grafiko batetan, bonbilan zehar pasatzen den korrontea, dagokion voltaiaren menpean adieraz daiteke. Bi magnitude horien (I eta V) arteko erlazioa lineala al da?

Gogoan izan ezazue bonbilan zehar pasatzen den korrontearen intentsitatea emendatuz doan neurrian, harizpiaren tenperaturak ere gora egiten duela, berori goritu arte. Lortutako emaitzak aintzakotzat hartuz, zer esan daiteke bonbilaren erresistentziak tenperaturarekiko duen menpekotasunari buruz? Ba al dago inolako loturarik, multimetroaren bidez neurtu den bonbilaren erresistentziaren eta V eta I magnitudeen neurketetan oinarrituta lor daitekeenaren artean? Zer ondoriozta dezakegu, erresistentzien neurketa zuzenerako multimetroak erabiltzen duen iturriari buruz?

Edozein dispositibotan zehar pasatzen den intentsitatearen eta aplikaturiko voltaiaren arteko erlazioari, dispositiboaren *'kurba karakteristikoa'* deritzo. Azken atalean egin duguna, bonbilaren kurba karakteristikoa ikertzea baino ez da izan. Ohm-en legearen arabera, I eta V magnitudeen arteko erlazio lineala espero genezake, baina beha daitekeen ez-linealtasun horren zergatia ondokoan datza: bonbilan zehar pasatzen den korrontearen intentsitatea emendatuz doan heinean, harizpiaren tenperatura aldatuz doa, eta, ondorioz, baita beraren erresistentzia ere.

18. praktika

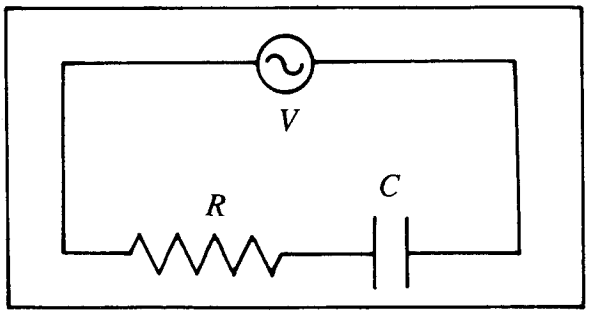
Korronte alternoa. *RC*, *RL* eta *RLC* zirkuituak

Helburuak

Saiakuntza honetan, korronte alternoa ikertuko dugu, erresistentzia, kondentsadore eta autoinduktantziez osoturiko zirkuituetan. Gure helburu zehatzak jarraian azalduko ditugunak dira. Lehenengo, *RC* zirkuitu batetako korrontearen eta tentsioaren arteko desfasea experimentalki lortzea izango da. Ondoren, haril baten erresistentzia eta autoinduktantziaren ezaugarriak ikusiko ditugu, eta azkenik, *RLC* zirkuituetan gertatzen den fenomeno ezaguna aztertuko dugu, hots, erresonantzia.

Tresneria

Multimetroa, korronte alternoko sorgailua, osziloskopioa.



18.1. irudia. *RC* zirkuitua.

Oinarri teorikoa

a) *RC* zirkuitua

Demagun, 18.1. irudian adierazitakoa bezalako zirkuitua aztertu nahi dugula. Bertan, R erresistentzia eta C kapazitatedun kondentsadorea seriean konektatuta daude, zirkuituaren elikadura, ω maiztasun angeluarra duen indar elektroeragile alternoko

sorgailu sinusoidal batek emango digularik, hots,

$$V = V_0 \sin \omega t. \qquad (18-1)$$

Zirkuituan zeharreko intentsitatea, egoera iraunkorrean, ondokoa izango da:

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi), \qquad (18-2)$$

$$\text{non} \quad I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \quad \text{eta} \quad \tan\varphi = -\frac{1}{\omega RC} \quad \text{diren.}$$

Intentsitate eta tentsioaren arteko desfasea aintzakotzat hartzeko asmoz, idazkera konplexua erabili ohi da. Hortaz, voltaia honela idatziz gero,

$$V \equiv \mathrm{Im}\left(\hat{v} e^{i\omega t}\right), \qquad (18-3)$$

sorgailuaren indar elektroeragilea era horretan adieraz dezakegu, $\hat{v} = V_0$ eginez. Era berean, intentsitatea ere antzera idatz daiteke,

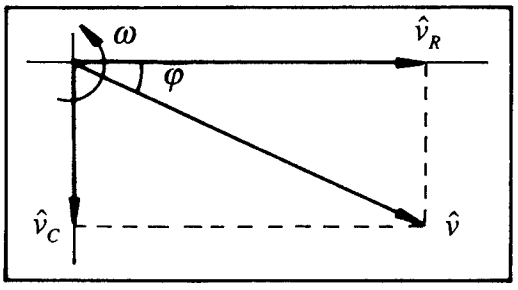
$$I = \mathrm{Im}\left(\hat{i} e^{i\omega t}\right), \qquad (18-4)$$

$$\text{non} \quad \hat{i} \equiv I_0 e^{-i\varphi} = \frac{V_0}{R - \frac{i}{\omega C}} = \frac{\hat{v}}{\hat{z}} \quad \text{eta} \quad \hat{z} \equiv R - \frac{i}{\omega C} \quad \text{diren.}$$

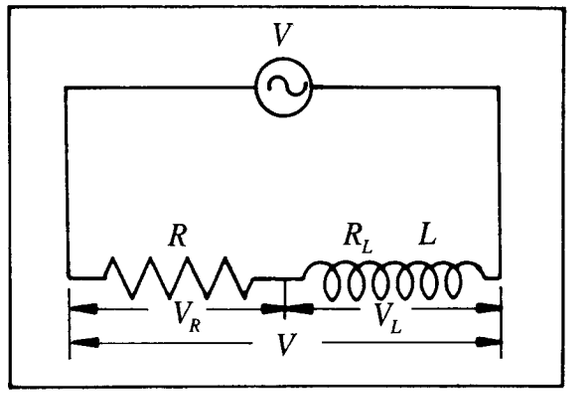
Horrela definitutako $\hat{z}$, zirkituaren **inpedantzia konplexua** da. Erresistentzian eta kondentsadorean neurturiko tentsioak, hauexek izango dira:

$$\hat{v}_C = -\frac{i}{\omega C}\hat{i} \quad \text{eta} \quad \hat{v}_R = \hat{i}R. \qquad (18-5)$$

$\hat{v}, \hat{v}_C$ eta $\hat{v}_R$ magnitudeak plano konplexuan irudika daitezke (ikus 18.2. irudia), mota horretako eskemari **adierazpide fasoriala** deritzolarik.



18.2. irudia. Adierazpide fasoriala.



18.3. irudia. *RL* zirkuitua.

b) *RL* zirkuitua

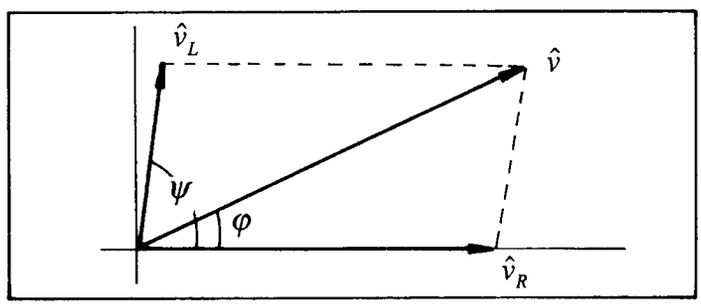
Demagun, oraingoan eskuartean dugun zirkuituak, R erresistentzia eta, L autoinduktantziako eta R_L erresistentziako harila dituela (ikus 18.3. irudia). Kasu honetan, intentsitatea, inpedantzia eta tentsio-erorketei dagozkien adierazpenak ondokoak dira,

$$\hat{i} = I_0 e^{-i\varphi} = \frac{\hat{v}}{\hat{z}} = \frac{\hat{v}_L + \hat{v}_R}{\hat{z}}, \qquad (18-6)$$

bertako magnitudeak balio hauek dituztelarik:

$$\hat{z} = R + R_L + i\omega L, \quad \tan\varphi = \frac{\omega L}{R + R_L}, \quad \hat{v}_L = \hat{i}\left(R_L + i\omega L\right), \quad \hat{v}_R = \hat{i}R. \qquad (18-7)$$

Sistema honekin loturiko adierazpide fasoriala 18.4. irudian dagoena da.

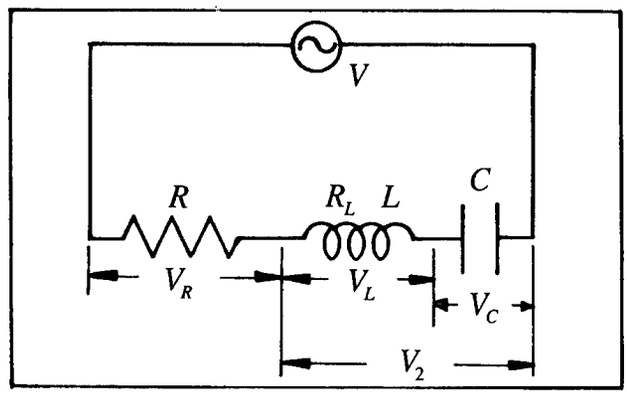


18.4. irudia. *RL* zirkuituaren adierazpide fasoriala.

c) *RLC* zirkuitua

R erresistentzia, R_L barne-erresistentziadun L autoinduktantzia eta C kondentsadorea seriean elkartzen dituguneko kasuan (ikus 18.5. irudia), arestian emandako ekuazioak honelaxe geratuko zaizkigu:

$$\hat{i} = I_0 e^{-i\varphi} = \frac{\hat{v}}{\hat{z}}, \qquad (18-8)$$



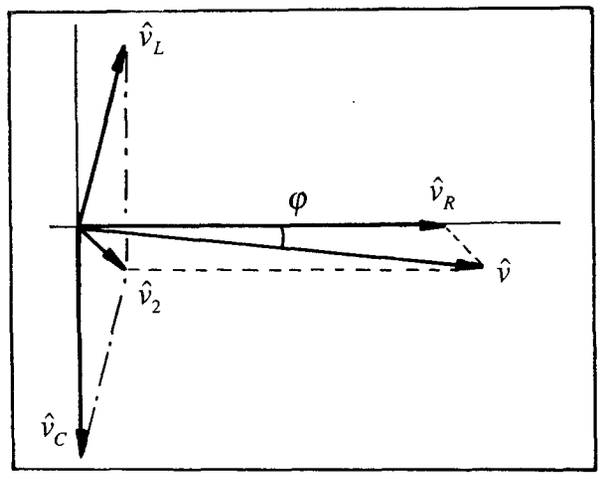
18.5. irudia. *RLC* zirkuitua.

baina oraingo balioak hauexek direlarik:

$$\hat{z} = R + R_L + i\omega L - \frac{i}{\omega C}, \quad \tan\varphi = \frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R + R_L}. \qquad (18-9)$$

Erresistentzia, harila eta kondentsadorearen borneetan neurturiko tentsioak, honako hauek ditugu, hurrenez hurren:

$$\hat{v}_R = \hat{i}R, \quad \hat{v}_L = \hat{i}\left(R_L + i\omega L\right), \quad \hat{v}_C = -\frac{i}{\omega C}\hat{i}. \qquad (18-10)$$



18.6. irudia. *RLC* zirkuituko tentsioen adierazpide fasoriala

Zirkuituan zeharreko tentsioek (18.6. irudian beraien adierazpide fasoriala azaldu da), seinalearen maiztasunarekiko menpekotasuna dute, intentsitateak maiztasunaren ondoko baliorako maximoa jotzen duelarik:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \qquad (18-11)$$

Balio horri, **erresonantzi maiztasuna** deritzo. $\omega = \omega_0$ deneko kasuan, ez dago tentsioaren eta intentsitatearen arteko desfaserik eta *RLC* zirkuitua, zirkuitu erresistibotzat kontsidera dezakegu kasu horretan.

Tresnaren deskribapena

Zirkuitu elektriko bat osotzeko erabil daitezkeen elementu desberdinak erosoki kokatzeko, muntai xafla zulodun bat erabiliko da. Kasu honetan, erresistentziak, harilak, kondentsadoreak, voltimetroak eta korronte alternoko sorgailuak erabiliko ditugu.

15. praktikan aurki dezakezue multimetroa voltimetro modura erabiltzen deneko era. Laborategian dauden sorgailuen bidez, seinale sinusoidalak, triangeluarrak eta karratuak lor daitezke maiztasun eta anplitudeen tarte zabal batetan zehar. Halaber, sortarazitako tentsio alternoari, tentsio jarraiko zati bat gehi dakioke '**offset**' izeneko agintailuaren bidez. Praktika honetan, *'offset' delakoa zero balioan finkatu behar da, irteerako tentsioak maximoa izan behar du, eta seinalaren formak, sinusoidala.*

Eragiketa-metodoa

a) *RC* zirkuitua

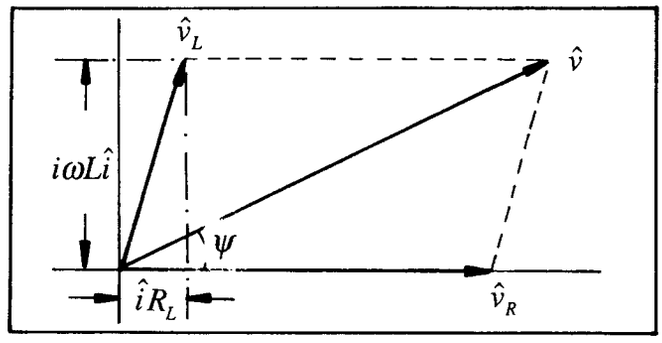
Seriean ipinitako $R \approx 200\Omega$ -etako erresistentzia batez eta $C \approx 0.5\mu F$ -etako kondentsadore batez osoturiko zirkuituari sorgailua konektatuko diozue. Seinalearen maiztasunak 1 kHz -etakoa izan behar du, gutxi gorabehera. Orain, multimetroaren bitartez, ondoko tokietan neurtu beharko duzue tentsioa: R-ren borneen artean ($|\hat{v}_R|$), C kondentsadorearen borneen artean ($|\hat{v}_C|$) eta azkenik, bi elementuen elkarketaren borneen artean ($|\hat{v}|$). Ondoren, egiazta ezazue $|\hat{v}|^2 = |\hat{v}_R|^2 + |\hat{v}_C|^2$ erlazioa betetzen dela (ikus 18.2. irudia). Laburbil itzazue lorturiko emaitza guztiak honelako taula baten bidez:

$\omega/2\pi$	$\lvert\hat{v}_R\rvert$	$\lvert\hat{v}_C\rvert$	$\lvert\hat{v}\rvert^2$	$\lvert\hat{v}_R\rvert^2 + \lvert\hat{v}_C\rvert^2$	$\tan\varphi = -\dfrac{\lvert\hat{v}_C\rvert}{\lvert\hat{v}_R\rvert}$	$-(\omega RC)^{-1}$

Errepika ezazue prozesua lau maiztasun desberdinetarako.

b) *RL* zirkuitua

Kasu honetan, seriean jarritako ondoko elementuak dituen zirkuituari konektatu beharko diozue sorgailua: barne-erresistentzia ezezaguna eta harilean bertan adierazitako L autoinduktantzia duen haril bat, eta $R \approx 200\Omega$ -etako erresistentzia bat. Sorgailuaren maiztasunak gutxi gorabehera 100 Hz-etakoa izan behar du. Multimetroaz neur itzazue tentsioak R delakoaren borneen artean ($|\hat{v}_R|$), L harilaren borneen artean ($|\hat{v}_L|$) eta elementu bien elkarketaren borneen artean ($|\hat{v}|$). Lor ezazue, $\hat{v}_R$ eta $\hat{v}_L$ delakoen arteko ψ angelua (18.7. irudia):



18.7. irudia. ψ angeluaren adierazpena.

$$\cos\psi = \frac{|\hat{v}|^2 - |\hat{v}_L|^2 - |\hat{v}_R|^2}{2|\hat{v}_L||\hat{v}_R|}. \qquad (18-12)$$

Azkenik, kalkula itzazue R_L eta L magnitudeen balioak ondoko ekuazioetan oinarrituz:

$$R_L = R\frac{|\hat{v}_L|\cos\psi}{|\hat{v}_R|}, \quad L = \frac{R}{\omega}\frac{|\hat{v}_L|\sin\psi}{|\hat{v}_R|}. \qquad (18-13)$$

Errepika itzazue neurketak lau maiztasun desberdinetarako. Adieraz itzazue lorturiko emaitzak honako era honetan:

$\omega/2\pi$	$\lvert\hat{v}_R\rvert$	$\lvert\hat{v}_L\rvert$	$\lvert\hat{v}\rvert$	$\cos\psi$	R_L	L

c) *RLC* zirkuitua

Seriean ipinitako $R \approx 200\Omega$ -etako erresistentzia bat, $C \approx 0.5\mu F$ -etako kondentsadore bat eta haril batez osoturiko zirkuituari konektatu beharko diozue sorgailua. Neur ezazue 18.5. irudian adierazitako $|\hat{v}_2|$ tentsioa, autoinduktantzia eta kondentsadorearen borneen artean hain zuzen. Alda ezazue sorgailuaren maiztasuna,

$|\hat{v}_2|$ magnituderako balio minimoa lortu arte. Maiztasun horretarako neur ezazue $|\hat{v}|$ ere, hots, elementuen elkarketaren borneen arteko tentsioa. Bestalde, lor ezazue ω_0 erresonantzi maiztasunaren balioa osziloskopioaren bitartez. Azkenik, konpara itzazue zuek lortutako ω_0 eta $|\hat{v}_0|/|\hat{v}|$ kantitateak, beraiei dagozkien balio teorikoekin, hau da, $(LC)^{-1/2}$ eta $R_L/(R_L+R)$, hurrenez hurren.

OHAR GARRANTZITSUAK

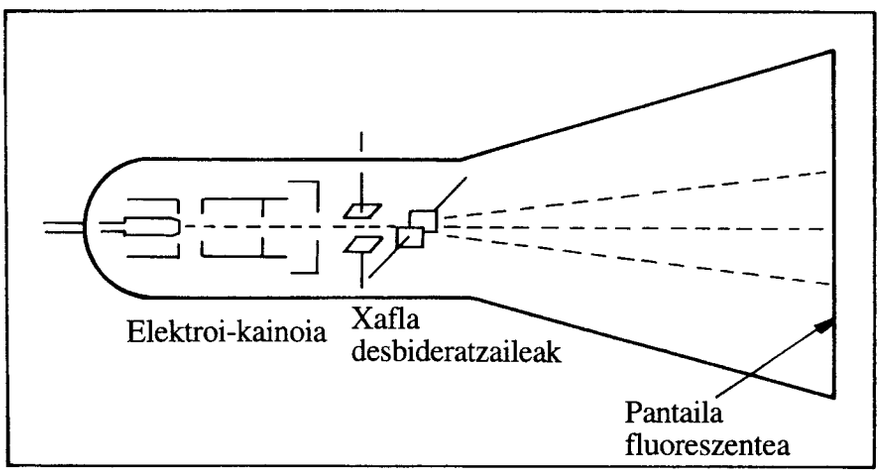
1) Gogoan izan, osziloskopioaren bidez neurturiko maiztasunak eta sorgailuan bertan adierazitakoak, **EZ DIRELA** maiztasun angeluarrak. Aipaturiko maiztasunen eta maiztasun angeluarren artean ezaguna den erlazioa betetzen da.
2) a) eta b) sailetan, komenigarri gertatzen da maiztasunak 4 kHz-etako baino balio handiagoak ez hartzea, balio horretatik gorako maiztasunetarako, multimetroak erabat ondo ez baitabiltza.

18. praktika. Eranskina: Osziloskopioaren deskribapena eta erabilera.

Oinarri teorikoa

Osziloskopioaren elementu nagusia izpi katodikoen hodia da. Hodi honen barnean, katodo gori batek elektroiak igortzen ditu, elektroi horiek pantaila fluoreszente baten kontra erasotzen dutelarik. Honen ondorioz, argi berdeska bat ikusi ahal izango dugu, erabiliko ditugun aparatuen kasuan.

Elektroi-sortak xafla-pare bi zeharkatuko ditu (ikus 18.8. irudia). Xafla hauek bertikalak eta horizontalak dira, beraien gainean guk aukeratutako potentzialak aplika ditzakegularik. Horrela, elektroi-sortari nahi dugun desbideraketa eman diezaiokegu, bertikal zein horizontalki. Norabide hauek, pantailaren *X* eta *Y* ardatzei dagozkie.



18.8. irudia. Izpi katodikoen hodiaren eskema.

Osziloskopioaren erabilgarritasun nagusia, higidura bibrakor elektriko eta mekanikoak pantaila batetan irudikatzeko posibilitatean datza. Bibrazio mekanikoen kasuan, beharrezkoa izango dugu, irudikatu nahi dugun higidura mekanikoa seinale elektriko bihurtuko duen dispositibo gehigarriren bat.

Higidura bibrakor desberdinak pantailaratzeko, osziloskopioaren barne-dispositiboa, 'ekorketa' deritzona sortzekoa, derrigorrezkoa gertatzen zaigu. Beraren funtzioa, elektroi-sorta (azken finean, pantailako puntu argitsua) horizontalki ezkerretatik eskuinetara desplazatzea da. Hau lortzeko, 'zerra-hortz' gisako tentsio aldakorra aplikatu beharko dugu xafla bertikalen gainean, tentsio horren maiztasunaren aldakuntza gure esku dagoelarik.

Horrela, ba, desbideraketa bertikaleko xaflen gainean inolako tentsiorik aplikatzen ez bada (hots, osziloskopioan kanpo-seinalerik sartzen ez badugu) eta ekorketa indarrean jartzen badugu, pantailan ikusiko duguna hauxe izango da: pantaila horizontalki ekortzen duen puntu bat, ekorketa-maiztasuna handia deneko kasuan puntu horrek zuzen bat irudituko duelarik. Bestalde, ekorketa konektatu gabe badago, kanpo-seinalerik ez dugunean, pausagunean dagoen puntu bat agertuko zaigu pantailan.

Tresnaren deskribapena

18.9. irudian, «NATIONAL VP–516A» izeneko osziloskopioaren aurreko panela ageri da. Osziloskopio hau da praktika honetan erabiliko dena. Jarraian aurki dezakezuen deskribapena, 18.9. irudiko osziloskopioaren agintailu guztiei dagokie.

EKORKETA-AGINTAILUA (TIME/CM)

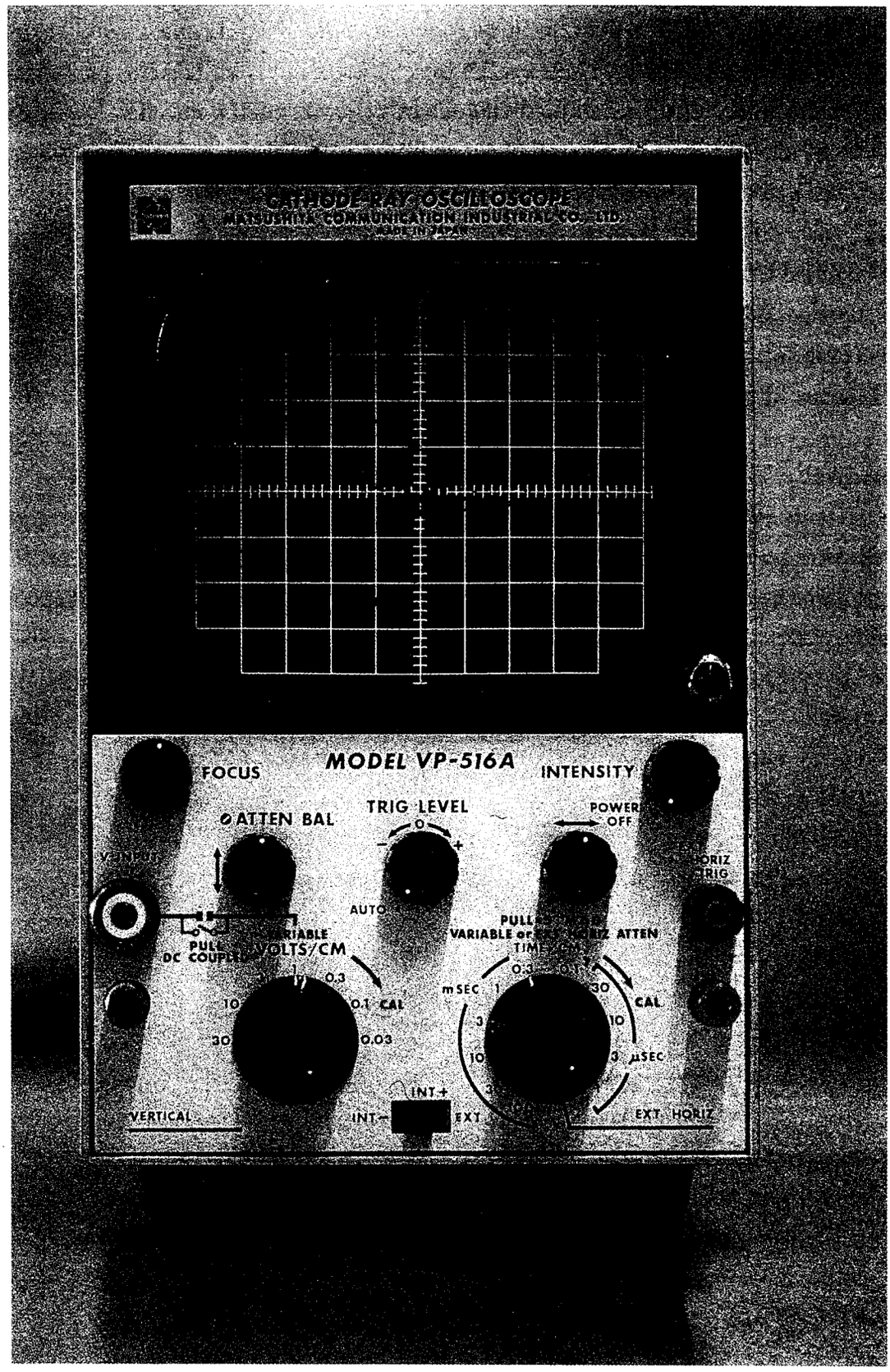
Agintailu honek, zenbait ekorketa-maiztasun desberdinen artean aukeratzeko posibilitatea ematen digu. Maiztasun horiek aurreko panelean adierazita daude, hautagailuaren inguruan. Agintailu honen gainean dagoen botoiaren (**«variable»**) bidez, maiztasun batetik ondokora era jarraian pasa gaitezke. Agintailu honetan, halaber, ekorketaren etengailua aurki dezakegu. Azkenik, esan dezagun, desbideraketa horizontalak ere lor ditzakegula, horretarako seinale elektrikoak **X Input** delako sarreratik bidali beharko ditugularik. Hau egin nahi badugu, lehenengo eta behin, deskonektatu egin beharko dugu ekorketa.

ANPLIFIKADORE BERTIKALA

Osziloskopioan sar dezakegun edozein seinale elektrikok pantailan sortarazten duen desbideraketa bertikala, anplifikatu edo ahuldu egin daiteke. Anplifikadore bertikalak, **Y Input** delako sarreran zehar sartutako seinaleen gaineko eragina du. Agintailu honek posizio desberdinak ditu, beraiei dagozkien eskalak «volts/cm» daraman agintailuaren inguruan idatzirik daudelarik.

SINKRONIZAZIOA (Triggering)

Pantailan, irudi egonkorrak lortzeko, sartzen ari garen seinalearen zikloak eta tresnaren ekorketak sinkronizaturik egon behar dute. Hori dela eta, ekorketa indarrean sartu edo desarratu beharko duen seinaleak, ondokoa izan beharko du: kanpo-seinalea bera, edo kanpo-seinalearekiko erlazio denboral finkoa gordeko duen beste edozein seinale.



18.9. irudia. NATIONAL VP–516A osziloskopioaren aurreko panela.

TRIG LEVEL-AUTO

Agintailu hau **AUTO** posizioan dagoenean, 50Hz÷1MHz maiztasun-tartean kokatutako edozein seinalek kontrolatuko du ekorketa, uhinaren hasiera, pantailaratu nahi dugun kanpo-seinalearen erdialdean kokatuko delarik, gutxi gorabehera. Agintailua **AUTO** posiziotik kanpo badago, ekorketa geuk sinkroniza dezakegu, uhinaren hasiera, kasu honetan, beraren edozein puntutan aukera daitekeelarik.

INTENSITY

Pantailan ageri den puntu argitsuaren intentsitatea, agintailu honen bitartez alda dezakegu. Erregula ezazue, pantailako puntuak argi-ingururik izan ez dezan. Orokorrean, distirak irudia ikuskorra izateko adinakoa izan behar du.

DC-AC

Agintailu hau **AC** posizioan kokatzen badugu, sarrerako seinaleak izan dezakeen tentsio jarraiko edozein osagai, ezabaturik geratuko da. **DC** posizioan, ordea, seinalearen osagai jarraia soilik hartzen da aintzakotzat, eta mota honetako seinaleen neurketarako erabiltzen da.

Y SHIFT(ATTEN BAL↕)

Agintailu honen bidez, irudia bertikalki erdiratu dezakegu.

X SHIFT(←→)

Agintailu honen bidez, irudia horizontalki erdiratu dezakegu.

FOCUS

Agintailu honen zeregina, pantailan irudi garbia lortzea da.

X-IN (Ext. Horiz.)

Desbideraketa horizontala sortaraziko duten seinaleen sarrera. Sarrera hau erabiltzen ari garenean, ekorketak deskonektaturik egon behar du, lehenago aipatu dugunez.

INPUT (V)

Desbideraketa bertikala sortaraziko duten seinaleen sarrera da hau. Lurrerako bornea ⏚ sinboloaz adierazita dago.

Osziloskopioaren agintailuen posizio zuzena

Osziloskopioa piztu baino lehen, beraren agintailu desberdinek ondoko posizioan egon beharko dute:

Intensity (distira)	Ezkerretarantz etenik
Focus	Erdi inguruko posizioan
X-Shift	Erdi inguruko posizioan
Y-Shift	Erdi inguruko posizioan
Volt/cm	1 Volta/cm
Trig Level	AUTO posizioan
Variable	Eskuinetarantz biraturik
Ekortzea	1ms
Int-Ext	Int +

Ariketa

Piztu osziloskopioa eta erdiratu ezazue puntu argitsua, beraren distira erregulatuz. Sorgailuak emandako 1 volta-ko seinale bat konektatu **Y Input** delako sarrerari, *osziloskopioaren lur-terminalari sorgailuarena egokitu behar zaiola kontutan izan behar duzuelarik.* Aukera ezazue maiztasun bat sorgailuan, konekta ezazue osziloskopioaren ekorketa eta «variable» izeneko managailua erabiliz, lor ezazue pantailan, bat edo bi periodo duen eta geldirik dagoen uhin bat. Ondoren, ekorketaren bitartez, pantailaratu ezazue periodo bakarreko uhina. Errepika ezazue azaldutako prozedura beste maiztasun batzutarako, agintailu desberdinen erabileran treba zaitezten.

19. praktika

Seinale karratuko *RC* zirkuituak osziloskopioan

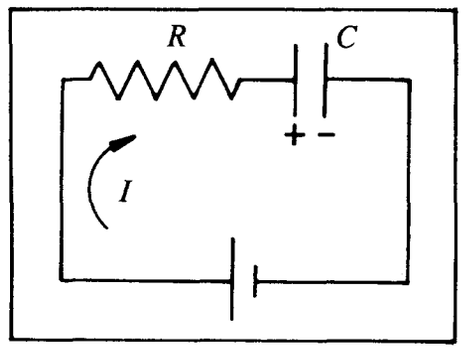
Helburuak

Praktika honen helburu nagusiak, kondentsadoredun zirkuituen ezaugarrien ikerketa eta osziloskopioak neurketa-tresna modura dituen posibilitateen azterketa dira. Halaber, ekuazio diferentzial sinpleen ebazpenak ere ikusiko ditugu.

Tresneria

Multimetroa, korronte alternoko sorgailua, osziloskopioa.

Oinarri teorikoa



19.1. irudia. *RC* zirkuitua.

Kontsidera dezagun 19.1. irudian ageri den *RC* zirkuitua. Oinarrizko teoria aintzakotzat hartuz (ikus, adibidez, UEUren Fisika Orokorra liburua), zirkuituan zehar dabilen *I* korronteak ondoko ekuazioa beteko du edozein aldiunetan:

$$\frac{dQ}{dt} = I, \qquad (19-1)$$

non Q delakoa, aldiune bakoitzean kondentsadoreak duen karga den, eta intentsitatearen zeinu positiboa, kondentsadorea kargatu egiten deneko prozesurako aukeratu dugun. Bestalde, sorgailuaren borneen arteko tentsio-erorketa honela adieraz dezakegu:

$$V = RI + V_C, \qquad (19-2)$$

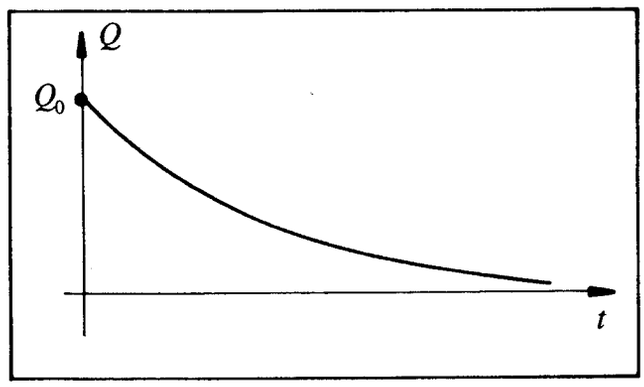
non V_C delakoa, kondentsadorearen borneen arteko potentzial-diferentzia den ($V_C = Q/C$). (19–1) eta (19–2) ekuazioak aldiberean kontsideratuz, honako hau izango dugu:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{V}{R} - \frac{Q}{RC}. \qquad (19-3)$$

Eman ditugun ekuazioen baliagarritasuna orokorra da, eta V sarrerako seinaleak denborarekiko aldakuntza izan arren, aplikagarriak dira. Behin kondentsadorea kargatu ondoren, zirkuituko sorgailuaren eragina ezabatzen bada (hots, $V = 0$) eta zirkuitua ixten badugu, kondentsadorearen deskarga gertatuko da, $V = 0$ deneko kasuari dagokion (19–3) ekuazioaren ebazpenaren arabera:

$$Q(t) = Q_0 e^{-t/RC}, \qquad (19-4)$$

non Q_0, $t = 0$ hasierako aldiuneari dagokion karga den. Azken adierazpena deribatuz, (19–4) funtzioak (19-3) ekuazioa $V = 0$ deneko kasuan betetzen duela erraz froga daiteke. 19.2. irudian funtzio horren adierazpen grafikoa ageri da.

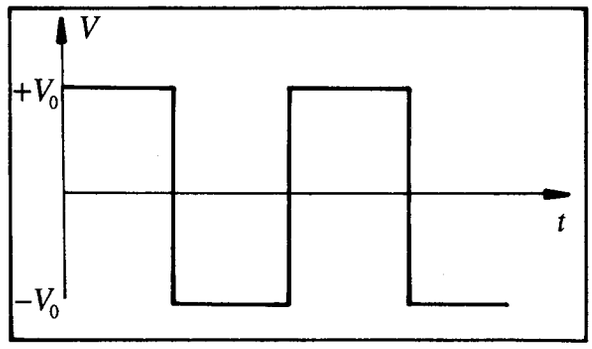


19.2. irudia. Kondentsadorearen deskarga.

Hortaz, kargaren proportzionala den kondentsadorearen voltaia neurtuz eta emaitzak (19-4) funtzioarekin konparatuz, zirkituaren RC konstantearen balio experimentala

ezagut dezakegu. Hau posible izan dadin, deskargari dagozkion denboren magnitude-ordenak 1 s-takoa edo handiagoa izan beharko du, aipaturiko denborak kronometroaren bitartez neurtu ahal izan daitezen.

Hala ere, zirkuituetan aurki ditzakegun R eta C magnitudeen balioen zenbait kasutarako, deskarga-prozesua askoz ere azkarrago gerta daiteke, RC konstantea oso txikia izango delarik (adibidez, 1 ms-tako magnitude-ordenakoa). Horrelako kasuetan, ezinezkoa gertatzen da neurketa eskuz burutzea eta osziloskopioa izango da erabili beharko dugun neurketa-tresna. Aipatu berri ditugun kasuetan erabil daitekeen metodoetariko batetan, zirkuituari seinale karratua aplikatzen zaio (ikus 19.3. irudia).



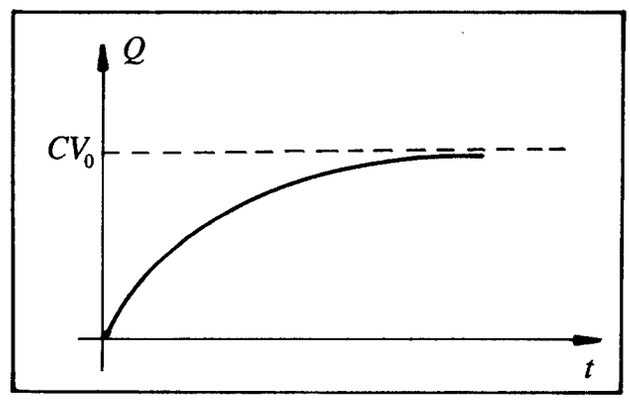
19.3. irudia. Seinale karratua.

Nola lor daiteke mota horretako voltaia? Kontsidera dezagun korronte jarraiko sorgailu bat. Sorgailuak V_0 voltaia konstantea, lehenengo norantza batetan eta ondoren aurkakoan ematen badu eta prozesu hau etengabe errepikatzen bada, horrela lortutako seinalea eta 19.3. irudiko seinale karratua baliokideak dira. Guk ez dugu horrelakorik egin behar aipaturiko seinalea lortzeko (korronte alternoko sorgailuak zuzenean emango baitigu), baina esandakoa lagungarri gerta daiteke, mota horretako seinalearen interpretaziorako. Kondentsadorearen borneen arteko V_C potentzial-diferentziaren denborarekiko aldakuntza osziloskopioan azter daiteke, aipaturiko borneak osziloskopioari konektatzen badizkiogu. Kondentsadorearen kapazitateak konstante iraungo duenez, osziloskopioan beha daitekeen V_C seinalea, kondentsadorearen kargaren proportzionala izango da. Zein izango da karga horren denborarekiko portaera? Galdera honi erantzuna aurkitzeko, jo dezagun berriro ere (19–3) ekuaziora. Seinale karratuaren periodoerdi batetan zehar, V potentzialak konstante iraungo du ($+V_0$ adibidez) eta kasu horretan, (19–3) ekuazioaren ebazpen orokorra ondokoa dugu:

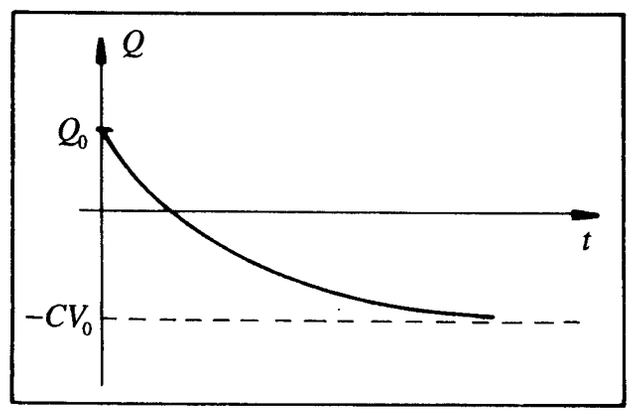
$$Q(t) = CV_0 - Ae^{-t/RC}. \qquad (19-5)$$

1) *Froga ezazue (19-5) adierazpena (19–3) ekuazioaren ebazpena dela,* $V = V_0$ *konstantea deneko kasuan. Horretarako, deriba ezazue (19–5) funtzioa eta egiazta ezazue deribatuak (19–3) ekuazioa betetzen duela. Ohar zaitezte, A parametroaren balioak ez duela inolako eraginik frogapenean; printzipioz, edozein balio eman diezaiokegu. Hots, A delakoa, lehen uneko baldintza baino ez da eta,* $t = 0$ *aldiunean,* $Q(0)$ *kargaren hasierako balioaren menpean egongo da. Aurki ezazue A eta* $Q(0)$ *direlakoen arteko lotura.*

t denborak balio handiak hartzen dituenean, (19–5) ekuazioko exponentziala zerorantz doa eta ondorioz, (19–5) ekuazioaren limite asintotiko hori $Q = CV_0$ da, hots, kondentsadorea kargatuz doa aipaturiko balio maximoa lortu arte, korrontea zerorantz joango den bitartean (ikus (19–1) ekuazioa). Aipaturiko karga-prozesuaren eskema grafikoa, 19.4. irudian ageri da, hasierako aldiunean kondentsadorearen karga nulua dela suposaturik.



19.4. irudia. Kondentsadorearen karga-prozesua.



19.5. irudia. Bigarren kasuko kondentsadorearen karga-aldaketa.

Sorgailuak emandako seinalearen hurrengo periodoerdira iragatean, V potentzialaren zeinua aldatu egingo da bat-batean. Ondorioz, bigarren periodoerdi horretan aplika daitekeen ekuazioa, (19–5) adierazpenaren baliokidea izango da, baina V magnitudearen zeinua aldatu egin beharko dugu, $-V_0$ balioa harturik. Halaber, A parametrorako hartu dugun balio berria ondoko bi faktore hauei egokitu behar zaie: V potentzial berria eta egoera berrirako aukeratu beharreko $t = 0$ aldiunea ($t = 0$ aldiune modura, potentzialaren bat-bateko aldaketa gertatzen deneko aldiunea hautatzea izango da erosoena). Kasu honi dagokion (19–5) ekuazioaren adierazpen grafikoa 19.5. irudian azaldu da. Bertan, kondentsadorearen kargaren denborarekiko aldakuntza ikus daiteke; lehen uneko Q_0 karga positibotik hasita, negatiboki kargatuz doa, denboraren balio handietarako dugun $-CV_0$ limite asintotikora heldu arte.

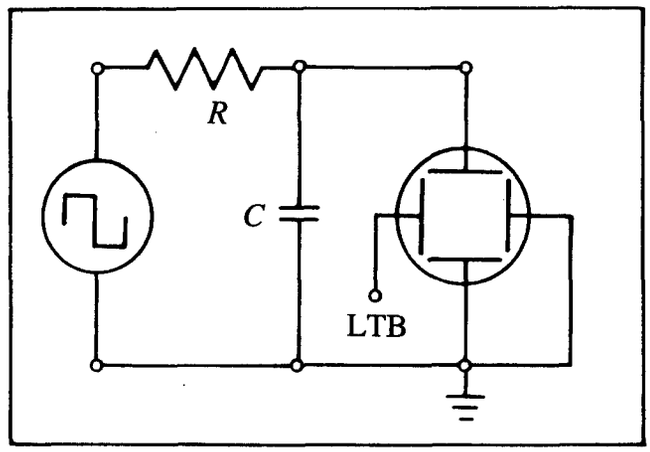
Bestalde, erresistorearen borneen arteko V_R tentsio-erorketa ere beha daiteke osziloskopioan. Kasu honetan, $V_R = RI$ izango dugu, eta ondorioz behatuko den seinalea zirkuituan zehar pasatzen den korrontearen intentsitatearen proportzionala izango da. Gogoan izan, aipaturiko intentsitatea, kondentsadorearen kargaren denborarekiko deribatua baino ez dela (ikus (19–1) ekuazioa).

Oharra: emaitza experimentalak teoriarekin konparatzerakoan, sorgailuak berak duen barne-erresistentzia eta zirkuituko erresistentzia ordena berekoak izan daitezkeela gogoan izan beharko dugu.

Eragiketa-metodoa

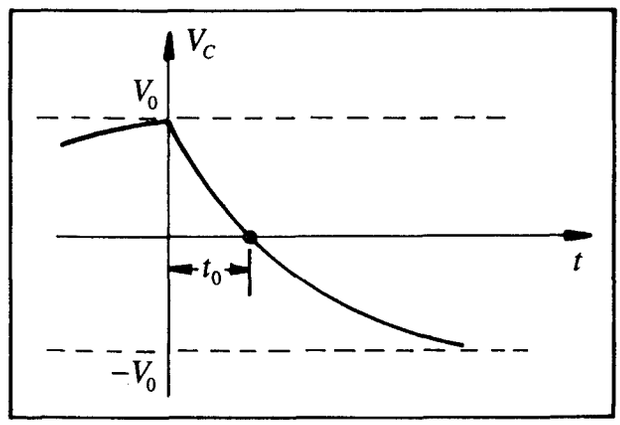
2) Lehenengo eta behin, piztu ezazue korronte alternoko sorgailua eta sakatu uhin karratuari dagokion etengailua; konekta itzazue sorgailuaren borneak osziloskopioan eta egiazta ezazue sorgailuak ematen duen seinalea karratua dela. Jarraian, osotu ezazue 19.6. irudian ageri den muntaia, 220 Ω-etako erresistentzia bat erabiliz. Beha ezazue osziloskopioan lortutako seinalea, sorgailuak emandako seinale karratuaren maiztasuna aldatzen duzuen bitartean. Txostenean, grafikoki deskribatu beharko duzue behatutakoa, horren azalpen kualitatiboa ere eman beharko delarik, arestian azaldutako oinarri teorikoa gogoan izanik.

Ondoren, hauta ezazue seinalearen maiztasunerako balio egokia, oinarri teorikoan aipatu den portaera asintotikoa behatu ahal izan dadin. 220 Ω-etako erresistentziaren ordez, handiagoa den (3 kΩ-etakoa, adibidez) beste bat erabili beharko duzue orain. Deskriba eta azal ezazue behatutakoa. Azkenik, errepika ezazue prozesua, erresistentzia zirkuitutik kenduz eta kondentsadorea zuzenean sorgailuari konektatuz. Hemen ere, deskriba eta azal ezazue behatutakoa.



19.6. irudia. Muntaiaren eskema.

3) Osotu ezazue berriro ere hasierako muntaia, 220 Ω-etako erresistentzia erabiliz. Osziloskopian behatutakoa aintzakotzat hartuz, kalkula ezazue zirkuituaren *RC* konstantea. Errepika ezazue kalkulua, 3 kΩ-etako erresistentziadun eta erresistentziarik gabeko zirkuituen kasuetan. Aipaturiko neurketa burutzeko, lehendabizi, egiazta ezazue sorgailuaren seinalearen periodoa portaera asintotikoa behatzeko bezain luzea dela. Ondoren, neur ezazue osziloskopioan seinaleak zero voltaiaraino erortzeko behar duen denbora, kondentsadorearen voltaia $+V_0$ baliotik $-V_0$ baliora pasatzen deneko prozesuan (ikus 19.7. irudia). Neurtutako balio hori eta (19–5) ekuazioa abiapuntutzat hartuz, lor ezazue *RC* konstantea aipaturiko hiru erresistentzien kasuetan.



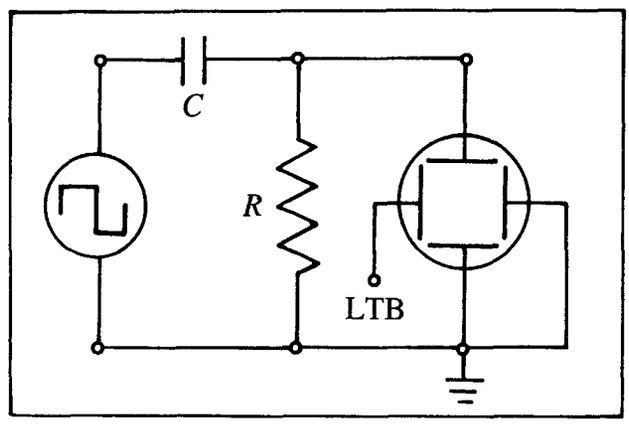
19.7. irudia. Voltaiaren denborarekiko aldaketa.

Oharra: $V = 0$ balioari dagokion osziloskopioaren pantailako ordenatuaren balioa, zirkuitua osziloskopiotik deskonektatzen dugunean pantailan ageri den lerro horizontalak finkatuko du. Hortaz, komenigarri gertatuko zaigu, osziloskopioaren agintailu bertikalaren laguntzaz, lerro hori erdiratzea, pantailan bertan pintaturiko erdiko lerroaren parean utzi arte. Ondoren, zirkuitua osziloskopiorekin konektatzen badugu, neurketa guztiak agintailu bertikalaren posizioa ukitu gabe egin beharko ditugu. Era honetan, pantailan pintatutako erdiko lerroa $V = 0$ balio modura har dezakegu.

OHAR GARRANTZITSUA: Osziloskopioan beha daitezkeen seinaleei, osziloskopioaren agintailuetan adierazitako eskalak aplikatu ahal izateko, agintailuetako botoi gorriek eskuinetarantz biraturik egon behar dute. Denboren eskalako botoi gorria kanporantz atera ondoren, lortzen den eskala bertan adierazitakoa baino bost aldiz handiagoa da. Komenigarri gertatzen da modu horretan ihardutea, neurketak doiago egin ahal izateko.

4) Aurreko prozesuetan erabilitako erresistentzien balioak multimetroaren bitartez neurtu ondoren, eta 3) atalean lortutako emaitzak erabiliz, estima itzazue erabilitako kondentsadorearen kapazitatearen eta sorgailuaren barne-erresistentziaren balioak.

Oraingoan, osziloskopioan erresistorearen borneen arteko voltaia behatu nahi badugu, erabili behar dugun muntaia, desberdina izan beharko da, zirkuituko erresistentzia eta kondentsadorearen kokapenak elkartrukatu behar direlarik, 19.8. irudian adierazi den bezala. Agerian dago, horrela osotutako zirkuitua eta 19.6. irudian azaldu dena baliokideak direna. Elementuen elkartrukaketa hau burutzea beharrezkoa da konexio desberdinak egitean zirkuitulaburrik eragin ez dezagun.



19.8. irudia. Zirkuituaren muntaia berria.

5) Osotu ezazue 19.8. irudiko zirkuitua, aurreko ataletan erabilitako erresistore berberak kokatuz. Beha ezazue osziloskopioan ageri den seinalea. (19–1) ekuazioa eta behatzen ari garen voltaia *RI* delakoaren berdina dela aintzakotzat hartuz, deskriba ezazue grafikoki ikusitakoa, eta honen azalpena eman. Erresistore bakar bat aukeratuz, egiazta ezazue kuantitatiboki, behatutako kurbaren tankera 3) atalean lortutako *RC* konstantearen balioa kontsideratuz espero genezakeenarekin bat datorrela.

20. praktika

Korronte alternoko *RC* zirkuituak

Helburuak

Praktika honen bidez, korronte alternoko zirkuituen ezaugarriak sakonkiago ikertuko ditugu eta osziloskopioak neurketa-tresna modura dituen posibilitateak ere aztertuko dira.

Tresneria

Multimetroa, korronte alternoko sorgailua, osziloskopioa.

Oinarri teorikoa

Kontsidera dezagun 20.1. irudian ageri den *RC* zirkuitua. Oinarrizko teoria aintzakotzat hartuz (ikus, adibidez, UEUren Fisika Orokorra liburua), zirkuituan zehar dabilen I korronteak ondoko ekuazioa beteko du edozein aldiunetan,

$$\frac{dQ}{dt} = I, \qquad (20-1)$$

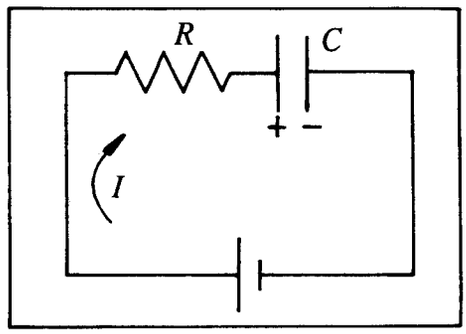
non Q delakoa aldiune bakoitzerako kondentsadoreak duen karga den. Ekuazio horretan intentsitatearen zeinu positiboa, kondentsadorea kargatu egiten deneko prozesurako aukeratu dugu. Bestalde, sorgailuaren borneen arteko tentsio-erorketa honela adieraz dezakegu,

$$V(t) = V_R(t) + V_C(t), \qquad (20-2)$$

non V_C delakoa, kondentsadorearen borneen arteko potentzial-diferentzia den, hau da, $V_C(t) = Q(t)/C$, eta V_R, erresistorearen borneen arteko potentzial-diferentzia den,

$V_R(t) = I(t)R$. (20–1) eta (20–2) ekuazioak aldi berean kontsideratuz, honako hau izango dugu:

$$V(t) = R\frac{dQ(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C}. \qquad (20-3)$$



20.1. irudia. *RC* zirkuitua.

Zer esanik ez, eman ditugun ekuazioen baliozkotasuna orokorra da. Bestalde, 19. praktikan egin duguna, (20–3) ekuaziotik abiatuta kondentsadorearen jokaera aztertzea izan da, V voltaia luzera desberdineko denbora-tarteetan konstantea zeneko kasuetan hain zuzen ere. Praktika honetan, ordea, sorgailuak emango duen seinalea sinusoidala deneko kasua ikertuko dugu, hots:

$$V(t) = V_0 \sin \omega t. \qquad (20-4)$$

(20–4) adierazpena (20–3) ekuazioan ordezkatuz, ekuazio diferentzial berria ageri zaigu. Gure helburua, (20–3) adierazpena beteko duen $Q(t)$ funtzioa aurkitzea da, $V(t)$ delakoa (20–4) ekuazioaren gisakoa izanik. Ebazpena hauxe dugu,

$$Q(t) = -\frac{I_0}{\omega}\cos(\omega t - \varphi), \qquad (20-5)$$

non I_0 eta φ parametroek balio ezagunak hartu behar dituzten, ondokoak hain zuzen:

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \quad \text{eta} \quad \tan\varphi = -\frac{1}{\omega RC}. \qquad (20-6)$$

1) Egiazta ezazue (20–5) adierazpena (20–3) ekuazioaren ebazpena dela, aplikaturiko tentsioa (20–4) formularen bitartez emanda datorrenean. Horretarako, ordezka itzazue (20–4), (20–5) eta azken honen deribatua (20–3) ekuazioan, eta froga ezazue aipaturiko ekuazioa beteko dela, I_0 eta φ parametroek goian adierazitako balioak hartuko dituzten kasuan. Erabil itzazue erlazio trigonometriko hauek:

$$\cos\xi = -\sin\left(\xi - \frac{\pi}{2}\right), \qquad A\sin\xi + B\sin\left(\xi - \frac{\pi}{2}\right) = C\sin(\xi + \psi),$$

$$\text{bertan} \quad \tan\psi = -\frac{B}{A} \quad \text{eta} \quad A^2 + B^2 = C^2 \quad \text{izanik.}$$

(20–1) ekuazioa kontutan hartuz eta (20–5) adierazpenetik abiatuz, zirkuituko intentsitatea ondokoa dela ondoriozta daiteke:

$$I(t) = I_0 \sin(\omega t - \varphi), \tag{20-7}$$

eta arestian esandakoaren arabera, honako erlazio hauek beteko dira:

$$V_C = \frac{I_0}{\omega C}\sin\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right), \tag{20-8}$$

$$V_R = I_0 R \sin(\omega t - \varphi). \tag{20-9}$$

Agertu zaizkigun tentsio desberdinen arteko desfasea aintzakotzat hartzeko, idazkera konplexua erabili ohi da. Horrela, ba, voltaia honela emanez,

$$V = \mathrm{Im}\left(\hat{v}e^{i\omega t}\right), \tag{20-10}$$

sorgailuaren indar elektroeragilea adierazpen horren bitartez eman daiteke, $\hat{v} = V_0$ harturik. Era berean, intentsitatea ere ondoko modu honetan idatziko dugu,

$$I = \mathrm{Im}\left(\hat{i}e^{i\omega t}\right), \tag{20-11}$$

$$\text{non} \quad \hat{i} = I_0 e^{-i\varphi} = \frac{V_0}{R - \dfrac{i}{\omega C}} = \frac{\hat{v}}{\hat{z}} \quad \text{eta} \quad \hat{z} \equiv R - \frac{i}{\omega C}.$$

Azken magnitude honi zirkuituaren *inpedantzia konplexua* deritzo. Hau da, definitu ditugun $\hat{v}$ eta $\hat{i}$ zenbaki konplexuek ezaugarri hauek dituzte: beraien modulua dagokien magnitude sinusoidalaren anplitudearen berdina da, eta fasea, $\sin \omega t$ erreferentziarekiko desfasearen adierazlea da. Beraz, fasea nulua izango da $\hat{v}$-ren kasuan, eta $-\varphi$, $\hat{i}$ magnitudeari dagokionez.

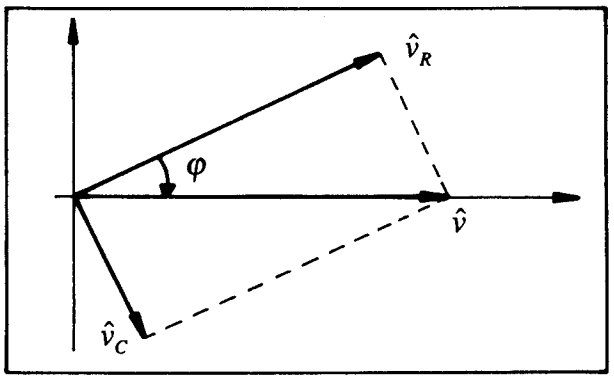
2) Egiazta ezazue $\hat{v}/\hat{z}$ zatidurak emandako zenbaki konplexuaren modulua eta fasea, (20–6) adierazpenean idatzitako I_0 eta φ parametroen balioak direla hurrenez hurren.

Modu berean, kondentsadorean eta erresistorean neurturiko tentsioen adierazpen konplexua, ondokoa dugu:

$$\hat{v}_C = \frac{I_0}{\omega C} e^{i\left(-\varphi - \frac{\pi}{2}\right)}, \qquad (20-12)$$

$$\hat{v}_R = R I_0 e^{-i\varphi}. \qquad (20-13)$$

$\hat{v}$, $\hat{v}_C$ eta $\hat{v}_R$ magnitudeak plano konplexuan irudika daitezke (ikus 20.2. irudia) eta era horretako eskemari adierazpide fasoriala deritzo. Irudian, φ fasea negatiboa dela aintzakotzat hartu da (ikus (20-6) ekuazioa).



20.2. irudia. Azterturiko magnitudeen adierazpide fasoriala.

3) (20–6) eta (20–13) adierazpenak gogoan izanez, froga ezazue ondokoa:

$$\left(\frac{V_0}{|\hat{v}_R|}\right)^2 = 1 + \left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2. \qquad (20-14)$$

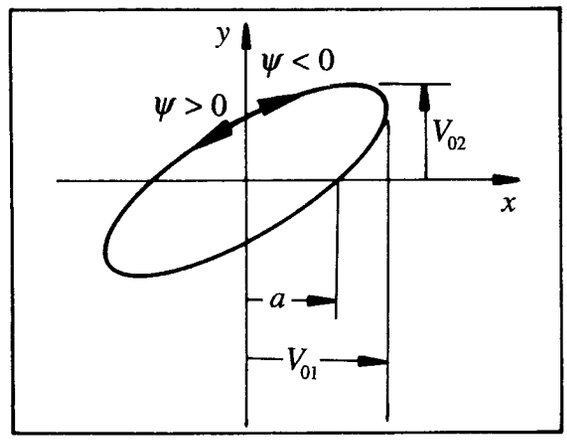
Osziloskopioen bidezko desfaseen neurketa

Demagun, maiztasun bereko baina ψ desfasea duten bi voltaia sinusoidal ditugula:

$$V_1(t) = V_{01} \sin \omega t, \qquad V_2(t) = V_{02} \sin(\omega t - \psi). \qquad (20-15)$$

Seinaleen ψ desfasea eta V_{01} eta V_{02} anplitudeak osziloskopioaren bitartez neur daitezke. Neurketa horiek burutzeko, seinaleetariko bat osziloskopioaren xafla horizontaletara eramango dugu eta bestea xafla bertikaletara. Emaitza hauxe izango da: pantailan ageri den puntu argitsuak ibilbide kurbatua erakutsiko du denboran zehar, edozein aldiunetan puntuaren posizio-bektorearen $(x(t), y(t))$ osagaiak, $V_1(t)$ eta $V_2(t)$ seinaleen proportzionalak izango direlarik (jatorri-translazioak salbu). Horrela, ba, kasurik orokorrenean, 20.3. irudian adierazi den elipsearen antzerako bat agertuko zaigu pantailan (Lissajous-en irudia). Elipseak x ardatzean duen ebakidura-puntua, a delakoa alegia, ondokoa izango da:

$$a = V_{01} |\sin \psi|. \qquad (20-16)$$



20.3. irudia. Pantailan ageri den elipsea (Lissajous-en irudia).

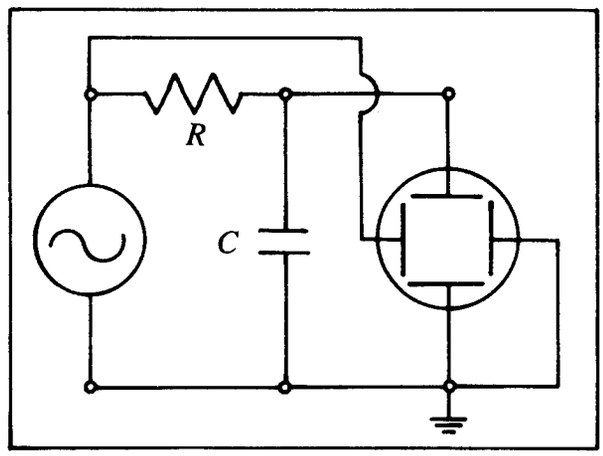
Hortaz, V_{01} eta a magnitudeak neurtuz, ψ desfasea zuzenean kalkula daiteke (zeinua izan ezik). Osziloskopioan neurtzen diren magnitudeak $2a$ eta $2V_{01}$ dira, praktikoagoa eta doiagoa gertatzen baita. ψ -ren zeinua aldez aurretik ezaguna ez bada, puntu argitsuaren biraketa-norantza behatuz determina daiteke, irudian adierazi den moduan. Dena den, hau ez da beti posiblea izango.

4) Azal ezazue behatu dugun kurba zergatik izango den 20.3. irudikoa bezalakoa, eta lor ezazue (20-16) ekuazioa.

5) Adierazpen grafikoen bitartez, azal ezazue zein izango den osziloskopioaren pantailan ageriko den irudia, V_{01} eta V_{02} anplitudeak berdinak direnean eta ψ desfaseak ondoko balioak hartuko dituenean: 0, $\pi/4$, $\pi/2$, $3\pi/4$ *eta* π.

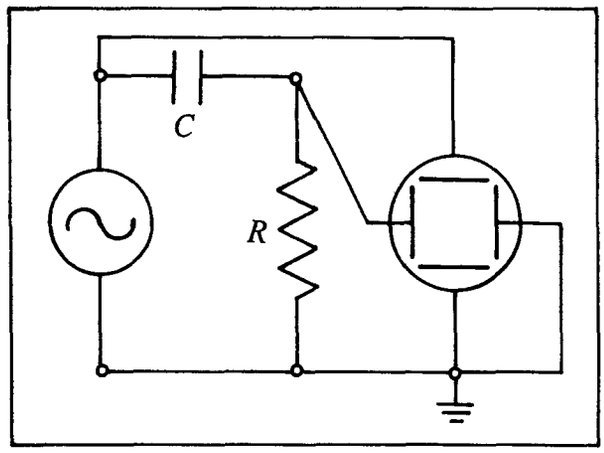
Eragiketa-metodoa

6) Sorgailuak emandako seinaleak *sinusoidala* izan behar du. Hori lortu ondoren, osotu ezazue 20.4. irudiko zirkuitua: kondentsadorearen borneak osziloskopioaren Y kanalean konektatu behar dira, eta X kanalean, erresistoreak eta kondentsadoreak osotutako elkarketaren borneak. Beha itzazue osziloskopioan kurba desberdinak sorgailuaren maiztasuna eta zirkuituko erresistentzia aldatzen dituzuen bitartean (200 Ω, 1 kΩ eta 30 kΩ-etako erresistentziak erabili behar dira). Deskriba eta azal ezazue kualitatiboki behatutakoa.



20.4. irudia. Muntaiaren eskema.

Finka ezazue sorgailuaren maiztasuna 1 kHz balioan eta koka ezazue 200 Ω-etako erresistorea zirkuituan. Pantailan ageri den grafikoan oinarrituta, determina ezazue V_C eta V direlakoen arteko desfasea. Lortutako baliotik abiatuta eta 20.2. irudia gogoan izanez, determina ezazue φ delakoaren balioa. Emaitza hau, erabilitako maiztasuna eta erabili diren elementuen R eta C balio nominalak aintzakotzat hartuz, estima ezazue sorgailuaren barne-erresistentzia (zirkuituan bertan kokatutako erresistorearekin seriean konektatuta dagoena).



20.5. irudia. 7. atalari dagokion muntaiaren eskema.

7) Kasu honetan, 3 kΩ-etako erresistorea erabiliz, 20.5. irudiko muntaia osotu beharko duzue. Konekta itzazue erresistorearen borneak osziloskopioaren *X* kanalean, eta elkarketaren borneak *Y* kanalean. Osziloskopioaren pantailan ikus daitekeen irudian oinarriturik, kalkula itzazue osziloskopioaren kanaletan sarturiko bi seinaleen anplitudeak, V_0 eta $|V_R|$ alegia, 10 maiztasun (*f*) desberdinetarako. Lortutako emaitzak erabiliz, osotu ezazue ondoko taula:

f	V_0	$\lvert V_R \rvert$	$1/f^2$	$(V_0/\lvert V_R \rvert$

Ondoren, $\left(V_0/|V_R|\right)^2$ magnitudea, $1/f^2$ delakoaren funtzioan adierazi beharko duzue grafikoki. Kontutan izan abszisen ardatzean $1/f^2$ magnitudea dugula eta, horregatik, komenigarri gertatzen da, puntu gehienak maiztasun baxuetarako neurtzea; eta maiztasuna emendatuz doan heinean, puntuen arteko tartea zabaldu egin beharko duzue.

Azal ezazue lortutako grafikoa (20–15) ekuazioa kontutan harturik. Erregresio linealaren metodoaren bitartez, zirkuituaren RC konstantea erdietsi beharko duzue. Azkenik, konpara ezazue horrela lortutako balioa aurreko atalean kalkulaturikoarekin.

8) Aurreko ataleko grafikoan $V_0/|V_R|$ erlazioa, maiztasun altuen kasuan, unitaterantz doala agerian geratu behar da. Zein da propietate honen esangura fisikoa?

OHARRA: Osziloskopioaren X kanalean edozein voltaia neurtu nahi bada, beharrezkoa izaten da, aldez aurretik kanal hori kalibratzea. Horretarako, lehenengo Y kanalean neurtu den seinalea, X kanalean sartu beharko da, ardatz horizontalean duen luzera behatuz. Luzera hori, seinaleari dagokion voltaiarekin konparatu behar da, horrela bi magnitude horien (luzera/voltaia) arteko erlazio finkoa lor daitekeelarik.

21. praktika

Elektroiaren *e/m* erlazioaren neurketa.

Helburuak

Praktika honetan, elektroiek eremu magnetiko baten eraginpean azaltzen duten higidura aztertuko da eta, azken helburu modura, elektroiaren karga eta masaren arteko *e/m* erlazioaren neurketa izango dugu.

Tresneria

Bi multimetro, korronte jarraiko sorgailua, Helmholtz-en harilak.

Oinarri teorikoa

Demagun, elektroi-sorta estu bat V_a tentsioaren bidez azeleratu dugula, elektroiek lortutako energia hauxe izango delarik:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV_a. \qquad (21-1)$$

Ondoren, elektroiek beren abiadurarekiko perpendikularra den **B** eremu magnetiko uniformea pairatzen badute, $\mathbf{F} = -e(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ indarraren eragina dela eta, orbita zirkularrak burutuko dituzte, orbiten erradioa ondokoa izanik:

$$R = \frac{mv}{eB}. \qquad (21-2)$$

(21–1) eta (21–2) ekuazioetatik honako hau ondoriozta dezakegu:

$$\frac{e}{m} = \frac{2V_a}{B^2R^2}. \qquad (21-3)$$

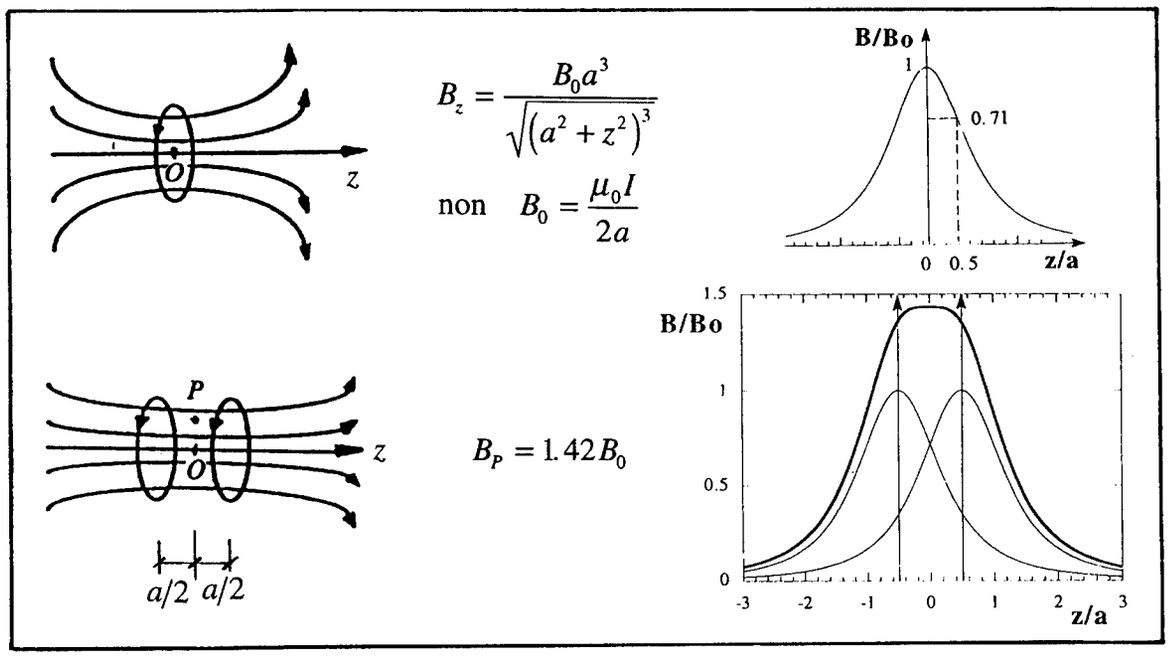
Adierazpen honen bitartez *e/m* delako erlazioa kalkula daiteke, magnitude hauek neurtuz: tentsio azeleratzailea, indukzio magnetikoa eta ibilbidearen erradioa.

Tresnaren deskribapena

Saiakuntzarako erabiliko den tresna, beirazko erreboil batez osoturik dago. Erreboila aldez aurretik hustutakoa da eta bere barnean asetasun-presioan dagoen merkurio-lurrina dauka. Erreboilaren barnean dagoen katodoak igortzen dituen elektroiak, anodo batez azeleratzen dira.

Aipaturiko elektroiek energi kantitate egokia lortutakoan, merkurio-atomoak ioniza ditzakete eta ioien birkonbinaketen ondorioz argi karakteristikoa igortzen da, argi hau izanik, hain zuzen, elektroi-sortaren ibilbidea ikusteko ahalmena ematen diguna.

Elektroi-kainoiaren elikadura hauxe dugu: 6.3 V eta 1.5 A-tako korronte alternoa katodoko harizpiaren beroketarako, eta 150 eta 300 V bitarteko tentsio azeleratzaile jarraia anodorako. Bestalde, posible da praktikoki unifomea den eremu magnetikoa lortzea, Helmholtz-en harilen bitartez, hots, erradio bereko bi haril laun beren erradioaren berdina den distantziaz banatuta.



21.1. irudia. Haril bakarrak eta Helmholtz-en harilek sorturiko eremu magnetikoa.

Aipaturiko harilek sortarazitako eremu magnetikoa aurreko 21.1. irudian ageri da. *P* puntuan dugun eremu magnetiko osoa, bi harilek puntu horretan sortarazitako eremuen batura izango da, hau da:

$$B = 1.42B_0 = 1.42\frac{\mu_0 NI}{2a}. \qquad (21-4)$$

Harilen diametroa 30 cm-takoa da ($2a$), espira-kopurua N=143, eta elikadurarako, korronte jarraiko sorgailu bat behar dute. Eman diezaiekegun korronterik maximoa 2 A-takoa dugu eta voltaiak 6÷9 V tartean egon behar du. Gure kasuan ditugun a eta N parametroen balioetarako, eremu magnetikoa ondoko era honetan idatz dezakegu intentsitatearen menpean:

$$B = 8.5\times10^{-4} I \text{ (Tesla)}. \qquad (21-5)$$

Eragiketa-metodoa

Behin etengailua *e/m* posizioan eta intentsitatearen kontrolerako agintailua zeroan kokatu ondoren, elikadura-iturriak eta neurketa-tresnak konektatu egin beharko dira, beti ere polaritatearekin kontu handia izanik.

Aplika ezazue 200 V-etako tentsio azeleratzailea, eta minutu pare batez itxaron beharko duzue elektroi-sorta ikusi ahal izan arte. Hori gertatutakoan, lor ezazue ondo definituriko sorta, fokalizazio-agintailuaren laguntzaz.

Hariletan zehar pasatzen den intentsitatearen balioa emendatuz doan heinean, elektroien ibilbidea kurbatuz doa, zirkulu bat osotu arte. Erreboila biratuz gero, orbita zirkularra helikoidal bilakatzen dela beha daiteke. Itzul ezazue erreboila jatorrizko posiziora, neurketak egin ahal izateko ibilbideak zirkularra izan behar baitu.

Hauta ezazue tentsio azeleratzailerako balio bat, 200 V adibidez, eta neur ezazue orbitaren erradioa intentsitatearen hiru balioetarako, 1.2, 1.4 eta 1.6 A adibidez. Prozedura berbera errepikatu beharko duzue tentsioaren ondoko balioetarako: 225, 250 eta 275 V. Era horretan, *e/m* erlazioaren hamabi balio lor ditzakezue. Azpimarra dezagun, orbitaren erradioaren neurketarako antiparalaxi ispilu bat erabiltzen dela.

Bil itzazue erdietsitako emaitza experimental guztiak 21.1. taulan.

Kalkula ezazue *e/m* delakoaren batezbesteko balioa eta beraren errore koadratikoa. Halaber, kalkula ezazue tresnaren errorea (21–3) adierazpenaren deribatutik abiatuta. Har itzazue ΔV_a, ΔB eta ΔR magnitudeetarako balio arrazonagarriak, neurketa-tresnen bereizmena eta egindako behaketak aintzakotzat harturik. Lortutako emaitzen arabera, zein da neurketarekin loturiko errorea?

21.1. Taula

V_a(V)	I(A)	B(T)	R(m)	e/m(C/kg)

22. praktika

Elektroiaren kargaren neurketa. Millikan-en experimentua

Helburuak

Experimentu historiko baten gogorapena eta nolabaiteko errepikapena. Aldi berean, karga elektrikoaren kuantizazioaren azalpen praktikoa egin nahi da.

Tresneria

Kronometroa, korronte jarraiko sorgailua.

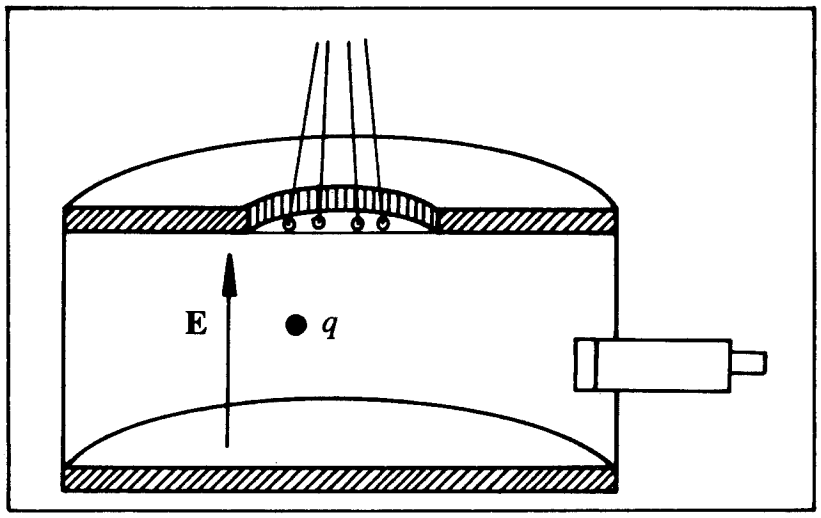
Oinarri teorikoa

Robert A. Millikan (1869-1953) oso ezaguna da fisikarien artean, batez ere 1909. urtean Chicago-n eginiko *olio-tantaren experimentua* deritzonari esker, zeinaren bidez elektroiaren karga neurtu zuen. Dena den, izatez, elektroiaren kargari buruzko ikerketak ur-lurrinarekin hasi zen egiten (laino-ganbara diseinatu zuen Wilson-en lanean oinarriturik) eta ez olioarekin.

Ur-lurrinaren bidezko teknikarekin experimentatzen ari zen bitartean, Millikan konturatu egin zen ezen, eremu elektrikoaren presentziarekin lurrin-lainoak desagertu egiten zirela, eta beraien ordez ur-tanta gutxi batzu agertzen zirela, azken hauek oso astiro higitzen zirelarik, aplikaturiko eremuari erantzunez. Hortik, partikula indibidualen higidurak aztertuz, elektroiaren karga kalkulatu ahal izango zuela pentsatu izan zuen. Hala ere, ur-tanten behaketan oinarrituriko kalkuluak egitean, ziurgabetasun gehiegi sartzen zuen experimentuan, ur-tantak oso hegazkorrak baitziren. Horregatik, elektroiaren kargaren neurketa asko hobatu zen, ur-tantak olio-tantez ordezkatzean, azkenekoek askoz ere hegazkortasun txikiagoa baizuten.

Izatez, Millikan-en experimentuaren emaitza ez zen izan elektroiaren kargarako balio bakarra lortzea. Alde batetik oso argi ageri zen, *Naturan behatutako kargak oinarrizko karga baten, hots,* ***karga-kuantu*** *baten berdinak edo balio anizkoitzekoak zirela*, alegia, karga *kuantizaturik* zegoela. Bestetik Millikan-ek aurkitu zuenez, elektroi guztiak

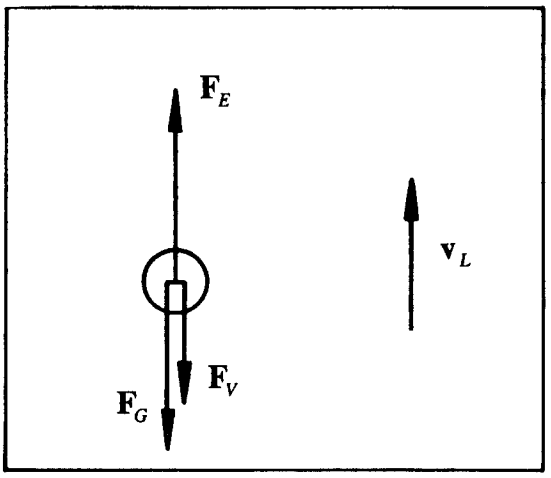
berdinak dira *karga* eta *masa* magnitudeei dagokienez, hau da, elektroia gaur egunean *oinarrizko partikula* deritzona zela.



22.1. irudia. Millikan-en experimenturako muntaia.

Oinarrizko experimentuan Millikan-ek **E** eremu elektriko bertikala ezarri zuen bi xafla horizontal eta paraleloren artean, eremua etengailu baten bidez jarri eta kendu egin zitekeelarik (ikus 22.1. irudia). Goiko xaflaren erdialdean zulo txikiak egin zituen, bertatik atomizadore batetan sorturiko olio-tantak pasa zitezkeelarik; eta gero, beraien higidura mikroskopio batez azter zitekeen. Tanta hauetariko gehienak, kargaturik geratzen ziren atomizadorearen ahotik pasatzean jasandako marruskaduraren kausaz.

Guk egingo dugun experimentua Millikan-ek diseinaturiko berbera ez denez (nahiz eta, izatez, erabiliko dugun tresneria oso antzerakoa den), ez dugu zehaztasun gehiagorik emango jatorrizko experimentuari buruz, eta, besterik gabe, teorikoki aztertuko dugu, tanta kargatuek (hots, esfera formakoek) plaka horizontaldun kondentsadorean duten konportamoldea.



22.2. irudia. Gorantz higitzen ari den olio-tantaren gaineko indarrak.

22.2. irudian, eremu elektrikoaren eraginpean gorantz higitzen ari den tantak jasaten dituen indarren eskema adierazi da. Indarrak honako hauek dira: $\mathbf{F}_E$ indar elektrikoa, $\mathbf{F}_G$ grabitatearen indarra eta $\mathbf{F}_V$ biskositatearen kausazko indarra, zeina beti ere higiduraren aurkakoa den. Idatz ditzagun indarrak explizituki.

Indar elektrikoa q kargaren gainean $\mathbf{E}$ eremu elektriko uniformeak eragiten duena da, hots,

$$\mathbf{F}_E = q\mathbf{E}. \qquad (22-1)$$

Elkarretik d distantziara dauden bi plaka paraleloren artean, beren arteko potentzial-diferentzia V deneko kasuan sorturiko eremu elektrikoaren moduluaren balioa, E, honakoa denez,

$$E = \frac{V}{d}, \qquad (22-2)$$

indar elektrikoaren modulua honelaxe adierazi ahal izango da:

$$F_E = \frac{qV}{d}. \qquad (22-3)$$

Bestalde, tantak r erradiodun eta ρ dentsitatedun esferak direla kontsideraturik, indar grabitatorioa era honetara adierazi ahal izango da,

$$\mathbf{F}_G = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \mathbf{g}, \qquad (22-4)$$

non $\mathbf{g}$ delakoa grabitatearen azelerazioa den.

Bukatzeko, azter dezagun biskositatearen kausazko indarra. Fluido ideal baten barnean gorputz solidoa abiadura txikiz higitzen denean, hurbilketa ona eginez, marruskadura-indarra abiaduraren proportzionala dela kontsidera daiteke, abiaduraren norabide berekoa eta aurkako norantzakoa. Beraz, ondokoa idatz dezakegu:

$$\mathbf{F}_V = -k\eta\mathbf{v}. \qquad (22-5)$$

Bertan ageri den k konstantearen balioak, gorputz solidoaren formaren menpekotasuna du. Adibidez, froga daitekeenez, r erradiodun esferaren kasuan,

$$k = 6\pi r \qquad (22-6)$$

da, erlazio honi *Stokes-en legea* deritzolarik. Bestetik, η delakoari *biskositate-koefizientea* deritzo. Aire lehorraren kasuan, 760 mm Hg presiopean, $\eta = 1.81 \times 10^{-5}$ Ns/m da. Zehazki hitz eginez, airea ez da fluido ideala, baina, hala ere, horrelakoa dela kontsideratuz ez da errore experimentala nabariki handiagotzen, eta, ordea, hurbilketa horrek kalkuluak errazteko balio du, biskositate-indarraren modulua honela idatz baitezakegu:

$$F_V = 6\pi\eta r v. \qquad (22-7)$$

Koordenatu-sistema aukeratzean goranzko norantza positibotzat harturik, eta negatiboki kargaturik dagoen esferaren gaineko indar elektrikoa goranzkoa dela suposatuz (ikus 22.2. irudia), m masadun esferaren higidura-ekuazioa ondokoa da:

$$F_E - F_G - F_V = ma. \qquad (22-8)$$

Ekuazio honetan F_E eta F_G indarrak konstanteak dira eta, beraz, azelerazio konstantea sortarazten dute, abiadura etengabe aldatuz, ondorioz F_V biskositate-indarra aldatuz. Modu honetan, (22–8) ekuazioko eskuin aldeko gaia anulatu egingo da noizbait, hots,

$$F_E - F_G - F_V = 0. \qquad (22-9)$$

Aldiune horretatik aurrera azelerazioa nulua da eta abiadura konstantea, aplikaturiko indarrak (elektrikoa eta grabitatorioa) eta biskositate-indarra orekan baitaude. Partikula etengabe norabide berean higituko da, abiadura konstantea mantenduz. Abiadura honi *muga-abiadura* deritzo, v_L. Printzipio fisiko hau jauskailuen kasuko berbera da, hegazkinetik jauzi egin ondoren, lurrera jauskailuari esker muga-abiadura ez handiegiaz hel daitekeelarik, indar grabitatorioak etengabe eragin arren.

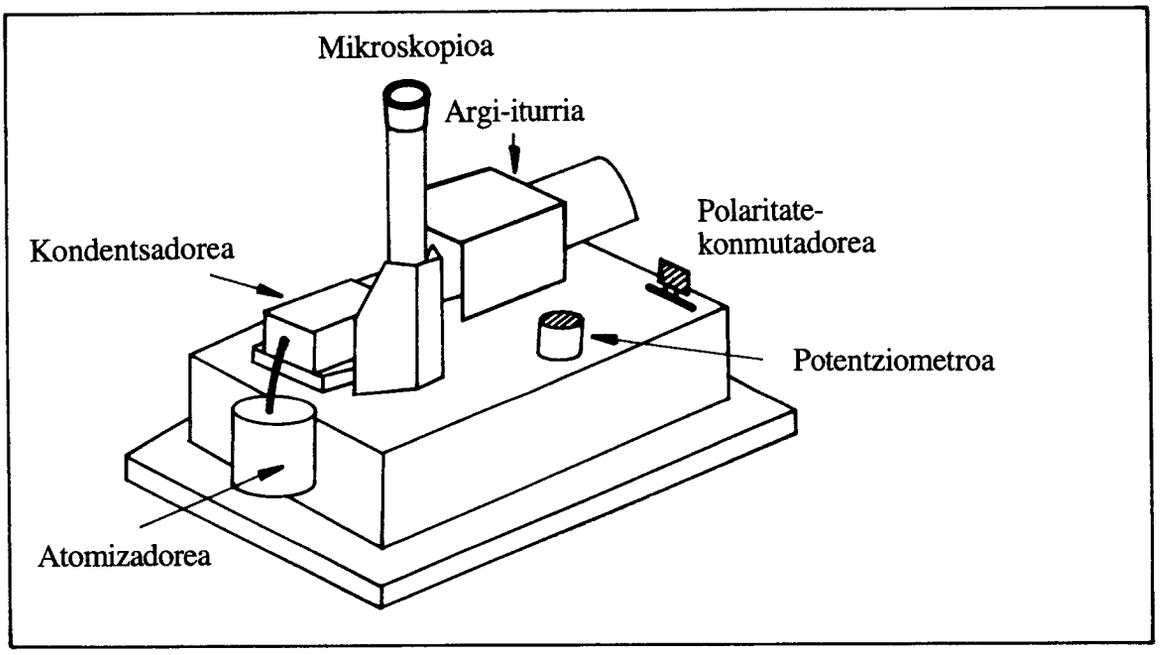
(22–3), (22–4), (22–7) eta (22–9) ekuazioak kontutan edukiz, neurgarriak diren magnitudeen bidez kalkulatzeko moduan bakan dezakegu esferaren karga elektrikoa:

$$q = d\frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g + 6\pi\eta r v_L}{V}. \qquad (22-10)$$

Praktika egitean v_L, V eta d neurtuko dira, (22–10) adierazpenean ageri diren beste aldagai guztiak finko edukirik. Millikan-ek eginiko experimentuarekiko desberdintasun garrantzizkoa honako hau da, alegia, esfera guztiak erradio berekoak izango direla; hori lortzeko, poliestirenoa erabiliko dugu, olioa erabili ordez.

Tresnaren deskribapena

Behean datorren 22.3. irudian ikus daiteke tresnaren deskribapen grafikoa, bertan multzoaren osagaien kokapena ageri delarik.



22.3. irudia. Erabiliko den tresnaren eskema.

Eragiketa-metodoa

Xaflen arteko voltaia 200 V inguruan doitu. Atomizadorearen bidezko bonbaketa egin, kondentsadorean partikula-lainoa sortzeko. Zenbait kasutan, poliestireno-esferak injektatu ondoren, segundo batzutan turbulentziak egotea gerta daiteke. Emaitzarik onenak, turbulentziak desagertu eta gero lortuko dira. **Partikularik bizkorrenak ikusteremutik desagertu arte itxaron behar da**; modu honetan eginez, astiro doazen partikulen abiadurak hobeto neurtu ahal izango dira. Partikulek konportamolde erratikoa baldin badute (eta hori, aipaturiko turbulentziak desagertu eta gero ere), elektrodoak edota elektrodoen arteko eskualdea polarizaturik egoteagatik izan daiteke; **kasu horretan irakaslearekin kontsultatzea da onena.**

Behin neurketarako partikula bat aukeratu ondoren, itxaron egin beharko da, mikroskopioko eskalako zatiketa-marka bertikal bat gurutzatu arte. Une horretan denbora neurtzen hasi behar da. Ahal bezainbeste zatiketa-marka bertikal gurutzatu ondoren, gelditu egin behar da kronometroa. **Zenbat eta marka gehiago gurutzatu, neurketa hainbat eta zehatzagoa izango da. Neurketarik onenak lortzeko modua, esfera berberarekin elkarren jarraiko neurketak eginez lortzen dira, hori posiblea**

denean. Neurketak 75 eta 100 tarteko aldiz errepikatu behar dira, abiadura txikiena duten esferekin egitera saiatuz. Ondoren, hurrengo lerroetan adierazita dagoen taularen antzeko bat egin:

Neurketa-zenbakia	Denbora (s)	Ibilitako distantzia (m)	Abiadura (m/s)

Aurreko taula osotu eta gero, grafiko berezia egin, ordenatuen ardatzean muga-abiadurak adieraziz, eta abszisetan neurketa-kopurua. Grafikoaren interpretazioa errazago gerta dadin, datuak abiadura gero eta handiagoen arabera ordenatzea komeni da. Zer esan daiteke grafiko horretan oinarriturik? Bertako puntuak mailaka ordenaturik ageri badira, zer ondoriozta daiteke? Non ageri dira mailak, abiadura handi ala txikien kasuan? Zer esan nahi du emaitza horrek?

Emaitzak elektrodoen artean dagoen eremu elektrikoaren balio bakarrerako lortu dira. Nola aldatuko litzateke lorturiko grafiko, experimentua egitean xaflen arteko tentsioari beste balio bat emango bagenio?

Lorturiko grafikoaren bidez, marraz bedi lerro horizontal bat abiaduren multzo bakoitzeko erdialdetik. Lerro horizontal horiek berdinki banaturik al daude? Zein da lerro-arteko batezbesteko tartea? Lorturiko emaitzak erabiliz, eta (22–10) ekuazioan oinarriturik, kalkula bedi elektroiaren karga eta estima bedi errorea.

Oharrak

- Tresna konektatuta dagoenean, ez ireki kondentsadorearen gelaska. Ireki aurretik, deskonekta bedi **voltaia handiko** iturria.

- Neurketak egitean, kontuz ibili, xaflen arteko potentziala gidoiko formuletan suposaturikoa izan dadin, alegia, eremu elektrikoa beheranzkoa izan dadin.

- Muga-abiadurak lortzeko, beharrezkoa da mikroskopioan beha daitekeen eskala erretikulatua kalibratzea, hots, erretikulako zatiketa-marka bakoitzak zenbat metro adierazten duen jakin behar dugu. Horretarako, *xaflak deskargaturik daudela*, baporizagailuaren goma sartzen den zulotik hagaska *isolatzaile* bat sartu behar da (zeinaren diametroa mikrometro baten laguntzaz ardura handiz neurtu den), mikroskopioan ikusi arte. Hagaskaren diametroa eskalaren zatiketa-marketan neurtuz, kalibratua lor daiteke.

- Hagaska berbera irudia fokatzeko ere erabil daiteke. Behin mikroskopioaren fokapen optimoaren posiziorako kalibratua egin ondoren, *ez da aldatu behar mikroskopioaren fokapena*, zeren zehazturiko eskala ez bailitzateke baliagarria izango.

- Kondentsadorearen xaflen arteko *d* distantziaren balioa ere behar da. Kalibre baten bidez neur daiteke zuzenki, edo bestela, xaflen artean dauden zatiketa-markak konta daitezke, eta lehenagoko kalibratua erabili.

23. praktika

Ordenadorea neurgailu modura erabilia. *I-V* kurba karakteristikoak

Helburuak

Praktika honen helburua, Fisikaren arloan neurketaren eta bertan lorturiko datuen analisirako sarrera egitea da. Zehatzago esateko, hiru elementu ezezagunen kurba karakteristikoak lortu eta interpretatu nahi dira. Halaber, praktika honen bidez lehenengo harreman bat bideratu nahi da, laborategietan datuak hartzeko erabili ohi den tresnarik arruntenarekin, ordenadorearekin, hain zuzen.

Tresneria

Ordenadoreaz gainera, korronte jarraiko sorgailua.

Sarrera

Jakina denez, karga askeak dituen material bati eremu elektrikoa aplikatzean, korronte elektrikoa sortzen da. Izatez, korronte hori karga-eramaleen higidura ordenatu bati dagokio, zeina higidura termiko desordenatuari gainezartzen zaion. Eramaleen fluxuaren azalera unitateko sekzio normala denbora unitatean zeharkatzen duen kargari, *korronte-dentsitatea* deritzo, **j** ikurraz adierazi ohi delarik eta ondoko eran azal daitekeelarik,

$$\mathbf{j} = \sum_i n_i q_i \mathbf{v}_i, \qquad (23-1)$$

non n_i delakoa bolumen-unitatean dauden i motako eramaleen kopurua den, q_i delakoa mota horretako eramaleen karga, eta $\mathbf{v}_i$ delakoa beraien batezbesteko abiadura. Korronte-dentsitatea **E** eremu elektrikoarekin erlazionaturik dago, **v** abiadurak **E** eremuarekin duen menpekotasunaren bidez. Magnitude bien arteko erlazioa ageri duen $\mathbf{j} = f(\mathbf{E})$ funtzioari *kurba karakteristikoa* deritzo, eta azterturiko materialaren barne-

egituraren ondorio zuzena da. $\mathbf{j} = f(\mathbf{E})$ funtzioa lineala deneko kasua oso sinplea da, propietate hori betetzen duten materialei *material ohmiko* deritzelarik. Hain zuzen,

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \qquad (23-2)$$

eran ageri den *Ohm-en legeak*, **E** eta **v** kantitateak proportzionalak direla baino ez du adierazten. Proportzionaltasunaren oinarria honetan datza, alegia, karga-eramaleak daudeneko sare kristalinoak, beraien gainean abiaduraren proportzional den 'biskositate-indarra' eragingo bailuen jokatzen duela. **v**-ren balioa higidura horren muga-abiadura baino ez da. Biskositate-indarraren jatorri mikroskopikoa, eramaleek sare kristalinoko atomoen kausaz pairatzen duten sakabanaketa da. Froga daitekeenez, biskositate-koefizientearen balioa m^*/τ da, non m^* delakoa eramalearen masa eraginkorra den eta τ delakoa talken arteko batezbesteko denbora.

Dena den, **v** eta **E**-ren arteko proportzionaltasunari buruz esandakoa orokorra den arren, horrek ez du esan nahi, Ohm-en legea beti baliagarria denik. Izan ere, lege hori betetzen ez duten materialak egon ba daude, σ delakoak aplikaturiko eremu elektrikoarekin duen menpekotasunaren kausaz (hauxe da material erdieroaleen kasua, adibidez). Halaber, kontutan hartzekoa da, ezen, kanpo-magnitude batzu aldatzean, σ parametroak —materialaren eroankortasunak— aldaketa handiak izan ditzakeela, esate baterako, tenperatura aldatzean. Agian, kasurik ikusgarriena supereroaleei dagokiena da, zeintzuak kritikoa den tenperatura batetik gora material ohmikoak diren, baina tenperatura kritikotik behera beraien eroankortasuna infinitua den.

Praktika honetan zirkuitu elektrikoetara konektaturik dauden hiru elementu ezezagun karakterizatu nahi dira, eta, posiblea bada, beraien izaera zein den asmatu. Horretarako, ordenadorez eginiko neurketen bidez, beraien kurba karakteristikoak determinatu beharko ditugu. Praktikaren planteamendua, neurtu behar deneko sisteman eta lorturiko neurketetan inolako manipulazio edo eskusartzerik ekidinez egin da. Sistema 'kutxa beltz' batetan sarturik dago, eta elkarrekintza posible bakarra, potentziometro baten bidez sarrerako tentsioan egin daitekeen aldaketa da. Bestalde, tekla bat sakatzean, neurketak automatikoki erregistratuko dira ordenadorearen memorian. Puntuen arteko tartean, tentsio/intentsitate datuak ordenadorearen pantailan agertuko dira. Modu honetan, etengabe hartuko dira neurketen fluktuazioak, eta beraien eboluzioa ere, horrela tekla sakatzeko une egokiaren aukera eta, beraz, neurtzearena, experimentatzailearen gogoaren arabera utzirik.

Egoera hau ikerkuntzako lan experimentaletan zehar sarri ageri direnen antzekoa da. Kasu bietan aldez aurretik ezezagunak diren faktoreak daude tartean. Halaber,

ekidinezinak diren fluktuazioek sorturiko errore aleatorioak gertatzen dira neurtzerako orduan, baina, aldi berean, ahal den neurrian ekidin behar diren desbideraketa sistematikoak ere ager daitezke (praktika egitean ikusiko den modura). Errore sistematiko horien kontrol-mailak (zeintzuetan experimentatzailearen subjektibotasuna ere sartzen den) erabakiko du emaitzen ontasun-maila. Prozesu egokia eginez, behaketak era objektiboan eta soilik azkenean azaldu edo interpretatu behar dira, adimena aldez aurretiko eraginetatik aske mantenduz, zeren eta aurreritziek emaitzak faltsutzera eraman baitezakete.

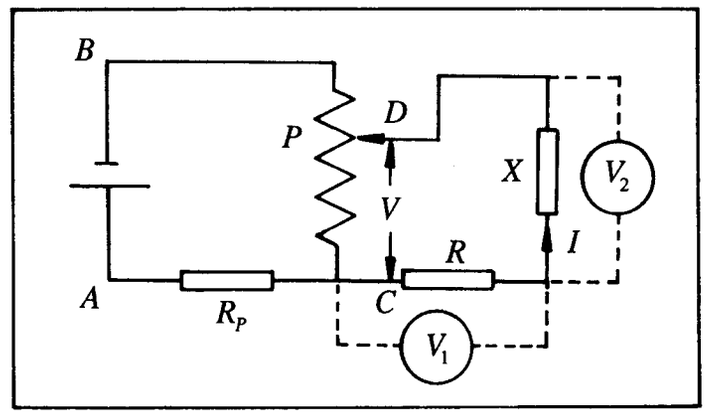
Azkenik, ikerkuntza zientifikorako metodoaren analogiarekin segituz, behaketen azalpena jadanik ezagunak diren eredu teorikoen bidez azaltzea proposatu da, edota oraindik ere ezezagunak direnen bidez (Fisika ikasketetako lehenengo mailan), horrek experimentatzailearen irudimena eta intuizioa jokoan ipiniko baititu.

Zer esanik ez, praktika erraz hau eskuz ere egin daiteke, bi multimetroren laguntzaz adibidez. Beraz, zergatik egin ordenadorez? Erantzuna ondokoa da: praktika honen bidez datuak biltzeko metodo bizkor, zehatz eta oso garestia ez dena sartu nahi delako, zeinaren bidez experimentatzaileak betebehar errutinario eta aspergarriak gaindi ditzakeen.

Tresnaren deskribapena

Atal honetan bai 'neurketaren objektua' eta bai 'datuak biltzeko tresna' ere deskribatuko dira. 'Neurketaren objektuari' dagokionez, bere barneko edukina ezezaguna den 'kutxa beltza' dela gogoraraziko dugu. Hala ere, neurtzen ari garena eztabaidatzeko ordurako gauzak argi edukitzeko, barneko zirkuitu misteriotsuaren osagaiei buruzko informazio pixka bat ematea komeni da. Zirkuitu horren eskema 23.1. irudian adierazi da. Bertan ikus daitekeenez, honako osagai hauek ditu:

- *AB* puntuen arteko tentsio finkoa duen korronte jarraiko sarrera.
- R_p delakoa, babespenerako erresistentzia.
- *P* potentziometroa, alegia, erresistentzia aldakorra, irudiko *CD* puntuen arteko *V* potentzial-diferentzia aldatzeko balio duena.
- *R* delakoa, erreferentziarako erresistentzia.
- *X* elementu ezezaguna.



23.1. irudia. Zirkuituaren eskema.

Irudiko tentsioei V_1 eta V_2 baderitzegu, eta X elementu ezezagunetik zirkulatzen ari den intentsitateari I baderitzogu, honako erlazioak izango ditugu:

$$I = \frac{V}{R+X}, \qquad (23-3)$$

$$V_1 = \frac{VR}{R+X} = IR, \qquad (23-4)$$

$$V_2 = \frac{VX}{R+X}. \qquad (23-5)$$

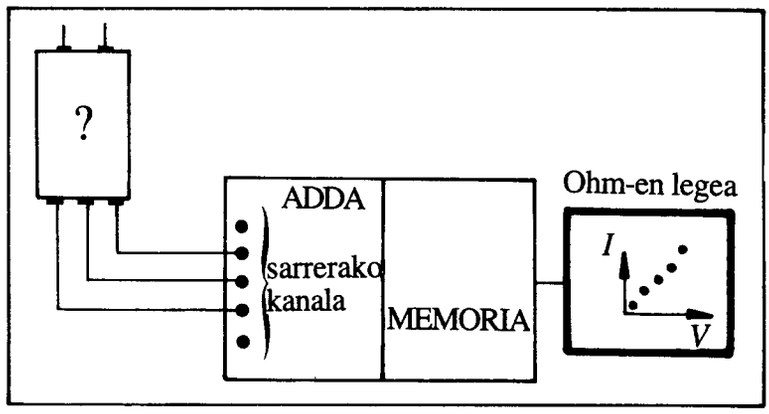
Beraz, grafiko cartesiarrean V_1 versus V_2 adierazirik, X elementuaren I-V kurba karakteristikoa lortuko dugu. Esan beharrik ez dago, ordenatuen ardatzean intentsitate hutsa adieraziko ez dugula, beraren proportzionala den magnitude bat baizik, baina gure helburuetarako hori aski da.

Garrantzizkoena ondoko puntuez konturatzea da:

- Experimentatzaileak sistemarekin duen elkarrekintza bakarra, potentziometroaren bidezkoa da, zeina V tentsioaren aldaketarako erabiliko den.
- Kasu honetan sistemaren erantzuna V_1 eta V_2 bi potentzial-diferentzietara mugatuko da.

Ordenadore baten bidez bai tentsio horien neurketa eta bai kurba karakteristikoaren adierazpen grafikoa egin nahi badugu, makinak bi kontaktu-mota oso desberdin izan beharko ditu 'kanpoko munduarekin', 23.2. irudiko eskeman ageri denez. Lehenengoa '*zirkuitu bihurtzailea*' izango da, tentsioaren balioa voltatan neurtuko duelarik eta

lorturiko zenbakia ordenadorearen memorian erregistratuko duelarik. Bigarren kontaktua *'programa'* bat izango da, zeinak aipaturiko zenbakiak erabili eta adieraziko dituen, pertsonak egokiro erabiltzeko moduan.



23.2. irudia. Ordenadorearen muntaiaren eskema.

Azter ditzagun zirkuitu bihurtzailearen zenbait ezaugarri. Teknikoki *bihurgailu analogiko-digitala* deritzo (argotean, *'txartela'*). Gure kasuan 'txartela' ordenadorearen barnean kokatuta dago, eta ADDA motakoa da, bihurpen analogiko-digitalerako 16 'sarrera-kanal' (AD) eta 'irteera-kanal' bat (DA) dituelarik; alegia, txartel honek 16 tentsio independente (sarreran) neur ditzake (ez aldi berean), eta korronte jarraiko tentsio-iturri modura joka dezake (irteeran). Edozein kasutan, tentsioen neurketa-maila 0÷9 V tarteko balio positiboetara mugatuta dago. Arrazoi horregatik 'kutxa beltz' hauek babespenerako erresistentzia bat dute, R_p, edozein modutan bertako tentsioak 9 V baino txikiagoak izan daitezen.

ADDA kanalak 12 bit-etakoak dira, hots, sarrerako kanaletako batek 9 V hartzean, emango den erantzuna, erabil daitekeen zenbakirik handiena izango da, alegia, $2^{12} = 4096$. Gainera, zenbaki honek mugatu egiten du neurketaren bereizmena, zeren eta 0 V-etarako erantzuna 0 bada eta 9 V-etarakoa 4095 bada, 0÷4095 eskalako unitate bakoitza $9/4096 \approx 2$mV tentsioari baitagokio.

Txartelak bihurpen analogiko-digitala egiteko (kanal bakoitzean) behar duen denborak, 60 μs balio du; hau da, txartel-mota hau nahiko motela da. Zer esanik ez, neurketaren denbora erreala handiagoa da, eta denbora horrek ez du soilik bihurgailuaren abiaduraren menpekotasunik, baizik eta horretaz gainera, kontutan hartu behar da halaber, datuen bereganaketa eta manipulazioa burutzen duen programan erabili den lengoaia (gure kasuan aski da Turbo-PASCAL deritzon lengoaia erabiltzea, zeina arruntki erabilia den).

Eragiketa-metodoa

Neurketekin hasi aurretik, kutxetako sarrera eta irteeretako konexioak egin behar dira. Horretarako honako pausoak eman behar dira:

A. Kutxako sarrerako konexioak:

- Elikadura-dorreko **konektore gorria** (+15 V), kutxan V(+) markaturik dagoen **konektorera**.
- Elikadura-dorreko **konektore berdea** (0 V), kutxan V(–) markaturik dagoen **konektorera**.

B. Kutxako irteerako konexioak:

- ADDA txarteleko **kable beltza** (ez banana beltza), $V_2(-)$ **konektorera**.
- ADDA txarteleko **kable urdina**, $V_2(+)V_1(-)$ **konektorera**.
- ADDA txarteleko **kable berdea**, $V_1(+)$ **konektorera**.

Konexioren bat desegokiro egiten denean, neurketak oker egongo dira.

Hemen adierazita dagoen eragiketa-metodoaren jarraipen hertsia garrantzizkoa da, ez soilik praktikaren burutzapen zuzenerako, baizik eta, aldi berean, erabiliko den materiala babesteko eta zaintzeko ere. Aipaturiko konexioak egin ondoren, ordenadorea piztuko da, bertan sistema eragilea eta neurketarako programa kargatuz. Ordenadorea piztu aurretik, goiko irakurgailuan 'OHM' etiketadun diskoa sartu behar da; jarraian, ekipoa piztu. Monitoreak eta ordenadoreak zeinek bere etengailua du. Sistemaren inizializazioa eta programen karga burutzeko, denbora pixka bat itxaron behar da.

Aurreko atalean azaldutako pausoak sekuentzia egokian eman badira, pantailan OHM izena agertuko da, eta jarraian, programaren aurkezpena. Ondoren, sistemak praktika egiten ari diren taldekideen izen-deiturak eta talde-zenbakia eskatuko ditu. Okerren bat egiten bada, **'backspace'** tekla sakatuz zuzen daiteke (tekla hori teklatuaren goiko eskuinaldeko muturrean dagoena da, eta beraren ikurra ezkerretarantz zuzenduriko gezia da). Lerro bakoitza egokiro bete ondoren, itzulera-tekla sakatuko dugu (hemendik aurrera **Intro** deituko diogu). Une horretatik programarekiko elkarrekintza has daiteke.

Programaren erabilera oso erraza da, erabilpen egokirako informatikazko ezagutza berezirik eduki behar ez delarik. Taldekideen izenak eta talde-zenbakia tekleatu ondoren, aukera desberdinak agertuko dira, multzo horri **menu nagusia** deritzogularik. Menu horretako **sarrera** desberdinak hauexek dira:

1.- Laguntza.
2.- Neurketa.
3.- Grafikoak ikusi.
4.- Datuak inprimatu.

Sarrera hauetako baten aukera, dagokion zenbakia tekleatuz egin daiteke, edo goranzko eta beheranzko teklen bidez gora edo behera higituz eta segidan 'Intro' tekla sakatuz.

Jarraian, menuko sarrera bakoitzaren funtzionamenduaren azalpena egingo dugu:

1.- *Laguntza.*

Gidoiaren atal honen bertsio laburtua da.

2.- *Neurketa.*

Izenak dioenez, neurketak egiteko aukeratu behar den sarrera da hau. Hasieran, ordenadoreak neurtu nahi dugun sistemaren izena zein den galdetuko du. Beraz, *neurtu behar den kutxari dagokion etiketan datorren kodea tekleatu behar da*, eta segidan **'Intro'** tekla sakatu. Ondoren, edozein aldiunetako tentsioaren eta intentsitatearen balioak agertuko dira monitorean. Sarrerako tentsioa kutxa bakoitzak duen potentziometroaren bidez alda daiteke. *Neurketa bera, nahi den unean tekla bat sakatuz egiten da. Kurba karakteristikoa 10 puntu soilik neurtuz geratu behar da ondo definiturik.* Burutuko den neurketari dagokion ordenazenbakia ere agertuko da pantailan. Neurtuko diren puntuak kontuz aukeratzea komeni da, neurketen multzoak sistemaren konportamoldea egokiro adieraz dezan. Aholku modura diogun, ezen (0,0) puntutik hastea komeni dela, tentsioa ordenatuki eta modu hazkorrean aldaturik.

3.- *Grafikoak ikusi.*

Behin hamar puntuak lortu ondoren, sarrera hau aukeratuz, puntu horien adierazpen grafikoa egin daiteke pantailan.

4.- *Datuak inprimatu.*

Aukera honekin grafikaren inprimaketa eta puntuen balio numerikoen zerrenda lortu ahal izango dira. Aldez aurretik, inprimagailua konektaturik dagoela ziurtatu behar da. Inprimaketa egin aurretik, emaitzak irakasleari erakustea komeni da.

Programatik irteteko, **'ESC'** tekla sakatu behar da.

Tekla hau praktika amaitu ondoren sakatu behar da soilik. Ordenadoreak ondoko mezua azalduko du, *'Disketeak irakasleari itzuli'*, zeina bete behar den, noski.

Txostenen prestaketa

Praktika honi buruzko txostenak ondoko hiru atalak izan beharko ditu:

- Neurturiko puntuen adierazpen grafikoak eta zerrendak. Puntu experimentalak lerro jarrai batez lotu beharko dira.
- Neurturiko hiru sistemetan eginiko behaketei buruzko iruzkin laburra, gertaera berezi edo ezustekoak azaldurik.
- Lorturiko kurbetan oinarriturik, kurba bakoitzaren kasuan puntuak hartzeko ordenan (zerrendan ageri dena) oinarriturik, eta, agian, aurreko ataleko ondorioetan oinarriturik, erabilitako hiru elementuen izaerari buruzko espekulazioak egin.

Halaber, eskertzekoa litzateke, praktika honen gidoiari eginiko kritika azaltzea, ulertzeko zailak gertatu diren atalak azpimarratuz. Praktika bukatu ondoko eritziak adieraztea ere interesgarria litzateke, garapen-fasean dagoen programa batekin egin baita lan.

24. praktika

Potentzial elektrostatikoaren mapak

Helburuak

Eroale-sistema batetako kurba ekipotentzialen eta eremu lerroen lorpena. Karga irudikarietako metodoaren baliogarritasuna adieraztea.

Tresneria

Elektrododun paper eroalea, tentsio-iturria (DC), multimetroa, orri karratudunak, txintxeta eroaleak, konexiorako kableak.

Oinarri teorikoa

Ohm-en legea betetzen den ingurune jarraietan indar elektroeragilerik ez badago, problema elektrostatikoak eta eroankortasunari buruzko problemak, parekotasun zuzena dute korronteak egonkorrak direnean, biek Laplace-ren ekuazioa betetzen baitute, hots,

$$\nabla^2\phi = 0, \qquad (24-1)$$

non ϕ delakoa potentzial elektrikoa den, hots,

$$\mathbf{E} = -\mathbf{grad}\phi. \qquad (24-2)$$

Inguruneen arteko muga-baldintzak parekoak dira bi sistemetan. Hau da, korrontea egonkorra denean, ingurune jarraien arteko muga-baldintzak idazteko, $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$ desplazamendu elektrikoa $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$ korronte-dentsitateaz ordezkatzea aski da. Beraz, $\mathbf{D}$ edo $\mathbf{j}$-ren osagai normalak eta $\mathbf{E}$-ren osagai tangentzialak jarraiak dira bi inguruneak banatzen dituen gainazalean.

Bi sistemek Laplace-ren ekuazioa betetzen dutenez (ekuazio berberek soluzio berberak dituzte), korronteen banaketak ebazteko, elektrostatikan erabilitako teknika berberak erabil daitezke. Bestaldetik, aurkakoa ere egin daiteke, hots, problema elektrostatikoaren pareko eroale ohmikoen eredua eraiki, eta, experimentalki, eroale-sistema horren lerro ekipotentzialak mugatuz problema elektrostatikoa ebatzi. Honelako eredua, kanpoko iturriez elikaturiko elektrodo metaliko desberdinak eroankortasun makaleko (paper eroalea) ingurune batetan ipiniz eraiki daiteke. Aipaturiko ereduan, eroankortasunen bereizketa oso handia izanik, eroale metalikoak gainazal ekipotentzialtzat har daitezke eta voltimetro baten bidez, eroankortasun makaleko ingurunean potentzialaren banaketa neurtu. Beraz, parekotasuna kontutan edukiz, neurturiko potentzial-banaketa problema elektrostatiko baliokidearen mapari dagokio.

Neurketa-era

Praktikan proposaturiko geometriei dagozkien kurba ekipotentzialak eta eremu-lerroak mugatzeko, paper eroalea daukazue. Bertan, geometriak irudikaturik daude tinta eroalearen bidez, eta elektrodoen arteko potentzial-diferentziak sor daitezke korronte jarraiko iturriaren bidez. Neurketak egiteko multimetro bat eta berarekin loturiko bi punta daude, papereko edozein bi punturen arteko potentzial-diferentzia mugatzeko.

Praktikaren garapena

a) Hauta ezazue erabili behar den elektrodoen konfigurazioa. Ipin ezazue elektrodo bat zero potentzialean ("lurra" edo GND tentsio-iturrian), eta bestea V potentzialean (laborategiko irakasleak V-ren balioa zein den esango dizue).

b) Lot itzazue elektrodoak tentsio-iturrian (DC) 5÷20 V_{dc} tartean, konexiorako kableen bidez. Horretarako, txintxeta metalikoez lagundurik konexiorako kableen muturrak elektrodoetan eutsiko dituzue. Txintxetek, elektrodoa, paper eroalea eta kortxozko oinarria zeharkatu beharko dute, lotura zurruna izan dadin. Konexio-kablearen muturrak eta elektrodoak kontaktu elektriko ona egiten dutela ziurtatu. Konexio kableen beste muturrak (bananak) tentsio-iturrira (DC) lotuko dira.

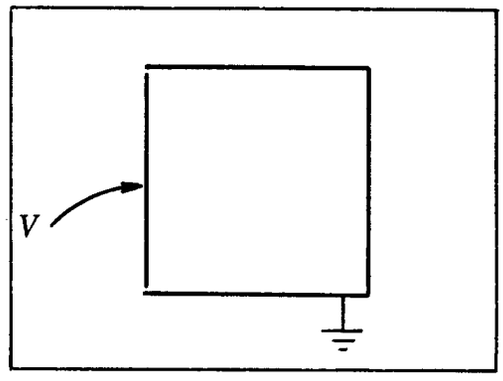
c) Ziurta ezazue eraikitako sistema ongi dabilela. Horretarako, tentsio-iturria (DC) lotu ondoren, multimetroaren (ziurtatu neurketa-mota zein tartea aproposak direla) bidez neurtu egin beharko dituzue elektrodo berberaren bi punturen arteko potentzial-diferentzia eta bi elektrodoen artekoa.

d) Lerro ekipotentzialak ondoko eran irudikatuko dira:

- Multimetroren mutur bat zero potentzialeko elektrodoarekin lotuz (erreferentzia gisa lan eginik) eta beste muturra papereko edozein puntuan lotuz, puntu horretako potentziala neurtzeko balioko du.

- Lerro ekipotentziala irudikatzeko, multimetroaren muturra paperean, puntuz puntu higituz, irudikatu nahi den ekipotentzialaren balioa aurkituko duzue. Potentzialaren balio horretako puntu gehiago lortzeko, potentziala konstante mantentzen den norabidean higituko duzue multimetroaren muturra. Puntu horiek orri karratudunean markatuz eta puntu guzti horiek lotuz, lerro ekipotentziala marrazturik agertuko da.

e) Eremu-lerroak irudikatzeko, aldi berean erabiliko dira multimetroaren bi muturrak (mutur biak zinta eranskorraz lotzea oso egokia izaten da). Potentzial elektrikoaren aldaketa maximoa adierazten duen norabideak, hots, bere gradientearen norabidea, bat etorriko da eremu elektrikoaren norabidearekin. Mutur bietatik, ipin ezazue multimetroaren erreferentziari dagokiona elektrodo baten hurbiltasunean. Bira ezazue beste muturra, erreferentziako muturraren inguruan potentzialaren aldaketa maximoa aurkitu arte, eta marraz ezazue gezi bat norabide horretan. Ondoren, koka ezazue gezi horren muturrean erreferentzi muturra eta errepika ezazue aipaturiko prozesua. Era honetan, eremu elektrikoaren lerro bat marraztu ahal izango duzue. Elektrodoen hurbiltasuneko puntu desberdinak aukeratuz, erabilitako sistemaren eremu elektrikoaren mapa eraikiko duzue.

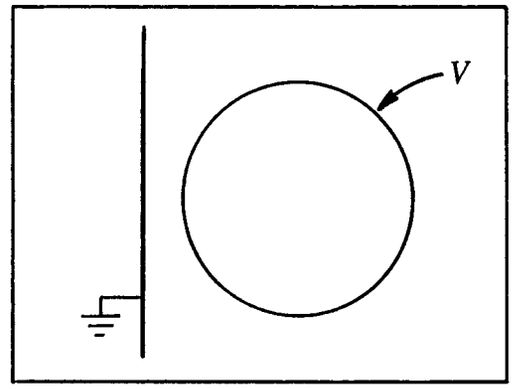


24.1. irudia. Kutxa karratuaren egitura.

Proposaturiko geometriak

a) Kutxa karratuaren egitura.
Karratuaren hiru alde $V = 0$ potentzialean daude, eta horiei konektatu gabe dagoen laugarren aldea, V potentzialean (ikus 24.1. irudia).
Laplace-ren ekuazioa geometria honetan oso erraz ebatz daiteke, metodo numerikoak erabiliz.

- Konpara bitez experimentalki neurturiko potentzialak barne-eskualdean eraikitako 4x4 sareko puntuetan bide numerikoa jarraituz puntu berberetan lorturikoekin. Estimatu eta eztabaidatu lorturiko errorea.



24.2. irudia. Lerro zuzena eta zirkunferentzia.

b) Lerro zuzena eta zirkunferentzia.
Zero potentzialeko lerro zuzena V potentzialeko zirkunferentziaren aurrean jarriko da, 24.2. irudian ageri den moduan.

- Karga irudikarien ereduan oinarriturik, zein beste karga-banaketak deskriba lezake lerroa eta zirkuferentziaren arteko eskualdean neurturiko potentziala?

- Estima ezazue karga irudikarien ereduaren baliogarritasuna, experimentalki neurturiko emaitzak aipaturiko ereduak proposaturiko karga-banaketak sorturikoekin.

25. praktika

Eremu eta potentzial elektrostatikoaren mapak

Helburuak

Karga-banaketa sinpleetako eremu eta potentzial elektrostatikoaren ikerketa, gehien erabilitako adierazpen hurbilduen baliagarritasuna ikusteko.

Tresneria

Ordenadorea, karga puntualen multzoetarako kalkulu-programa

Oinarri teorikoa

Hainbat kasutan, karga-multzo bati dagozkion eremu eta potentzial elektrostatikoaren adierazpen zehatzak, adierazpen egokien bidez hurbil daitezke. Adibidez, garapen multipolarra oso erabilgarria da baliagarria den eskualdetan, hots, eremuaren iturria banaketaren neurriarekiko distantzia handietara dagoenean, hain zuzen ere. Beste hainbat kasutan, berriz, karga elektrikoa lerro edo gainazaletan soilik banaturik dagoela kontsidera daiteke, era honetan kalkulua erraztuz. Bereziki, banaketa infinituraino hedatzen dela suposa daitekeenean, hots, distantzia laburretara, azken kontsiderazio hori oso egokia da.

Aipaturiko hurbilketen adibidetzat, **p** momentudun dipolo puntualak **r** distantziara sortzen duen potentzial elektrikoa,

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}{r^3} \qquad (25-1)$$

adierazpenaren bidez eman daiteke, edo λ karga-dentsitate linealdun lerro zuzen bukaezinari dagokion potentzialaren adierazpena,

$$V(\mathbf{r}) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln r + \text{ktea} \qquad (25-2)$$

eran azal daiteke.

Lan-metodoa

Erabilitako programak, gehienez 8 karga puntualetako multzoak sorturiko eremu eta potentzial elektrikoak kalkula eta irudika ditzake. Erabiltzeko, ordenadorea piztu ondoren disketea ipinirik, 1 opzioa aukeratzea ("sistemak") nahikoa da. Erabilera-aginduak karga elektrikoen eta eremuen azalpenekin batera azaltzen dira pantailan. Hala ere, agindu nagusiak ondokoak dira:

KURTSOREA: geziei dagozkien teklen arabera pantailan barrena higi daiteke.

C TEKLA: kurtsorea kokaturik dagoen tokian karga bat ipintzea onartzen du (beraren balioa segidan tekleatu behar da).

V TEKLA: kurtsorea kokaturiko posizioan potentzialaren balioa lortzen du behin sakatuz, eta eremuaren osagaienak, berriz, birritan sakatuz.

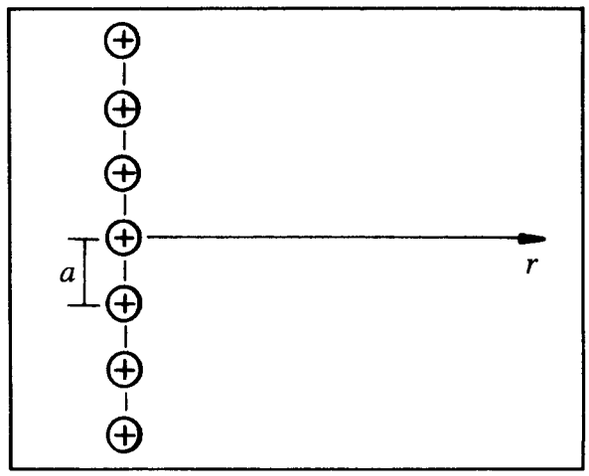
L TEKLA: kurtsorea kokaturik dagoen posiziotik pasatzen den eremu-lerroa irudikatzen du.

E TEKLA: kurtsorea kokaturik dagoen posiziotik pasatzen den potentzial-lerroa irudikatzen du.

S TEKLA: kurtsoreari dagokion urratsaren balioa segidan sakatuz, 10, 5 eta 1 tartean alda dezake.

F TEKLA: eremu-lerro adierazgarrienen mapa irudikatzen du.

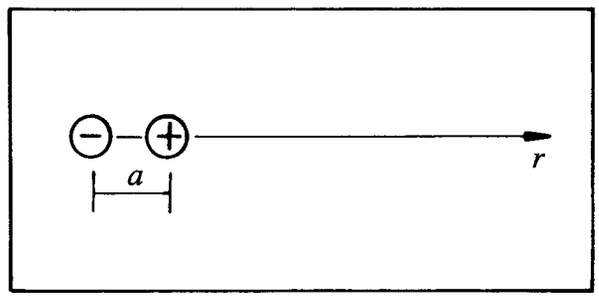
E TEKLA: lerro ekipotentzial adierazgarrienen mapa irudikatzen du.



25.1. irudia. Zazpi karga berdinen banaketa.

Praktikaren garapena

a) Eraiki ezazue 25.1. irudiak adierazten duen erako eta balio berbereko 7 kargez osoturiko banaketa, $a = 20$ urrats izanik. Marraz ezazue potentzialaren banaketa. Iker ezazue potentzialaren aldaketa irudiko r norabidean barrena, beraren balioa $1/r$ eta $\ln r$ funtzioen arabera adieraziz.
Noiz da baliagarria karga-banaketa linealaren hurbilketa, hots, (25–2) adierazpena? Zein da lorturiko r-rekiko menpekotasuna, $r << a$ eta $r >> a$ direnean?



25.2. irudia. Dipolo elektrikoa.

b) Eraiki ezazue dipolo "erreal" bat, a distantziaz banaturiko magnitute berbereko eta aurkako zeinuko bi karga elektriko erabiliz (ikus 25.2. irudia). Irudika itzazue eremu eta potentzialaren banaketak. Iker ezazue potentzialaren aldaketa irudiko r norabidean barrena, eta konpara itzazue lorturiko balioak (25–1) adierazpenaz lorturikoekin.
$1/r^2$ -rekiko menpekotasuna zein distantzi tartetan da baliagarria?

c) Eraiki itzazue beste karga-banaketa sinple batzu (kuadrupolo lineala, balio desberdineko baina zeinu bereko bi kargen sistema, triangelu ekilateroan kokaturiko hiru karga berdinen sistema, eta abar) eta irudika itzazue dagozkien eremu- eta potentzial-lerroak.

26. praktika

Magneto eta harilen eremu magnetikoa

Helburuak

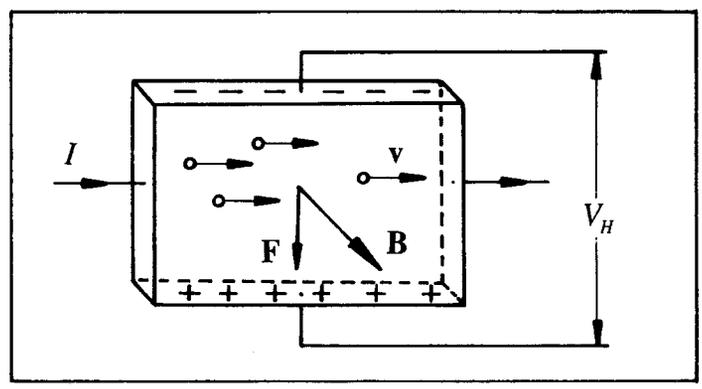
Magneto eta harilek sorturiko eremu magnetikoen neurketa, Hall efektuaren bidez. Korronte-intentsitate eta eremu magnetikoaren arteko proportzionaltasunaren frogapena, harileko ardatzean zeharreko eremuaren aldaketa distantziaren arabera aztertuz. Hurbilketa dipolarraren baliagarritasunaren frogapena magneto iraunkor baten kasurako, momentu magnetiko eta magnetizazioaren kalkulua eginez.

Tresneria

Magneto iraunkorra, harila, elikadura-iturria, amperemetroa, Hall efektuaren gaussmetroa.

Oinarri teorikoa

Eremu magnetikoak I korrontea daroan materialeko karga-eramaleen gainean duen eragina kontutan edukiz, oso erraza da beraren balioa neurtzea (ikus 26.1 irudia).

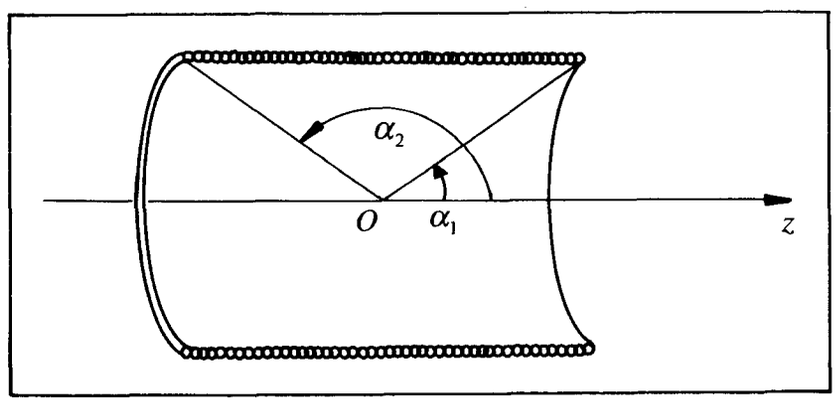


26.1. irudia. Hall efektuaren azalpena.

$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ balioa ducn Lorentz-en indarrak karga-eramaleak norabide perpendikularrerantz desbideratzen ditu, bai korrontearekiko eta bai eremuarekiko, eta, ondorioz, V_H potentzial-diferentzia (Hall tentsioa) agertzen da. Potentzial-diferentzia hau **B** eremuaren proportzionala denez, beraren neurketaz eremuaren balioa kalkula dezakegu.

Beraz, behar bezala kalibraturiko neurgailu baten bidez, errazki muga daitezke harilek zein magnetoek sortzen dituzten eremuak. Lehenengo kasuan puntu konkretu baten eremua hariletik dabilen korrontearen proportzionala da (Biot eta Savart-en legea). Lege honen bidez eta ondorengo adierazpena erabiliz, 26.2. irudian azaldutako N espiradun eta L luzerako haril edo solenoidearen ardatzeko eremua kalkula daiteke, ondoko emaitza lorturik:

$$B_z = \mu_0 I \frac{N}{L}\frac{1}{2}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2). \qquad (26-1)$$



26.2. irudia. N espiradun eta L luzerako harila.

Magneto iraunkorraren kasuan, berriz, **M**, magnetizazioa korronte-sistema baten baliokidea da (korronte atomikoak edo amperearrak). Hala ere, distantzia handietara magnetizazioa $\mathbf{m} = V\mathbf{M}$ baliodun momentu magnetikotzat har daiteke, non V delakoa magnetoaren bolumena den, beronen magnetizazioa uniformea dela kontsideraturik. Kasu honetako eremua ondokoa da:

$$B(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{3(\mathbf{m}\cdot\mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{m}}{r^3}\right). \qquad (26-2)$$

Neurketa-era

Hall efektuan oinarrituriko gaussmetroaren erabilerara mugatuko da. Beraren erabilera praktika honen amaierako eranskinean ageri da.

Oharra: Harilak behar bezala erabiltzearren, ez gainditu onar dezaketen intentsitate maximoa (0.5 *A*-takoa). Horretarako, elikadura-iturriaren korrontea mugatzeko duen agintailua erabili.

Praktikaren garapena

a) Harilaren eremu magnetikoa.

- Ipin ezazue gaussmetroaren zunda harilaren erdian, eta korronte-intentsitatearen araberako eremua neurtu. Adieraz itzazue grafikoki lorturiko datuak, korrontearen eta eremuaren arteko linealtasuna egiaztatuz, eta K proportzionaltasun konstantea kalkulatuz:

$$B = KI. \qquad (26-3)$$

  Konpara ezazue balio hori N/L (espira-kopurua/luzera) erlazio berbera duen solenoide infinituan lortuko zenarekin. Harilaren luzera erreala kontutan hartuz gero ((26–1) adierazpena), zein mailatan hobatzen da konparaketa?

- Gaussmetroaren zunda harilaren ardatzean barrena higituz, azter eta irudika ezazue eremu magnetikoaren aldaketa espaziala.

b) Magnetoaren eremu magnetikoa.

- Aurki ezazue ferritaren magnetizazioaren gutxi gorabeherako norabidea eta magnitudea. Horretarako, neur ezazue ferritaren gainazaleko eremu magnetikoa, eta kontutan eduki polo magnetikoen gainazal-dentsitatea ondokoa dela:

$$\sigma_M = \mathbf{M} \cdot \mathbf{n}, \qquad (26-4)$$

  non $\mathbf{n}$ delakoa gainazalaren bektore unitarioa den. σ_M gainazal-dentsitatea duen plano infinitu batek sortzen duen eremua, hauxe da:

$$B = \frac{1}{2}\mu_0 \sigma_M. \qquad (26-5)$$

Metodo hau doitasun handikoa al da?

- Muga bedi **M** magnetizazioaren norabideko eremu magnetikoa magnetoaren zentrutiko distantziaren arabera. (26–2) adierazpeneko hurbilketa dipolarra zein tartetan baliagarria den frogatzeko, adieraz ezazue behaturiko eremuaren aldaketa $1/r^3$-aren arabera .
  Hurbilketa baliogarria den eskualdean (ohar zaitezte **m**-rekiko paraleloa den **r** norabidean barrena neurtu dela), lor ezazue $B/(1/r^3)$ lerro zuzenaren malda eta beraren bidez magnetoaren momentu magnetikoa.
  Magnetoaren neurriak $2.5 \times 3 \times 4$ cm^3 izanik, zein izango da magnetizazioaren balioa? Konpara ezazue balio hau lehen lorturiko balioarekin, hots, gainazalean neurturiko eremuaren bidez lorturikoarekin.

- Hurbilketa dipolarra baliagarria den eskualdearen barnean distantzia finko bat aukeratu eta bertan kalkula ezazue eremu magnetikoaren norabidea eta osagai erradialaren balioa, **r** eta **m** bektoreek osoturiko θ angeluaren arabera. Konpara itzazue lorturiko emaitzak (26–2) adierazpenak aurresandakoekin. Adierazpen horren osagai erradiala eta polarra honela idatz daitezke:

$$B_r = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2m}{r^3}\cos\theta, \qquad (26-6)$$

$$B_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m}{r^3}\sin\theta, \qquad (26-7)$$

26. praktika. Eranskina: Hall efektuan oinarrituriko gaussmetroaren erabilera

1.– Zunda ongi konektaturik dagoela ziurtatu behar duzue. Horrela ez bada, neurgailua piztean, **PROBE** hitza keinuka azalduko da.

2.– Piztu ezazue neurgailua, etengailua **ON** posizioraino eramanez. Une batez 000 ageriko da pantailan. Ondoren eta keinuka **CAL NO**, kalibraketa-zenbakiak 000 zenbakia ordezkatzen duen unerarte. Ageri den kalibraketa-zenbakiak zundaren konektorean idatzirik dagoenarekin bat badator, **ENTER/RESET** sakatu eta jarrai ezazue neurgailuaren egokitzapenarekin. Bestela irakasleari deitu.

3.– Ondoren **ZERO PROBE** keinuka ageriko da eta kalibraketa zenbakia "—-"-z ordezkatua izango da. Sar ezazue zunda eremu nuluko ganbararen hondoraino eta saka ezazue **ZERO "PB"** botoia.
Neurgailuak 00.0 edo hurbileko balioren bat adieraziko du eta orduan neurketako eskalan ipin daiteke (Gauss unitatetan). Neurgailua prest dago neurtzeko. (Neurria teslatan gura bada, behealdeko **GAUSS/TESLA** botoia sakatu).

4.– Neurketa-eskala, neurtu nahi dugun eremuarena baino txikiagoa bada, **OVER** hitza azalduko da eta zenbakiak **EEE** errore bilakatuko dira! Neurgailua era automatikoan badago, segundo-pare batetan eskala aldatu egingo da, irakurketa egokitu arren.
Neurgailua eskuzko eran badago, berriz, **RANGE/CAL NO** botoia sakatu beharko da eskala handitzeko.

Ezaugarriak eta berezitasunak

Gaussmetroa eta zunda

Neurketa-eskalak:	200 G, 2 kG, 20 kG 20 mT, 200 mT, 2 T
Bereizmena:	0.1 G / 0.01 mT
Doitasuna:	Irakurketaren DC±2% eta ± 2 digitu. Irakurketaren AC(45 Hz-100 Hz) 2,5% eta ±2 digitu (±0.075% /ºC, 25 ºC-tik aurrera)
Eremuaren norantza:	Irakurketa positiboak neurturiko eremua geziaren norantzari darraiola esan gura du. Irakurketa negatiboen kasuan eremuaren norantza aurkakoa izango da.

27. praktika

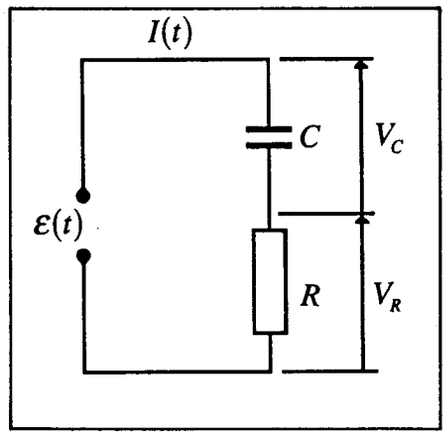
RLC zirkuituetako erregimen iragankorra

Helburuak

RLC eta *RC* zirkuitu deribatzaile eta integratzaileen erantzun iragankorraren ikerketa. Osziloskopioaren erabilera denbora eta anplitudeen neurketetarako.

Tresneria

Osziloskopioa, uhin karratuaren sorgailua, zirkuituak egiteko osagaiak eta konexiorako kableak.



27.1. irudia. *RC* zirkuitua

Oinarri teorikoa

a) ***RC zirkuituak.***

RC zirkuituen (27.1. irudia) magnitudeen arteko lotura zuzentzen duen adierazpena ondoko ekuazio diferentziala da:

$$\mathcal{E}(t) = V_R + V_C = IR + \frac{Q}{C} = IR + \frac{1}{C}\int I dt, \qquad (27-1)$$

non $\mathcal{E}(t)$ aplikaturiko indar elektroeragilea, Q kondentsadorearen karga eta $I = dQ/dt$ korronte-intentsitatea diren.

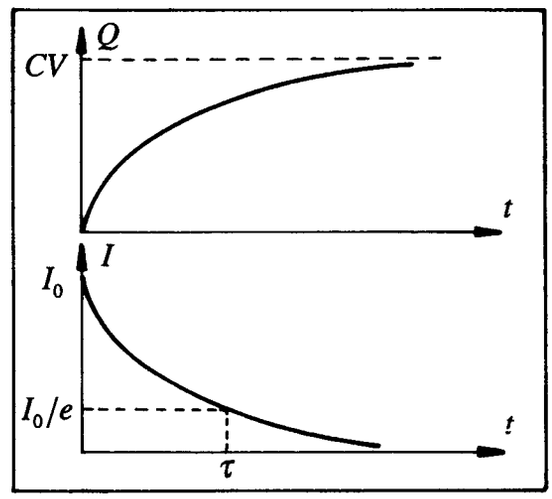
Aurreko ekuazioa honela ere idatz daiteke:

$$R\frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \frac{d\mathcal{E}}{dt}. \qquad (27-2)$$

Indar elektroeragilea konstantea denean, hots, $\mathcal{E} = V$, hau da, $d\mathcal{E}/dt = 0$ denean, adierazpen hori oso sinplea da, kasu honetan *ekuazioa homogenoa* delarik. Ekuazio homogenoaren soluzioek batetik kondentsadoreko kargaren $Q = CV$ orekaguneranzko hurbilketa exponentzialaren *erregimen iragankorra* deskribatzen dute, eta intentsitatearen zeroranzko hurbilketa bestetik, $\tau = RC$ denbora-konstanteaz (27.2. irudia):

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \qquad (27-3)$$

non $I_0 = \dfrac{V}{R}$ den.



27.2. irudia. Kondentsadorearen kargaren eta intentsitatearen denborarekiko eboluzio exponetzialak.

Kasu interesgarri bi aztertuko dira:

i) *Zirkuitu deribatzailea*

Zirkuituaren denbora-konstantea txikia bada (R eta C txikiak) erresistoreko tentsio-erorketa kondentsadorean dagoenarekiko arbuiagarria da, alegia,

$$V_R = RI(t) << \frac{1}{C}\int I(t)dt. \qquad (27-4)$$

Beraz, $V = \mathcal{E}(t)$, hots, aplikaturiko tentsio osoa, kondentsadorean agertzen da, eta intentsitatea nagusiki kapazitateaz mugatuta dago,

$$\mathcal{E}(t) \approx \frac{1}{C}\int I(t)dt \quad \Rightarrow \quad I(t) = C\frac{d\mathcal{E}}{dt}, \qquad (27-5)$$

eta, beraz, erresistoreko tentsioa, praktikoki, aplikaturiko tentsioaren deribatuaren proportzionala da:

$$V_R(t) = RI(t) \approx RC\frac{d\mathcal{E}(t)}{dt}. \qquad (27-6)$$

ii) *Zirkuitu integratzailea*

Zirkuituaren denbora-konstantea handia bada (R eta C handiak) kondentsadoreko tentsio-erorketa arbuiagarria da erresistorekoarekin konparaturik,

$$V_C = \frac{1}{C}\int I(t)dt << RI(t), \qquad (27-7)$$

eta intentsitatearen balio oso hurbildua ondokoa da:

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}(t)}{R}. \qquad (27-8)$$

Beraz, kondentsadoreko tentsioa, praktikoki, aplikaturiko tentsioaren integralaren proportzionala da:

$$V_C(t) \approx \frac{1}{RC}\int \mathcal{E}(t)dt. \qquad (27-9)$$

Ikus daitekeenez, (27–6) eta (27–9) adierazpenak lortzean, ez dugu indar elektroeragilearen konstantetasuna ezertarako erabili. Beraz, lorturiko emaitza baliagarria da edozein motatako iturrietarako.

b) ***RLC zirkuituak.***

RLC zirkuituen (27.1. irudia) magnitudeen arteko lotura zuzentzen duen adierazpena, ondoko ekuazio diferentziala da:

$$RI + L\frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = \varepsilon(t) = \text{ktea} \qquad (27-10)$$

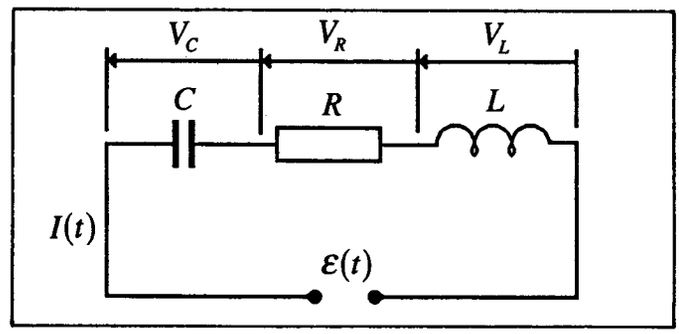
edo

$$R\frac{dI}{dt} + L\frac{d^2I}{dt^2} + \frac{I}{C} = 0. \qquad (27-11)$$

Ekuazio hauek soluzio oszilakorrak dituzte, maiztasunak ondokoak izanik:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}. \qquad (27-12)$$

Anplitudeak, berriz, denboran zehar gutxituz doaz (indargeturiko oszilazioak).



27.3. irudia. *RLC* zirkuitua.

(27–10) adierazpena kontutan hartuz, indargetzea oso handia bada, oszilaziorik ez dagoela errazki ohar gaitezke, hots,

$$\frac{R^2}{4L^2} \geq \frac{1}{LC}. \qquad (27-13)$$

Bi horien arteko berdintasuna betetzen denean, indargetzea kritikoa dela esan ohi da, soluzioa exponentzial hutsa delarik.

Neurketa-era

Oszilazioen maiztasunak eta denbora-konstanteak lortzeko anplitudeak eta denborak, balioen tarte handietan neurtu behar dira. Neurketa hauetarako neurgailu aproposena

osziloskopioa da, dudarik gabe. Pantailan agerturiko irudia hain tarte laburrean azaltzen denez, fenomeno iragankorren ikerketa ez dirudi erraza izan daitekeenik. Hala ere, prozesua nahi dugun eran errepika dezakegu, sistema oreka-baldintzetara iritsi dela ziurtatzeko denbora-tarte behar adineko luzea itxaron ondoren. Metodo honetan, aipaturiko baldintzak bete daitezen, kitzikatzaile moduan maiztasun txikiko (100÷500 Hz) uhin karraturen sorgailuak erabiliko ditugu.

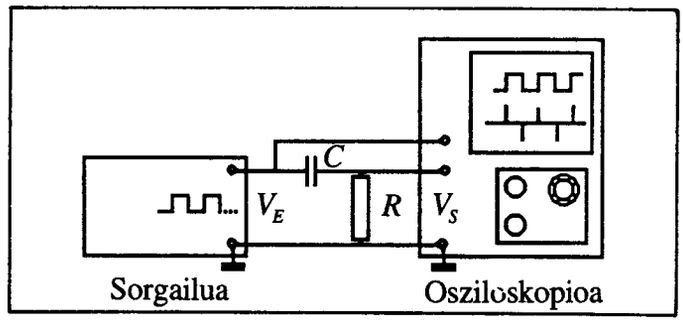
Osziloskopioaren erabilerari buruz, 18. praktikako eranskinera, tresnen erabilpenaren esku-liburuetara eta lehen mailako praktiketara zuzentzen zaituztegu. Erroreen kalkulurako osziloskopioaren sarrera-inpedantzia kontutan hartu behar da.

Praktikaren garapena.

a) ***RC zirkuitu deribatzaileak.***

Eraiki ezazue $R = 1\ \text{k}\Omega$ eta $C = 10$ kpF erabiliz 27.4. irudiko zirkuitua, eta aplika iezaiozue 500 Hz-etako maiztasuneko seinale karratua. Araka itzazue osziloskopioan sarrerako (V_E) eta irteerako seinaleak (V_S = erresistoreko seinalea).

Zirkuitu honen jokaera deribatzailearena al da? Zirkuituaren denbora-konstantea teorikoki kalkulatuz, froga ezazue deribatzailea dela. Korrontea hasierako $0.36/e$ balioraino erortzeko behar den denbora-tartea neurtuz, lor ezazue experimentalki konstante hori. Konpara ezazue irteerako seinalea sarrerakoaren deribatu idealarekin.



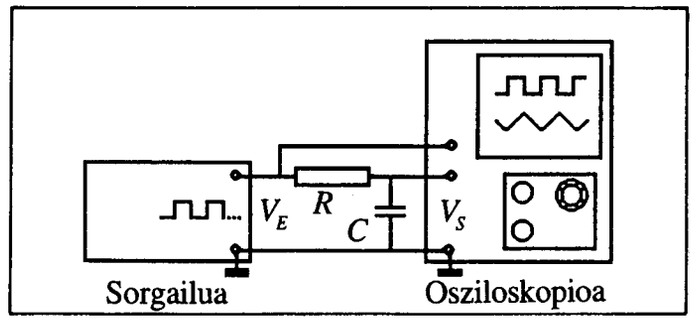
27.4. irudia. Zirkuitu deribatzailearen eskema.

Azter ezazue zirkuituaren jokaera R eta C osagaien ondoko balioetarako: i) $R = 10\ \text{k}\Omega$ eta $C = 10$ kpF ii) $R = 330\ \text{k}\Omega$ eta $C = 10$ kpF.

Irudika itzazue paper milimetratuan sarrerako eta irteerako seinaleak, proposaturiko hiru kasuetan.

b) ***RC zirkuitu integratzailea***

Eraiki ezazue 27.5. irudiko zirkuitua eta aurreko kasuan bezala ikertu eta irudikatu paper milimetratuan irteerako seinalea aipaturiko hiru kasuetan. Integratzaile modura, zein kasutan jokatzen du zirkuituak? Justifika ezazue.

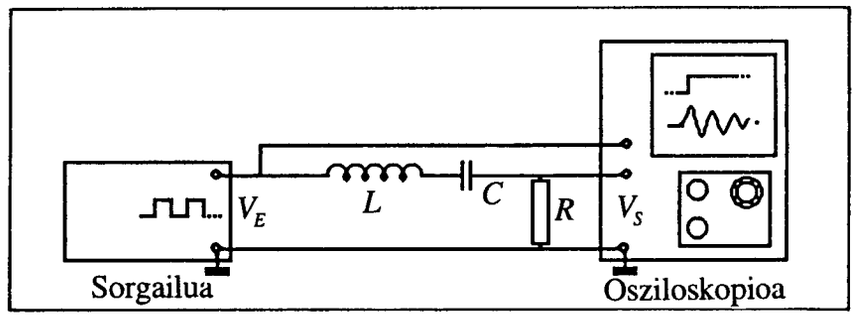


27.5. irudia. Zirkuitu integratzailearen eskema.

c) ***RLC zirkuitua.***

Eraiki ezazue 27.6. irudiko zirkuitua, bertan 2000 espiratako harila ($L \approx 63$ mH), $R = 500\ \Omega$ eta $C = 10$ kpF osagaiak erabiliz. Beha itzazue oszilazioak eta saia zaitezte beraien maiztasuna neurtzen. Konpara ezazue lorturiko balioa teorikoki itxaron zitekeenarekin.

Erresistentziaren zein baliotarako gertatuko da indargetze kritikoa? Konproba ezazue.



27.6. irudia. *RLC* zirkuituaren muntaiaren eskema.

28. praktika

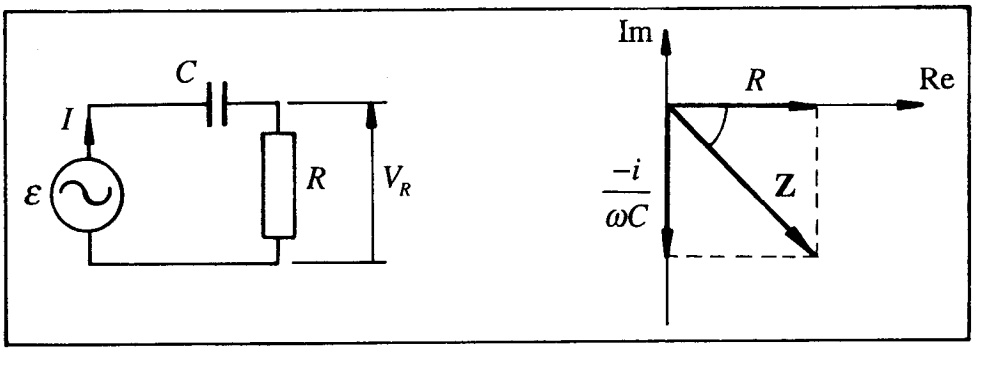
RLC zirkuituetako erregimen iraunkorra

Helburuak

RC eta *RLC* zirkuituetako maiztasunarekiko erantzunaren ikerketa, iragazkiak eta erresonantzia, kalitate-faktorea. Osziloskopioaren erabilera: kanal bikoitza, desfaseen neurketa, *x-y* era. Frekuentzimetroaren (maiztasun-neurgailuaren) erabilera.

Tresneria

Kanal bikoitzeko osziloskopioa, maiztasuna neurtzeko gai den uhin sinusoidalen sorgailua, zirkuituak osotzeko elementuak.



28.1. irudia. *RC* zikuitua eta inpedantziaren adierazpena plano konplexuan.

Oinarri teorikoa

a) *RC* zirkuituak.

Serie-elkarketako *RC* zirkuitua (28.1. irudia) ω maiztasun angeluarreko

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t, \qquad (28-1)$$

indar elektroeragile sinusoidaleko sorgailuaz elikatzen denean, denbora-tarte bat pasatu eta gero (hots, erregimen iragankorra pasatu eta gero) zirkuitutik dabilen korronte-intentsitatea ondokoa da,

$$I = I_0 \sin(\omega t - \phi), \qquad (28-2)$$

$$\text{non} \quad I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}} \quad \text{eta} \quad \phi = \arctan\left(\frac{-1}{\omega RC}\right) \quad \text{diren.} \qquad (28-3)$$

$Z = \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}$ magnitudeari *inpedantzia* deritzo eta ϕ delakoari, berriz, *desfasea*. Notazio konplexuaren erabilerak biziki errazten du zirkuituen tratamendu matematikoa. Notazio konplexua erabiliz, indar elektroeragilea honelaxe idatzi ahal izango dugu,

$$\mathcal{E} = \mathrm{Im}\left(\mathcal{E} e^{i\omega t}\right) = \mathrm{Im}\left[\mathcal{E}(\cos \omega t + i \sin \omega t)\right], \qquad (28-4)$$

non $\mathcal{E}$ delakoa desfase posible bat eduki dezakeen balio konplexua den. Balio konplexu hauei *fasoreak* deritze (Oharra: 18. eta 20. gaietan fasoreak bektore-gisako letra beltzagoaz adierazi ordez, gainean kapela moduko ikurrak jarriz adierazi ditugu. Edozertara, notazio biak erabili ohi dira, 152. orrialdeko oharrean azaldu denez).

$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0$ erreala bada, orduan intentsitatea honelaxe eman daiteke,

$$I = \mathrm{Im}\left(\mathbf{I} e^{i\omega t}\right), \qquad (28-5)$$

non **I** delakoa intentsitate-fasorea den, hots,

$$\mathbf{I} = I_0 e^{-i\phi} = \frac{\mathcal{E}_0}{R - i/\omega C}. \qquad (28-6)$$

Beraz, (28–3) adierazpenak kontutan edukiz, ondoko eran orokor dezakegu Ohm-en legea korronte alternoaren kasurako:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathcal{E}}{\mathbf{Z}}, \qquad (28-7)$$

non **Z** inpedantzia balio konplexua den, hots,

$$\mathbf{Z} = R - \frac{i}{\omega C} = Ze^{i\phi}, \qquad (28-8)$$

aztertzen ari garen kasuan ϕ desfasea negatiboa delarik. 28.1. irudian inpedantziaren adierazpena egin da plano konplexuan.

Erresistoreko eta kondentsadoreko tentsio-erorketak (fasoreak ere) hauexek dira:

$$\mathbf{V}_R = \mathbf{I}R, \qquad (28-9a)$$

$$\mathbf{V}_C = \mathbf{I}\left(\frac{-i}{\omega C}\right). \qquad (28-9b)$$

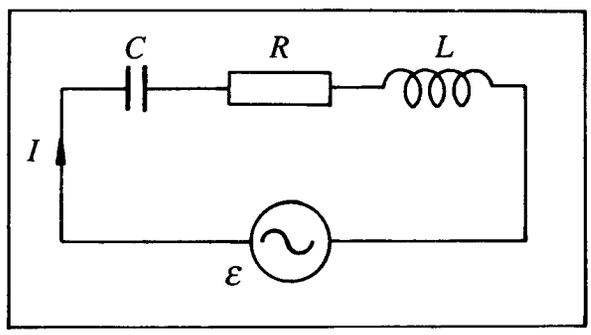
Beraz, maiztasunak handiak direnean, 28.1. irudiko zirkuituko kondentsadorearen inpedantzia oso txikia da eta sorgailuaren tentsio osoa erresistorean erortzen da. Bestaldetik, maiztasunak txikiak direnean, inpedantzia handia da eta erresistoreko tentsioa oso txikia. Beraz, kontsideraturiko zirkuituak *iragazki* baten modura jokatzen du, hots, maiztasun konkretu baten azpikoak moteltzen ditu ("goikoak pasatzeko" iragazkia).

Aipaturiko jokamoldea transferentzi funtzioan laburbiltzen da, alegia, $\mathbf{V}_S = \mathbf{V}_R$ sarrerako tentsioaren (kasu honetan erresistorearena) eta $\mathbf{V}_I = \mathcal{E}$ irteerakoaren arteko erlazioan. Zirkuitutik pasatzen den korronterako (28–6) adierazpena (28–9b) adierazpenarekin batera erabiliz, transferentzi funtzioa ondokoa dugu:

$$\mathbf{V}_S(\omega) = \mathbf{V}_E(\omega) = \frac{1}{1 - i\,\omega_C/\omega}, \qquad (28-10)$$

non $\omega_C = \dfrac{1}{RC}$ den, eta $f_C = \dfrac{\omega_c}{2\pi}$ ebakidura - maiztasuna. (28 – 11)

Kondentsadoreko tentsiorako antzeko arrazonamenduari jarraituz, "behekoak pasatzeko" iragazkia defini dezakegu.



28.2. irudia. *RLC* zirkuitua.

b) *RLC* zirkuitua.

(28–1) adierazpenaren erako indar elektroeragileaz elikaturiko *RLC* zirkuituaren kasuan (28.2. irudia), erregimen iraunkorreko korronte-intentsitatea ondokoa da:

$$I = I_0 \sin(\omega t - \phi), \tag{28-12}$$

non $I_0 = \dfrac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$ eta $\phi = \arctan \dfrac{\omega L - 1/\omega C}{R}$ diren, (28 – 13)

edo notazio fasorialean:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathcal{E}}{\mathbf{Z}} = \frac{\mathcal{E}}{R + i\omega L - i/\omega C}. \tag{28-14}$$

Oso erraz froga daiteke, korronte-intentsitate maximoa ondoko maiztasunerako gertatzen dela

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \tag{28-15}$$

Maiztasun honi *erresonantzi maiztasuna* deritzo, bertan erresonantzia gertatzen baita. Maiztasun horretan, gainera, desfasea nulua da, beraz, zirkuituak erresistibo hutsaren antzera jokatzen du.

Ikus daitekeenez, erresonantziaren zorroztasuna zirkuituko erresistentziaren alderantzizkoaren proportzionala da. Erresonantziaren zorroztasuna ezaugarritzeko zirkuituaren *kalitate-faktorea* definitu ohi da. Berau, harilaren inpedantzia erresonantzian eta erresistentzia osoaren arteko erlazio modura hartu ohi da, hots,

$$Q \equiv \frac{\omega_0 L}{R}. \tag{28-16}$$

Kalitate-faktorea erresonantzi kurbaren zabaleraren erdia erabiliz oso erraz lor daiteke. Potentzia erdia duten puntuak ($I = I_{\max}/\sqrt{2}$ balioari dagozkienak), $\omega = \omega_0 \pm \Delta\omega$ balioen artean kokaturik daude, tarte horretan ondokoa gertatzen delarik,

$$\left|\omega L - \frac{1}{\omega C}\right| = R = \left|\omega_0 L + \Delta\omega L - \frac{1/\omega_0 C}{1 + \Delta\omega/\omega_0}\right|. \tag{28-17}$$

Erresonantzia oso estua dela suposaturik $(\Delta\omega << \omega_0)$, ondoko hurbilketa egin daiteke:

$$\frac{1}{1+\Delta\omega/\omega_0} \approx 1-\frac{\Delta\omega}{\omega_0}. \qquad (28-18)$$

Beraz,

$$R = \left|\omega_0 L + \Delta\omega L - \frac{1}{\omega_0 C} + \frac{\Delta\omega}{\omega_0^2 C}\right| = \Delta\omega L + \frac{\Delta\omega L}{\omega_0^2 LC} = 2\Delta\omega L. \qquad (28-19)$$

Ondorioz, kalitate-faktorea honako hau da:

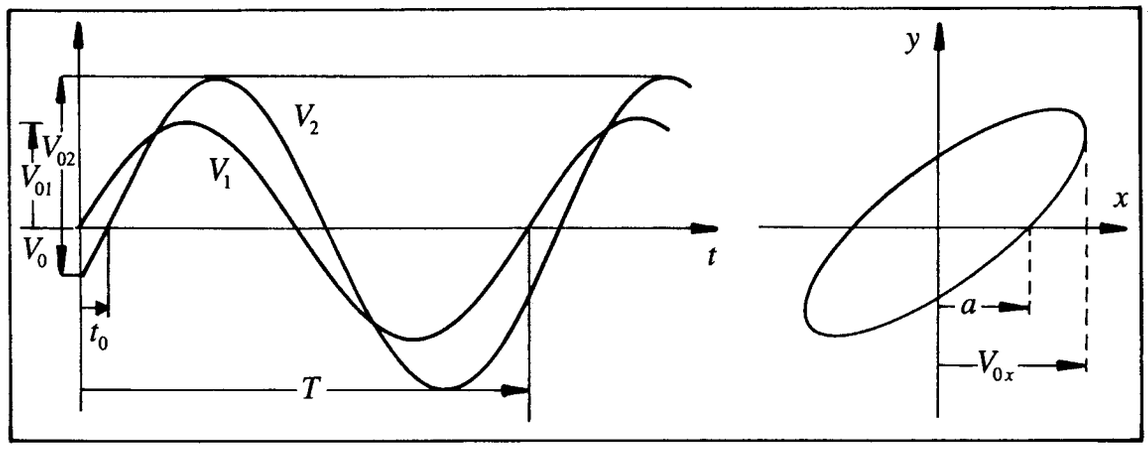
$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega}. \qquad (28-20)$$

Neurketa-era

Korronte alternoko zirkuituen parametro garrantzitsuak lortu arren, beharrezkoa da seinale sinusoidalen arteko desfaseen eta anplitudeen neurketa egitea. Eta neurketa horiek egiteko neurgailu aproposena, kanal bikoitzeko osziloskopioa dugu.

Osziloskopioaren erabilerari buruz, 18. praktikako eranskinera, tresnen erabilpenaren esku-liburuetara edo lehen mailako praktiketara zuzentzen zaituztegu.

Bi seinale sinusodalen arteko desfaseen neurketa, komenigarria denez, oraintxe aztertuko dugu.



28.3. irudia. Maiztasun bereko bi seinale sinusoidalen arteko desfasearen neurketa osziloskopioan, Lissajous-en elipsearen bidez.

Demagun osziloskopioan ω maiztasun bereko eta beren artean ϕ desfasea duten bi seinale alterno aldi berean behatu direla (ikus 28.3. irudia), hots,

$$V_1 = V_{01} \sin \omega t, \qquad V_2 = V_{02} \sin(\omega t - \phi). \qquad (28-21)$$

Erraz ikus daiteke, $V_2 = 0$ eta $\omega t_0 = \phi$ balioak hartzean, $\phi = 2\pi t_0/T$ dela. Beraz, desfasea bi denboren arteko erlazioaren bitartez neur daiteke. Era berean, $V_1 = 0$ eta $\omega t = 0$ direnean, $V_0 = V_{02} \sin(-\phi)$ da. Beraz, $\sin\phi = -V_0/V_{02}$ da, eta desfasea bi tentsioen arteko erlazioaz lor daiteke.

Desfasea neurtzeko beste era bat, osziloskopioa x-y eran erabiltzean datza, hots, seinale bat xafla horizontaletara eramanik eta bestea bertikaletara. Seinale hauek ondokoak izanik,

$$V_x = V_{0x} \sin \omega t \qquad \text{eta} \qquad V_y = V_{0y} \sin(\omega t - \phi), \qquad (28-22)$$

beraien konposaketa elipse bat da (Lissajousen irudiak), eta $V_y = 0$, $\phi = \omega t$ direnean,

$$a \equiv V_x = V_{0x} \sin\phi \quad \rightarrow \quad \sin\phi = \frac{a}{V_{0x}}, \qquad (28-23)$$

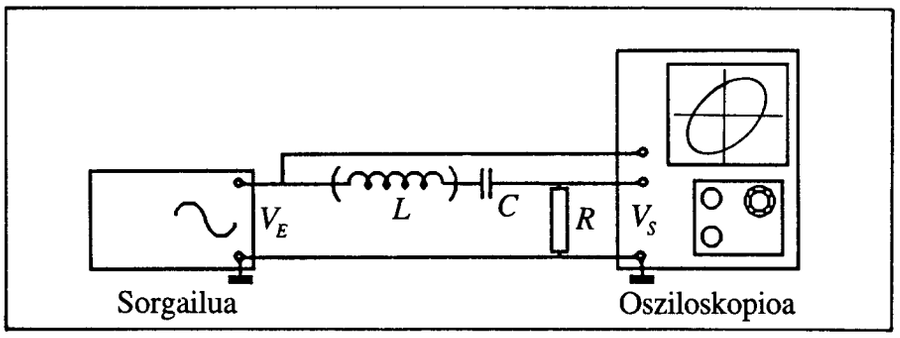
non a elipseak x-ardatzarekin duen ebakidura-puntua den (ikus 28.3. irudia).

Desfasea $\pi/2$-ren hurbiltasunekoa denean, metodo honek ez du doitasun handiegirik, eta hori erroreen kalkuluan oso kontutan eduki beharreko gauza da. Bestalde, maiztasuna altuetan, kableek edo bi kanalen arteko deskonpentsaketa txikiek eta sarrerako inpedantziak desfase ez-puruak sor ditzakete. Bigarren eragin horren ebaluaketarako, komenigarriena, seinale berbera kanal bietatik sartuz gero sorturiko elipsea (sortzen bada) behatzea da. Osziloskopioaren A.C.–D.C. sarreretako konmutadoreekin erne ibiltzea komeni da, sarrerako inpedantzia alda baitezakete.

Praktikaren garapena

a) *RC* zirkuitua "goikoak pasatzeko" iragazkiaren lanetan

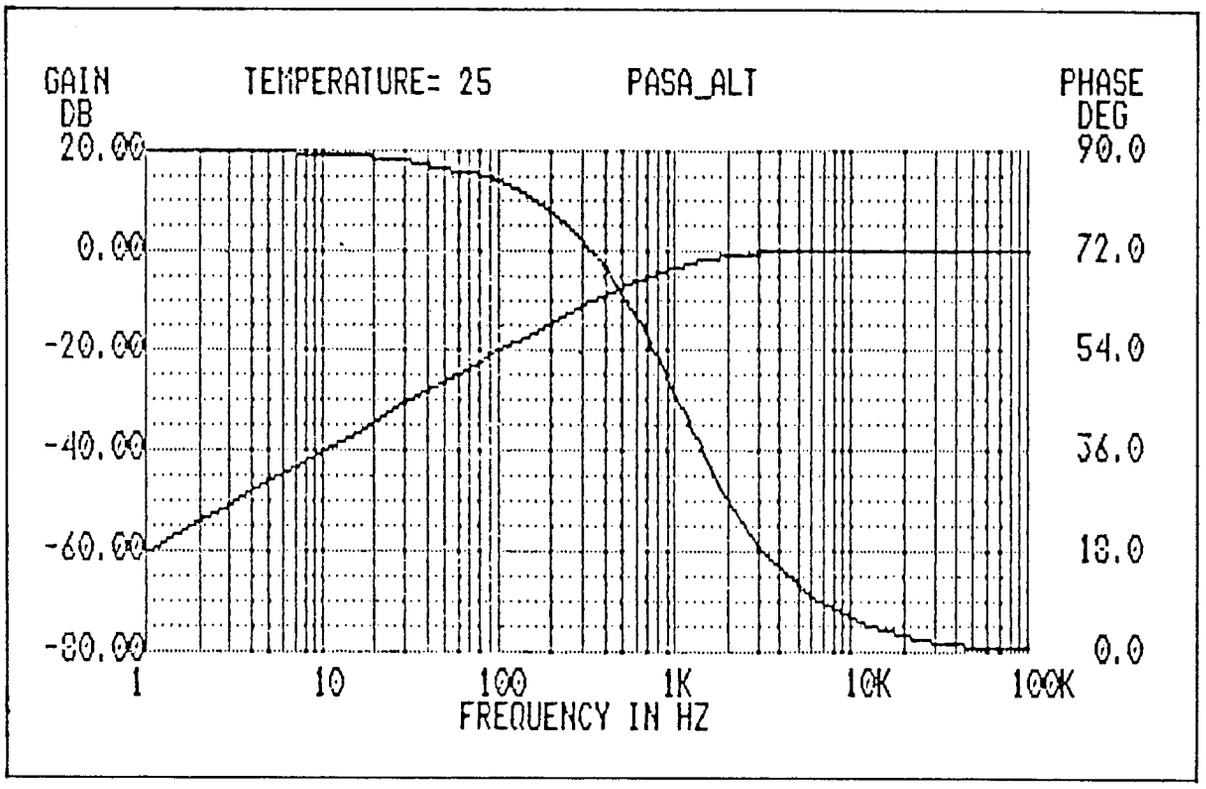
Eraiki ezazue 28.4. irudian azaldutako zirkuitua, elementuen balioak $R = 3.3\ \text{k}\Omega$ eta $C = 47\ \text{kpF}$ izanik. Aukera ezazue sorgailuaren tentsio-anplitude bat $(\mathbf{V}_S)$, eta neur itzazue osziloskopioan irteerako $(\mathbf{V}_I)$ tentsio-anplitudea eta sorgailuarekiko ϕ desfasea, maiztasun desberdinetarako. Maiztasunak sorgailuan konektaturiko frekuentzimetroan irakurtzen dira.



28.4. irudia. Muntaiaren eskema.

Aipaturiko neurketen bitartez, kalkula ezazue anplitudearen moteltzea, hots, sarrerako eta irteerako tentsioetako anplitudeen arteko (gailurretik gailurrerako) erlazioa: $A = |\mathbf{V}_I|/|\mathbf{V}_S$.

Transferentzi funtzioa *Bode-ren diagrama* batetan adierazi (ikus 28.5. irudia), hots, moteltzea (moteltzea orokorki dezibelioetan (dB) ematen da, $A(\text{dB}) = 20\log A$ adierazpenaren arabera) eta desfasea maiztasunaren logaritmoaren arabera. Ebakidura-maiztasuna (moteltzea $A = 1/\sqrt{2}$ baliokoa den maiztasuna) lortu eta R eta C balioetarako itxaron zitekeenarekin konparatu.



28.5. irudia. Bode-ren diagrama.

b) *RLC* zirkuitua. Erresonantzia

Eraiki ezazue 28.4. irudiko zirkuitua $R \approx 100\ \Omega$ erabiliz eta erresonantzia 30 eta 50 kHz tartean egoteko moduko kapazitatea aukeratuz.

Neur eta adieraz itzazue zirkuitutik pasatzen den korronte-intentsitatea $(I = V_R/R)$, aplikaturiko tentsio konstante batetarako, eta bien arteko desfasea maiztasunaren arabera, erresonantziaren hurbiltasunean.

Erdietsiriko adierazpen grafikotik erresonantzi maiztasuna eta zirkuituaren Q kalitate-faktorea lortu. Parametro hauekin batera intentsitate maximoa kontutan edukiz, aurki itzazue zirkuituaren R, L eta C parametroak. Konpara itzazue lorturiko balioak balio izendatuekin, eta desberdintasunik badago komenta ezazu; halaber, beren kausa posibleak.

OHARRA: Neurketa osoan zehar, komenigarria da, aplikaturiko tentsioa konstantea dela ziurtatzea; orokorki, maiztasuna aldatzean, sorgailuaren moteltze-agintailua higitu beharko da, konstantetasuna mantentzeko.

Arau modura, komenigarria da, erresonantzi maiztasunean sorgailuak eman dezakeen kitzikadura-tentsio maximoa aukeratzea, zeren orduan zirkuituaren inpedantzia minimoa denez, sorgailuaren barneerorketa minimoa baita.

29. praktika

Eroale eta erdieroaleen erresistibitatea

Helburuak

Eroale eta erdieroaleen erresistibitateak tenperaturarekiko duen portaeraren ikerketa. Erdieroale batetako energi tarte debekatuaren (gap) mugaketa.

Tresneria

Erdieroale eta metal bana, erresistore gisa erabiltzeko. Beroketetarako labetxoa. Termometroa. Ohmetro digitala.

Oinarri teorikoa

Eroale ohmiko baten korronte-dentsitatea ondokoa da:

$$\mathbf{j} = Nq\mathbf{v} = \sigma\mathbf{E}, \qquad (29-1)$$

hots, *karga-eramaleen kontzentrazioaz* (N) eta beraien abiaduraz ($\mathbf{v}$) mugaturik dago. Karga-eramaleen abiadura eremu elektrikoaren proportzionala da, hots, $\mathbf{v} = \mu\mathbf{E}$, non μ delakoa karga-eramaleen *higikortasuna* den. Beraz, eroale baten eroankortasuna (σ) edo erresistibitatea (ρ) honelaxe idatz daiteke:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = Nq\mu. \qquad (29-2)$$

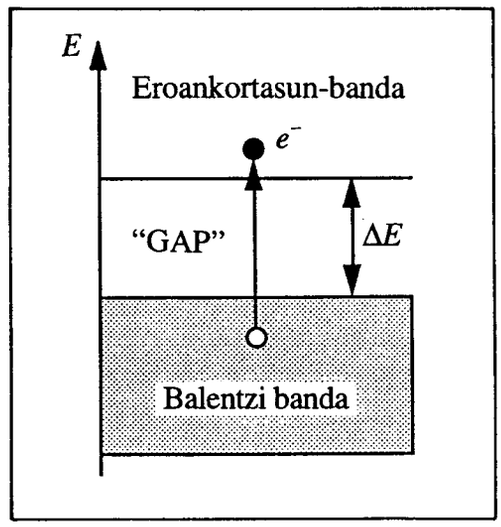
Metaletan karga-eramaleen kontzentrazioak tenperaturaren menpekotasunik ez duela esan dezakegu. Beraz, erresistibitatearen tenperaturarekiko menpekotasuna higikortasunaren aldaketak mugatuko du. Bestaldetik ia aske higi daitezkeen elektroietarako ioi

finkoen irabiaketa termikoa, zeina tenperatura igo ahala nagusituz doan, elektroien higikortasunerako oztopo bihurtzen da. Honen ondorioz, tenperaturaren gehikuntzarekin erresistibitatea linealki igoz doa, tenperatura nahiko altuetan behinik behin. Giro-tenperatura, $T = 300$ K hain zuzen ere, nahiko altua da ondoko erlazioa gerta dadin,

$$\rho(T) = \rho_0\left[1 + \alpha\left(T - T_0\right)\right], \qquad (29-3)$$

non $\rho_0 = \rho\left(T_0\right)$ den.

Erdieroaleetan, berriz, karga-eramaleen kontzentrazioak eroankortasuna mugatzen du eta tenperaturarekin oso bortizki aldatzen da. Zero absolutuan ez dago eremu elektriko baten eraginez higi daitekeen karga-eramale askerik, elektroiek "balentzi banda" oso-osorik betetzen baitute (ikus 29.1. irudia).



29.1. irudia. Erdieroaleen energi bandak

Eroankortasunean parte hartu ahal izateko, elektroiek "eroankortasun-bandara" jauzi egin behar dute, hots, ΔE balioko debekaturiko energi tartea zeharkatuz. Edozein T tenperaturatan, elektroiak ΔE energia termikoa lortu behar du eroankortasun-bandara iritsi ahal izateko. Energia hori lortzeko probabilitatea, Boltzman-en faktorearen proportzionala da, hots,

$$\exp\left(-\frac{\Delta E}{k_B T}\right) \qquad (29-4)$$

Bestalde, prozesu honen arabera, eroankortasun-bandan agerturiko elektroiak eroankortasunerako eragina duen zulo bat uzten du balentzi bandan.

Karga-eramaleen kontzentrazioa ondokoa dela froga daiteke:

$$N = \text{ktea} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta E}{2k_B T}\right) \qquad (29-5)$$

eta, ikus daitekeenez, erresistibitatea tenperaturaren arabera exponentzialki gutxitzen da,

$$\rho = \frac{1}{Nq\mu} = \rho_0 \exp\left(\frac{\Delta E}{2k_B T}\right) \qquad (29-6)$$

non ρ_0 tenperaturaren arabera leunki aldatzen den.

Neurketa-era

Kasu honetan neurketa-era oso erraza da, zeren erresistentziaren muturrak multimetro digitalari lotzea eta erresistentzia neurtzeko funtzioa aukeratzea nahikoa baita, beraren balioa zuzenean lortu ahal izateko.

Labetxo elektriko baten bidez aldatuko da tenperatura, eta beraren balioa erresistentzia zuzenean ukitzen duen merkurio-termometro baten bidez neurtuko da. Termometroa eta erresistentzia ukipen zuzenean egon arren tenperaturaren neurketa ona izan dadin, beroketa oso astiro egitea komeni da.

Praktikaren garapena

125 V-tako entxufea erabiliz, labea sarearekin lotuko duzue, eta erregulazio-botoia posizio baxuenean ipiniko duzue. Metalaren eta erdieroalearen erresistentzia tenperatura 80°C-etara iritsi arte, 2 gradutako tarteetan neurtu beharko duzue. Ondoren hozten utzi.

Grafiko batetan, lorturiko balioak adieraziko dira, metalaren kasuan (29–3) ekuaziora egokituz eta erdieroalearen kasuan, berriz, (29–6) ekuaziora.

Metalaren kasuan, $R = \rho l/s$ izanik, eta erresistorearen dimentsioetan gerta daitezkeen aldaketak arbuiatuz, ondokoa edukiko dugu:

$$R(T) = R_0\left[1 + \alpha\left(T - T_0\right)\right], \qquad (29-7)$$

eta $T_0 = 0°\text{C}$ hartuz, R_0 eta α lor daitezke.

Erdieroalearen kasuan, berriz, komenigarria da erresistentziaren balioaren logaritmoa

tenperatura absolutuaren alderantzizkoaren arabera adieraztea, hots,

$$\log R = \log\rho + \log\frac{l}{s} = \log\frac{\rho_0 l}{s} + \frac{\Delta E}{2k_B T} = \text{ktea} + \frac{\Delta E}{2k_B}\cdot\frac{1}{T}. \qquad (29-8)$$

Beraz, $\Delta E/2k_B$ maldadun lerro zuzena lortuko da. Lerro zuzen hau karratu minimoen metodoaren bidez egokituko duzue eta ΔE debekaturiko energi tartearen zabalera elektronvoltatan aurkituko duzue.

Balio numerikoak: $k_B = 1.38\times10^{-23}\,\text{JK}^{-1}$; $1\ \text{eV} = 1.602\times10^{-19}\,\text{J}$.

30. praktika

Material ferromagnetikoen histeresi-zikloa

Helburuak

Material ferromagnetiko bati dagokion histeresi-zikloa ikustea. Magnetizazio-kurbaren lorpena, eta, horrekin batera, asetasuneko indukzio magnetikoa, erremanentzia, eremu koertzitiboa eta histeresiagatiko galerak.

Tresneria

Nukleo magnetikoa eta bera inguratzeko harilak, autotransformadorea, *RC* integragailua eta osziloskopioa.

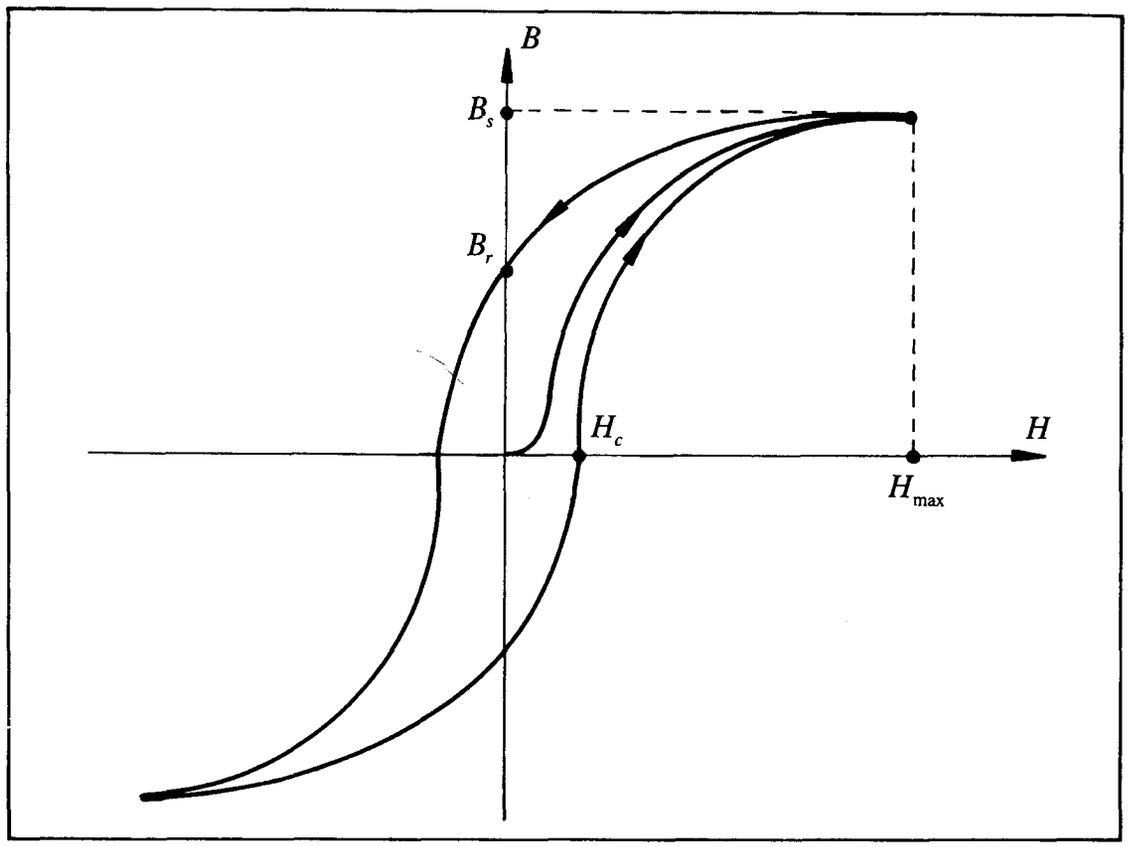
Oinarri teorikoa

Aplikaturiko eremu bati edo kitzikadura magnetikoari (H) erantzunez, materia magnetizatu egiten da, hots, bolumen-unitateko momentu magnetiko netoa (M) lortzen da. M eta H-ren unitateak berberak dira, A/m unitateak hain zuzen ere. Material gehienak magnetikoki oso ahulak dira eta magnetizazio oso txikia lor dezakete, aplikaturiko eremuaren norabide berberean (*paramagnetikoak*) edo aurkakoan (*diamagnetikoak*). Beraietan, magnetizazioa eremuaren proportzionala da. Material batzuk, berriz, magnetizazio handia lor dezakete aplikaturiko eremuari erantzunez. Material hauei *ferromagnetikoak* deritze. Kasu hauetan indukzio magnetikoa ondoko eran erabiltzea komeni da:

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}), \qquad (30-1)$$

non $\mu = 4\pi \times 10^{-7}$ Hm^{-1} den eta **B** teslatan neurtzen den. Material hauetan, 30.1. irudian ikus daitekeenez, indukzio magnetikoa eremuaren (H-ren) funtzio konplexua da. Irudiko

kurbari *histeresi-zikloa* deritzo, zeren eremua (H) bi balio maximoen artean ziklikoki aplikatzen denean, magnetizazioa eremuarekiko "atzeratu" egiten baita. Argi dagoenez, zikloaren eiteak H_{max} -ren menpekotasuna du.



30.1. irudia. Material ferromagnetikoen histeresi-zikloa.

Histeresi-zikloan puntu berezi batzu azaltzen dira:

- Asetasuneko indukzioa (B_s), hots, materialean lor daitekeen indukzio maximoa.
- Erremanentziako indukzioa (B_r), hots, eremua ezabatzean geratzen dena.
- Eremu koertzitiboa (H_c) edo aplikatu beharreko eremua, indukzioa erabat desagertarazteko.
- Beste magnitude garrantzizkoa, $\oint HdB$ zikloaren azalera da. Beronek zikloa burutzeko erabili behar den energia adierazten du, materialean bero moduan iraungitzen dena. Arrazoi honegatik, energia horri *"histeresiagatiko galera"* deritzo.

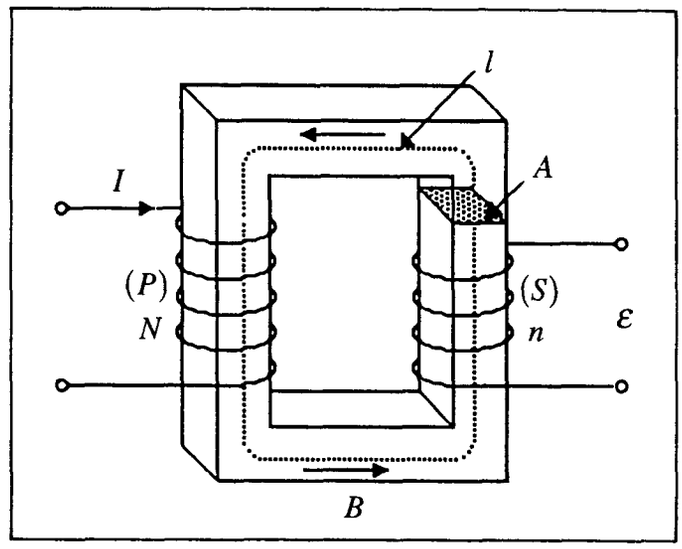
Neurketa-era

Ikertu nahi den materialak fluxu magnetikorako zirkuitu itxi bat osotzen du (toroide baten antzekoa). Bertan, **H** kitzikadura magnetikoa sortzen da, N espiretako harilkatu

primariotik (P delakotik) I korronte-intentsitatea pasatzean. Beraren moduluaren (H-ren) balioa ondokoa da:

$$H = \frac{NI}{l}, \qquad (30-2)$$

non l delakoa indukzio-lerroek egindako ibilbideen luzera den (ikus 30.2. irudia).



30.2. irudia. Fluxu magnetikorako zirkuitu itxiaren eskema.

Denboran zehar H aldakorra bada —50Hz-etako maiztasuneko korronte alternoa erabiliz lor daitekeena, adibidez—, orduan M eta B ere aldakorrak izango dira. B-ren aldaketak indar elektroeragile bat sortuko du n espiretako bigarren harilkatuan (S delako sekundarioan, alegia), hots,

$$\varepsilon(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -nA\frac{dB(t)}{dt}, \qquad (30-3)$$

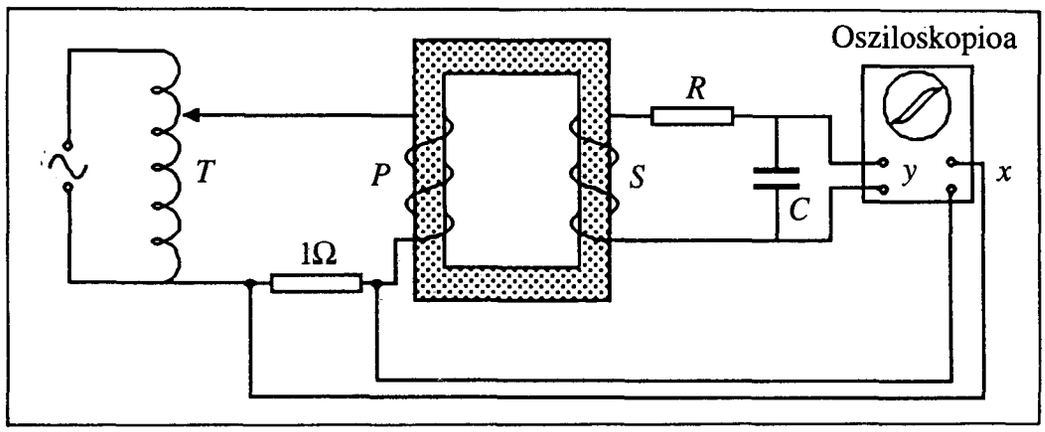
non A delakoa material magnetikoaren sekzio zuzenaren azalera den. Indar elektroeragile horrek indukzio magnetikoarekiko seinale proportzionala eman dezan, RC integratzaile baten bidez integra daiteke (ikus 27. praktika).

$$V(t) = \frac{1}{RC}\int \varepsilon(t)dt = -\frac{nA}{RC}B(t). \qquad (30-4)$$

Hau egin ondoren, osziloskopioaren X kanalean harilkatu primarioa zeharkatzen duen korronte-intentsitatearen seinale proportzionala sartuz, eta Y kanaletik, berriz,

sekundarioan induzituriko indar elektroeragilearen seinalearen integrala sartuz, histeresi-zikloa osziloskopioaren pantailan adieraz daiteke.

30.3. irudian muntaiaren eskema azaldu da. H_{max}-ren balioa era jarraian aldatu ahal izateko, primarioaren elikadura autotransformadore aldakor (T) baten bidez egiten da.



30.3. irudia. Histeresi-zikloa neurtzeko muntaiaren eskema.

Praktikaren garapena

- Lehenik urdinez margoturiko material magnetikoa erabiliz, eraiki ezazue 30.3. irudiko zirkuitua.

  KONTUZ!: EZ LOTU ZUZENKI AUTOTRANSFORMADORE ALDAKORRA SAREAREKIN.

  Zirkuitulaburrak ekiditeko, behar-beharrezkoa da mahai erdian kokaturiko desakoplamendu-transformadorea erabiltzea eta sistemak onar dezakeen korronte maximoa ez gainditzea (2.5 A alegia).

- Ikus ezazue histeresi-zikloa osziloskopioan. Horretarako, transformadore aldakorra bere bidearen muturrean ipintzean, zikloak pantailako tarte handiena har dezan, eskala bertikalak eta horizontalak egokitu.

- Aurki itzazue, pantailako X ardatzeko unitateak H-ren unitateetara (A/m) eta Y ardatzekoak B-ren unitateetara (Tesla) pasatzeko behar diren aldaketa-koefizienteak. Kalkulu hau egiteko, (30–2) eta (30–4) ekuazioetan ondolo datuak erabiliko dituzue:

  H: $N = 400$ espira, $l = 25$ cm,
  primarioarekin serie-elkarketako erresistentzia $= 1\,\Omega$.

B: $n = 500$ espira, $A = 3.6\ \text{cm}^2$, integratzailearen $RC = 0.1$ segundo

- Neur eta adieraz ezazue B-H kurba, hots, H_{max} konkretu bakoitzarekin lorturiko indukzio maximoaren balioak. H_{max}-ren balioak zerotik autotransformadorea bere bidearen azken muturrean egon arte aldatu.

- Marraz ezazue paper milimetratuan, aurreko kurbaren azken puntuari dagokion histeresi-zikloa. Bertatik abiatuz, lor itzazue erremanentziaren eta koertzitibitatearen balioak eta baita ere histeresiagatiko galeren estimazio bat. Azken hauek Joule/m^3 unitateetan neurtzen dira.
  Ordezka ezazue material magnetikoa berdez margoturikoaz, eta errepika itzazue urdinez margoturiko materialarekin eginiko neurketa guztiak, H eta B-ren kalkulurako balio berberak erabiliz.

OHARRA: Ez da komenigarria, primariotik korronte-intentsitate handia denbora luzez mantentzea, gehiegi berotu baitaiteke. Beraz, neurketa amaitu bezain laster, autotransformadore aldakorraren irteerako tentsioa zeroraino gutxitu beharko da, eta neurketak egiterakoan ez da denbora luzeegirik pasatu beharko.

Bibliografia

— R. ALEXANDER, D. SPARLING, W. PARKS, *"Physics Laboratory Manual"*, Second Edition, Kendall/Hunt Publishing Company, Dubeque-Iowa, 1981.

— C. H. BERNARD, C. D. EPP, *"Laboratory Experiments in College Physics"*, Sixth Edition, John Wiley and Sons, New York, 1987.

— Department of Physics, University of Pennsylvania, *"Laboratory Notes for Physics"*, Thirteenth Edition, Kendall/Hunt Publishing Company, Dubeque-Iowa, 1992.

— N. J. DINARDO, W. J. HALPIN, I. A. MILLER, T. S. VENKATARAMAN, *"Physics Laboratory Manual with Computer Simulations"*, Kendall/Hunt Publishing Company, Dubeque-Iowa, 1992.

— B. A. GREGORY, *"An introduction to Electrical Instrumentation and measurement systems"*, Mac Millan Pub. LTD., Hong Kong, 1984.

— D. C. HENRY, E. B. NELSON, S. D. SHAWHAN, *"Experiments in Ligth, Electricity and Modern Physics"*, Kendall/Hunt Publishing Company, Dubeque-Iowa, 1985.

— L. R. INGERSOLL, M. J. MARTIN, T. A. ROUSE, *"A Laboratory Manual of Experiments in Physics"*, sixth edition, MacGraw-Hill Book Company, Inc. 1953.

— C. ISENBERG and S. CHOMET Editors, *"Physics Experiments and Projects for Students"*, Vol. I, Newman-Hemisphere. London, 1985.

— L. LYONS, *"A Practical Guide to Data Analysis for Physical Science Students"*, Cambridge University Press, New York-Port Chester-Melbourne-Sydney, 1991.

— H. F. MEINERS, W. EPPENSTEIN, K. H. MOORE, *"Laboratory Physics"*, John Wiley and Sons, New York, 1969.

— F. NUÑEZ, *"Laboratorio de Electricidad y Magnetismo"*, Ed. Urmo, Bilbao, 1972.

— E. OXFORD editor, *"Physics Laboratory Manual"*, Kendall/Hunt Publishing Company, Dubeque-Iowa, 1989.

— PASCO Scientific, *"Physics Experiments and Apparatus"*, 1993.

— D. W. PRESTON, *"Experiments in Physics. A Laboratory Manual for Scientists and Engineers"*, John Wiley and Sons, New York, 1985.

— D. W. SCOTT and K. W. LYON, *"A course in Practical Physics"*, Cambridge University Press, Cambridge, 1967.

— M.H. SHAMOS Editor, *"Great Experiments in Physics. Firsthand Accounts from Galileo to Einstein"*, Dover Publications, Inc., New York, 1993.

— J. R. TAYLOR, *"An Introduction to Error Analysis. The Sudy of Uncertainties in Physical Measurements"*, University Science Books. Oxford University Press, 1982.
A series of Books in Physics, E. D. Commins Editor.

— F. TYLER, *"A laboratory Manual of Physics. For advanced Level, Scholarship and Ordinary National Certificate"*, Edward Arnold (Publishers) Ltd. London, 1977.

— F. TYLER, *"A laboratory Manual of Physics"*, Fourth Edition, SI Version, Edward Arnold (Publishers) Ltd. London, 1970.

— W. H. WESTPHAL, *"Prácticas de Física"*, Labor S.A., Barcelona, 1965.

— J. D. WILSON, *"Physics Laboratory Experiments"*, Third Edition, D. C. Heath and Company, Lexington-Massachusetts, 1990.

— R. M. WOOD, *"Experiments for an Introductory Physics Course"*, Kendall/Hunt Publishing Company, Dubeque-Iowa, 1985.

— B. L. WORSNOP and H. T. FLINT, *"Advanced Practical Physics for students"*, 14th edition, Methuen Educational Ltd., London, 1969.

— H. ZILISTRA, *"Experimental Methods in Magnetism"*, North Holland, Amsterdam, 1967.

Kontzeptuen eta izenen aurkibide alfabetikoa

abiadura, 48, 115
abiadura angeluarra, 87
abiadura lineala, 90
adierazpide fasoriala, 200, 224
admitantzia, 150
agintailua, 190
aginte-pultsuak, 171
aire-erreia, 105
aldagai anitzeko funtzioa, 12
aldagai bakarreko funtzioa, 11
aldagai-aldaketa, 121
aldagaien gaineko menpekotasun lineala, 29
aldaketa-koefizienteak, 284
amaierako seinaleak, 173
amperemetro analogikoak, 175
amperemetroa, 159, 187, 257
angelu txikiko tortsioa, 52
anodoa, 164, 230
anplifikadore bertikala, 168, 208
anplifikadore horizontala, 168
anplifikadore operazionala, 177, 177
anplifikadorea, 179
anplifikazio-agintailua, 208
anplitudea, 128, 266
anplitude aldakorreko oszilazioak, 123
anplitude maximoa, 104
anplitude-adierazlea, 102
anplitude-erresonantziako maiztasuna edo pultsazioa, 100
anplitudearen inguratzailea, 123
anplitudearen maximoa, 123
antiparalaxi ispilua, 231
antisimetrikoa, 121
argi-iturria, 237
argi-langa, 88
argi-sorta dibergentea, 164
arrapala arrunta, 175
arrapala arrunteko voltimetro digitala, 176
arrapala bikoitza, 175
arrapala bikoitzeko voltimetro digitala, 178
arrapala-sorgailua, 176, 177, 178
asetasun-indukzioa, 282
asetasun-indukzio magnetikoa, 281
asetasun-presioa, 230
ate digitala, 171
atea, 173, 176, 178
atomizadorea, 234, 237
autoinduktantzia, 199
autoindukzio-koefizientea, 140, 141
autotransformadorea, 281
autotransformadore aldakorra, 285
azelerazio angeluarra, 85
azelerazio lineala, 86
azelerazio tangentziala, 86
azelerazioa, 105

balantza, 45, 51, 85
balantza arrunta, 71
balantza hidrostatikoa, 71
balantzaren indar-eskema, 72
balaztapen-elektroimana, 102
balentzi banda, 278
balio efikaza, 146, 147
balio experimentalaren errorea, 9

baporizagailua, 239
baraila, 36
barne-arrapalaren linealtasuna, 177
barne-erresistentzia, 185
barne-osziladorea, 173
barne-sinkronismoa, 169
bateria, 133
batezbesteko abiadura, 110
batezbesteko azelerazioa, 107, 110
batezbesteko balio koadratikoa, 146
batezbesteko balioa, 7
batezbesteko bizitza, 182
batezbesteko denbora, 109
batezbesteko indarra, 107
batezbesteko periodoerdia, 112
batuketa finituaren hurbilketa, 35
behekoak pasatzeko iragazkia, 271
bereizmena, 177, 262
beroketa, 279
bertikalarekiko aldenketa, 40
betaurrekoa, 62
bibragailu mekanikoa, 128
bibrazio mekanikoa, 128, 207
biela, 102
bigarren ordenako ekuazio diferentzial lineala eta koefiziente konstanteduna, 39
bihurdura-gaitasuna, 160
bihurgailu analogiko/digitalak, 175, 245
bihurketa-abiadura, 175
bihurketa analogiko/digitala, 177
bihurketa-faktorea,
bihurpen analogiko-digitala, 245
biraketa-ardatza, 60
biraketa-erradioa, 42, 43, 60
biraketa-higidura, 85, 89
biraketa-norantza, 225
biribilpena (errorearena), 10
bitarretik hamartarrerako bihurgailua, 171
bitarretik hamartarrerako bihurketa, 170
biskositate-indarra, 236, 242
biskositate-koefizientea, 236
biskositatearen kausazko indarra, 235
bitea, 179
Bode-ren diagrama, 275
Boltzman-en faktorea, 278
bolumen-unitateko masa, 76
bultzada-unitatea, 79
burbuiladun nibela, 62
burdinsarea, 165

deformazioa, 129, 129
dekrementu logaritmikoa, 99, 103
denborarekiko aldakuntza, 217
denboraren funtzio koadratikoa, 26
denbora-konstantea, 182, 264
denbora-neurgailua, 106
denbora-tartea, 47
denbora-txantiloia,171
dentsitate erlatiboa, 81
dentsitate lineala, 129
desakoplamendu-transformadorea, 284
desarra, 171, 179
desarra-leihoa, 172
desarra-sorgailua, 168
desbidazio koadratikoa, 109
desbidazioa, 24, 160
desbidazio-angelua, 73
desbideraketa bertikala, 208
desbideraketa bertikalerako xaflak, 165
desbideraketa horizontala, 208
desbideraketa horizontalerako xaflak, 165
desfasea, 116, 148, 200, 270
desfaseen neurketa, 225
deskarga-prozesua, 185
desplazamendua, 36
desplazamendu elektrikoa, 249
desjarraitasuna, 128
diamagnetikoa, 281
diapasoiaren bibrazioak, 39
dinamometroak, 67, 94
dipolo elektrikoa, 255
dipolo erreala, 255

dipolo puntuala, 253
doiketa-torlojuak, 106
doitasuna, 177, 262
doitasun-maila, 15

ebakidura-maiztasuna, 271
ebazpen analitikoa, 35
egiazko balioa, 7, 24
egiazko balioaren estimazioa, 7
egiazko lerro zuzena, 24
egoera iragankorra, 143, 147
egoera iraunkorra, 200
egoera-aldaketa, 106
egonkortasuna, 177
ekipotentziala, 251
ekorketa, 207
ekorketa-agintailua, 208
ekorketa-maiztasuna, 208
ekorketa-seinalea, 168
ekorketa-sorgailua, 179
ekuazio diferentzial lineala, 143
ekuazio diferentziala, 39
ekuazio homogenoa, 143, 264
ekuazio karakteristikoaren erroak, 144
elikadura autotransformadorea, 284
elikadura-sarea, 177
elikadura-tentsioa, 177
elektrodoa, 237, 250
elektrodo azeleratzailea, 164
elektroi-kainoia, 164, 164, 165, 168
elektroi-sorta, 164, 207, 229
elektroiaren karga, 233
elektroien higikortasuna, 278
elektroimana, 101
elektronvolta, 280
elikadura-iturriak,102, 181, 257
energi tarte debekatua, 277
energia, 135
energia mekanikoaren kontserbazio-printzipioa, 16
energia potentziala, 135
energia potentzial grabitatorioa, 38, 108, 111
energia zinetikoa, 48, 108
energiaren elkartruke periodikoa, 122
energiaren kontserbazioaren printzipioa, 33, 105
eramaleen fluxua, 241
erdieroalea, 278
erdieroaleen erresistibitatea, 277
eremu elektrikoa, 133, 157
eremu elektriko bertikala, 234
eremu magnetikoa, 141, 157, 260
eremu magnetiko uniformea, 229
eremu erradiala, 161
eremu koertzitiboa, 281, 282
eremu eta potentzial elektrostatikoaren mapak, 253
eremu-lerroa, 160, 249, 250, 254
eremuaren norantza, 262
erlojua, 178
erloju-pultsua, 174
eroalea, 133, 277
eroale ohmikoa, 250,277
eroale-sistema, 249
eroalearen erresistentzia, 134
eroankortasuna, 242, 250
eroankortasun-banda, 278, 278
erorketa, 167
erorketa-abiadura, 91, 168
erorketa-altuera, 111
erorketa-azelerazioa, 86, 88
erorketa-denborak, 87, 91, 168
erorketa-distantzia, 91
erorketa-sorgailua, 168, 179
erreferentzi voltaia, 178, 178
erreaktantzia, 151
erreferentziako posizioa, 55
erreferentziako voltaia, 177
erregistroa, 171
erregresio anizkoitza, 29
erregresio exponentziala, 28
erregresio lineala, 22

erregresio polinomikoa, 26
erregulagailua, 188
erremanentzia, 281, 285
erremanentzi indukzioa, 282
erresistentzi neurgailua, 179
erresistibitate elektrikoa, 134
erresistentzia, 151
erresistentzia ohmikoa, 162
erresistibitatearen tenperaturarekiko menpekotasuna, 277
erresistorea, 143, 179
erresonantzi maiztasuna, 104, 152, 203, 272
erresonantzi pultsazioak, 101
erresonantzia, 101, 151, 199, 269, 272
erresonantziaren gailurtasuna, 152
erretikuluaren gurutzea, 62
erroreak, 1, 7
errore absolutua, 10
errore erlatiboa, 10
errore-hedapena, 11
errore koadratikoa, 8, 55
errore sistematikoa, 6, 195
errorearen doitasuna, 4
errorearen estimazioa, 4
erroreen erroreak 5,
erroreen estimaziorik onena, 25
errorerik gabeko saiakuntza, 23
eskala erretikulatua, 239
eskala-aldaketa, 179
espira, 159
etengailua, 234

Faraday-ren legea, 140
fasea, 121
fase-diferentzia, 115
fase-erlazioa, 102
fase-oposizioa, 121, 124
fasorea, 149, 150, 270
ferodoa, 65
ferritaren magnetizazioa, 259
ferromagnetikoa (materiala), 281
flexometroa, 51, 85
fluxu magnetikoa, 140, 282
fluxu-aldaketa, 140
fluxu-dentsitatea, 141
fokalizazio-agintailua, 231
fokatzailea, 164, 165
fokatze-torlojua, 62
forma-faktorea, 147
Foucault-en korrontea, 101
frekuentziometroa, 171, 269
funtzio analitikoa, 33
funtzio sinusoidala, 144

gainazal ekipotentziala, 250
gainazal isladatzaileak, 118
gainazal mikroskopikoa, 66
gainazal-dentsitatea, 259
gainezarmen-printzipioa, 137
garapen multipolarra, 253
galvanometroa, 159, 159, 183
Gauss-en errore-teoria, 8
geldialdiak, 172
geldialdirako pultsua, 176
gidarako ildoa, 102
g-ren neurketa, 39, 59
goikoak pasatzeko iragazkia, 271, 274
goma bultzatzailea, 105
gorputz higikorren galvanometroa, 159
gorputz solidoen dentsitatea, 75
gorputz zurruna, 41, 85
gorputzaren higidura-ekuazioa, 52
grabitatearen azelerazioa, 40,43
grabitatearen indarra, 235
grabitate-zentrua, 40
gradientea, 251
gurpil bultzatzailea, 102

hagaska isolatzailea, 239
Hall efektua, 257
Hall efektuaren gaussmetroa, 257
hamarkako zatitzailea, 171

hargailua, 115
harilak, 140, 142, 143, 199, 257
harilen elkarketak, 142
harilen eremu magnetikoa, 257, 259
harilkatu primarioa, 282, 283
harilkatu sekundarioa, 283
harizpia, 165, 197
hasierako fasea, 145
hasierako pultsua, 176
hasierako seinaleak, 173, 175
hautagailua, 208
hedapen-abiadura, 130
hedapen-norabidea, 115
Helmholtz-en harila, 230
higidura, 39
higidura aperiodiko kritikoa, 100
higidura bibrakor elektrikoa, 207
higidura bibrakor mekanikoa, 207
higidura gainindargetua, 100
higidura harmoniko sinplea, 39, 41, 45, 52
higidura moteleko torlojua, 62, 64
higidura oszilakor indargetua, 99
higidura oszilakorra, 41, 45, 94, 108, 119
higidura periodikoa, 45
higidura termiko desordenatua, 241
higidura unidimentsionala, 106
higidura zirkular uniformea, 101
higiduraren dekrementua, 99
higiduraren periodoa, 41, 52
higidura-ekuazioa, 41, 119, 121, 236
histeresi-zikloa, 281, 281, 282, 284
histeresiagatiko galerak, 281, 282, 285
hodi eroalea, 251
hodiaren sentikortasuna, 165
Hooke-ren legea, 40, 45, 125

ibilbide osoa, 38
ibilbidearen erradioa, 230
idazkera konplexua, 200
indarra, 105
indar berreskuratzailea, 45
indar bortxatzailea, 101
indar elektrikoa, 235
indar elektroeragilea, 135, 135, 145, 187
indar elektroeragile alternoa, 143
indar elektroeragile alternoko sorgailua, 200
indar elektroeragile karratua, 147
indar elektroeragile sinusoidalaren sorgailua, 145
indar elektroeragilearen batezbesteko balioa, 146, 146
indar konstantearen eraginpeko higidura, 108
indar normala, 66
indar-bikote berreskuratzailea, 160
indar-bikotea, 85
indar-diagrama, 67
indar-momentu zuzentzailea, 94
indar-momentua, 101, 160
indar-sistema, 85
indargetze kritikoa, 268
indargetzea, 101, 266
indargetzaile bertikala, 168
indargetzaile horizontala, 168
indargetze-faktorea, 99, 101, 101
indargetze-koefizientea, 101
indargetze-konstantea, 103
indarra/distantzia kurba, 33
indarrek eginiko lana, 33
indarren balioen batezbesteko, 35
indarren modulua, 36
induktantzia, 141, 151
induktorea, 142
indukzio magnetikoa, 230, 281
indukzio-koefizientea, 142
indukzio-lerroa, 283
inertzi momentua, 41, 60, 85, 93
ingurumari irregularreko gainazal launaren azalera, 75
inpedantzia , 147, 148, 270
inpedantzia baliokidea, 150
inpedantzia konplexua, 200
integragailua, 281

integralaren kalkulu analitikoa, 38
integrazio espaziala, 33
intentsitate alternoko korrontea, 143
intentsitate-sentikortasuna, 161
intentsitatea, 102
irabiaketa termikoa, 278
iragazkia, 177, 269, 271
iraungiriko potentzia, 157
irteerako voltaia, 104
irteerako seinalea, 172
isladapena, 128
isladaturiko soinuaren gainazalak, 117
iturrien barne-erresistentzia, 187
itxurazko potentzia, 158
itzulera-denbora, 168
izpi katodikoen hodia, 164, 168, 207

jatorri-translazioa, 225
Joule-ren legea, 135

kalibraketa-zenbakiak, 261
kalibrazio automatikoa, 179
kalibre mikrometrikoa, 45, 51
kalibrea, 59, 63
kalibrearen pieza higikorra, 45, 51
kalitate-faktorea, 152, 269, 272
kanal bikoitzeko osziloskopioa, 269
kanpo-indar bortxatzaile harmonikoa, 100
kanpo-oszilatzailea, 104
kanpo-seinalea, 208
kanpo-sinkronismoa, 169
kapazitantzia, 151
kapazitate baliokidea, 140
kapazitatea, 139
karbono-partikuladun bozgorailua, 115
karga askea, 241
karga elektrikoaren kuantizazioa, 233
karga finkoak, 135
karga higikorrak, 135
karga irudikaria, 249, 252
karga-banaketa, 252
karga-banaketa lineala, 255
karga-dentsitate lineala, 254
karga-eramalea, 241, 257
karga-eramaleen abiadura, 277
karga-eramaleen higikortasuna, 277
karga-eramaleen kontzentrazioa, 277
karga-kantitatea, 133, 181
karga-kuantua, 233
karga-transferentzia, 181
kargen oszilazioak, 39
karkasa, 161
karratu minimoen bidezko doiketa, 22
karratu minimoen metodoa, 47, 280
karratu minimoen printzipioa, 21, 23
Kater-en pendulua, 59
katetometroa, 59, 62
katetometroaren bidezko neurketa, 63
katodoa, 164, 165, 207, 230
kitzikadura magnetikoa, 281
kitzikadura-tentsioa, 276
kitzikapen-tentsioa, 102
koadro higikorreko tresna, 183
koartzozko kristalezko osziladorea, 171
kode bitarra, 171
koertzitibitatea, 285
kondentsadorea, 139, 143, 237
kondentsadore elektrikoa, 185
kondentsadorearen deskarga, 181
kondentsadorearen karga, 182, 215
kondentsadorearen karga-aldaketa, 216
kondentsadoreen elkarketak, 140
konmutadorea, 169, 177, 178
konparagailua, 175, 177, 178
konparagailuaren doitasuna, 177
konparazio-adierazlea, 102
konportamolde erratikoa, 237
konstante berreskuratzaile elastikoa, 108
konstante elastikoak, 120
kontagailu bitarra, 170
kontagailu digitala, 175
kontagailu elektronikoak, 170

kontagailua, 170, 170, 175, 178
kontaketa, 172
kontaketa-errorea, 173
kontrol digitala, 179
kontrol logikorako konmutadoreak, 172
kontrol-pultsuak, 173
kontrol-sistema, 175
kontrolerako saretxoa, 164
koordenatu normalak, 121
korapiloa (elektrikoa), 136
korronte alternoa, 140, 147, 199
korronte alternoko sorgailua, 199
korronte alternoko zirkuitua, 139
korronte-dentsitatea, 241
korronte-intentsitatea, 283
korronte jarraia, 142, 147, 187, 193
korronte jarraiko iturria, 190
korronte jarraiko sorgailua, 181, 187
korronte jarraiko zirkuitua, 133
korronte-dentsitatea, 249
korronte-intentsitatea, 133
korronte-neurgailua, 175
korronte-sistema, 258
kronometro elektronikoa, 98
kronometroa, 40, 45, 51, 59
kuadrupolo lineala, 256
kurba abaildua, 75
kurba ekipotentziala, 249, 250
kurba inguratzailea, 99
kurba karakteristikoa, 193, 241

laginketa-abiadura, 179
laginketa-denbora, 172
laino-ganbara, 233
Laplace-ren ekuazioa, 251
lasaikuntza-denbora, 88
lente elektronikoa, 164
lente konbergentea, 164
lerro ekipotentziala, 250, 254
lerro-integrala, 33
leundura-maila, 69
Lissajous-en elipsea, 273
Lissajous-en irudiak, 115, 117, 225
Lorentz-en indarra, 258
lur-terminala, 212
lurrerako bornea, 211
luzapena, 47
luzera-unitateko masa, 127

magnetizazioa, 257, 281
magnetizazio uniformea, 258
magnetizazio-kurba, 281
magnetoa, 257
magneto iraunkorra, 159, 257
magnetoaren eremu magnetikoa, 259
magnitude aldakorra, 40
magnitude bektoriala, 52
magnitude dinamikoa, 105
magnitude karakteristikoa, 40
magnitudearen balio hurbildua, 61
magnitudearen egiazko balioa, 7
magnitude-ordena, 5
maila-konparagailua, 176
maiztasun angeluarra, 145, 199
maiztasun bortxatzailea, 104
maiztasun propioa, 101, 119, 121, 125, 125
maiztasun-neurgailua, 269
maiztasun-tartea, 183
maiztasun-txantiloia, 171, 174
maiztasuna, 115, 130
maiztasunen neurketarako kontagailua,173
maiztasunezko oszilazioen gainezarmena, 121
malgukia, 39
malgukiaren energia zinetikoa, 48, 49
malgukiaren ezaugarri elastikoa, 45
malgukiaren konstante elastikoa, 125
malgukiaren konstante elastikoaren balioa, 45
malgukiaren luzera-unitateko dentsitatea, 48
malgukiaren masa eraginkorra, 49
malgukiaren zurruntasun-konstantea, 40
marruskadura, 65, 86
marruskadura-indarrak, 65, 87, 101, 105, 235

marruskadura-indar estatikoa, 67
marruskadura-koefizientea, 65
marruskadura-koefiziente dinamikoa, 66
marruskadura-koefiziente estatikoa, 66
marruskadura-momentua, 87
marruskadura-puntua, 101
masa eraginkorra, 242
masa espezifikoa, 76
masa-dentsitatea, 129, 130
masaren dentsitate lineala, 127
masaren dentsitate-aldaketak, 128
masa-zentrua, 43, 61, 97
material erdieroalea, 242
material paramagnetikoa, 281
material ferromagnetikoa, 281
material ohmikoa, 242
Maxwell-en metodoa, 53
memoria digitala, 179
memoria-zirkuitu digitala, 179
memoriadun osziloskopio digitalak, 179
mihiztadura-gaia, 120
mihiztadurarik gabeko osziladorea, 125
mikrometroa, 6
mikroprozesadorea, 179
mikroskopioa, 237
Millikan-en experimentua, 233
modulu aldakorreko indarra, 34
Mohr/Westphal-en balantza, 71
momentu berreskuratzailea, 52, 160
momentu erresultantea, 93
momentu magnetikoa, 257
momentu magnetiko netoa, 281
moteltze-agintailua, 276
muga-abiadura, 236
multimetroa, 104, 181, 187, 199
multimetro digitala, 279
multimetro elektronikoak, 183
muntaia laburra, 194
muntaia luzea, 194
murgilkaria, 79
neurgailu eratorria, 159
neurgailua, 159, 169
neurketa, 1
neurketa zuzena, 6, 7, 10
neurketa-ahalmena, 175
neurketa-eskala, 261, 262
neurketa-metodoa, 5
neurketa-tresna, 181
neurketa-prozesua, 61
neurketa-tresnaren bereizmena, 7
neurketarako programa, 246
neurketen doitasuna, 4, 10
neurketen fluktuazioak, 242
Newton-en bigarren legea, 33, 45, 87
noniusa, 62, 63
notazio konplexua, 149
nukleo magnetikoa, 281

Ohm-en legea, 133, 150, 242
ohmetro digitala, 277
oinarrizko partikula, 234
okularea, 62
olio-tantaren experimentua, 233
orbita zirkularra, 229
orbiten erradioa, 229
ordenadorea, 85
oreka-baldintza, 267
oreka-egoera, 34, 127
oreka-posizioa, 37, 79, 119, 161
osagai erradiala, 260
osagai polarra, 26
osagai tangentziala, 249
osziladore bortxatu eta indargetua, 100
osziladore harmoniko sinplea, 105, 120
osziladore indargetua, 99, 101
osziladore mekaniko harmoniko sinplea, 39
osziladore mihiztatua, 113
osziladorea, 173
osziladorearen egonkortasuna, 177
osziladoreen arteko energi aldaketa, 119
osziladoreen arteko mihiztadura, 119

oszilazioak, 80
oszilazio askeak, 101
oszilazio bortxatuak, 99
oszilazio bortxatuen anplitudea, 104
oszilazio indargetuak, 99, 101
oszilazio indargetuen maiztasuna, 101
oszilazio txikiak, 40
oszilazio txikiko pendulua, 39
oszilazio txikien hurbilketa, 39, 44
oszilazio-anplitudeak, 44, 45
oszilazio-ardatza, 40
oszilazio-moduak, 121, 130
oszilazio-modu antisimetrikoa, 121
oszilazio-modu simetrikoa, 122
oszilazio-periodoa, 43, 45, 52, 60, 95, 126
oszilazio-puntua, 43
oszilazioaren maiztasuna, 115, 120
oszilazioen angelu maximoak, 44
oszilazioen anplitudea, 99
oszilazioen kitzikatzailea, 102
oszilazioen periodoa, 40
oszilazioerdia, 80
osziloskopio digitalak, 179
osziloskopioa, 159, 199, 207
osziloskopioaren anplifikazioa, 117

pantaila, 176, 178
pantaila alfanumerikoa, 169
pantaila fluoreszentea, 164, 207
paper eroalea, 249
paralaxia, 62
paralaxia-erroreak, 166, 170
paralelo-elkarketa, 134, 140, 142
paramagnetikoa (materiala), 281
parametroen gaineko menpekotasun lineala, 28
pausagunea, 208
pendulu fisikoa, 39
pendulu mihiztatuak, 119, 123
pendulu zurruna, 123
penduluko zilindro higikorra, 60
periodoa, 94
perturbazioa, 127, 187
pibota, 68
pieza polarra, 161
pila lehorra, 190
pisaketa, 80
pisu-ezargailua, 36, 106
plano horizontala, 65
plano inklinatua, 65
plano konplexuko adierazpen fasoriala, 150
Pohl-en tortsio-pendulua, 101
polaritate-konmutadorea, 237
polaritatea, 183
portaera ez-lineala, 129
potentzia, 135,157, 189
potentzia eraginkorra, 158
potentzia erreaktiboa, 158
potentzial elektrostatikoaren mapa, 249
potentzi faktorea, 157, 158
potentzial-banaketa, 250
potentzial-diferentzia, 102, 133, 187
potentzial-erorketa, 142, 195
potentzial-lerroa, 254
potentziometroa, 175, 187, 237
presio-torlojua, 42, 62
prozedura experimentala, 18
pultsazioa, 123, 126
pultsu elektrikoa, 170
pultsu-sorgailua, 176, 178
pultsua, 171
pultsuen kontaketa, 170
pultsuen sekuentzia, 170
puntu experimentalak, 25
puntuen dentsitatea, 43

sare elektrikoak, 136, 136
sare elektrikoaren tentsioa, 184
sare kristalinoa, 242
sarea, 136
sare-sinkronismoa, 169
sarrera-zirkuitua,171

sarrerako anplifikadorea, 179
sarrerako inpedantzia, 169, 170, 267
sarrerako pultsua, 173
sarrerako seinale analogikoa, 171
sarrerako seinalea, 173
sarrerako tentsioa, 177
sarrerako voltaia, 176, 176, 178, 178
sarrerako zirkuitua, 173
seinalea, 203
seinale entzungarria, 116
seinale karratua, 215
seinale sinusoidala, 183
seinale sinusoidalaren sorgailua, 115
seinale zaratatsuak, 172
seinalearen maiztasuna, 203
seinalearen zarata, 177
selektorea, 179
sentikortasuna, 71,
sentikortasun-maila, 74
serbosistemen ekuazioak, 39
serie-elkarketa, 134, 140, 142
shunta, 162, 183
sinkronismoa, 168
sinkronismo-sarrera, 168
sinkronismorako kanpo-seinalea, 173
sinkronizazioa, 210
sistema eragilea, 246
sistema fokatzailea, 164
sistema oszilakorra, 101, 102
sistemaren konstante berreskuratzailea, 105
soinu-transmisorea, 115
soinu-uhinak, 39, 115
soinuaren abiadura, 115, 117
soinuaren uhin-luzera, 115
sokako uhin geldikorra, 129
solenoidea, 258
solido zurruna, 41
soluzio iraunkorra, 144
soluzio oszilakorrak, 266
sorgailua, 133, 135
sorgailu elektrikoa, 128
sorgailuen paralelo-elkarketa, 138
Steiner-en teorema, 54, 60, 92, 93, 94
Stokes-en legea, 236
supereroalea, 242
suspentsio-puntua, 124

takosorgailua, 125
talken arteko batezbesteko denbora, 242
tenperatura doitzeko termostatoa, 39
tentsio azeleratzailea, 165, 230
tentsio kitzikatzailea, 102
tentsio sinusoidala, 157
tentsioa, 129
tentsio-anplitudea, 274
tentsio-erorketa, 143, 179, 201, 214
tentsio-maila diskretua, 171
tentsio-voltimetroa, 175
tentsio-zatigailua, 175, 183
tentsioarekiko desfasea, 154
Thévening-en teorema, 137
tinta eroalea, 250
toroidea, 282
tortsioa, 52
tortsio-angelua, 52
tortsio-ardatzaren indar-momentu zuzentzailea, 94
tortsio-konstantea, 101, 160
tortsio-oszilazioen anplitudea, 102
tortsio-pendulua, 51, 99, 102
tortsiozko oszilazio bortxatuak, 101
totalizazioa, 172
transferentzi funtzioa, 271
transmisioa, 128
tresna digitalak, 169
tresnaren bereizmena, 15
tresnaren sentikortasuna, 9
tresna-errorea, 9
turbulentziak, 237
txartela, 245
txintxeta eroaleak, 249
txirrika adimentsua, 88

txirrika, 36

uhin geldikorra, 127
uhin karratuaren sorgailua, 263
uhin sinusoidalen sorgailua, 269
uhinaren maiztasuna, 128
uhinen ekuazioa, 128
uhin-luzera, 115, 115, 128, 130
uhin-sorgailua, 116
ukipen-gainazala, 66
ukipen-gainazal mikroskopikoa, 66
unitateen magnitude-ordena, 3
unitate-sistema, 3

Vernier kalibrea, 45, 51, 85
voltaia aldakorreko iturria, 197
voltaia-arrapala, 175, 176
voltaia-konparagailua, 175
voltaia/maiztasuna bihurgailuaren linealtasuna, 177
voltaia/maiztasuna bihurketa,175, 177, 177
voltaia-zatigailua, 175
voltaiaren barne-arrapala, 177
voltimetro digitalak, 175, 187
voltimetroa, 159, 175
voltimetroaren sentikortasuna, 177

zabalkuntza linealeko koefizientea, 22
zarataren ezabapena, 177
zazpi segmentutako dispositiboak, 169
zeharkako neurketak, 6, 11
zeharkako uhinen hedapena, 127
zeinuei buruzko hitzarmena, 136
zelula fotoelektrikoa, 105
zenbakizko integrazioa, 33
zero potentziala, 252
zero-konparagailua, 175, 176
zeroan ipintzeko dispositiboa, 171
zeroko errorea, 6
zerorako doiketa, 184
zerorako jarpena, 170
zerra-hortza, 207
zikloa, 174
zirkuitu biegonkorra, 170
zirkuitu bihurtzailea, 244
zirkuitu deribatzailea, 263, 264
zirkuitu digitala, 171
zirkuituaren erregimen iragankorra, 263
zirkuitu erresistiboa, 155, 203
zirkuitu integratzailea, 263, 265
zirkuituak, 213, 221
zirkuituaren egoera iragankorra, 144
zirkuituaren inpedantzia konplexua, 224
zirkuituetako erregimen iraunkorra,
zirkuitulaburrak, 284
zorizko erroreak, 7
zunda, 259
zunda indargetzaileak, 169
zurruntasun-koefizientea, 52